

**Державна служба України з надзвичайних ситуацій**

**Львівський державний університет безпеки  
життєдіяльності**

**Олександр Придатко, Соломія Лясковська,  
Євген Мартин, Олександр Хлевной**

# **МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ**

**Монографія**

**Львів – 2021**

УДК 744:004 (075.8)

ББК 32.81

П 87

Олександр Придатко, Соломія Лясковська, Євген Мартин, Олександр Хлевной. Моделювання багатопараметричних систем. – Львів: ЛДУ БЖД, 2021. – 245 с.

#### **Рецензенти:**

*Тригуба А. М., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем та технологій Львівського національного аграрного університету;*

*Стародуб Ю. П., доктор фізико-математичних наук, професор, професор відділу організації науково-дослідної роботи Львівського державного університету безпеки життєдіяльності;*

*Ткачук Р.Л., доктор технічних наук, доцент, начальник кафедри управління інформаційною безпекою Львівського державного університету безпеки життєдіяльності.*

В монографії розглядаються основні графічні засоби формування моделей та дослідження перебігу багатопараметричних процесів технічних систем, об'єктів і явищ із залученням засобів прикладної багатовимірної геометрії.

Матеріал монографії може бути корисним в навчальному процесі при моделюванні та дослідженні багатопараметричних технічних об'єктів і систем різного призначення, при підготовці магістрів і ад'юнктів, а головне – використовуватися для подальшого розвинення і розбудови прикладних геометричних і математичних методів та засобів дослідження багатопараметричних технічних об'єктів, процесів та явищ.

Рекомендовано Вченою радою  
Львівського державного університету безпеки життєдіяльності  
(Протокол №4 від 11 листопада 2021 року).

© Олександр Придатко, 2021

© Соломія Лясковська, 2021

© Євген Мартин, 2021

© Олександр Хлевной, 2021

© ЛДУ БЖД 2021

## ЗМІСТ

<b>Вступ .....</b>	<b>5</b>
<b>1. Геометричні засоби у розбудові моделей систем .....</b>	<b>9</b>
1.1. Інструментарій геометричного моделювання систем.....	9
1.2. Основні системи координат у геометричному моделюванні багатопараметричних технічних систем .....	14
1.3. Ортогональна система координат і комплексні креслення .....	25
1.3.1. Прості числа.....	25
1.3.2. Комплексні числа.....	35
1.3.3. Геометричні засоби відображення образів комплексного простору .....	37
1.3.4. Відображення комплексного простору при розв'язуванні технічних задач .....	42
1.3.5. Замкнені області комплексного простору.....	47
1.4. Повнота проєкцій моделей процесів.....	50
<b>2. Моделі деяких багатопараметричних процесів.....</b>	<b>57</b>
2.1. Геометричне моделювання задач теплопровідності .....	57
2.2. Геометричне моделювання перебігу процесів зміни вмісту замкнених технічних об'єктів .....	62
2.3. Стійкість технічних систем. Фазові простори. Фазові траєкторії .....	66
<b>3. Графічні інформаційні технології у моделюванні багатопараметричних систем .....</b>	<b>74</b>
3.1. Аналіз результатів експериментальних досліджень зносостійкості технічного устаткування .....	74
3.2. Моделі управління маршрутними перевезеннями .....	78
3.3. Геометричні образи дво – і тривимірного простору як моделі процесів у програмі MatLab .....	86
3.3.1. Побудова графіків у площині .....	86
3.3.2. Побудова моделей поверхонь як графіків процесів.....	96
3.4. Дослідження теплопровідності в поперечному перерізі циліндричного провідника .....	103
3.5. Побудова фазових портретів динамічних систем .....	105
3.5.1. Формування областей параметрів подібних траєкторій процесів фазових просторів .....	114
3.6. Геометричні засоби визначення раціональних параметрів процесів регульованих систем.....	121

3.6.1. Геометричні засоби формування областей параметрів процесів регульованих систем .....	121
3.6.2. Геометричні засоби оптимізації параметрів процесів .....	122
3.7. Моделювання теплових процесів у виробничих приміщеннях з енергозберігаючими технологіями опалення .....	130
<b>4. Моделювання процесів розвитку дуальних систем .....</b>	<b>142</b>
4.1. Дослідження моделей процесів дуальних систем.....	142
4.2. Процеси взаємодії елементів дуальних систем .....	149
4.3. Геометричні засоби багатовимірному простору в моделюванні дуальних систем .....	161
4.3.1. Взаємодія елементів у моделях дуальних систем .....	168
4.3.2 Формування моделей процесів управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами .....	175
4.4. Розбудова моделей процесів розвитку дуальних систем .....	178
4.5. Комп'ютерне моделювання процесів управління дуальними системами.....	195
4.6. Моделювання часових компонент у проектах створення дуальних систем пожежогасіння.....	216
4.7. Про точність комп'ютерних засобів відображення 1-багатовидів $n$ -вимірних фазових просторів.....	233
4.8. Можливі практичні застосування прикладної багатовимірної геометрії у дослідженнях багатопараметричних технічних систем .....	238
Перелік використаних джерел.....	243

## ВСТУП

Подальший розвиток засобів наукових досліджень і розроблення моделей технічних об'єктів становить одну з умов результативного розв'язування більшості прикладних технічних задач, в тому числі досліджень багатопараметричних систем, процесів і об'єктів. Невід'ємну складову в підготовці вихідних даних під час проведення розрахунків режимів роботи технічних об'єктів на етапі їх проектування та дослідження становлять графоаналітичні та геометричні засоби як підґрунтя створюваних математичних моделей регульованих багатопараметричних процесів. Постає закономірне питання про вибір засобів дослідження та проектування технічних об'єктів. Його можна сформулювати таким чином:

– чи не зайвими стали саме геометричні засоби досліджень, якщо в розпорядженні дослідника, конструктора є потужні обчислювальні комплекси. Досвід показує, що без знання основних закономірностей якості динаміки досліджуваної системи, кількісних оцінок і визначення оптимальних числових значень робочих параметрів процесів дослідження технічних об'єктів суттєво ускладнюється або занадто затягується в часі. Тому вартує провести теоретичні обчислення із застосуванням геометричних і математичних засобів, включаючи наукову комп'ютерну графіку. Головний аргумент використання геометричних моделей полягає в тому, що вони виступають рівноправним "партнером" у теоретичних прикладних дослідженнях об'єктів, процесів і явищ, зокрема, у дослідженнях процесів та проектуванні регульованих технічних об'єктів.

Геометричні засоби використовують практично на всіх етапах проектування технічних об'єктів [3]. Особливо варто відзначити важливість їх застосування на початковому етапі проектування, коли необхідно задавати діапазон зміни перемінних робочих параметрів, а, отже, геометрію окремих складових ланок технічного об'єкта чи системи і обирати з-поміж них оптимальні значення.

Аналіз більшості математичних моделей підтверджує сутність геометричного підґрунтя кінцевих результатів у дослідженнях перехідних процесів регульованих технічних об'єктів і систем. Ґрунтовному математичному числовому (а надалі – фізичному)

дослідженню технічних об'єктів передуює вибір конструктивних параметрів. Одні з них наперед задані конструктором, а інші можуть змінюватися в певному діапазоні і потребують вибору їх оптимальних числових значень.

Методи розрахунку регульованих систем, особливо стійкості та оптимізації, мають під собою геометричне підґрунтя і використовують в тій чи іншій мірі методи графічних відображень. Такий зв'язок є взаємовигідним, оскільки вимагає розвитку допоміжних геометричних засобів стосовно вирішення розмаїтих прикладних технічних задач. Означений підхід до їх розв'язування передбачає використання насамперед методів прикладної багатовимірної геометрії.

Параметри окремих елементів регульованих систем можуть бути виготовлені або визначені експериментально тільки з деякою достатньою для інженерних розрахунків точністю. Такий параметр (чи параметри) суттєво впливає в певній області багатовимірного простору параметрів на поведінку системи, наприклад, стійкість режиму її роботи, чи на встановлення його оптимального значення. Адже, за відомим принципом "доброго", для того, щоб сталося «зло», не потрібно багато умов, при виконанні ж «добра» необхідне співпадання усіх позитивних факторів, а відсутність хоча б одного з них спричиняє протилежний наслідок. До сказаного треба додати нестійкість "добра", якщо технічний об'єкт чи система знаходиться поблизу границі цієї стійкості. "Добрі" об'єкти відповідають одночасно кільком вимогам, "поганим" вважають об'єкт, якому властивий хоча би один суттєвий чи несуттєвий недолік.

Процес створення регульованих систем та технічних об'єктів тісно пов'язаний із використанням засобів чи елементів інженерної, наукової та ділової комп'ютерної графіки. Отримані результати одержують своє геометричне трактування із наступним конструкторським втіленням. При цьому доцільно зауважити обмежене використання засобів багатовимірної прикладної геометрії при дослідженні та проектуванні технічних об'єктів. Найбільш поширеним є використання графічних залежностей, які часто виступають з точки зору багатовимірної прикладної геометрії перерізами складних просторових багатовидів охоплюючих багатовимірних просторів [15].

При необхідності врахування впливу зміни одного чи кількох параметрів проводять просте накладання кривих або створюють інші графічні зображення. Зауважимо, що спосіб накладання

кривих являє собою епюр багатovidу в просторі двох чи трьох змінних параметрів. Потреби врахування впливу більшої кількості параметрів, очевидно, приводять до необхідності відповідного збільшення вимірності  $n$  евклідового простору  $E^n$ . При цьому вимірність простору визначена кількістю змінних параметрів і багатovid, який у ньому реалізується як графік функції кількох дійсних змінних, може бути в загальному випадку нелінійним або являти лінійний підпростір евклідового  $n$  – вимірного простору, що реалізує відповідну лінійну залежність між змінними робочими параметрами багатovidимірного технічного об'єкта.

Використання графічних, графоаналітичних засобів обумовлене передовсім потребами дослідження нестационарних режимів роботи регульованих багатопараметричних технічних об'єктів і систем. При наближеному відтворенні кривих перехідного процесу застосовують графоаналітичний спосіб, в основу якого покладене використання, зокрема, трапецеїдальних частотних характеристик. Таку характеристику формують конкретні геометричні параметри, від значень яких залежить характер кривої перехідного процесу в системі. Використання вказаного графоаналітичного методу дозволяє розв'язати головну практичну задачу: наближене встановлення характеристик кривої лінії і на її основі – визначення основних параметрів перехідного процесу. При збільшенні кількості робочих параметрів, наприклад, до двох, використання цього методу стає малоприматним для практичного застосування.

З огляду існуючих методів дослідження багатопараметричних систем і процесів зрозуміло, що більшість з них ґрунтуються на використанні двовимірного простору з метою відображення тих чи інших кривих. Окремі з них, наприклад, метод Ляпунова, ґрунтуються на використанні тривимірного евклідового простору  $E^3$ .

В практиці проектування багатопараметричних систем і процесів прослідковується використання елементів геометричної теорії функції комплексної змінної. Зокрема, в основі важливого розділу з аналізу якості багатопараметричних технічних систем при побудові кругових діаграм використовується взаємозв'язок між частотними характеристиками замкненої  $\Phi(i\Omega)$  та розімкненої  $W(i\Omega)$  системи.

Огляд методів аналізу регульованих багатопараметричних технічних об'єктів і процесів у них вказує на геометричний характер закладеної в більшість із них ідеї [5]. Подальше їх

вдосконалення можливе тільки за умови розвитку відповідних прикладних геометричних проблем з наступним їх впровадженням у практику дослідження та створення регульованих багатопараметричних технічних об'єктів.

Матеріал монографії є колективною працею. Головні упорядники, курсанти і студенти упродовж багатьох навчальних семестрів в процесі вивчення курсів інформаційних графічних комп'ютерних технологій брали активну участь у її розробленні, вкладали свої знання, уміння, старання у створення і розбудову змісту практичних і лабораторних робіт курсу, параграфів і окремих розділів, вносили корисні корективи і стали ініціаторами багатьох задач та їх розв'язків, методів, алгоритмів і моделей.

Матеріал монографії може бути корисним в навчальному процесі при моделюванні та дослідженні багатопараметричних технічних об'єктів і систем різного призначення, при підготовці магістрів і ад'юнктів, а головне – використовуватися для подальшого розвинення і розбудови прикладних геометричних і математичних методів та засобів дослідження багатопараметричних технічних об'єктів, процесів та явищ.



# РОЗДІЛ 1

## ГЕОМЕТРИЧНІ ЗАСОБИ

### У РОЗБУДОВІ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ

#### 1.1. Інструментарій геометричного моделювання систем

Геометричні засоби є одним із головних інструментів розв'язування задач в різних галузях науки і техніки. Завдяки графічній інтерпретації часто вдається полегшити процес постановки задач, проведення і одержання практичних результатів наукових досліджень. Тому питання розвитку і використання графічних засобів із залученням сучасних комп'ютерних технологій до розв'язування технічних задач є актуальною проблемою. Геометричні засоби посідають належне місце серед наукового інструментарію дослідження процесів розмаїтих фізичних та технічних систем. Шведський вчений Олоф Сунден зазначає, що «...можна очікувати якісно нового скачка у фізиці тоді, коли фізикам вдасться замінити домінуючий сьогодні математично-статистичний підхід на геометричний описовий, здатний пояснити суть і причину явищ» [14].

Питання моделювання і комп'ютерного дослідження перебігу різноманітних процесів у системах є важливим науковим і практичним завданням. Такі задачі виникають при прогнозуванні, аналізі та розрахунках, зокрема, пожежно-технічних систем. Мета наукових досліджень полягає у визначенні умов перебігу процесу, розрахунку його характерних параметрів, надання рекомендацій щодо оптимізації чи усунення цього процесу.

Розв'язання задачі ґрунтується на виборі та використанні способу моделювання процесу з можливістю комп'ютерної реалізації. Одним з них є спосіб геометричного моделювання.

Розглянемо основні його визначення і поняття.

Об'єкт – явище або предмет, на який спрямована діяльність дослідника.

Процес – це хід, розвиток явища, послідовна зміна станів у розвитку чого-небудь.

Явище – будь-який відчутний прояв чого-небудь, наприклад, фізичне явище, явище природи тощо.

Модель – це схема фізичного об'єкта або явища.

Моделювання – виготовлення, створення моделі, дослідження з допомогою моделі властивостей об'єктів, процесів та явищ.

Система – впорядкована множина елементів однакової природи.

Фаза – стан системи, об'єкта у певний момент часу.

Суть геометричного моделювання полягає у побудові образної геометричної моделі процесу як геометричного об'єкта, гіперповерхні чи багатовиду, який охоплює багатовимірний фазовий простір.

Неперервна множина точок геометричного об'єкта перебуває у відповідності із сукупністю всіх можливих станів системи, процес якої досліджується, за умови зміни одного, двох чи декількох параметрів. Тоді дослідження залежності між змінними параметрами зводиться до виконання конкретних геометричних дій над геометричним об'єктом, який представляє модель процесу в абстрактному просторі. Вимірність простору визначається числом змінних параметрів системи. При виконанні геометричних дій над геометричним об'єктом вилучають конкретний фізичний зміст цих параметрів. Числові дані сукупності геометричних дій з геометричною моделлю передаються на конкретні технічні параметри досліджуваного багатопараметричного процесу.

Інструментарій геометричного моделювання подається графічними багатовидами у вигляді точок, ліній та поверхонь. Тому зазначений спосіб моделювання процесів має такі переваги, як виразність, наглядність, образність і повнота моделі процесу.

Графічні засоби дають змогу зрозуміло і надійно розв'язувати прикладні задачі аналізу, розвитку і прогнозування перебігу процесів у різних технічних системах, тобто:

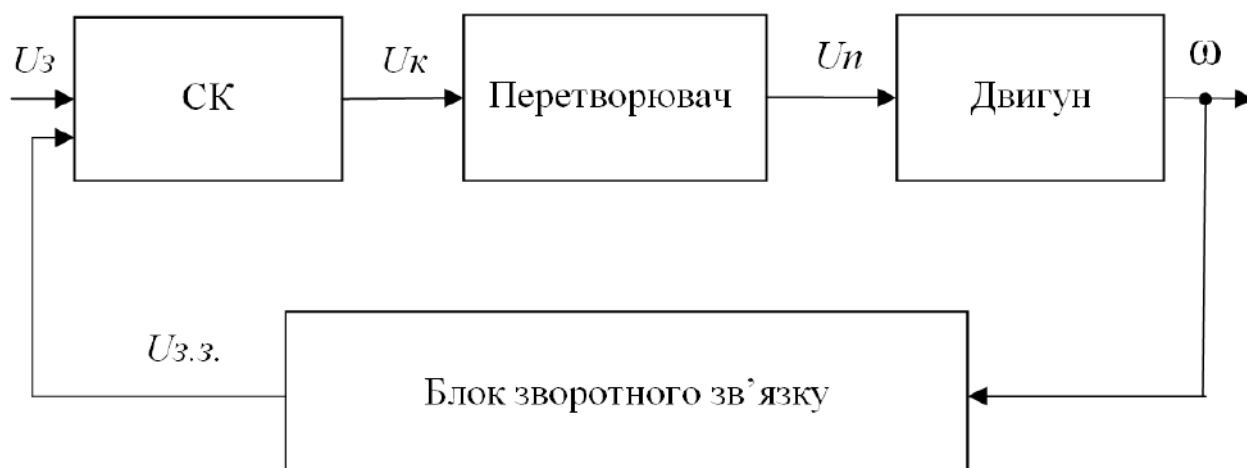
- за відомими значеннями одних параметрів процесу визначати числові значення інших його змінних параметрів;
- встановлювати взаємозв'язки між змінними параметрами процесу, подані аналітичними залежностями;
- визначати, зокрема, критичні значення параметрів процесу.

На практиці розв'язання задачі визначення критичних значень параметрів процесу потребує проведення значного числа експериментів, затрат часу і засобів. Часто, проте, відсутня можливість проведення таких експериментів. У багатьох випадках дослідження і аналіз систем довільної фізичної природи виконують за характером перебігу процесів при різних значеннях окремих параметрів цієї системи.

При дослідженні та конструюванні технічних систем постають дві уподібнені задачі:

- визначення умов працездатності системи, тобто її стійкості;
- визначення критичних, оптимальних значень параметрів.

Практичний інтерес викликають задачі на знаходження числових значень параметрів, при яких процеси такі, що технічна система є стійкою або не стійкою. Розглянемо, наприклад, автоматизовану систему регулювання частоти обертання вала приводного двигуна промислового механізму (рис.1.1).



**Рисунок 1.1** – Блок-схема системи регулювання частоти обертання вала приводного двигуна

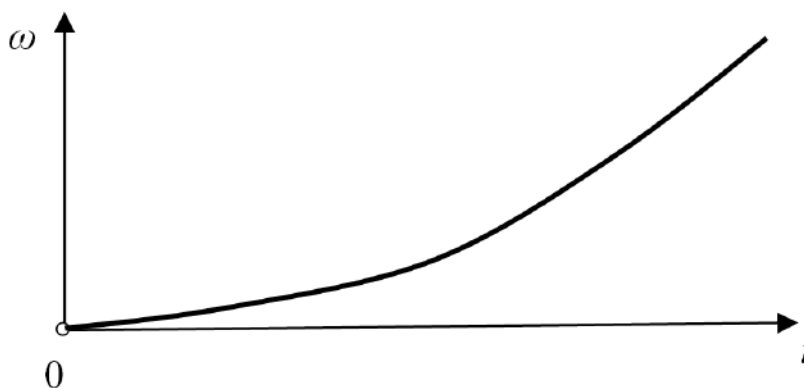
При подачі на вхід системи керування СК напруги завдання  $U_3$  на її виході формується напруга керування  $U_k$ , яка подається, наприклад, на перетворювач напруги мережі. З виходу перетворювача напруга величиною  $U_n$  подається на двигун. Двигун розганяється, швидкість  $\omega$  його зростає в часі  $t$ , а пропорційне їй значення напруги подається на блок зворотного зв'язку. Напруга зворотного зв'язку  $U_{z.z.}$  подається на вхід системи керування СК. При від'ємному значенні напруги зворотного зв'язку  $U_{z.z.}$  напруга керування пропорційна різниці  $U_k = U_3 - U_{z.z.}$ . Отже, відбувається зменшення  $U_k$  і, відповідно, зменшується напруга перетворювача  $U_n$ . Відтак, частота обертання зменшується або наближається до усталеного значення  $\omega_{устал.}$  (рис.1.2).



**Рисунок 1.2** – Графік перехідного процесу у стійкій системі

Отже, система є стійкою.

При додатному значенні напруги зворотного зв'язку  $U_{3.3}$ , напруга керування пропорційна сумі  $U_k = U_3 + U_{3.3}$ . Отже, відбувається зростання напруги керування, що призводить відповідно до зростання частоти обертання (рис.1.3).



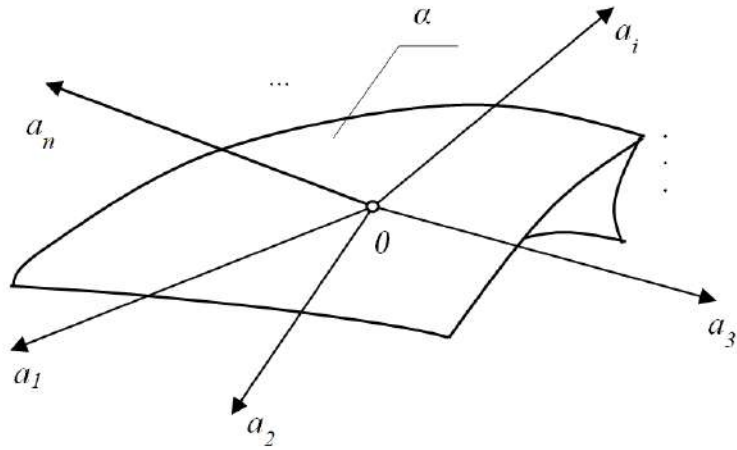
**Рисунок 1.3** – Графік перехідного процесу у нестійкій системі

Отже, система є нестійкою.

На перебіг процесу в системі впливають її параметри, назвемо їх  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$ . Ці параметри можуть бути взаємопов'язані аналітичним виразом:

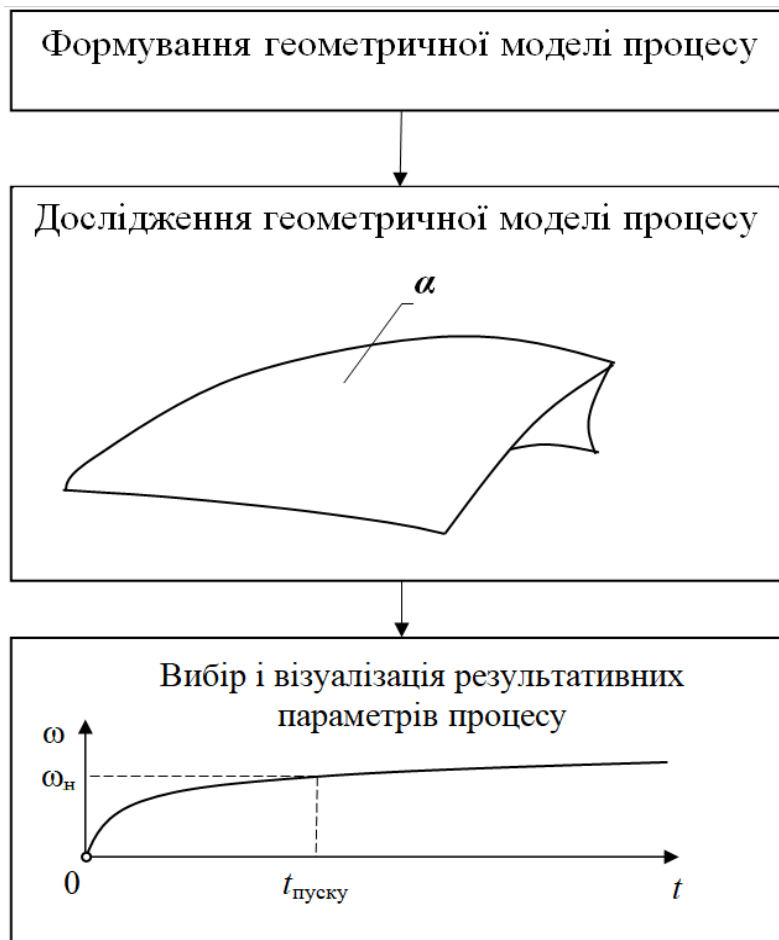
$$a_1 = a(a_2, \dots, a_i, \dots, a_n). \quad (1.1)$$

Геометричною моделлю виразу (1.1) слугує геометричний об'єкт  $\alpha$  в охоплюючому багатовимірному фазовому просторі параметрів  $a_i$  (рис.1.4).



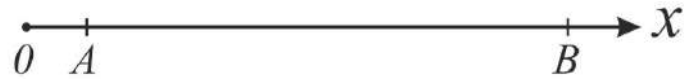
**Рисунок 1.4** – Геометрична модель  $\alpha$  взаємозв'язку параметрів  $a_i$  системи

Тоді завдання дослідження полягає у визначенні за допомогою геометричного об'єкта  $\alpha$  тих значень параметрів, при яких процес у системі забезпечує не лише її стійкість, але й оптимальний режим роботи, наприклад, відсутність коливань, мінімальне значення часу запуску системи тощо (рис.1.5).



**Рисунок 1.5** – Послідовність визначення результативних параметрів процесу

З аналізу графіків процесів у системі видно, що в процесі пов'язані між собою хоча б два змінних параметри. Множину таких значень параметрів називають областю зміни параметрів. Для одного параметра маємо відрізок  $AB$  числової осі  $Ox$  (рис.1.6).



**Рисунок 1.6** – Область  $AB$  зміни параметрів

Переважно через особливості функціонування системи на практиці часто використовується частина  $av$  цієї області або відрізка  $AB$  (рис.1.7).



**Рисунок 1.7** – Робоча зона  $av$  зміни параметрів

Такий відрізок або його частина  $av$  для системи є її робочою зоною або робочою ділянкою.

## 1.2. Основні системи координат у геометричному моделюванні багатопараметричних технічних систем

Метричні властивості процесів визначають числа. Додатні і від'ємні, цілі і дробові числа разом з числом  $0$  складають множину раціональних чисел. Числа, подані безконечними десятковими неперіодичними дробами, називаються ірраціональними числами. Сукупність раціональних та ірраціональних чисел становить множину дійсних чисел. Дійсні числа зображують точками числової осі. Числовою віссю є безкінечна пряма, на якій вибрані початок відліку – точка  $O$ , додатний напрям осі  $Ox$ , вказаний стрілкою, масштаб для вимірювання довжин (рис.1.8).



**Рисунок 1.8** – Числова вісь  $Ox$

Якщо деякому значенню змінного параметра числової осі  $x$  відповідає певне значення другого змінного параметра числової осі  $y$ , то в такому разі  $y$  представляє функціональну залежність від  $x$ :

$$y = \varphi(x).$$

Для відображення функцій використовують табличний, графічний, аналітичний способи.

Аналітичний спосіб являє собою символічне позначення сукупності математичних операцій, які виконуються у строго визначеній послідовності над числами і символами. Останні відображають відповідно постійні і змінні параметри процесів. Візуалізацію аналітичних виразів, які формують математичні моделі перебігу процесів надзвичайних ситуацій часто виконують, використовуючи графічний спосіб відображення такого процесу. Останній є його геометричною моделлю. Розглянемо засади формування графіка функції.

Нехай  $x=A$ , значення цього параметра процесу відображується на осі  $Ox$  від точки  $O$  ліворуч чи праворуч, залежно від знаку числового значення параметра  $A$  (рис.1.9).



**Рисунок 1.9** – Задання числового значення параметра  $A$  на числовій осі  $Ox$

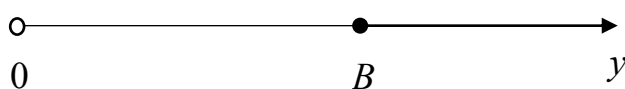
З рисунка бачимо, що для відображення дійсних чисел використовується одна пряма, тобто числова вісь, тому дійсні числа називаються **одновимірними**. У цьому випадку маємо значення параметра виміру  $x=A$ . Запишемо таку тотожність у вигляді:

$$x - A = 0.$$

Узагальнюючи число  $0$  на змінну  $y$ , запишемо:

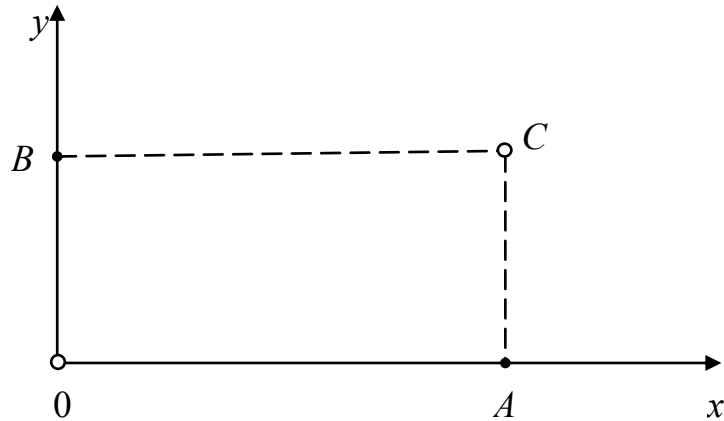
$$x - A = y.$$

Тоді кожному фіксованому значенню  $A$  змінної  $x$  числової осі  $Ox$  відповідає фіксоване значення  $B$  числової осі  $Oy$  (рис.1.10).



**Рисунок 1.10** – Визначення числового значення параметра  $B$  на числовій осі  $Oy$

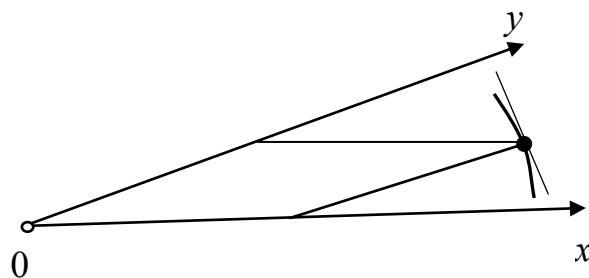
У практиці для дослідження надзвичайних ситуацій використовуються системи координат із розташованими під кутом одна до одної осями за умови, що початки координат  $O$  збігаються. Одержимо при ортогональному розташуванні осей  $Ox$  та  $Oy$  декартову систему координат (рис. 1.11).



**Рисунок 1.11** – Ортогональна (декартова) система координат  $Oxy$

В такому разі значення  $x = A$  та  $y = B$  мають координати деякої точки  $C$  площини  $Oxy$ . Сукупність таких точок визначає графічну функціональну залежність  $y = f(x)$ . Осі розташовані ортогонально і зображення в такій системі координат є дійсними, наприклад, зображення кола.

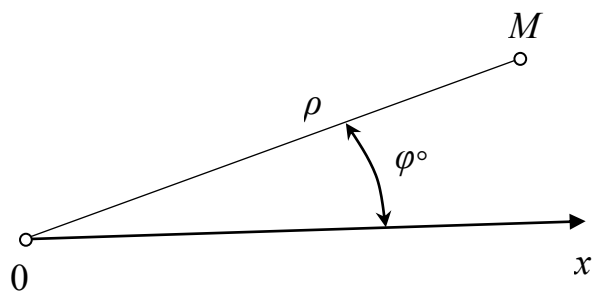
При дослідженні перебігу процесів важливо правильно обрати координатну систему їх візуалізації. Зокрема, розв'язування деяких практичних задач, наприклад, оптимізації, доцільно здійснювати, застосовуючи косокутні системи координат із розташованими під деяким кутом осями  $Ox$  та  $Oy$  (рис.1.12).



**Рисунок 1.12** – Косокутна система координат  $Oxy$

Положення точки в площині можна визначити також за допомогою полярних систем координат. На площині обираємо горизонтальний напрям осі  $x$  з початком координат  $O$ . Для деякої точки  $M$  маємо її радіус-вектор  $\rho$  і кут  $\varphi^\circ$  (рис. 1.13).





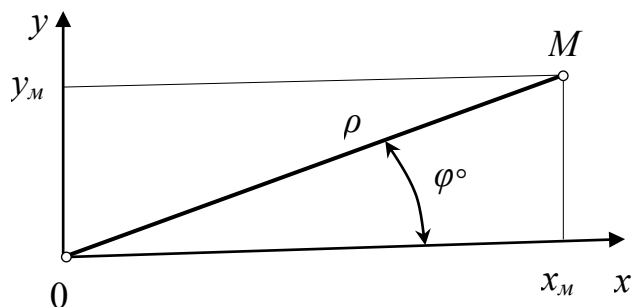
**Рисунок 1.13** – Полярна система координат

Таким чином, положення довільної точки, наприклад, точки  $M$ , визначається також двома параметрами:

- $\rho$  – радіус-вектор точки  $M$ ;
- $\varphi$  – полярний кут точки  $M$ , який відраховується від осі  $Ox$ .

Очевидно, що при дослідженні процесів  $\rho > 0; 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

Системи координат, як правило, побудовані так, що вони є взаємопов'язаними. Наприклад, математичний зв'язок між полярними і декартовими координатами точки  $M$  у площині такий (рис. 1.14):



**Рисунок 1.14** – Зв'язок між полярними і декартовими координатами

$$x_m = \rho \cos \varphi;$$

$$y_m = \rho \sin \varphi;$$

$$x^2 + y^2 = \rho^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = \rho^2;$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\rho \sin \varphi}{\rho \cos \varphi} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Одну і ту ж графічну залежність можна подати різними виразами. Наприклад, вираз

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

відображає коло в декартовій системі координат при конкретних числових значеннях коефіцієнтів. Наприклад, при значеннях  $R = 20$ ,  $a = 50$ ,  $b = 70$  маємо

$$(x - 50)^2 + (y - 70)^2 = 20^2.$$

Відображення цього ж кола у полярній системі координат виконується з використанням системи рівнянь

$$x = R \cos \varphi;$$

$$y = R \sin \varphi$$

при  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $R = \text{const} = 20$ .

Коло можна описати також за допомогою параметричних рівнянь

$$x = \frac{1-t^2}{1+t^2};$$

$$y = \frac{2t}{1-t^2}$$

при  $0 \leq t \leq 1$ .

Наведені на прикладі кола вирази є базовими при програмуванні процесів з використанням інформаційних технологій. Очевидно, що правильний вибір як аналітичного виразу процесу, так і відповідної йому координатної системи впливає на точність одержання кінцевого результату. Стосовно відображення, наприклад, кола, маємо, що в останньому способі (параметричними рівняннями) апроксимація кола виконується правильним багатокутником і є найбільш доцільною при програмуванні задач.

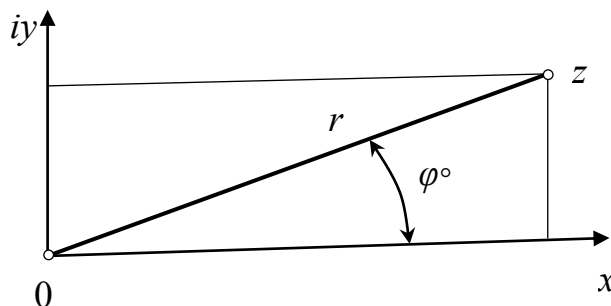
До класу **двовимірних чисел** належать числа, які виникли при розв'язуванні алгебраїчних рівнянь типу

$$x^2 + 1 = 0.$$

Розв'язком такого рівняння є вираз

$$x = \pm\sqrt{-1}.$$

Число  $x^2 = -1 = i$  називається уявною одиницею і входить до складу комплексних чисел  $z = x + iy$ . Такі числа зображаються на комплексній площині  $Oxy$  (рис. 1.15).



**Рисунок 1.15** – Зображення комплексного числа  $z$

Число  $z$  з координатами  $x, y$  можна подати радіус-вектором  $r$  і кутом  $\varphi$ . Його можна записати також у вигляді:

$$y = r(\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

Комплексні числа використовуються при дослідженні процесів з комплексними параметрами. Якщо в досліджуваному процесі має місце використання хоч одного уявного параметра, то одержимо вираз для функції комплексної змінної:

$$\omega = \omega(z),$$

де  $\omega$  і  $z$  – комплексні числа:  $\omega = u + iv$  – значення функції,  $z = x + iy$  – значення аргументу.

Якщо значення аргументу відображаються на комплексній площині  $Oxy$ , то значення функції відображаються у комплексній площині  $Ouv$ .

Наступними за розмірністю числами є кватерніони

$$x = a + ib + jc + kd.$$

Очевидно, що такі числа відображаються в чотиривимірній системі координат, оскільки для відображення кватерніона  $x$  маємо чотири його коефіцієнти  $a, b, c, d$ .

Крім кватерніонів існують також гіперкомплексні числа, зокрема, бікватерніони, а також кліффортові числа, які зазвичай використовуються при дослідженні фізичних процесів.

Підвищення вимірності простору досягається перенесенням змінної  $y$  в ліву частину рівняння

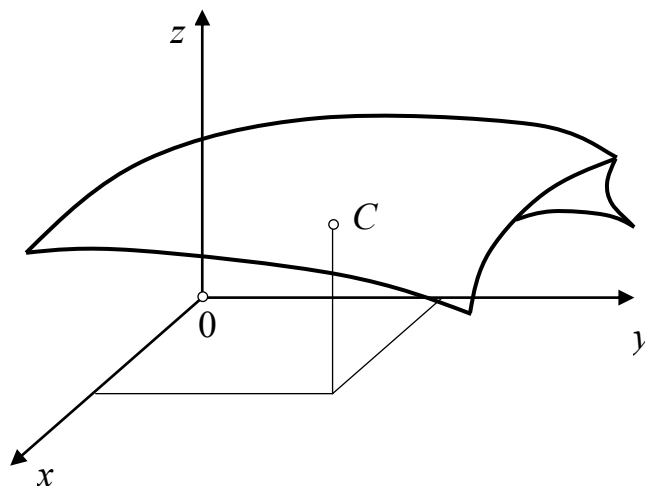
$$x - a - y = 0.$$

Узагальнюючи число 0 на змінну  $z$ , маємо, що:

$$x - a - y = z.$$

Вираз відображається площиною у тривимірному просторі  $Oxyz$ . В такому просторі відображається процес для випадку зміни трьох параметрів.

Функціональна залежність  $z = f(x, y)$  відображається двовимірною поверхнею, кожна точка якої з координатами  $x = A$ ,  $y = B$  визначає значення  $z = C$  (рис. 1.16).



**Рисунок 1.16** – Графік функціональної залежності  $z = f(x, y)$

Такий спосіб використовується при комп'ютерній візуалізації процесів.

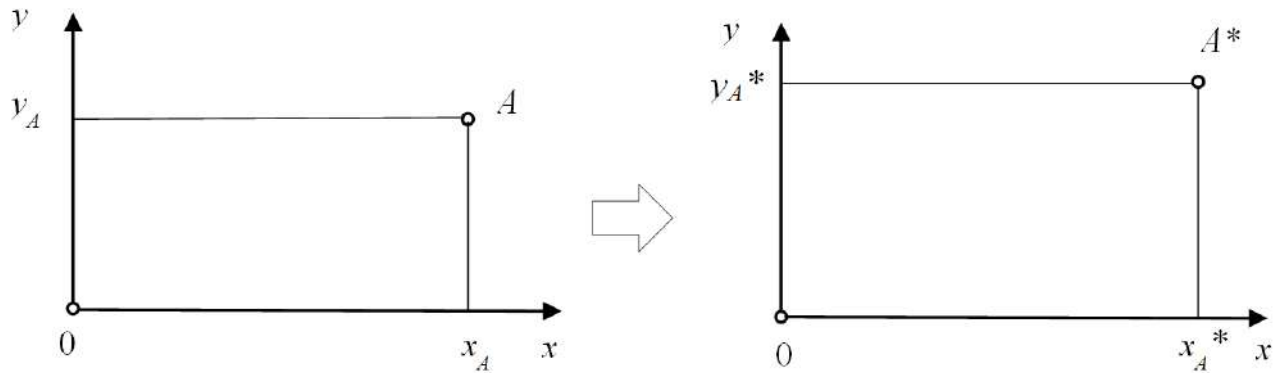
Подальшим узагальненням тривимірного простору є чотиривимірний простір. Узагальнюючи число 0 на змінну  $t$ , отримуємо:

$$x - A - y - z = 0;$$

$$x - A - y - z = t.$$

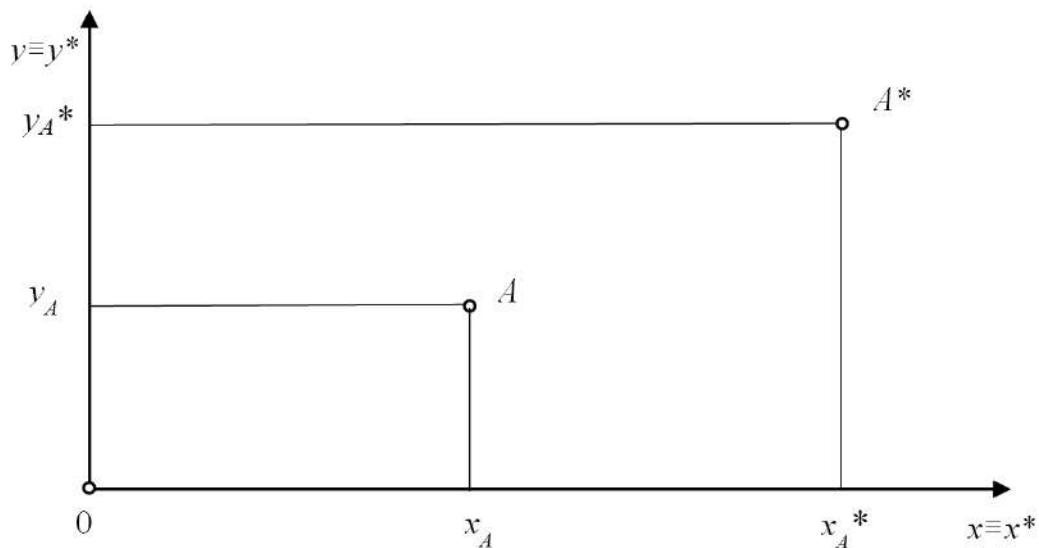
Для аналізу метричних характеристик процесів використовуються системи координат або епюри. Наприклад, у приведених координатних системах початок координат інваріантний відносно перетворень геометричних образів [11]. Для прикладу, перетворення координат точки  $A(x_A, y_A)$ , поданої матрицею-рядком  $[X_A] = [x_A \ y_A]$ , здійснюється матрицею загального перетворення.

Графічна інтерпретація результатів перетворення така. Точка  $A$  подається в системі координат  $Oxy$ , а результат перетворення, точка  $A^*$ , – в системі координат  $Ox^*y^*$  (рис.1.17).



**Рисунок 1.17** – Перетворення координат точки  $A$

На практиці обидві системи координат об'єднують (рис.1.18).



**Рисунок 1.18** – Об'єднання координатних систем

Початок координат інваріантний відносно перетворень загального вигляду. Для усунення цього недоліку при комп'ютерному моделюванні процесів, об'єктів та явищ використовують однорідні координати. Однорідні координати координатного вектора  $[x, y]$  представляють вектор  $[x', y', h]$ . При цьому приймають

$$x = x'/h,$$

$$y = y'/h,$$

де  $h$  – дійсне число. Випадок  $[x, y, 1]$  при  $h = 1$  відповідає інтерпретації координатного вектора  $[x, y]$  у площині  $Oxy$ :

$$x = x'/1 = x',$$

$$y = y'/1 = y'.$$

При дослідженнях перебігу процесів у електромашинних системах, зокрема, з двигунами змінного струму використовують системи координат, які обертаються в просторі з деякою кутовою швидкістю  $\omega_k$ . В асинхронному двигуні кути між осями обмоток  $A, B, C$  статора і  $a, b, c$  ротора становлять  $120^\circ$ . Осі ортогональної системи координат  $Ouv$  обертаються в просторі з кутовою швидкістю  $\omega_k$ . Проекції  $i_A, i_B, i_c$  вектора струму  $I$  як струми у фазних обмотках  $A, B, C$  становлять:

$$i_A = I_1 \cos b_1;$$

$$i_B = I_1 \cos (b_1 - 120^\circ);$$

$$i_c = I_1 \cos (b_1 + 120^\circ),$$

де  $I_1$  – абсолютна величина вектора  $I$ ,

$b_1$  – кут між вектором  $I$  та віссю  $OA$  фази статора.

Такий вигляд мають також рівняння для напруг потокозчеплень статора і ротора асинхронного двигуна. Для спрощення рівнянь і підвищення точності розрахунків використовують ортогональні системи координат для електричних величин (рис.1.11). Їх перетворюють із залученням обертової прямокутної системи координат. Такі перетворення мають місце для всіх змінних параметрів асинхронного двигуна. Фізичний зміст використання обертової прямокутної системи координат  $Ouv$  полягає в тому, що реальна машина приводиться до ідеалізованої двофазної машини. Тоді статор і ротор взаємно не рухомі і обертаються у просторі зі швидкістю  $\omega_k$ , а диференціальні рівняння асинхронного двигуна вільні від періодичних коефіцієнтів.

Широко розповсюдженим привідним електродвигуном є асинхронний двигун з короткозамкненим ротором [8]. Перехідні процеси описують диференціальні рівняння, віднесені до прямокутної системи координат  $Ouv$ :

$$\begin{aligned}
u_{u1} &= \frac{d\psi_{u1}}{dt} - \psi_{v1}\omega_k + \omega_0\alpha_s\psi_{u1} - \omega_0\alpha_s k_r\psi_{u2}; \\
u_{v1} &= \frac{d\psi_{v1}}{dt} + \psi_{u1}\omega_k + \omega_0\alpha_s\psi_{v1} - \omega_0\alpha_s k_r\psi_{v2}; \\
u_{u2} &= \frac{d\psi_{u2}}{dt} - \psi_{v2}(\omega_k - \omega) + \omega_0\alpha_r\psi_{u2} - \omega_0\alpha_r k_s\psi_{u1}; \\
u_{v2} &= \frac{d\psi_{v2}}{dt} + \psi_{u2}(\omega_k - \omega) + \omega_0\alpha_r\psi_{v2} - \omega_0\alpha_r k_s\psi_{v1},
\end{aligned} \tag{1.2}$$

де  $u_{u1}, u_{v1}, u_{u2}, u_{v2}$  – проєкції прикладених до обмоток статора (1) і ротора (2) напруг на горизонтальні ( $u$ ) та вертикальні ( $v$ ) осі ортогональної системи координат  $Ou_1v_u$ ;

$\psi_{u1}, \psi_{v1}, \psi_{u2}, \psi_{v2}$  – потокозчеплення обмоток статора і ротора асинхронного двигуна;

$\omega_0, \omega, \omega_k$  – синхронна частота обертання ротора асинхронного двигуна і частота обертання ортогональної системи координат,

$$\alpha_s = \frac{r_1}{\sigma x_s}; \quad \sigma_r = \frac{r_2}{\sigma x_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{x_0^2}{x_s x_r} = 1 - k_r k_s,$$

$r_1, r_2, x_0, x_s, x_r$  – параметри обмоток асинхронного двигуна.

Рівняння руху ротора асинхронного двигуна

$$M - M_c = \frac{I}{p} \frac{d\omega}{dt}, \tag{1.3}$$

де  $M = \frac{3}{2} p \omega_0 \frac{k_r}{x_s \sigma} (\psi_{u2} \psi_{v2} - \psi_{u1} \psi_{v2})$  – електромагнітний момент

асинхронного двигуна;

$p$  – число пар полюсів асинхронного двигуна;

$I$  – момент інерції системи, приведений до вала асинхронного двигуна.

При дослідженні електромеханічних систем з асинхронними двигунами, в колі ротора яких відсутні вентиляльні перетворювачі енергії, приймають рівними нулю напруги ротора:  $u_{u2} = u_{v2} = 0$ . Вирази проєкцій напруг живлення статора асинхронного двигуна в ортогональній системі координат  $Ouv$  мають вигляд:

$$\begin{aligned}
u_{u1} &= u_m \cos((\omega_0 - \omega_k)t + \gamma); \\
u_{v1} &= u_m \sin((\omega_0 - \omega_k)t + \gamma),
\end{aligned} \tag{1.4}$$

де  $u_m$  – максимальне значення напруги живлення з початковою фазою  $\gamma$ .

Розрахунки виконують для конкретних параметрів, наприклад, для асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором (або "білчина клітка"):

- номінальна потужність – 11 кВт;
- номінальна напруга – 380 В;
- номінальна частота мережі – 50 Гц;
- параметри схеми заміщення кола статора –  $R_1 = 0,56$  Ом;  
 $L_1 = 7$  мГ;
- параметри схеми заміщення кола ротора –  $R'_2 = 0,414$  Ом;  
 $L'_2 = 11$  мГ;
- взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора  
 $L_m = 0,27$  Г;
- момент інерції – 0,04 кГм;
- число пар полюсів – 2.

Результати розрахунків перехідного процесу пуску асинхронного двигуна для даної моделі (1.1...1.4) показано на рис. 1.19.

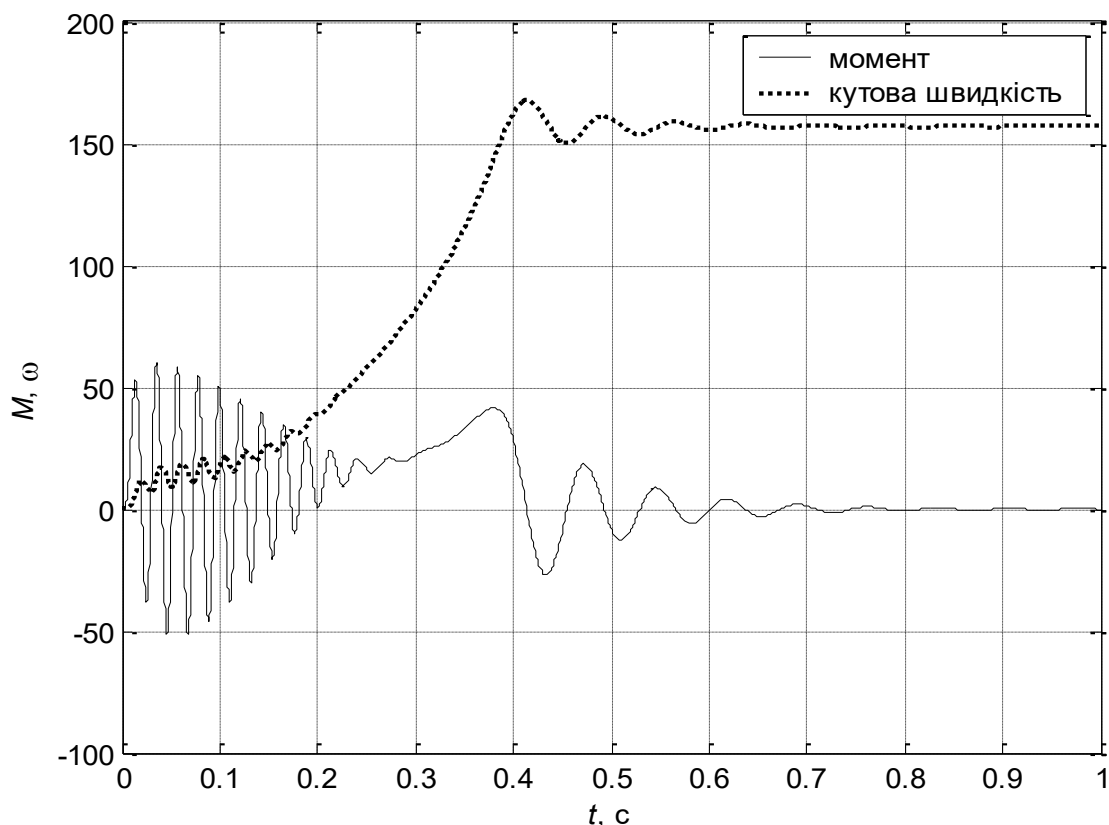


Рисунок 1.19 – Перехідний процес пуску асинхронного двигуна



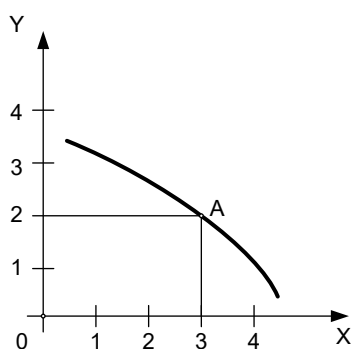
Крім перелічених, у моделюванні процесів використовується багато інших плоских та просторових координатних систем. Їх вибір визначається вимогами спрощення запису математичної моделі процесу, розширення сфери її використання без додаткового ускладнення рівнянь. Просторові координатні системи утворюються, як зазначалося вище, узагальненням плоских координатних систем. Прикладом служать декартові тривимірні координатні системи, а також циліндричні, сферичні координатні системи тощо.

### 1.3. Ортогональна система координат і комплексні креслення

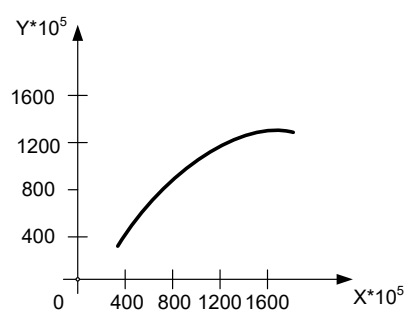
#### 1.3.1. Прості числа

При моделюванні та дослідженні багатопараметричних процесів використовують епюри або комплексні креслення. Базовим конструктивним елементом комплексного креслення простору є декартова ортогональна система координат. Як основа графічного інструментарію у геометричному моделюванні технічних об'єктів, процесів та явищ, декартова система координат визначає одночасно найбільш поширений засіб подачі та оброблення результатів досліджень у різних галузях науки і техніки.

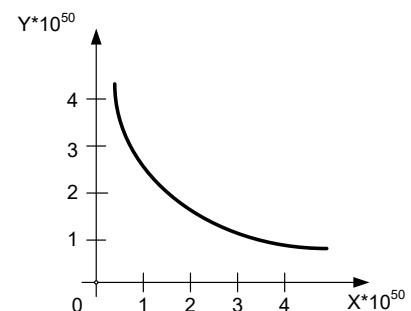
Її складовими є ортогонально розташовані осі координат, кожна з яких спрямована у нескінченність. При моделюванні та дослідженні багатопараметричних пожежно-технічних систем осі координат визначають параметри з різними числовими значеннями (рис. 1.20 а, б, в).



а)



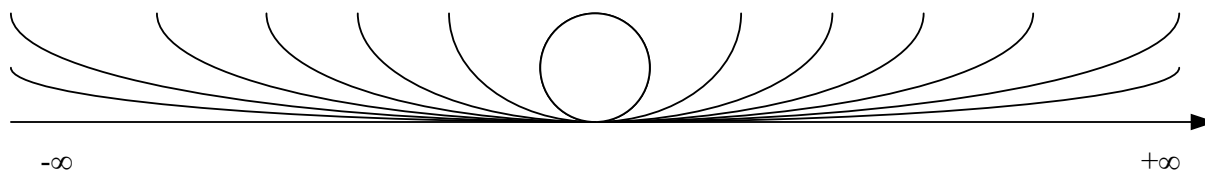
б)



в)

**Рисунок 1.20** – Числові значення параметрів технічних систем

При будь-яких кінцевих значеннях параметрів  $x$  та  $y$  дослідження проводять у наближеній до початку координат частині поля креслення. Осі координат як прямі, перетинаючись у початку координат  $O$ , мають напрям  $-\infty \dots +\infty$ : стрілкою вказані додатні напрями осей. Враховуючи геометричну інтерпретацію прямої як граничного положення у площині кола нескінченного радіуса (рис. 1.21), можна припустити, що кожна вісь системи координат є колом.



**Рисунок 1.21** – Геометрична інтерпретація прямої лінії

Для двох осей маємо два ортогонально розташованих у просторі кола. Через початок координат завжди можна провести пучок прямих, кожна з яких, як і осі координат, є колом нескінченного радіуса.

Справді, при введенні однорідних координат має місце поняття нескінченності для кожного частинного положення прямої у площині: двовимірний координатний вектор  $[a \ b \ 0]$  є точкою нескінченності на прямій  $ay - bx = 0$ .

Отже, система координат у площині – це куля нескінченного радіуса тривимірного простору, полярними точками якої слугують початок координат і нескінченність. Отже, нескінченність можна вважати елементом декартової системи координат поряд з осями та початком координат.

Розглянемо зміну двох змінних параметрів довільної природи  $x$  та  $y$  (рис. 1.20.) Якщо відомий закон зміни цих двох параметрів і кожному значенню змінної  $x$  поставлене у відповідність значення змінної  $y$ , то в цьому випадку задано функцію:

$$y = f(x).$$

Тоді змінну  $x$  називають аргументом, а  $y$  – функцією.

Для заданої системи робоча зона визначається в межах:  $a \leq x \leq b$ .

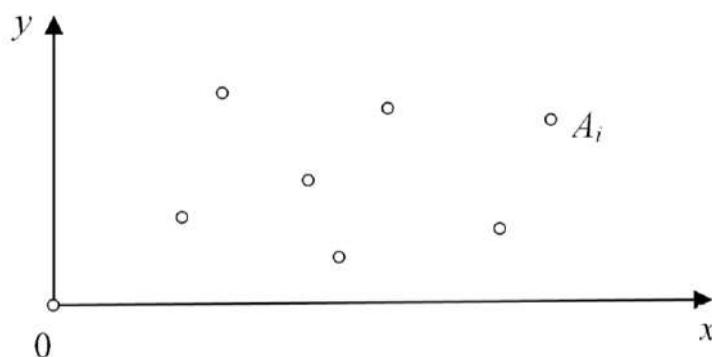
В математичному виразі  $y = f(x)$  маємо строгу залежність функції  $y$  від аргументу  $x$ , тобто функція  $y$  залежить згідно з певним законом  $f$  від незалежного аргументу  $x$ .

Якщо такі змінні приймають як рівноправні величини, назва однієї з них як функції, а іншої як аргументу є умовною.

Розглянемо інтерпретації функціональних залежностей двох і трьох змінних параметрів.

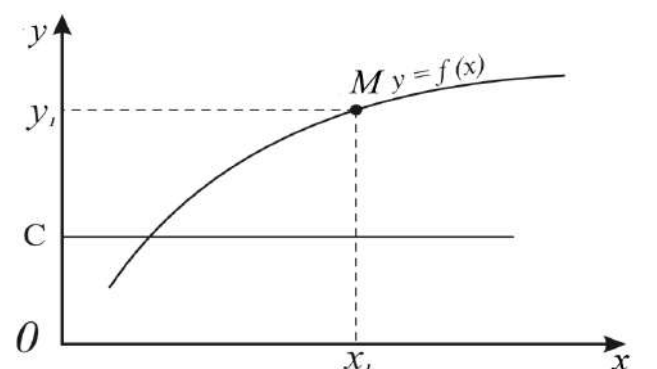
Залежність  $y = f(x)$  подається прямою або кривою лінією у двовимірному просторі або на площині, тобто така лінія є геометричним образом або моделлю взаємозв'язку між двома змінними  $x$  та  $y$ .

Виділення лінії в площині з-поміж безконечного числа її точок полягає у наступному: вся площина  $x$  і  $y$  являє неперервну сукупність точок  $A_i$ , які відрізняються своїм положенням на цій площині (рис. 1.22).



**Рисунок 1.22** – Множина точок  $A_i$  площини

Для випадку двох змінних маємо двопараметричну множину точок, оскільки положення точки  $M$  кривої  $y = f(x)$  визначається однозначно двома параметрами або координатами  $x_1, y_1$  (рис. 1.23).



**Рисунок 1.23** – Конструювання лінії у площині

З цієї множини точок можна виділити одновимірну підмножину, задавши значення, наприклад,  $y = c$ . Одержуємо підмножину з одним змінним параметром  $x$ . Отже, такий зв'язок

між параметрами виділяє підмножину, розмірність якої на одиницю нижча розмірностей початкових множин.

З рисунка бачимо, що будь-яка точка одновимірної кривої однозначно визначається одним параметром. Наприклад, задавши координату  $x$ , однозначно одержуємо певне значення  $y$ .

Якщо функція багатозначна, одному і тому ж значенню аргументу  $x$  відповідає декілька значень  $y$ .

Розглянемо тривимірний простір.

Множина його точок також тривимірна, тобто положення довільної її точки визначається трьома координатами. Виділення в такому просторі підмножин нижчої вимірності досягається накладанням зв'язків між параметрами. Якщо для двох параметрів (площини) накладання зв'язків можливе тільки у вигляді функції  $y = f(x)$ , то три параметри  $x$ ,  $y$ ,  $z$  можна пов'язати одразу одним аналітичним виразом:

$$z = f(x, y).$$

Крім двовимірних поверхонь, процеси під час виникнення надзвичайних ситуацій відображаються також кривими лініями. Якщо в площині криві лінії плоскі, то в тривимірному просторі вони можуть бути як плоскими, так і просторовими. Криві лінії подають параметричним і непараметричним способом.

Залежно від особливостей перебігу процесів в системі, зв'язок між змінними параметрами можна подати також такими залежностями:

$$\begin{aligned} z &= f(x); \\ z &= f(y) \end{aligned}$$

а)

$$\begin{aligned} z &= f(x); \\ y &= f(x) \end{aligned}$$

б)

$$\begin{aligned} z &= f(y); \\ y &= f(x) \end{aligned}$$

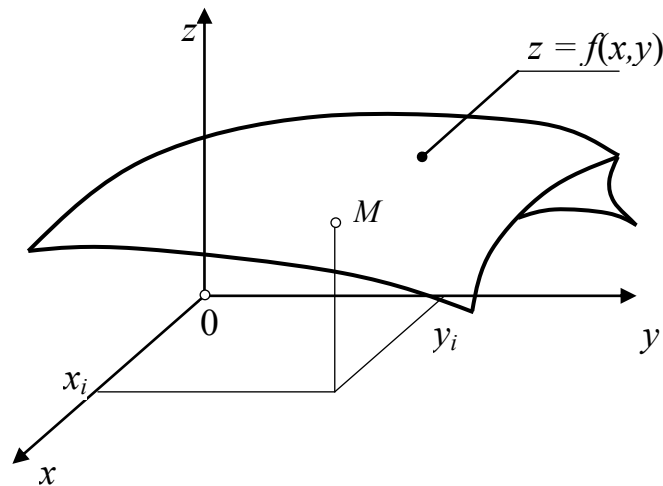
в)

Незалежно від складності вираз  $z = f(x, y)$  є простою функцією. Для решти виразів маємо такі види функцій:

- функцію в) називають складною функцією;
- функція б) є параметричною з параметром  $x$ , вона являє одночасно дві функції одного аргументу;
- функція а) – це дві різні функції двох різних аргументів.

Стосовно геометричної інтерпретації усі три вирази рівноцінні і поєднуються геометричним образом тривимірного простору, тобто просторовою кривою. Кожне з рівнянь наведеної системи являє проекції кривої у різні площини проекцій.

Зв'язок  $z = f(x, y)$  у вигляді простої функції дає змогу виділити з тривимірної множини точок простору двовимірну множину. Така двовимірною множина у тривимірному просторі  $Ozyx$  виділяє деяку фігуру, яка є геометричною моделлю аналітичного виразу  $z = f(x, y)$  (див. рис. 1.24).



**Рисунок 1.24** – Геометрична модель простої функції

Положення будь-якої точки  $M$  цієї поверхні визначається одразу двома незалежними параметрами, наприклад,  $x_i, y_i$ . Цим параметрам однозначно відповідає єдине значення  $z_1$ . При цьому для багатозначних функцій таких точок може бути декілька.

При накладанні одного з трьох зв'язків між змінними  $x, y, z$  виділення лінії відбувається, як видно із трьох приведених залежностей, за допомогою двох аналітичних виразів між змінними, за якими формують багатовиди і знаходять їх перетин як модель процесу.

В основу операції перетину багатовидів покладено **теорему Грасмана:**

*перетином двох багатовидів вимірностей  $l$  і  $m$  в просторі  $E^n$  є багатовид вимірності  $r = l + m - n$ .*

Наприклад, геометричним образом перетину двох площин в  $E^3$  є пряма:

$$r = 2 + 2 - 3 = 1,$$

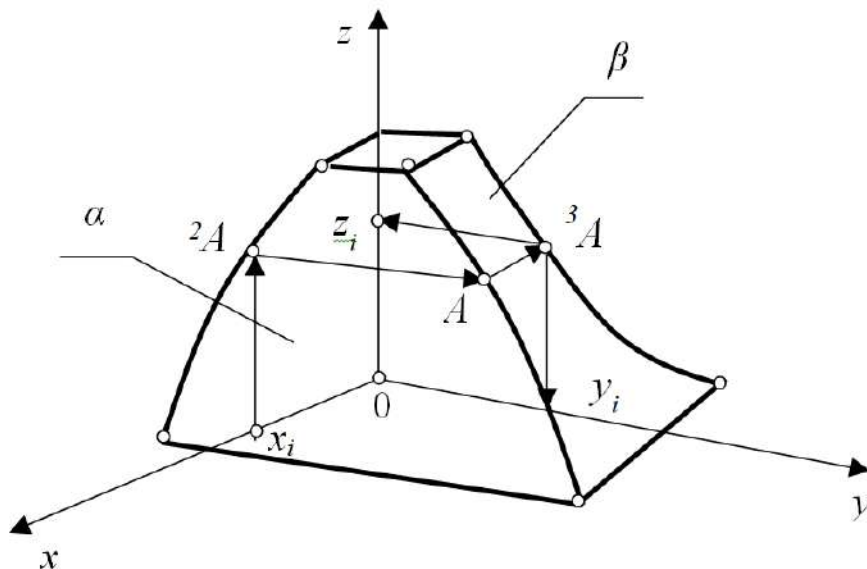
а в  $E^4$  – точка:

$$r = 2 + 2 - 4 = 0.$$

При геометричних побудовах вимірність точки приймають  $r_m = 0$ , вимірність прямої  $l - r_n = 1$ , а вимірність площини  $- r_n = 2$ .

Якщо для залежностей а) накласти умову  $z = f(x)$ , то ця умова в площині  $Oxz$  зображає рівняння кривої лінії. В тривимірному просторі це рівняння подає проєкціюючий циліндр, твірні якого перпендикулярні до площини  $Oxz$  і паралельні осі  $Oy$ .

Другий зв'язок  $z = f(y)$  виділяє в просторі проєкціюючий циліндр відносно площини  $Oxy$ . Розгляд одночасно накладених двох умов  $z = f(x)$  та  $z = f(y)$  вказує на перетин двох циліндричних поверхонь тривимірного простору із зазначеними напрямними у вигляді просторової кривої лінії. Її точки знаходимо в місцях перетину твірних проєкціюючих циліндрів з напрямними  $z = f(x)$  та  $z = f(y)$  (рис. 1.25).



**Рисунок 1.25** – До конструювання просторової кривої лінії

З аналізу рисунка бачимо, що для однозначного визначення точки  $A$  кривої необхідно задати один із параметрів, наприклад,  $x_1$ . Далі знаходимо точку  $^2A$  кривої  $z = f(x)$ , точку  $^3A$  кривої  $z = f(y)$  і параметри  $y_1$  та  $z_1$ .

Непараметричний спосіб полягає у поданні кривої лінії перетином поверхонь  $f(x, y, z) = 0$ ;  $\varphi(x, y, z) = 0$ , коли детермінант цієї системи не дорівнює нулю:

$$\det \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{bmatrix} \neq 0.$$

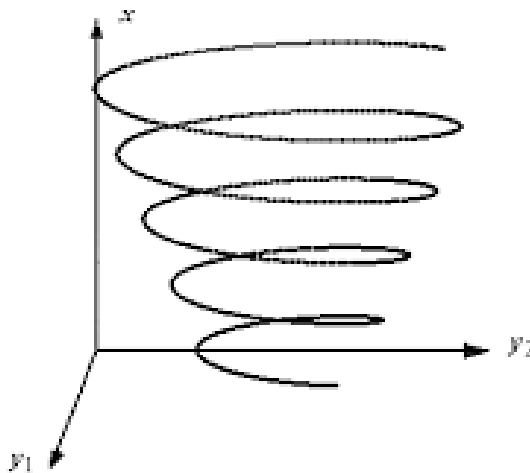
При комп'ютерному відображенні часто використовують параметричний спосіб подання кривих ліній у такому вигляді:

$$\begin{aligned} x &= t; \\ y &= y(t); \\ z &= z(t). \end{aligned}$$

Прикладом параметричної просторової кривої слугує просторова параметрична крива у вигляді кругової спіралі, рівняння якої

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi; \\ y &= r \sin \varphi; \\ z &= a\varphi \end{aligned}$$

візуалізуються одразу у тривимірному просторі (рис.1.26).



**Рисунок 1.26** – Графік кругової спіралі

Таким чином, параметри процесів надзвичайних ситуацій можуть бути відображені у площині для випадку двох параметрів, або у просторі (три параметри).

Аналітичний розв'язок знаходження числових значень параметрів зводиться для простої функції до графічного розв'язання трьох рівнянь:

$$z = f(x, y);$$

$$x = x_1;$$

$$y = y_1.$$

Для кривої лінії

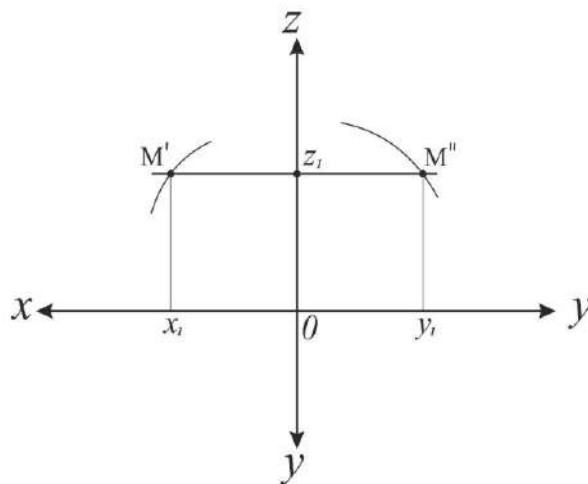
$$z = f(x);$$

$$z = f(y)$$

необхідно задати одне значення параметра, наприклад,  $x = x_1$ .

Отже, при дослідженні процесів перебігу надзвичайних ситуацій з використанням просторових кривих застосовують проекції цих кривих на двовимірну площину.

Графічний розв'язок задачі виглядає таким чином. Задамо криву на епюрі Монжа (рис. 1.27).

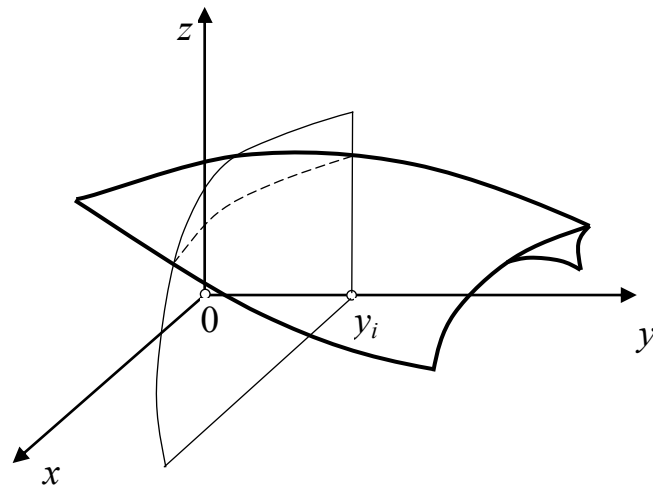


**Рисунок 1.27** – Знаходження числових значень параметрів для кривої лінії

Значення  $y = y_1$  можна розглядати як слід січної площини. Площина  $y_1$  паралельна площині проєкцій  $Oxz$ , тобто є фронтальною площиною рівня, а площина  $x_1$  є профільною площиною рівня, паралельною площині проєкцій  $Oyz$ . Тоді, задавши слід січної площини  $x_1$ , знаходимо проєкцію точки  $M^1$ , з якої проводимо лінію проєкційного зв'язку до перетину з кривою  $z = f(y)$ . Одержимо точку  $y_1$ , а лінія проєкційного зв'язку дає також точку  $z_1$ . Отже, задавши один параметр  $x$ ,  $y$  або  $z$  за епюром Монжа можемо графічно визначити значення двох інших параметрів.

Для побудови геометричної моделі процесу у тривимірному просторі за допомогою простої функції задаємо таку поверхню графічно на епюрі. Для цього використовуємо каркасний спосіб подання поверхні, суть якого така (рис.1.28).



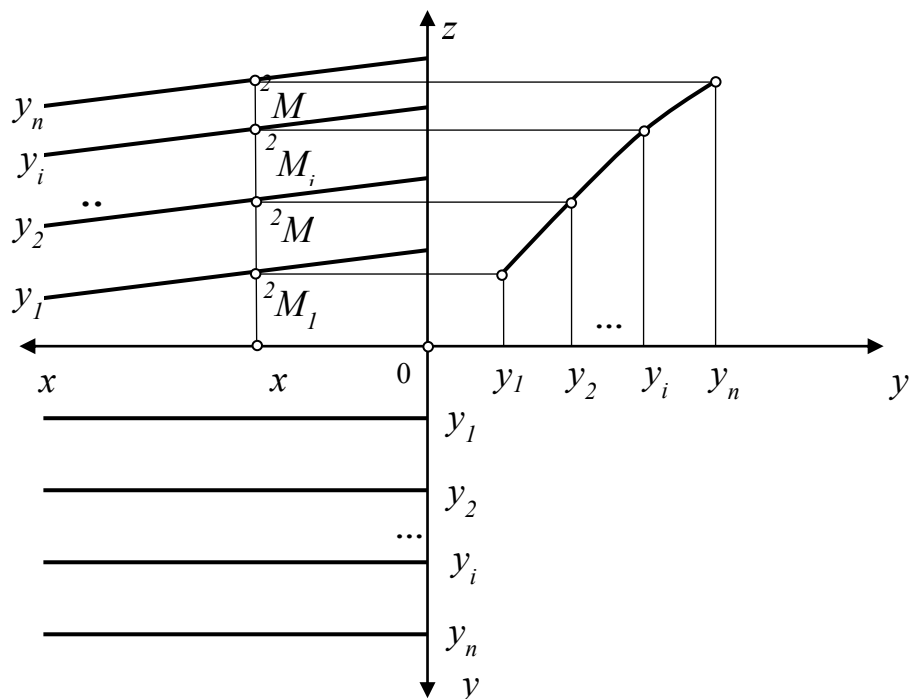


**Рисунок 1.28** – Поверхня як геометрична модель процесу

Для формування каркасу поверхні на епюрі перетнемо її паралельними площинами особливого положення  $y_i$ . Прийнемо, що такі площини є фронтальними площинами рівня.

З рисунка бачимо, що при збільшенні кількості січних площин  $y_i$  зростає точність задання поверхні як моделі процесу.

Покажемо на епюрі формування проекції каркасу цієї проекції. Для цього використаємо епюр Монжа (рис. 1.29).



**Рисунок 1.29** – Каркас поверхні

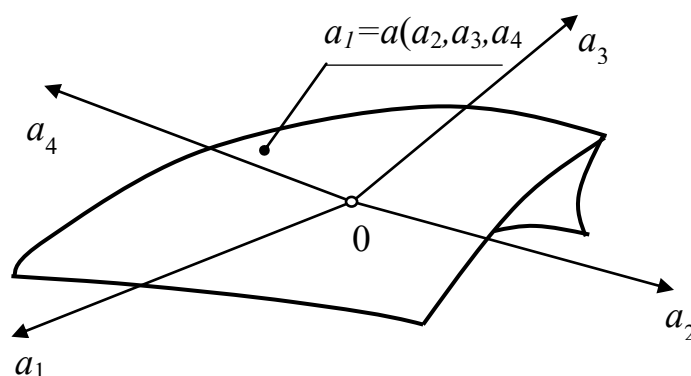
Для визначення положення точки у цьому випадку потрібні конкретні значення двох координат точки, наприклад,  $x = x_1, y = y_1$ . Тобто  $x_1$  – це площина рівня, паралельна площині  $Ozy$  – профільній площині проєкції. Площина  $y_1$  – також площина рівня, паралельна площині  $Oxz$  – фронтальній площині проєкції. Геометричною інтерпретацією розв’язання задачі є знаходження положення у просторі геометричного образу як взаємного розташування відповідних геометричних образів: двовимірної поверхні  $z = f(x, y)$  і двох взаємно ортогональних площин рівня зі слідами  $x = x_1, y = y_1$ .

На епюрі проводимо площину рівня зі слідом  $x_1$ . Точки перетину  ${}^2M_1, {}^2M_2, \dots, {}^2M_b, \dots, M_n$  площини рівня і каркасних ліній проєкціюємо у площину проєкцій  $Oyz$  при заданих значеннях  $y_i$ . З’єднавши ці точки в площині  $Oyz$ , одержуємо криву  $z = z(y)$ . Ця крива є проєкцією (дійсна величина лінії) лінії перетину поверхні  $z = f(x, y)$  площиною  $x_1$ . Задавши на осі  $OY$  площини  $Oyz$  значення  $y_3$ , знаходимо на перетині ліній положення точки  ${}^3M_3$ . Таким чином, одержуємо значення координат  $x_1, y_1, z_1$  для випадку опису цього процесу простою функцією. Такий спосіб зручний тим, що, маючи одержані, наприклад експериментально, залежності параметрів  $x$  та  $z$  при  $y_i = const$ , можна одержати також залежність  $z = z(y)$ .

Відповідно до наведених рівнянь аналітичним виразом можуть бути взаємопов’язані більша кількість параметрів, наприклад, чотири:

$$a_1 = a(a_2, a_3, a_4).$$

Такий взаємозв’язок чотирьох параметрів простою функцією визначає геометричний образ, гіперповерхню чотиривимірного простору  $Oa_1a_2a_3a_4$  (рис.1.30).



**Рисунок 1.30** – Гіперповерхня як модель чотирипараметричного процесу

Взаємозв'язки між чотирма параметрами можна подати також складними функціями. Для випадків, коли складні функції мають вигляд:

$$a_4 = a(a_1, a_2);$$

$$a_4 = a(a_1, a_3)$$

або

$$a_4 = a(a_1);$$

$$a_4 = a(a_3),$$

маємо геометричну модель процесу, яка подається двовимірною поверхнею. Якщо параметри пов'язані виразом вигляду:

$$a_4 = a(a_1, a_2)$$

$$a_4 = a(a_1, a_3)$$

$$a_3 = a(a_2),$$

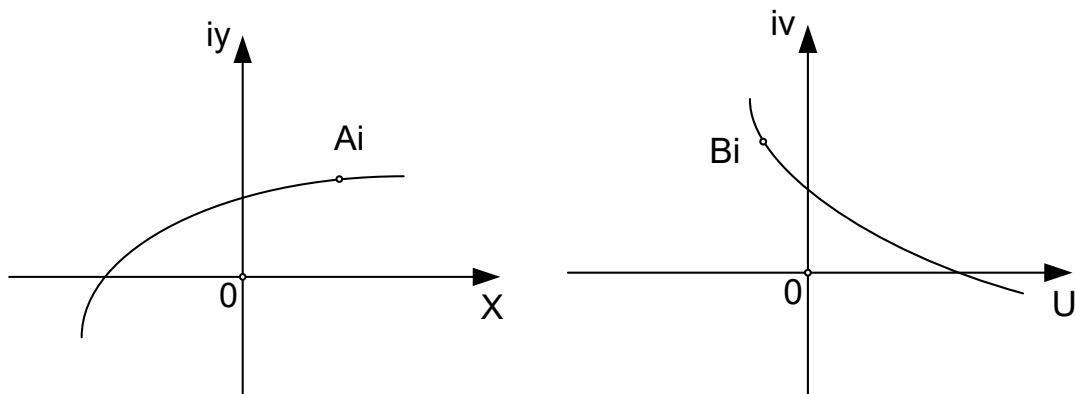
одержуємо геометричну модель процесу, яка подається чотирипросторовою кривою лінією. Дослідження таких ліній є окремою задачею.

### 1.3.2. Комплексні числа

Розв'язування задач в галузі безпеки життєдіяльності потребує використання для графічних ілюстрацій їх розв'язків засобів геометричного моделювання із використанням чисел різної вимірності у просторах  $E^n$  з цілими та дробовими показниками  $n$ . Зокрема, при геометричному моделюванні багатопараметричних об'єктів, процесів та явищ має місце використання комплексних чисел вигляду  $z = x + iy$ , де  $i^2 = -1$  – уявна одиниця у задачах з використанням комплекснозначних функцій

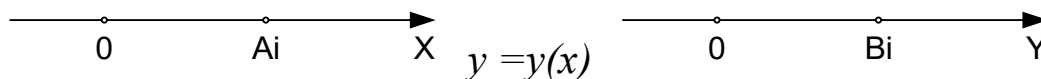
$$\omega = \omega(u + iv) = \omega(z) = \omega(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y).$$

Важливо підкреслити, що вимірність фазового простору двох комплексних чисел  $\omega$  і  $z$  зростає одразу до чотирьох: утворений чотиривимірний комплексний простір містить підпростори комплексних, дійсних та уявних чисел. Зображення функціональних залежностей  $\omega = \omega(z)$  можливе у двох двовимірних площинах  $Ouiv$  та  $Oxiy$  (рис.1.31).



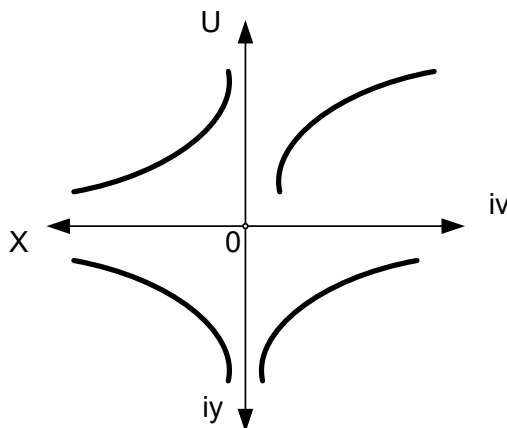
**Рисунок 1.31** – Графічна інтерпретація комплекснозначної функції  $\omega = \omega(z)$

Двовимірні комплексні площини  $Ouiv$  та  $Oxiy$  чотиривимірного комплексного простору відповідають графічній інтерпретації функціональної залежності  $y = y(x)$  двох дійсних змінних  $x$  та  $y$  (рис. 1.32.), де кожній точці  $A_i$  осі аргументів  $Ox$  відповідає точка  $B_i$  осі значень функції  $Oy$ . Однозначна відповідність точок  $A_i$  та  $B_i$  (див. рис.1.31, 1.32) можлива для конкретної функціональної залежності  $y = y(x)$  та  $\omega = \omega(z)$ .



**Рисунок 1.32** – Аналоги комплексних площин

Повнота зображення графічних залежностей двох комплексних параметрів забезпечується за умови поєднання комплексних площин  $Ouiv$  та  $Oxiy$  з одним початком координат (рис. 1.33).



**Рисунок 1.33** – Комплексне креслення комплексного простору

Запропоноване комплексне креслення комплексного простору  $Ox_iy_iiv$  надає розширені можливості графічного дослідження усіх складових функцій комплексної змінної:

$$u = u(x);$$

$$u = u(iv);$$

$$v = v(iy).$$

при заданій області комплексних параметрів у площині  $Ox_iy_i$ .

Зазначимо, що переріз двовимірної поверхні як графіка функції комплексної змінної гіперплощиною із слідом  $x=X_0$  (при заданій залежності  $y$  у комплексній площині прообразів) є комплексною функцією дійсної змінної, наприклад,  $\omega = \omega(y)$ .

### 1.3.3. Геометричні засоби відображення образів комплексного простору

Комплексні креслення (епюри) багатовимірних просторів є узагальненням епюра тривимірного евклідового простору з ортогонально розташованими координатними площинами. Збільшення вимірності простору потребує використання різних систем векторів, що визначають напрямки осей. Врахування усіх взаємозв'язків змінних параметрів процесу, що моделюється, можливе при найбільшій кількості площин проєкцій. Незалежно від прийнятого епюра, зображення фігури  $n$ -простору повинні бути повними. Для такого зображення потрібно щонайменше  $n - 1$  площин проєкцій; тоді кожна його точка є визначеною. Відомі епюри  $n$ -просторів можна поділити на такі, що одержані об'єднанням належно розташованих полів координатних площин або їх обертанням навколо осей.

Прямокутна декартова координатна система є частинним випадком косокутної. Розглянемо епюр тривимірного евклідового простору з двома площинами проєкцій. Відрізок прямої, ортогональний до осі, визначає слід площини рівня. Цей слід, що виходить з початку координат, приймаємо за проєкцію третьої координатної площини. Проведемо дві осі, що виходять з початку  $O$  координат під довільним кутом. Аналізуючи одержаний епюр, робимо висновок, що він містить вже не дві, а три площини проєкцій  $oxy$ ,  $oxz$ ,  $oyz$ . Введенням нових осей та зміною значень кутів можна формувати епюри  $n$ -просторів, зокрема утворених

комплексними числами. Наприклад, чотири осі епюра з відмінними від 90 градусів суміжними кутами дозволяють одержати усі шість площин чотиривимірного евклідового або двовимірного комплексного простору. Графічне відображення прообразів  $z = x + iy$  (де  $i^2 = -1$  – уявна одиниця) та образів  $w = u + iv$  функції комплексної змінної  $w$  має місце у комплексних площинах  $oxiy$  та  $oiiv$  відповідно, що містять прямокутні декартові координатні системи. Сумістивши їх початки координат, одержуємо комплексне креслення комплексного простору. Проте на такому кресленні маємо чотири координатних площини з шести: наприклад,  $oxiy$ ,  $oiiv$ ,  $oix$  та  $oiyu$ . Сліди двох площин проєкцій  $oxiv$  та  $oiyu$  належать осям  $ox$ ,  $oiv$  та  $oiy$ ,  $oi$  відповідно. Для формування епюра, що містить усі шість координатних площин, використаємо другу прямокутну декартову систему координат. Напрями осей позначимо, зберігши незмінним напрям осі одного з аргументів (як у випадку епюра  $n$ -вимірного евклідового простору). Для комплексного простору це означає збереження незмінним положення площини прообразів  $z$ . Отже, у другій системі необхідно поміняти місцями позначення осей  $oiv$  та  $oi$  складових функції комплексної змінної  $w$ .

Одержане комплексне креслення комплексного простору містить дві координатні системи з площинами прообразів  $oxiy$  та образів  $oiiv$ , а також решту площин  $oix$ ,  $oiyu$  у першій та  $oxiv$ ,  $oiyu$  в другій системі відповідно і має, на відміну від багатьох відомих епюрів, усі поля площин з необмеженим діапазоном зміни складових аргументу і функції.

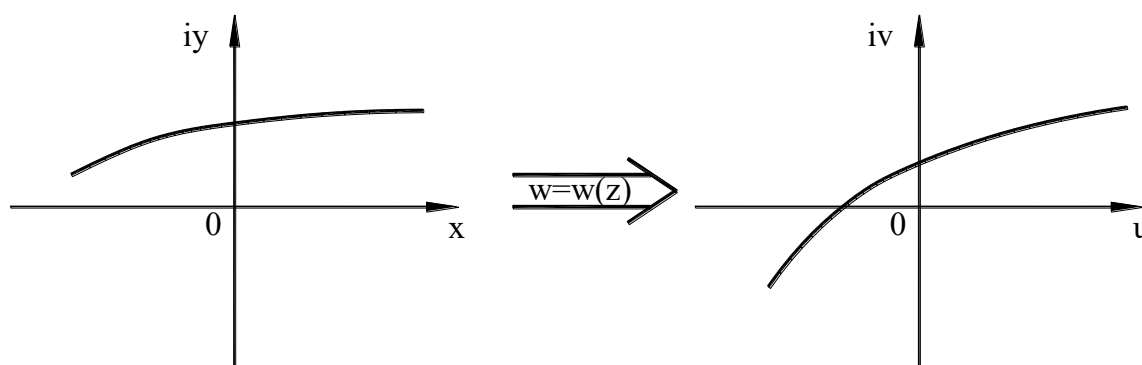
При дійсних значеннях змінних маємо комплексне креслення чотиривимірного евклідового простору.

Отже, підвищенню ефективності результатів розроблення теоретичних основ та практичного застосування апарату теорії функцій одної та кількох комплексних змінних  $K^n$  сприяє їх геометрична інтерпретація. Складовою частиною досліджень властивостей аналітичних функцій є розроблення геометричних засобів візуалізації відповідних математичних моделей.

Засоби і методи відображення образів простору  $K^n$  засновані на геометричній інтерпретації образів та прообразів функції комплексних змінних. З відомих способів представлення звичайного комплексного числа  $z = x + iy$  набула практичного застосування геометрична модель в ортогональній системі координат (див. рис. 1.33). На цій основі розроблена і

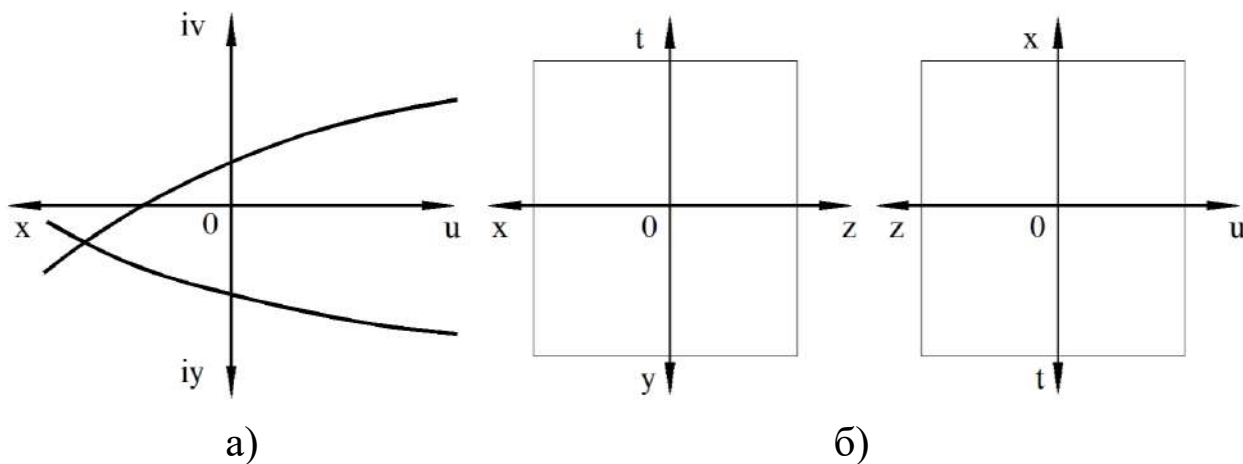
використовується геометрична модель прообразів та образів аналітичної функції  $w = u + iv = w(x + iy)$  у двох розширених комплексних площинах значень аргументу і функції. Подальший розвиток засобів відображення функціональних залежностей комплексних змінних можливий із використанням способів представлення таких залежностей у просторі  $K^n$ , вимірами якого слугують двовимірні комплексні площини значень функції та її аргументів подібно до осей  $E^n$ .

З відомих засобів графічної інтерпретації комплексного числа його геометрична модель в ортогональній системі координат розширеної комплексної площини  $oxy$  є основною при відображенні багатовидів функцій комплексної змінної. Форма її представлення у двовимірних площинах є засібом відображення значень аргументу  $z$  і функції  $w = u + iv$  в окремих площинах (рис. 1.34).



**Рисунок 1.34** – Графічні відображення значень аргументу  $z$  і функції  $w$

Значення двох множин комплексних чисел пов'язані аналітичною залежністю  $w = w(z)$ , тому вказані зображення образів і прообразів є проєкціями багатовиду простору  $K^4$ . Такому представленню комплексного креслення аналітичної функції характерна однозначна належність дійсних та уявних складових аргументу і функції його осям (рис. 1.35а) на відміну від комплексного креслення простору  $E^4$ , чотири площини якого з шести ( $oxy$ ,  $oxz$ ,  $oyt$ ,  $oxt$ ,  $ozt$ ,  $oyz$ ) на епюрі можуть бути представлені довільно (рис. 1.35б).



**Рисунок 1.35** – Належність аргументу площині а) і осям б)

Двовимірні поверхні простору  $E^3$  відображають на епюрі переважно сукупністю ліній, одержаних перерізами цієї поверхні площинами особливого положення. При цьому використовуються не всі точки поверхні, а тільки обмежена їх кількість, яка достатньо реально передає її характер. Такий спосіб успішно поширений на евклідові простори  $E^n$  вищої розмірності і є основним засобом конструювання багатовидів простору  $K^n$ .

Формування каркасу двовимірної поверхні простору  $K^4$  як геометричної моделі залежності

$$w = u + iv = w(z) = w(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y)$$

здійснюють за допомогою частинних графіків комплексної функції дійсної змінної. Трипросторові криві лінії є результатом перетину цієї поверхні тривимірними комплексними підпросторами  $x_j = const, y_j = const, u_j = const, v_j = const$ , паралельними відповідним координатним комплексним підпросторам  $iuiv, xuiiv, xiyiv$  та  $xiyu$ .

Лінії каркасу можна побудувати, використовуючи залежності:

$$w = u + iv = u(y) + iv(y);$$

$$w = u + iv = u(x) + iv(x);$$

$$w = u_j + iv = u(x,y) + iv(x,y);$$

$$w = u + iv_j = u(x,y) + iv(x,y)$$

Зручними для практичного застосування є геометричні моделі образів простору  $K^4$ , реалізовані з використанням залежностей від одного аргумента.

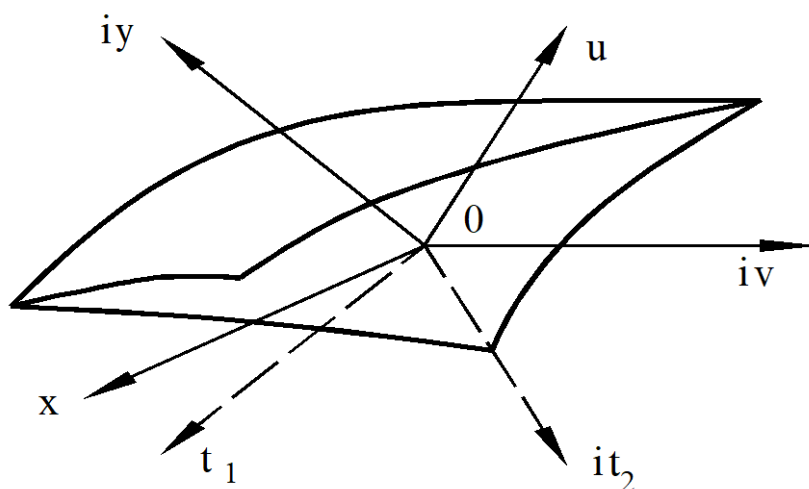
Точкове зображення поверхні є найбільш реалістичним, дозволяє проводити індивідуальне фарбування кожної її точки і



використовується при передачі рельєфу поверхні простору  $E^3$  комп'ютерними засобами [10].

Прообрази функції комплексної змінної є областями, обмеженими жордановими кривими розширеної комплексної площини. В свою чергу, такі області можна розглядати як перерізи координатними гіперплощинами деякої області визначення функції комплексної змінної, представлені на епюрі каркасом гіперповерхні.

Формування багатовидів як замкнених областей простору  $K^4$  засноване на розв'язанні задачі моделювання сфер комплексного простору  $K^4$  (рис.1.36).



**Рисунок 1.36** – Двовимірна поверхня як складова сфери простору  $K^4$

Залежність двох комплексних змінних, що описує такі області, моделюється багатовидом чотиривимірного комплексного простору згідно рівняння:

$$w^2 + z^2 = R^2,$$

де  $R = r_1 + ir_2$  – радіус сфери комплексного простору.

Простором для відображення багатовиду слугує чотиривимірний простір з вимірами  $ox$ ,  $oiy$ ,  $oi$  та  $oiv$  його осей. Для відображення сфери зручно використати параметричні рівняння:

$$w = R \cos T;$$

$$z = R \sin T.$$

З урахуванням комплексних значень аргументу тригонометричних функцій ( $T = t_1 + it_2$ ) рівняння мають вигляд:

$$w = R(\cos t_1 \operatorname{ch} t_2 - i \sin t_1 \operatorname{sh} t_2);$$

$$z = R(\sin t_1 \operatorname{ch} t_2 + i \cos t_1 \operatorname{sh} t_2).$$

Простором для відображення сфери слугує шестивимірний комплексний простір  $ot_1it_2xiyuiv$ , в якому сферу одержуємо як проекцію багатовиду в чотиривимірному підпросторі  $oxiyuiv$  значень комплексних змінних  $z$  та  $w$  (див. рис. 1.36).

#### 1.3.4. Відображення комплексного простору при розв'язуванні технічних задач

Функції комплексних змінних використовують в якості ефективного математичного засобу розв'язування багатьох технічних задач із залученням поданих за допомогою комплексних чисел параметрів. При побудові моделей об'єктів, процесів та явищ з використанням функцій комплексних змінних важливо мати прості й наочні інтерпретації результатів їх розрахунків та досліджень. Використання способу подання параметрів технічних систем за допомогою комплексних чисел  $z = x + iy$  (де  $x, y$  – дійсні числа,  $i^2 = -1$  – уявна одиниця) дозволяє в багатьох випадках спростити постановку і процес розв'язування задач динаміки багатопараметричних механічних систем. При цьому відбувається конструювання і аналіз геометричних моделей комплексних просторів різних вимірностей. Слід зазначити, що поверхні Рімана слугують вагомим геометричним інструментарієм подання багатозначних функцій із комплексними параметрами при дослідженнях технічних систем.

Як один із засобів математичного і геометричного моделювання об'єктів, процесів та явищ, комплексні числа використовуються в якості параметрів відображення прообразів  $z = x + iy$  комплексної площини аргументів у комплексну площину образів функції комплексної змінної

$$\omega = u + iv = \omega(z) = u(x, y) + iv(x, y).$$

Для зображення гіперповерхонь як графіків функціональної залежності двох комплексних параметрів  $\omega$  і  $z$  використовують поняття рельєфу комплекснозначної функції, наприклад [7],

$$u = |\sin z|.$$

Зображення графіка функціональної залежності у вигляді рельєфу подається у тривимірному просторі. Подальшого розвитку графічні засоби відображення гіперповерхонь комплексного

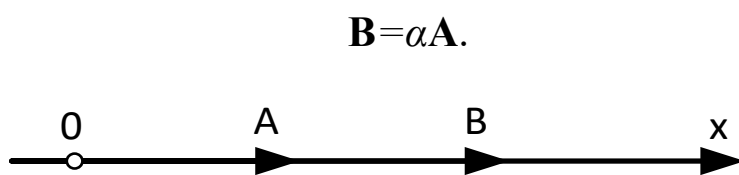
простору набули, зокрема, під час розв'язування інтегралів та номограмування графіка функції комплексної змінної.

Базовим у поданні комплекснозначних функцій прийняте зображення комплексного числа у двовимірній площині.

Ця модель комплексного числа застосовується при побудові моделі лінійного комплексного простору як узагальнення комплексної площини з подальшою розбудовою конструкції геометричної моделі цього простору. Це відповідає правилам формування моделей багатовимірних просторів.

З урахуванням визначень скінченновимірних і нескінченновимірних просторів, використовуючи поняття ізоморфізму лінійних просторів, маємо прямий взаємозв'язок між скінченновимірними лінійними дійсними і комплексними просторами. Тому аналіз та вибір геометричних засобів подання моделей комплексних просторів як лінійних скінченновимірних просторів з розширеними комплексними площинами прообразів та образів одно- і багатозначних функціональних залежностей комплексних змінних параметрів має цінне практичне значення та може застосовуватися для аналізу багатопараметричних механічних об'єктів, процесів та явищ.

Відомо, що один із способів формування моделі лінійного  $n$ -вимірного евклідового простору в багатовимірній прикладній геометрії полягає у “замітанні” відрізка прямої. Одновимірний простір утворює множина точок чи векторів прямої, для яких справедлива аксіома лінійного простору, зокрема, множення для двох дійсних векторів  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  на дійсний коефіцієнт  $\alpha$  (рис.1.37):



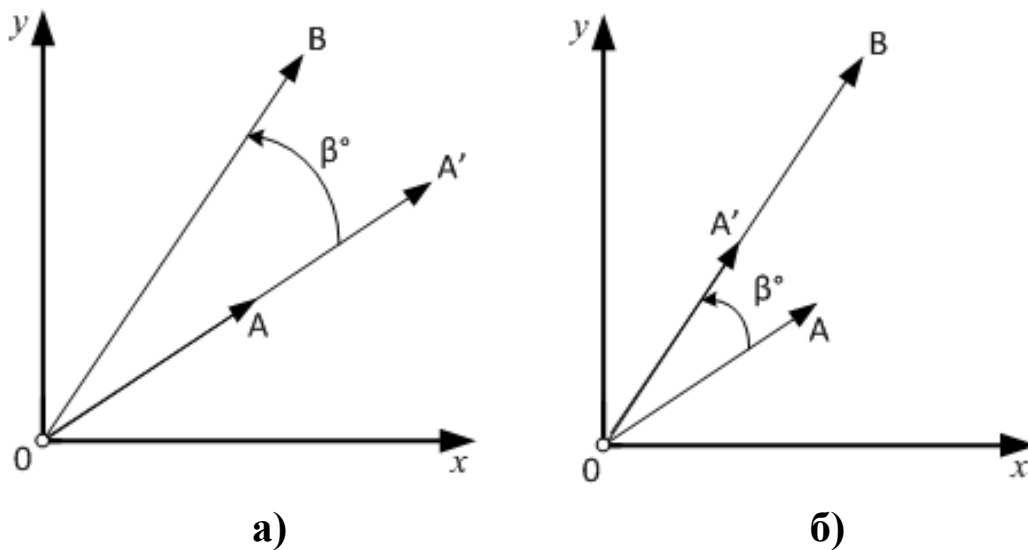
**Рисунок 1.37** – Операція множення в одновимірному дійсному просторі

Однією з переваг комплексного простору є можливість використання комплексного значення коефіцієнта  $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$  для перетворення його геометричних образів. Формування геометричної моделі власне комплексного простору в лінійній алгебрі виконується з урахуванням комплексного значення коефіцієнта  $\alpha$ .

Зазначимо, що множення при комплексному  $\alpha$  відбувається у двовимірній площині дійсних змінних. Вихідним є положення вектора  $\mathbf{A}$  одновимірного евклідового простору. Для множення вектора  $\mathbf{A}$  на комплексне значення  $\alpha$ , результатом якого є вектор  $\mathbf{B}$ , повернутий на кут  $\beta$

$$\mathbf{B} = \alpha\mathbf{A} = (\alpha_1 + i\alpha_2)\mathbf{A} = \rho(\cos\beta + i\sin\beta)\mathbf{A},$$

використовують площину дійсних змінних (рис. 1.38), тобто накладається умова виконання процесу повороту вектора у площині навколо перпендикулярної до неї в точці  $\mathbf{O}$  осі.



**Рисунок 1.38** – Операція множення на комплексне число у двовимірному дійсному просторі.

Таку операцію можна виконати множенням і обертанням (рис. 1.38 а), або обертанням і множенням (рис.1.38. б). З аналізу рис. 1.38 маємо, що операція множення векторів на комплексне значення  $\alpha$  виконується у дійсному двовимірному просторі. Зауважимо, що таку операцію можна здійснити також і в одновимірному просторі при дійсному значенні коефіцієнта. В обох випадках операція множення на комплексне число відбувається у дійсному просторі, тобто за умови відсутності ізоморфізму лінійних просторів. Отже, в площині  $Oxy$  використано операцію із залученням комплексного числа, а тому усі числа і вектори є комплексними.

Подальшим узагальненням двовимірної площини комплексних величин слугує лінійний комплексний простір розмірності  $n$ , який взаємно однозначно відображають у дійсний

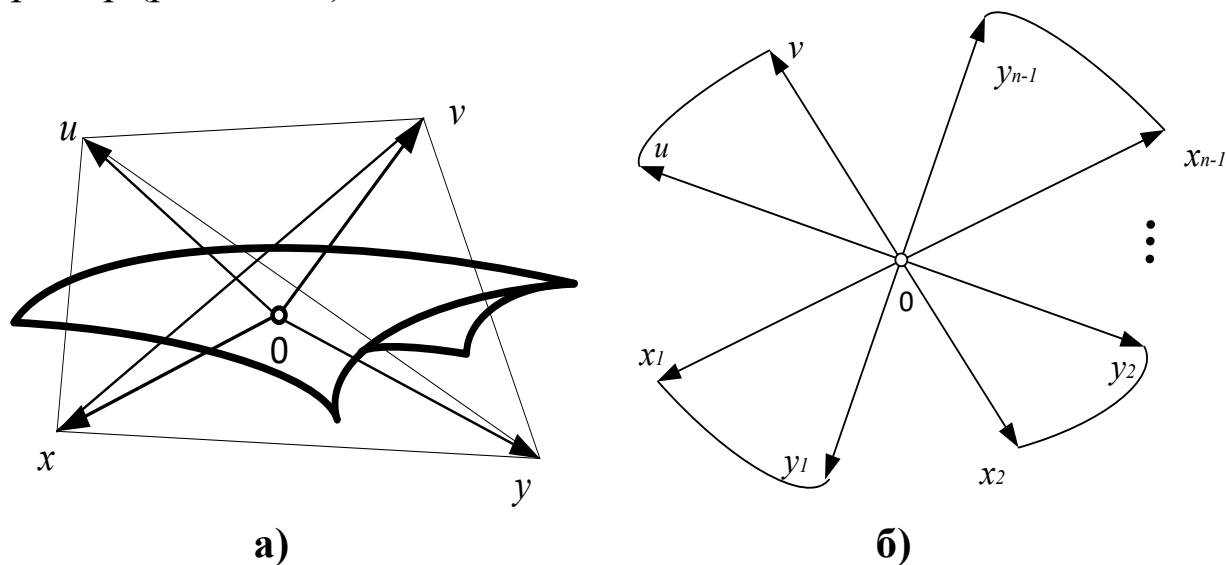
лінійний простір розмірності  $2n$ . Тобто для графіка функції комплексної змінної (два змінних комплексних параметри  $z$  і  $\omega$ )

$$\omega = u + iv = \omega(z) = \omega(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$$

фазовим простором відображення слугує одразу чотиривимірний лінійний дійсний простір (рис. 1.39 а), а для функції  $(n - 1)$  – комплексних змінних  $z_j$

$$\begin{aligned} \omega = u + iv &= \omega(z_1, z, z_j, \dots, z_{n-1}) = \\ &= \omega(x_1 + iy_1, x_2 + iy_2, \dots, x_{n-1} + iy_{n-1}) = u(x_j, y_j) + iv(x_j, y_j) \end{aligned}$$

таким простором слугує  $2n$ -вимірний лінійний дійсний евклідовий простір (рис. 1.39 б).

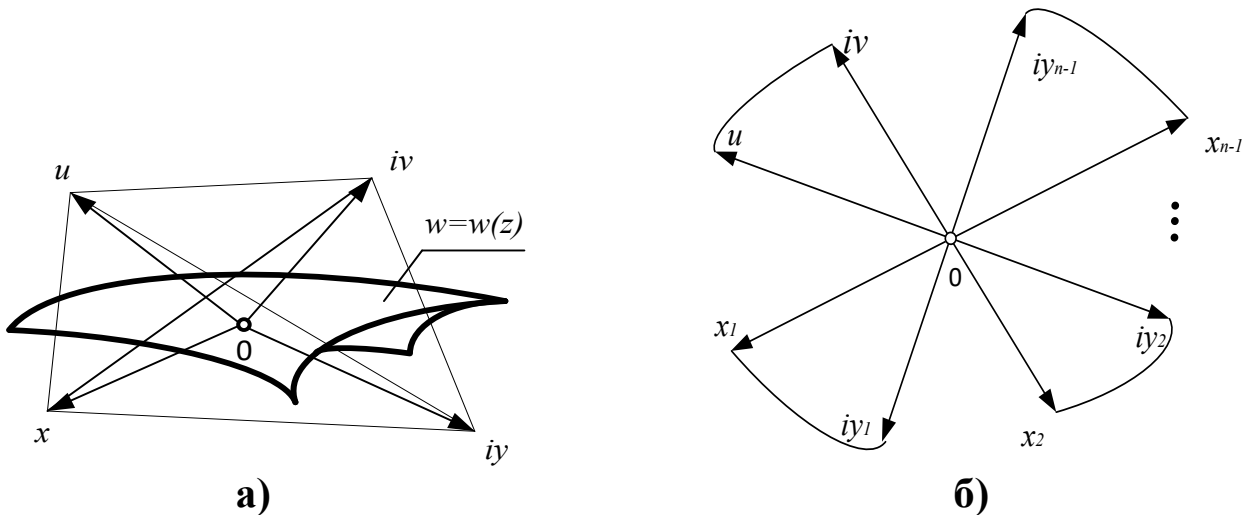


**Рисунок 1.39** – Моделі дійсних скінченновимірних просторів відображення комплексних змінних

Проаналізуємо двовимірний комплексний простір, моделлю якого слугує чотиривимірний дійсний простір на рис. 1.39а. Такий простір з чотирма осями – одновимірними дійсними підпросторами містить множину комплексних, дійсних і уявних чисел. Моделлю функціональної залежності двох комплексних змінних слугує гіперповерхня або двовимірна поверхня, яку визначає множина значень комплексних змінних  $z$  і  $\omega$  з відповідними парами дійсних чисел осей  $x, y$  та  $u, v$ .

Зазначимо, що в чотиривимірному дійсному просторі двовимірна поверхня слугує багатовидом. Геометрично чотиривимірний евклідовий простір як модель двовимірного комплексного простору містить чотири лінійних тривимірних комплексних підпростори, шість лінійних двовимірних

підпросторів – двовимірних площин, з яких одна площина  $Oxi$  дійсних змінних, одна площина  $Oyi$  уявних змінних і чотири площини  $Oxu$ ,  $Oyu$ ,  $Oxv$  та  $Oyv$  комплексних змінних. Модель двовимірного комплексного простору з вимірами дійсних та уявних чисел, реалізована у чотиривимірному евклідовому просторі (рис.1.40) а), узагальнюється на  $n$ -вимірний комплексний простір (рис.1.40, б).



**Рисунок 1.40** – Геометричні моделі скінченновимірних комплексних просторів

Така модель одержана узагальненням розширеної двовимірної комплексної площини.

Приведені вище простори утворені за умови фіксованого числа  $n$  змінних параметрів і належать до класу скінченновимірних просторів. У протилежному випадку маємо клас нескінченновимірних просторів як лінійних дійсних, так і комплексних просторів. Зокрема, раціональна функція

$$P_n(z) = a_0z + a_1z^{n-1} + \dots$$

при фіксованому значенні  $n$ , наприклад,  $n = 1$ , відображається графіком лінійної функції у двовимірному комплексному просторі

$$P_n(z) = a_0z + a_1.$$

У протилежному випадку графік  $P_n(z) = f(z)$  подається гіперповерхнею дійсного нескінченновимірного лінійного простору.

Ефективність використання при розв'язуванні багатьох задач механіки способу формування лінійного комплексного простору довільного скінченного числа  $n$  комплексних, дійсних та уявних

змінних параметрів досягається узагальненням комплексної площини. Геометричною моделлю  $n$ -вимірного комплексного простору є  $2n$ -вимірний евклідовий простір з урахуванням деяких особливостей. Така модель застосовується при розв'язуванні багатьох механічних задач класів скінченновимірних і нескінченновимірних лінійних комплексних та дійсних просторів. Зокрема, перспективним є застосування просторів у візуалізації фазових траєкторій в задачах дослідження динаміки багатопараметричних механічних систем.

### 1.3.5. Замкнені області комплексного простору

Одним з важливих завдань досліджень образів геометричного багатовимірного простору є аналіз плоских і просторових замкнених областей. Через широке практичне використання аналіз областей параметрів комплексного простору  $K^4$  за умови, що параметри представлені числами різної розмірності дійсних, уявних та комплексних підпросторів, є одним з складових цих завдань.

При дослідженні геометричних моделей багатопараметричних процесів, представлених числами різної розмірності, діапазон зміни параметрів обмежений робочою зоною у вигляді лінійного підпростору або замкненою областю евклідового  $n$ -простору. Частинним випадком замкнених областей слугує  $n - 1$ -вимірна сфера цього простору. У підпросторах нижчої розмірності евклідового  $n$ -простору проєкції  $n - 1$ -вимірної сфери є  $m$ -сферами розмірності  $m$ .

Рівняння  $n - 1$ -вимірної сфери комплексного простору є узагальненням на двовимірні комплексні числа рівняння  $n - 1$ -вимірної сфери евклідового  $n$ -простору. Для двох змінних комплексних параметрів рівняння  $m$ -сфери для  $m = 1$  відповідає рівнянню  $m$ -сфери евклідового 2-простору. Тому актуальним є аналіз сфер як замкнених областей комплексного простору та його підпросторів.

Розроблені геометричні засоби відображення сфер комплексного простору, досліджені деякі особливості рівняння сфери комплексного простору для випадку двох змінних параметрів дають змогу одержати співвідношення для областей параметрів дійсних, уявних та комплексних підпросторів на прикладі сфери комплексного простору.

Узагальненням рівняння сфери 2-площини евклідового простору

$$w^2 + z^2 = R^2,$$

при комплексних значеннях  $w = u + iv$ ,  $z = x + iy$  та  $R = r + ip$  слугує рівняння

$$u^2 - v^2 + x^2 - y^2 + 2i(uv + xy) = r^2 - p^2 + 2irp. \quad (1.5)$$

Прирівнюючи дійсну та уявну складові (1.5)

$$u^2 - v^2 + x^2 - y^2 = r^2 - p^2; \quad uv + xy = rp,$$

одержимо рівняння сфери

$$w_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \sqrt{y^2 - x^2 + r^2 - p^2 \pm \sqrt{(x^2 - y^2 - r^2 + p^2)^2 + 4(rp - xy)^2}} + i \sqrt{x^2 - y^2 - r^2 + p^2 \pm \sqrt{(y^2 - x^2 + r^2 - p^2)^2 + 4(rp - xy)^2}} \right);$$

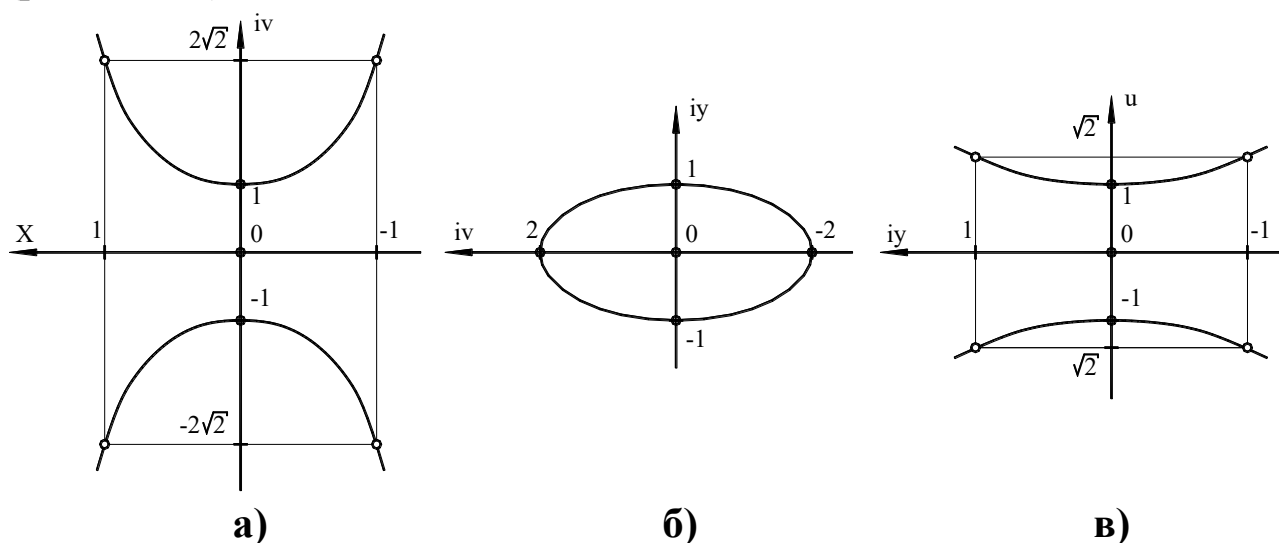
$$w_{3,4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left( \sqrt{y^2 - x^2 + r^2 - p^2 \pm \sqrt{(x^2 - y^2 - r^2 + p^2)^2 + 4(rp - xy)^2}} + i \sqrt{x^2 - y^2 - r^2 + p^2 \pm \sqrt{(y^2 - x^2 + r^2 - p^2)^2 + 4(rp - xy)^2}} \right).$$

Проекції сфери комплексного простору при значенні  $r = 0$  у тривимірному підпросторі  $0xuv$  описуються рівняннями:

$$w_1 = w_3 = 0;$$

$$w_{2,4} = \pm 2i \sqrt{x^2 + p^2},$$

що відображені розімкненою плоскою кривою площини  $0xiv$  (рис.1.41, а).



**Рисунок 1.41** – Области параметрів комплексних площин простору  $K^4$



Відмітимо, що один з вимірів підпростору  $y = 0$  і частинне значення функції при  $x = p$  становить

$$w_{2,4} = 2\sqrt{2} ip$$

Проекції сфери комплексного простору при значенні  $r = 0$  у тривимірному підпросторі  $Oiyiv$  описуються рівняннями:

$$w_1 = w_3 = 0;$$

$$w_{2,4} = \pm 2i\sqrt{p^2 - y^2},$$

які подані замкненою плоскою кривою площини  $Oiyiv$  (рис1.41, б).

Проекції сфери у тривимірному підпросторі з слідом  $iy = ip$ :

$$w_{1,3} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{x\sqrt{x^2 + 4p^2} - x^2} + i\sqrt{x\sqrt{x^2 + 4p^2} + x^2});$$

$$w_{2,4} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{x\sqrt{x^2 + 4p^2} - x^2} - i\sqrt{x\sqrt{x^2 + 4p^2} + x^2}).$$

Частинні значення функції у площині  $Ouiv$  для  $z = 0$  і комплексного  $R = r(1 + i)$ :

$$w_{1,3} = \pm r(1 + i);$$

$$w_{2,4} = \mp$$

В точці перетину лінійних підпросторів  $x = r$  та  $y = 0$

$$w_{1,3} = \pm \frac{\sqrt{2}r}{2} (\sqrt{\sqrt{5} - 1} + i\sqrt{\sqrt{5} + 1});$$

$$w_{2,4} = \mp \frac{r}{2} (\sqrt{\sqrt{5} - 1} - i\sqrt{\sqrt{5} + 1}).$$

Проекція сфери при значенні  $R = r$  у координатній площині дійсних змінних  $Oxi$  є колом

$$w_{1,4} = \sqrt{r^2 - x^2},$$

$$w_{2,3} = -\sqrt{r^2 - x^2},$$

у комплексному підпросторі  $Oiyuiv$  проекція сфери описується рівнянням

$$w_{1,4} = \sqrt{r^2 + y^2};$$

$$w_{2,3} = -\sqrt{r^2 + y^2}$$

і є розімкненою кривою (рис. 1,в).

Відзначимо необмежене зростання значень функції при зростанні складових комплексного аргумента. Зокрема, у площині  $iy = inr$  комплексного підпростору  $Oiyiiv$  функція набуває значень

$$w_{1,4} = r\sqrt{n^2 + 1};$$

$$w_{2,3} = -r\sqrt{n^2 + 1},$$

а для точки  $x = nr$ ,  $iy = inr$  площини  $z$  комплексного аргумента маємо такі значення функції

$$w_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{2}r}{2} (\sqrt{\sqrt{4n^4 + 1} + 1} + i\sqrt{\sqrt{4n^4 + 1} - 1});$$

$$w_{3,4} = \mp \frac{\sqrt{2}r}{2} (\sqrt{\sqrt{4n^4 + 1} + 1} - i\sqrt{\sqrt{4n^4 + 1} - 1});$$

частинне нульове значення функції спостерігаємо при значенні  $r = 0$ .

Отже, рівняння описує сферу комплексного простору як розімкнену область простору  $K^4$  при комплексних, дійсних та уявних значеннях її радіуса. Замкнені області як проєкції сфери комплексного простору відображаються у двовимірних площинах  $Oxi$  дійсних та  $Oiyiiv$  уявних змінних параметрів.

#### 1.4. Повнота проєкцій моделей процесів

Моделі об'єктів і процесів, утворені кусками незакономірних поверхонь, часто зустрічаються на практиці. Особливістю багатьох груп таких об'єктів є зміна їх властивостей залежно від зміни одного або декількох параметрів. Встановлення закономірностей процесу формування відбувається на підставі отриманих експериментально числових параметрів у функції визначального параметра об'єкта. Наявність багатьох взаємопов'язаних параметрів, що змінюються одночасно, вимагає використання засобів багатовимірної прикладної геометрії.

Дослідження утворених незакономірними поверхнями об'єктів різного походження здійснюється в лабораторних умовах

для оптимізації певного числа функціональних параметрів. Виявлення визначального впливу параметрів на зміну властивостей об'єкта уможливорює формування ряду таких об'єктів з наперед заданими функціональними особливостями. Взаємозв'язок декількох отриманих експериментально параметрів дозволяє формувати образні геометричні моделі як засоби визначення поведінки об'єкта. Варто зазначити, що обмеження, передбачені в ході лабораторних досліджень, не завжди дозволяють встановити взаємозв'язок між окремими змінними параметрами. Це вимагає розроблення геометричних засобів, що уможливають встановлення зв'язків між усіма без виключення параметрами.

Тому дуже важливо вміти побудувати геометричну модель взаємозв'язку змінних функціональних параметрів об'єкта з можливістю встановлення залежностей між довільною кількістю параметрів процесу розвитку об'єкта.

Взаємозв'язок  $n$  параметрів, що визначають утворений з використанням незакономірних поверхонь об'єкт, можна подати залежністю

$$X_n = x_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_j, \dots, x_{n-1}),$$

де  $x_1, x_2, x_3$  – лінійні розміри об'єкта ;

$x_j$  – параметри, що визначають вплив зовнішніх чинників (час, температура, вологість тощо).

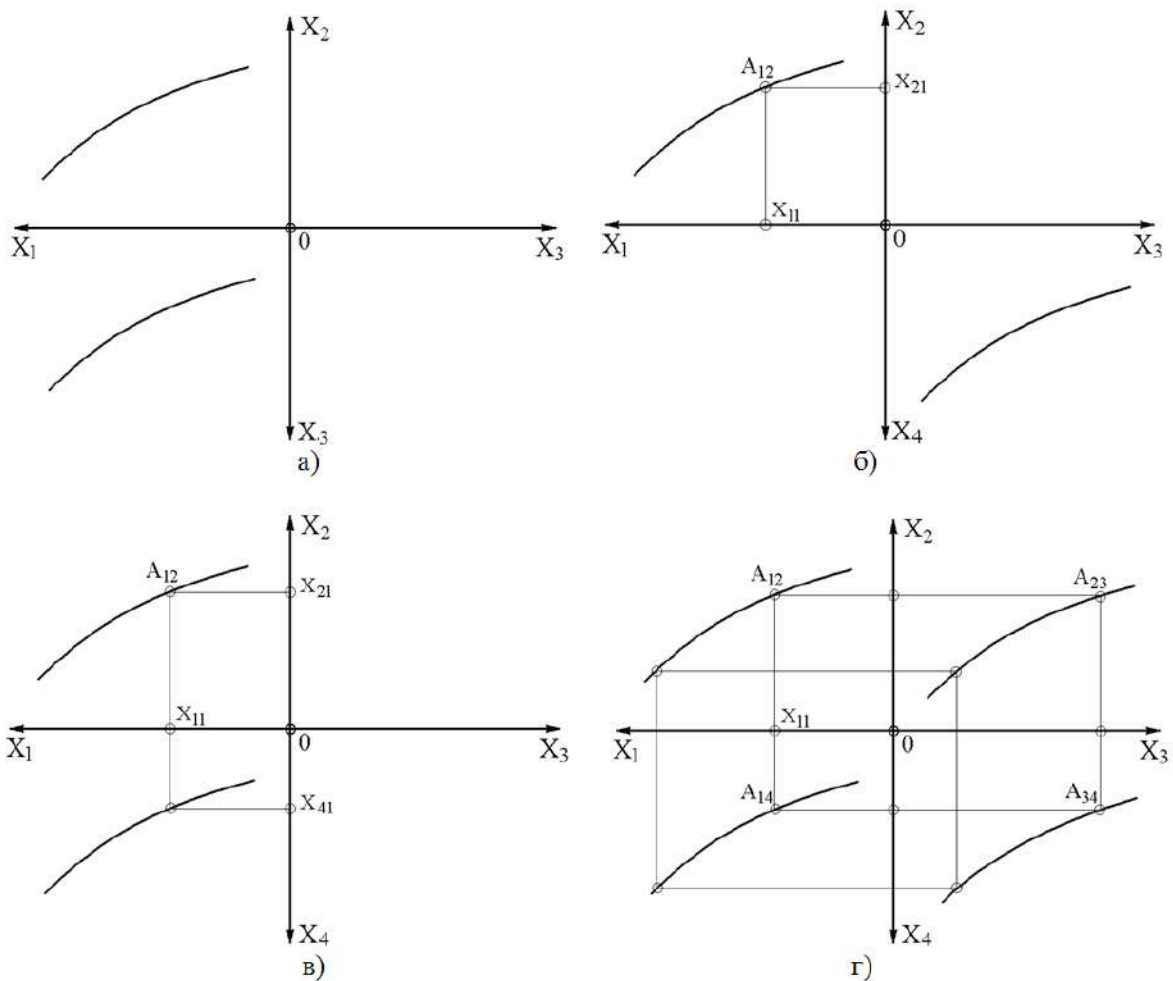
В окремих випадках взаємозв'язок параметрів подається складними функціями, наприклад,

$$x_1 = x_1(x_2);$$

$$x_3 = x_3(x_4, x_5),$$

що визначають багатовиди  $n$ -простору. Візуалізацію геометричних моделей процесів проводять з використанням засобів багатовимірної геометрії у дво- або тривимірні площини проєкцій.

Особливістю використання площин проєкцій різної розмірності є те, що у тривимірній площині отримуємо аксонометричну проєкцію об'єкту тривимірного простору. Вплив зміни параметрів процесу можна визначити у двовимірних площинах проєкцій. При цьому необхідно замінити один з вимірів тривимірного об'єкта на поточний незалежний параметр, що змінюється (час, температура, вологість тощо). Проєкційні зображення такого процесу можливо одержати в усі двовимірні площини проєкцій (рис. 1.42).



**Рисунок 1.42** – Проекційні зображення 1-багатовидів

Тоді перебіг процесу визначається однозначно за наявності його двох проекційних зображень у будь-яких площинах проекцій (рис. 1.42, а):

$$x_2 = x_2(x_1);$$

$$x_3 = x_3(x_1).$$

Двох проекцій чотирипараметричного процесу недостатньо для однозначного його подання (рис. 1.42 б). Насправді, дві проекції однозначно подають перебіг процесу, але визначити усі проекції поточної точки за відомою його однією проекцією, наприклад,  $X_{11}$ , неможливо:

$$x_2 = x_2(x_1);$$

$$x_3 = x_3(x_4).$$

Взаємопов'язані три параметри

$$x_2 = x_2(x_1);$$

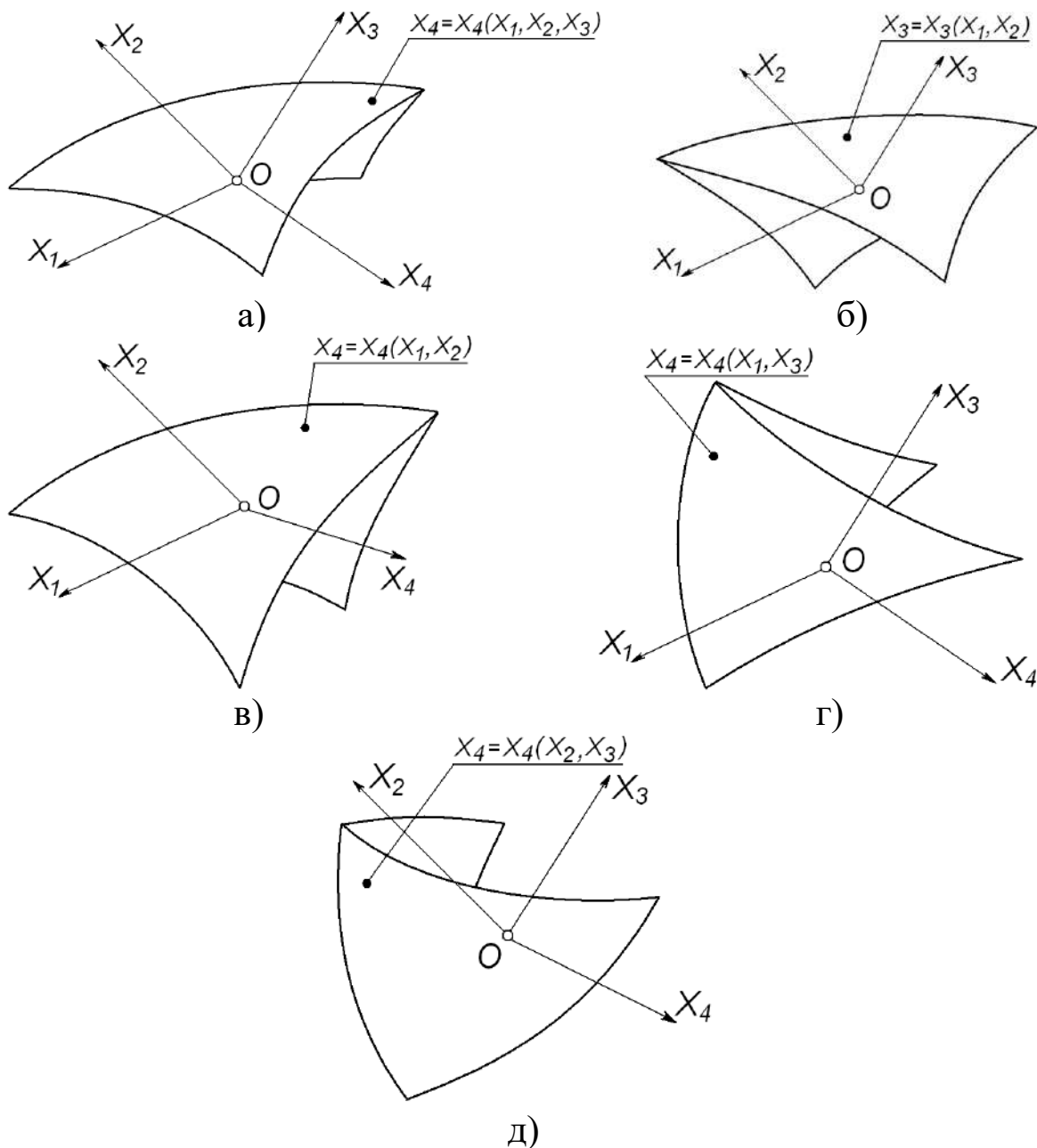
$$x_4 = x_4(x_1)$$

визначають перебіг чотирипараметричного процесу у тривимірному підпросторі  $ox_1x_2x_4$  чотиривимірного простору  $Ox_1x_2x_3x_4$  (рис. 1.42).

Однозначно чотирипараметричний процес заданий трьома проєкціями у двовимірних площинах проєкцій (рис. 1.42 г), які дають змогу доповнити картину перебігу процесу його, наприклад, четвертою проєкцією. За відомим значенням одного параметра, наприклад,  $X_{11}$ , визначають усі чотири проєкції точки  $A$  процесу.

Одночасна зміна чотирьох параметрів процесу визначає гіперповерхню чотиривимірного простору  $ox_1x_2x_3x_4$  (рис. 1.43 а):

$$X_4 = x_4(x_1, x_2, x_3). \quad (1.6)$$



**Рисунок 1.43** – Формування тривимірних проєкцій гіперповерхні  $X_4 = X_4(X_1, X_2, X_3)$

Проекції (1.6) у тривимірні площини  $ox_1x_2x_3$ ,  $ox_1x_2x_4$ ,  $ox_1x_3x_4$  та  $ox_2x_3x_4$  подаються двовимірними поверхнями тривимірного евклідового простору (рис. 1.43, б, в, г, д):

$$x_3 = x_3(x_1, x_2);$$

$$x_4 = x_4(x_1, x_2);$$

$$x_4 = x_4(x_1, x_3);$$

$$x_4 = x_4(x_2, x_3).$$

Використовуючи додатковий епюр, одержуємо повне проекційне зображення чотирипараметричного процесу (рис. 1.44).

Його проекції дають можливість знаходити взаємозв'язки як двох параметрів, зокрема:

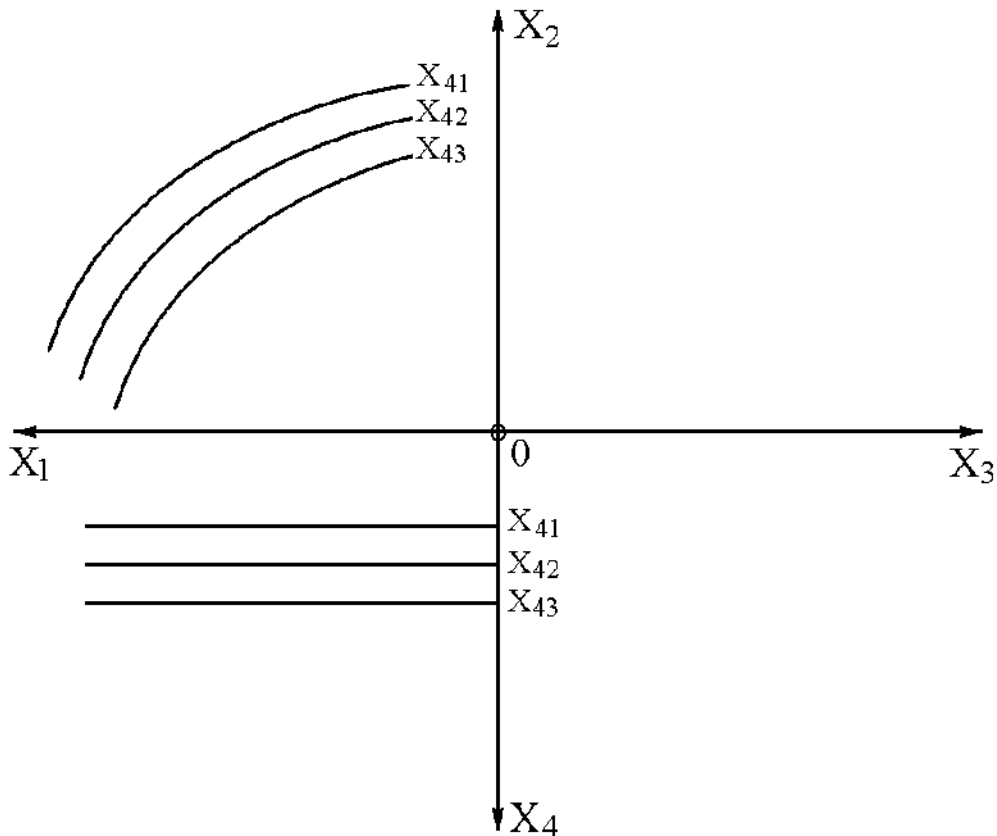
$$x_2 = x_2(x_1);$$

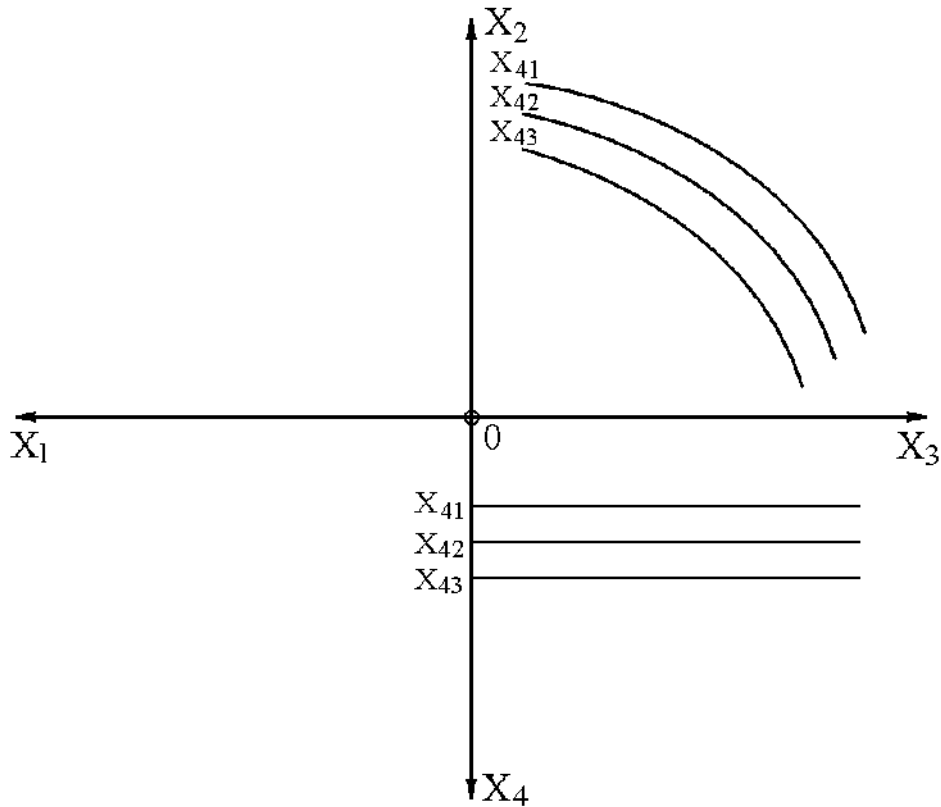
$$x_2 = x_2(x_3),$$

так і трьох параметрів

$$x_2 = x_2(x_1, x_4);$$

$$x_2 = x_2(x_3, x_4).$$





**Рисунок 1.44** – Проекційні зображення гіперповерхні

Для одержання решти взаємозв'язків параметрів, наприклад,

$$x_3 = x_3(x_4)$$

суміщаємо проекційні зображення гіперповерхні (див. рис. 1.44), використовуючи епюр Схоуте (рис. 1.45).

Криві

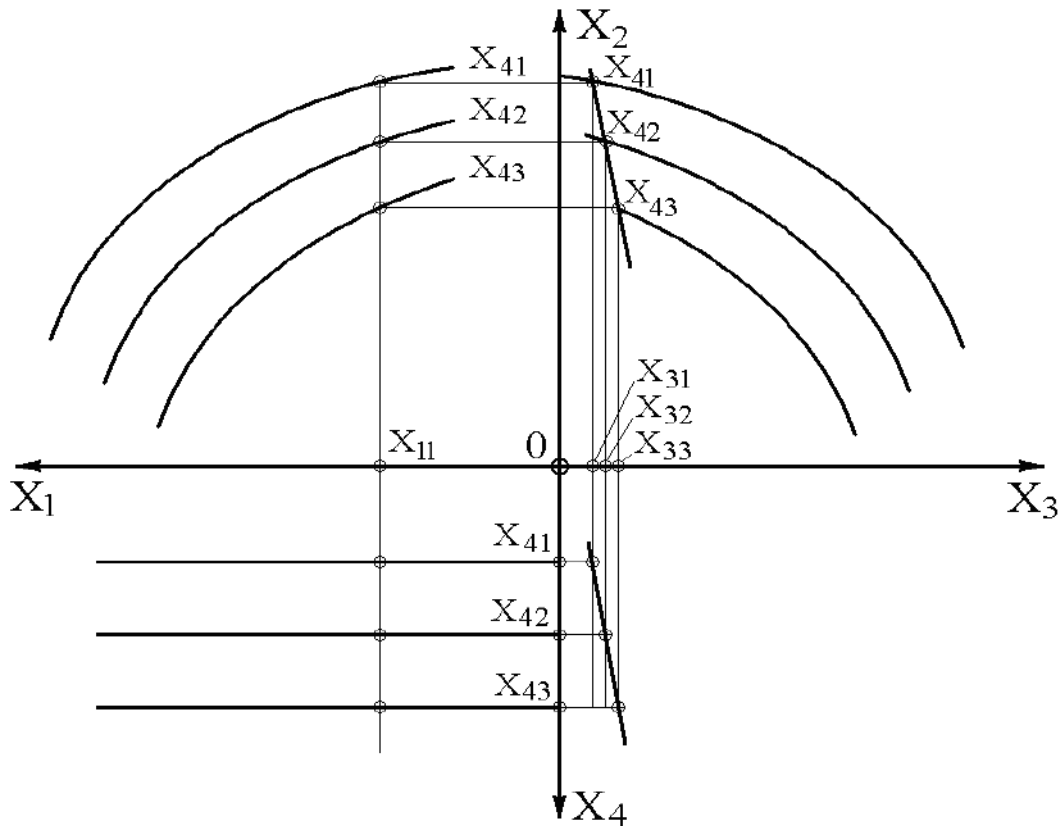
$$x_2 = x_2(x_1);$$

$$x_2 = x_2(x_3)$$

належать дискретному каркасові гіперповерхні як перерізи тривимірними площинами рівня  $X_{1i} = const$ . Залежності, наприклад,  $x_1 = x_1(x_2)$  можна одержати перерізом гіперповерхні як координатними тривимірними площинами рівня, так і тривимірними циліндричними поверхнями зі слідами-проекціями  $x_2 = x_2(x_3)$  у двовимірній площині проєкції  $ox_2x_3$ .

На рис. 1.45 приведені залежності  $x_2 = x_2(x_3)$  та  $x_3 = x_3(x_4)$  для постійного значення  $x_{11}$ . Координата  $x_{11}$  точки чотиривимірного простору визначає положення тривимірної площини рівня, паралельної тривимірному координатному підпросторові  $ox_2x_3x_4$ . Взаємний перетин площини і гіперповерхні визначає положення

кривої  $x_2 = x_2(x_3)$  для постійного значення  $x_{11}$ . Точки кривої  $x_2 = x_2(x_3)$  визначають положення точок  $x_{31}, x_{32}, x_{33}$  числової осі  $ox_3$ , які подають координати залежності  $x_3 = x_3(x_4)$ .



**Рисунок 1.45** – Проекції гіперповерхні 4-простору

Таким чином, встановлена повнота проєкційних зображень гіперповерхонь у тривимірних площинах проєкцій  $n$ -простору на прикладі чотиривимірного простору  $ox_1x_2x_3x_4$  дає можливість візуалізувати взаємозв'язки між всіма параметрами об'єкта чи процесу, які визначають його функціонування.



## РОЗДІЛ 2 МОДЕЛІ ДЕЯКИХ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

### 2.1. Геометричне моделювання задач теплопровідності

При протіканні електричного струму  $I$  в провіднику виділяється теплова енергія у вигляді активної потужності  $P$ , яку вираховуємо за формулою:

$$P = I^2 \cdot r,$$

де  $r$  – опір провідника, Ом,  $r = \rho \frac{l}{S}$ ;

$\rho$  – питомий опір провідника, Ом · м/мм<sup>2</sup>,

$l$  – довжина провідника, м,

$S$  – поперечний переріз провідника, мм<sup>2</sup>.

Тепло нагріває провідник і через його поверхню передається навколишньому середовищу. Очевидно, що при певних параметрах електричної мережі та перевищенні значень напруг і струмів навантаження допустимих величин можуть виникати аварійні ситуації.

Після закінчення перехідного процесу в системі настає так званий квазіусталений режим. В поперечному перерізі провідника температура розподіляється нерівномірно, а на поверхні при значенні радіуса провідника  $r = R$  вона найнижча. При досягненні квазіусталеного режиму кількість тепла, яке виділяється струмом, дорівнює кількості тепла, яке віддається зовнішньому середовищу. В результаті процесу на поверхні провідника радіуса  $r = R$  встановлюється постійна температура, величина якої залежить, крім зазначених вище причин, ще й від інтенсивності теплообміну, яка характеризується коефіцієнтом теплообміну  $\alpha$ .

В основу розв'язування ряду задач теплопровідності покладено диференціальне рівняння [4]. Розглянемо загальний випадок його розв'язування для провідника у вигляді круга і його частинний випадок з заданими крайовими умовами:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2x - \frac{dy}{dx} \quad (2.1)$$

з початковими умовами: при  $x = 1$ ,  $y = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{dy}{dx} = 1$ .

Для розв'язування рівняння приймаємо:

$$p = \frac{dy}{dx}, \text{ тоді } \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dp}{dx}.$$

З урахуванням прийнятого позначення маємо:

$$x \frac{dp}{dx} = 2x - p.$$

Перетворимо його до вигляду:

$$\frac{dp}{dx} = 2 - \frac{p}{x}.$$

Отримуємо лінійне, однорідне рівняння першого порядку, для якого приймаємо:  $u = \frac{p}{x}$ , звідки одержуємо  $p = xu$ .

Продиференціюємо останнє рівняння:

$$\frac{dp}{dx} = x \frac{du}{dx} + u \frac{dx}{dx} = x \frac{du}{dx} + u. \quad (2.2)$$

Підставивши (2.2) в (2.1), одержимо:

$$x \frac{du}{dx} + u = 2 - u, \text{ звідки маємо}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{2(1-u)}{x}. \quad (2.3)$$

Подамо рівняння (2.3) у вигляді:

$$\frac{du}{1-u} = 2 \frac{dx}{x}.$$

З таблиці інтегралів маємо що:

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c.$$

Використаємо властивості диференціала:

$$dx = d(x + b)$$

при постійному значенні  $b$ . Для його частинного значення  $b = 1$  одержимо:

$$du = -d(-u) = -d(-u + 1) = -d(1 - u).$$

Підставимо значення диференціала в рівняння:

$$-\frac{d(1-u)}{1-u} = 2 \frac{dx}{x} \quad \text{або} \quad \frac{d(1-u)}{1-u} = -2 \frac{dx}{x}.$$

Проінтегрувавши, одержимо:

$$-\int \frac{d(1-u)}{1-u} = 2 \int \frac{dx}{x} + c_1.$$

Звідки маємо:

$$-\ln(1-u) = 2 \ln x + c_1.$$

Потенціюванням одержимо:

$$1-u = -\frac{c_1}{x^2}, \quad \text{тобто} \quad u-1 = \frac{c_1}{x^2}.$$

Підставимо  $p$  замість  $u$ :

$$\frac{p}{x} = \frac{c_1}{x^2} + 1 \quad \text{або} \quad p = x + \frac{c_1}{x}.$$

Постійну  $c_1$  визначимо з урахуванням початкових умов, а саме:

$$P = \frac{dy}{dx} = 1 \quad \text{при} \quad x = 1.$$

Підставивши у попередній вираз, маємо:

$$1 = 1 + \frac{c_1}{1}, \quad \text{звідки} \quad c_1 = 0.$$

$$\text{Отже,} \quad P = \frac{dy}{dx} = x.$$

$$\text{Тоді} \quad dy = x dx,$$

$$y = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c_2.$$

Постійну  $c_2$  знайдемо з початкових умов:  $y = \frac{1}{2}$  при  $x = 1$ .

Підставимо початкові умови в останнє рівняння  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + c_2$ .

Звідси маємо  $c_2 = 0$ . Тобто, розв'язком є рівняння параболи:

$$y = \frac{x^2}{2}.$$

Запишемо з урахуванням постійних значень коефіцієнтів стаціонарне рівняння теплопровідності за умови, що початок системи координат розташований в центрі поперечного перерізу провідника у вигляді круга. Вісь  $r$  як горизонтальна пряма знаходиться в площині перерізу, а вісь  $T$  температур ортогональна до осі  $r$  цієї площини. Тоді визначення температурного поля циліндричного провідника зводиться до розв'язання стаціонарного диференціального рівняння теплопровідності, яке подамо у вигляді [4]:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{q_v}{\lambda},$$

де  $q_v = \rho i^2$  – питома потужність тепловиділення;

$\rho$  – питомий опір матеріалу провідника, тепловиділення;

$i = \frac{l}{s}$  – густина струму,  $\frac{A}{m^2}$ ;

$s = \pi r^2$  – площа поперечного перерізу для провідника з перерізом у вигляді круга радіусом  $r$ ,  $m^2$ .

$\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності.

Подамо рівняння у вигляді:

$$r \frac{d^2T}{dr^2} = -\frac{q}{\lambda} r - \frac{dT}{dr}.$$

Розв'язок цього рівняння визначимо з початкових умов:

$T \neq \infty$ , при  $r = 0$ ;  $T = T_R$ , при  $r = R$ ;

Прийmemo  $p = \frac{dT}{dr}$ , тоді  $\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{dp}{dr}$ .

Підставимо його в попередній вираз:

$$r \frac{d^2p}{dr^2} = -\frac{q_v}{\lambda} r - p$$

і перетворимо його до вигляду:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{q_v}{\lambda} - \frac{p}{r}.$$

Прийmemo  $p = ru$  і

$$\frac{dp}{dr} = r \frac{du}{dr} + u.$$

Підставимо його в попередній вираз і одержимо:

$$r \frac{du}{dr} + u = -\frac{q_v}{\lambda} - u,$$

звідки  $\frac{du}{dr} = \frac{-\frac{q_v}{\lambda} - 2u}{r}.$

Приведемо його до вигляду:

$$\frac{du}{-(\frac{q_v}{\lambda} + 2u)} = \frac{dr}{r} \text{ або } -\frac{du}{\frac{q_v}{\lambda} + 2u} = \frac{dr}{r}.$$

Визначимо диференціал:

$$\frac{1}{2} d2u = \frac{1}{2} d\left(\frac{q_v}{\lambda} + 2u\right).$$

Тоді  $-\frac{1}{2} \frac{d\left(\frac{q_v}{\lambda} + 2u\right)}{\frac{q_v}{\lambda} + 2u} = \frac{dr}{r}.$

Перенесемо знак “-” у праву частину і проінтегруємо:

$$\frac{\int d\left(\frac{q_v}{\lambda} + 2u\right)}{\frac{q_v}{\lambda} + 2u} = -2 \int \frac{dr}{r} + c_1, \text{ звідки } \ln\left(\frac{q_v}{\lambda} + 2u\right) = -2 \ln r - c_1.$$

Потенціюванням одержимо:

$$\frac{q_v}{\lambda} + 2u = -\frac{c_1}{r^2}, \text{ або } u = -\frac{1}{2} \left(\frac{q_v}{\lambda} + \frac{c_1}{r^2}\right).$$

Підставимо  $p$  замість  $u$ :

$$\frac{p}{r} = -\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{r^2} + \frac{q_v}{\lambda}\right), \text{ тобто } p = \frac{dT}{dr} = -\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{r} + \frac{q_v}{\lambda} r\right).$$

Тоді:

$$dT = -\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{r} + \frac{q_v}{\lambda} r\right) dr.$$

Інтегруванням одержимо:

$$T = -\frac{1}{2} c_1 \int \frac{dr}{r} - \frac{q_v}{2\lambda} \int r dr = -\frac{1}{2} c_1 \ln r - \frac{q_v r^2}{2\lambda} + c_2.$$

Постійні  $c_1$  та  $c_2$  визначимо із початкових умов:

$$T = -\frac{1}{2}c_1 \ln 0 + c_2 \text{ при } r = 0;$$

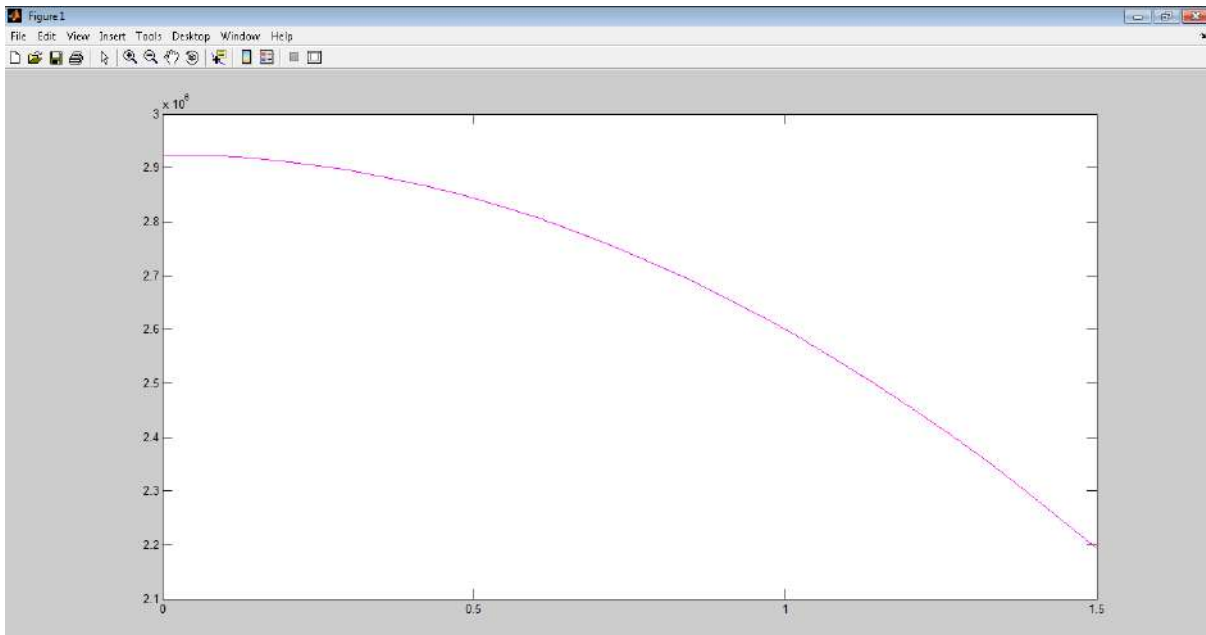
$$T_R = -\frac{1}{2}c_1 \ln R - \frac{q_v}{4\lambda}R^2 + c_2 \text{ при } r = R.$$

Враховуючи, що  $\ln 0 \rightarrow \infty$ , маємо  $c_1 = \frac{2r - c_2}{\ln 0} = 0$ .

Тоді  $T_R = -\frac{q_v R^2}{4\lambda} + c_2$ , звідки  $c_2 = T_R + \frac{q_v R^2}{4\lambda}$ , а значення

$$T = -\frac{q_v r^2}{4\lambda} + T_R + \frac{q_v R^2}{4\lambda} = \frac{q_v R^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + T_R.$$

і подається графічною залежністю  $T = T(r)$  при постійних значеннях решти параметрів (рис. 2.1).



**Рисунок 2.1** – Залежність  $T = T(r)$  поширення тепла в поперечному перерізі провідника

## 2.2. Геометричне моделювання перебігу процесів зміни вмісту замкнених технічних об'єктів

Розглянемо результати розроблення геометричних і комп'ютерних моделей перебігу процесів у замкнених технічних об'єктах, резервуарах з постійною концентрацією речовини в суміші, куди надходять і звідки виходять інгредієнти, різні за фізичною природою.

Перебіг багатьох технологічних процесів у різноманітних галузях часто потребує використання сумішей речовин з постійною концентрацією їх складових елементів. Вплив багатьох параметрів на формування сумішей із заданими властивостями потребує розроблення моделей, адекватних процесам, пов'язаним із проведенням порівняльного аналізу взаємодії складових чинників формування суміші.

В працях, присвячених дослідженням перебігу процесів хімічної технології, приділяється достатня увага вивченню сумішей речовин [12] та розробленню геометричних моделей механізмів для одержання сумішей належної якості [13]. Здебільшого використовують математичні моделі процесів, згідно з якими концентрація речовини в суміші зменшується.

При подаванні з постійною швидкістю в резервуар розчиненої у воді речовини витікання суміші супроводжується зменшенням концентрації речовини в суміші. В момент часу  $t$  кількість речовини  $a$ , яку потрібно подавати в замкнений технічний об'єкт (резервуар), дорівнює

$$a = A - x,$$

де  $A$  – кількість речовини в резервуарі при  $t = 0$ ,

$x$  – кількість речовини в резервуарі в момент часу  $t$ .

За умови постійних швидкостей подачі води  $m$ , л/хв., і витікання суміші  $n$ , л/хв., об'єм  $V$  суміші в резервуарі

$$V = A + d + (m - n) \cdot t,$$

де  $d$  – кількість води в резервуарі при  $t = 0$ .

Кількість речовини, яку потрібно подати в резервуар, дорівнює кількості речовини  $\Delta x$ , яка витікає з резервуару за проміжок часу  $\Delta t$ :

$$\Delta x = - \frac{x \cdot n \cdot \Delta t}{V},$$

Диференціальне рівняння перебігу процесу зменшення речовини в суміші має вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{x \cdot n}{V}.$$

Отже, сума логарифмів інгредієнтів, що знаходяться в замкненому технічному об'єкті, є величина стала

$$\ln C = \ln|x| + (n/(m-n)) \cdot \ln|A+d+(m-n) \cdot t|.$$

З урахуванням початкових умов  $x = A$  при  $t = 0$ , рівняння процесу має вигляд:

$$x = A \left( \frac{A + d}{A + d + (m - n) \cdot t} \right)^{\frac{n}{m-n}}.$$

При однакових швидкостях подачі води  $m$  і витікання суміші з резервуару  $n$  рівняння (4) має вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{x \cdot n}{A + d}.$$

З рівняння перебігу процесу зміни інгредієнтів суміші визначаємо сталу  $C1$

$$\ln C1 = \ln|x| + \frac{n \cdot t}{A + d}.$$

Відповідно до прийнятих умов кількість речовини в суміші зменшується за експоненціальним законом:

$$x = A \cdot e^{-\frac{n}{A+d} \cdot t}.$$

Кількість речовини  $a$ , яку потрібно подати в резервуар при різних швидкостях  $m$  і  $n$ ,

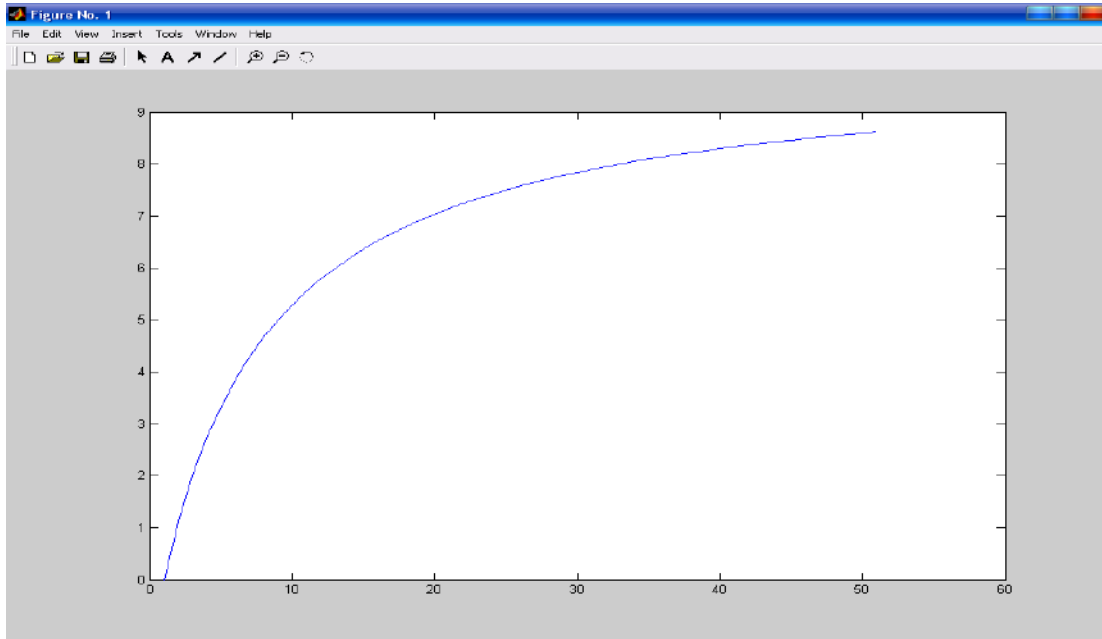
$$a = A \left( 1 - \left( \frac{A + d}{A + d + (m - n) \cdot t} \right)^{\frac{n}{m-n}} \right).$$

На практиці часто існують обмеження щодо подачі тих чи інших складових суміші. Зокрема, при відсутності практичної можливості подачі води ( $m = 0$ ), рівняння подамо у вигляді

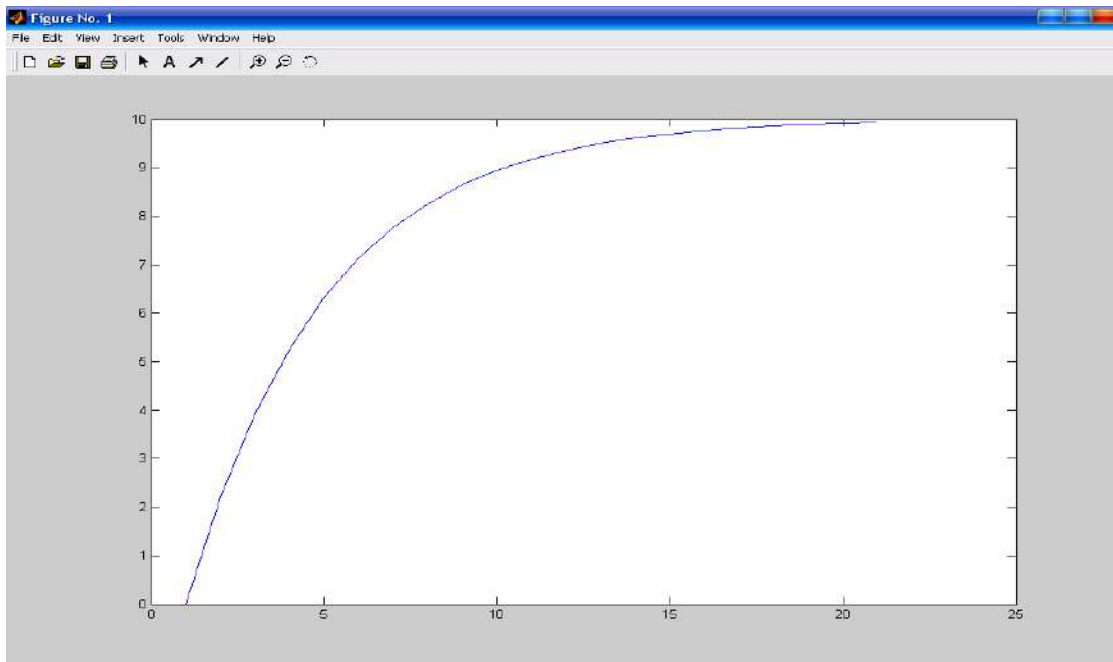
$$a = \frac{A \cdot n}{A + d} t.$$

Геометричною моделлю кількості речовини  $a$  від часу слугує гіперповерхня охоплюючого шестивимірного простору стану  $OAamndt$ , яка подає динаміку процесу при змінних його параметрах. Її проекція у паралельному осі  $Ot$  напрямі дозволяє формувати багатовид утвореного п'ятивимірного фазового простору стосовно проведення аналізу взаємопов'язаних змінних параметрів  $A, a, m, n, d$ . Перерізи гіперповерхні  $a = a(A, m, n, d, t)$  п'ятивимірними координатними підпросторами є частинними випадками графічних залежностей двох параметрів, зокрема,  $a = a(t)$  на рис. 2.2.





а)



б)

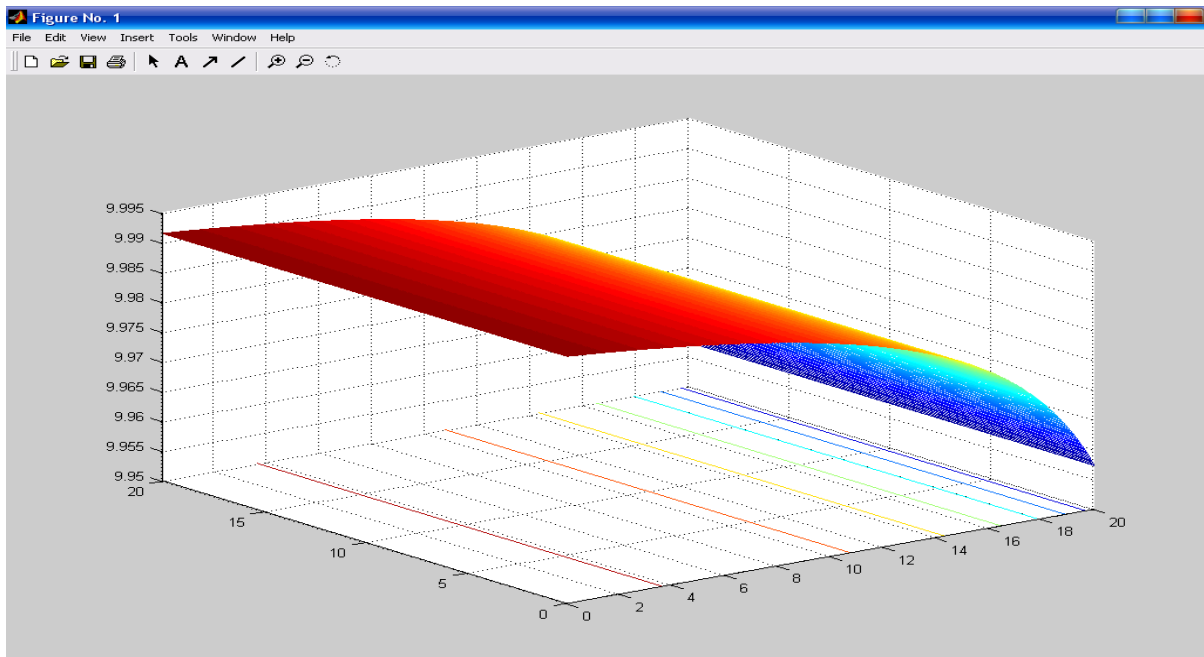
**Рисунок 2.2** – Перебіг процесу заповнення резервуара при  $m/n = 2$  (а)  $m = n$  (б)

Кількість речовини  $a$ , яку потрібно подати в резервуар при однакових швидкостях  $m = n$ , визначається залежністю (рис. 2.2 б)

$$a = A(1 - e^{-\frac{n}{A+d}t}).$$

При постійних значеннях кількості речовини та води в резервуарі для значення  $t = 0$  геометричною моделлю процесу слугує чотиривимірний простір стану  $Oamnt$  для різних значень

швидкостей і тривимірний простір стану  $Oamt$  при однакових швидкостях подачі води і витікання суміші. Стале значення  $n$  дозволяє формувати моделі процесу як поверхні тривимірного простору стану  $Oamt$  на рис. 2.3.



**Рисунок 2.3** – Перебіг процесу заповнення резервуара при зміні  $m$  і  $t$

Геометрична модель процесу формування однорідних сумішей дає змогу визначати вплив одночасно декількох параметрів на однорідність суміші. Подібні геометричні моделі можуть бути використані для одержання різноманітних сумішей.

### **2.3. Стійкість технічних систем. фазові простори. Фазові траєкторії**

Технічні системи описуються диференціальними рівняннями, кожне з яких є залежністю вхідних та вихідних величин окремих ланок системи. Очевидно, що вхідних та вихідних величин може бути декілька, тому пожежо-технічна система загалом є багатопараметричною. Для кожної ланки системи записують, як правило, диференціальне рівняння першого порядку. Кожне з таких рівнянь пов'язує усі параметри ланки системи. Узагальнюючи рівняння першого порядку, одержують одне диференціальне рівняння  $n$ -го порядку, у якому  $n$  визначає кількість незалежних параметрів системи. Очевидно, що порядок рівняння визначається кількістю рівнянь першого порядку цієї системи.

Загальний вигляд диференціального рівняння  $n$ -порядку має вигляд:

$$x^n + p_1(t)x^{n-1} + \dots + p_n(t)x = 0.$$

Розв'язок рівняння має вигляд:

$$x(t) = c_1x_1(t) + c_2x_2(t) + \dots + c_nx_n(t).$$

Тут позначено:

$c_1, c_2, c_n$  – постійні коефіцієнти;

$x_1, x_2, x_n$  – частинні розв'язки рівняння.

Розв'язок рівняння знаходимо завдяки використанню так званого характеристичного рівняння:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Наприклад, для диференціального рівняння другого порядку:

$$\ddot{X} - 3\dot{X} + 2X = 0,$$

де  $\ddot{X} = \frac{d^2x}{dt^2}$

характеристичне рівняння:

$$K^2 - 3K + 2 = 0$$

має корені  $K_1 = 1, K_2 = 2$ .

Для системи диференціальних рівнянь:

$$\dot{X}_1 = f_1(t, x_1, \dots, x_n);$$

$$\dot{X}_2 = f_2(t, x_1, \dots, x_n);$$

...

$$\dot{X}_n = f_n(t, x_1, \dots, x_n)$$

розв'язок визначає такі залежності:

$$x_1 = x_1(t); | x_1(t_0) = x_{10};$$

$$x_2 = x_2(t); | x_2(t_0) = x_{20};$$

$$\dots | \dots$$

$$x_n = x_n(t); | x_n(t_0) = x_{n0}.$$

У випадку стійкості розв'язку системи рівнянь наведені залежності  $x_1, x_2, x_n$  залишаються стійкими за початковими умовами при необмеженому зростанні часу  $t$ .

Такі розв'язки називаються асимптотично стійкими.

Розглянемо геометричну інтерпретацію стійкості системи рівнянь

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(t, x_1, \dots, x_n)$$

$i$  – визначає число змінних  $i = 1, \dots, n$ .

Кожному розв'язку цієї системи

$$x_i = \varphi_i(t)$$

відповідає інтегральна крива в  $(n+1)$  вимірному просторі стану системи.

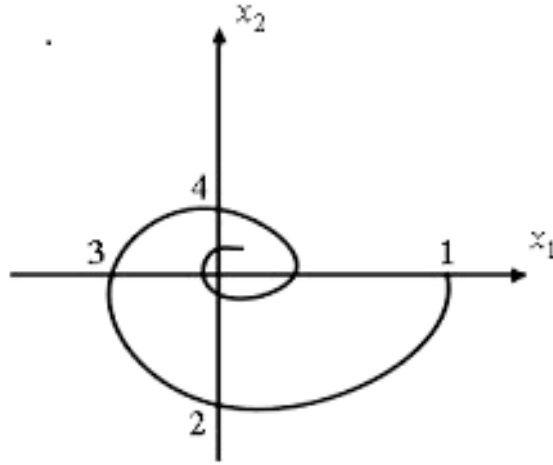
Назвемо цей простір  $Otx_1x_2\dots x_n$ .

Кількість вимірів цього простору визначається числом незалежних параметрів пожежотехнічної системи, яка досліджується.

При дослідженні нестационарних процесів пожежотехнічної системи незалежно від їх фізичного змісту параметри  $x_1, x_2, \dots, x_n$  являють виміри цього простору, а незалежну змінну  $t$  вважають часом. Тоді графічною інтерпретацією розв'язків  $x_i = x_i(t)$  слугують криві лінії, так звані інтегральні криві багатовимірного простору. Такі лінії відображають закон руху точки в просторі стану і є її траєкторією. Рівняння  $x_i = x_i(t)$  одночасно називають параметричними рівняннями з параметром  $t$ . Кожне з таких рівнянь відображається у двовимірній координатній площині простору стану системи.

Проекціюванням інтегральної кривої в напрямі, який співпадає з напрямком осі  $Ot$  простору стану системи, одержують простір змінних параметрів  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , який називається багатовимірним фазовим простором стану пожежотехнічної системи. Тоді лінія, яка графічно відображає розв'язок системи рівнянь першого порядку, називається фазовою траєкторією руху точки у фазовому просторі змінних параметрів.

В теорії пожежотехнічних систем, як правило, використовують опис динаміки цієї системи за допомогою двох диференціальних рівнянь першого порядку або одного диференціального рівняння другого порядку. У цьому випадку багатовимірним фазовим простором слугує двовимірна площина змінних параметрів системи (рис. 2.4).



**Рисунок 2.4** – Фазова траєкторія руху точки

В такій фазовій площині одержуємо криву, яка є інтерпретацією розв'язку системи двох рівнянь:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1(t, x_1, x_2);$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2(t, x_1, x_2).$$

Рівняння кривої у фазовій площині одержуємо діленням першого рівняння на друге:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{x_1(t, x_1, x_2)}{x_2(t, x_1, x_2)}$$

Крива, яка відображає його розв'язок, називається фазовою траєкторією пожежотехнічної системи другого порядку.

Сукупність фазових траєкторій, побудованих для різних початкових умов пожежотехнічної системи, яка досліджується, складає фазовий портрет цієї системи.

Розглянемо особливості фазових параметрів пожежотехнічної системи другого порядку для різних значень їх розв'язків. Запишемо систему рівнянь, що описують динаміку у вигляді:

$$\dot{x} = a_{11}x + a_{12}y;$$

$$\dot{y} = a_{21}x + a_{22}y.$$

Розв'язок:

$$x = c_1 \alpha_{11} e^{k_1 t} + c_2 \alpha_{12} e^{k_2 t};$$

$$y = c_1 \alpha_{21} e^{k_1 t} + c_2 \alpha_{22} e^{k_2 t}.$$

Якщо корені характеристичного рівняння системи другого порядку комплексні, тобто  $k_{12} = p \pm qi$ ,  $i^2 = -1$  – уявна одиниця, то загальний розв’язок цієї системи рівнянь має вигляд:

$$x = e^{pt} (c_1 \cos qt + c_2 \sin qt);$$

$$y = e^{pt} (\bar{c}_1 \cos qt + \bar{c}_2 \sin qt),$$

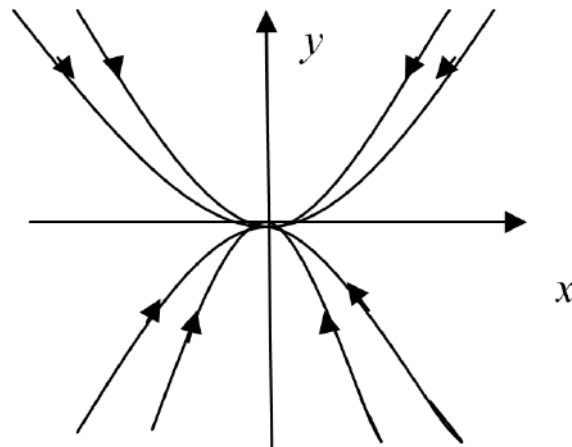
$c_1, c_2, \bar{c}_1, \bar{c}_2$  – постійні інтегрування.

Розглянемо такі випадки:

1)  $k_1 \neq k_2, k_1 < 0, k_2 < 0$ .

Діленням змінної  $x$  на  $y$  одержимо фазову траєкторію при різних початкових умовах. Вони визначають розташування фазових траєкторій у фазовій площині.

Фазовий портрет системи має вигляд (рис.2.5):



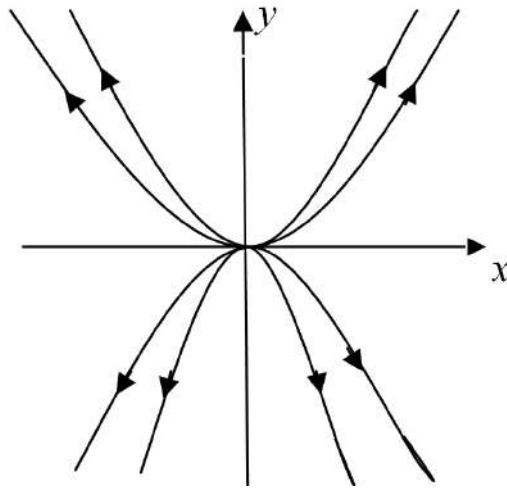
**Рисунок 2.5** – Фазові траєкторії при від’ємних значеннях коренів

Точка спокою системи, якою слугує початок координат, називається стійким вузлом.

2)  $k_1 \neq k_2, k_1 > 0, k_2 < 0$

У цьому випадку фазові траєкторії не змінюються відносно пункту 1). Це можна пояснити, наприклад, заміною параметра  $t$  на параметр  $-t$ . Другий випадок зводиться до першого.

Напрямок руху фазових траєкторій є протилежним. Із зростанням часу фазові параметри необмежено зростають (рис. 2.6).

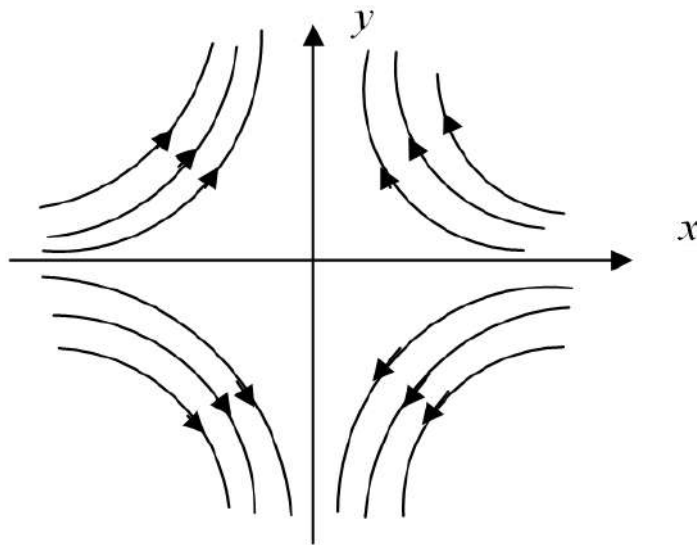


**Рисунок 2.6** – Фазові траєкторії при додатному значенні кореня

Точка спокою системи називається нестійким вузлом.

3)  $k_1 > 0, k_2 < 0$

Зображувальна точка, рухаючись фазовою траєкторією, віддаляється від початку координат (рис. 2.7).



**Рисунок 2.7** – Нестійке сідло фазового портрету

Точка спокою в цьому випадку називається нестійким сідлом.

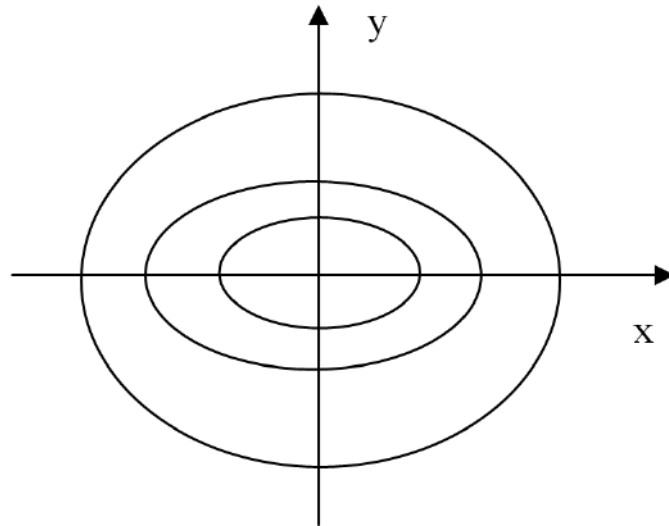
4) Корені характеристичного рівняння уявні  $k_{1,2} = \pm qi$ .

Розв'язок шукаємо у вигляді

$$x = c_1 \cos qt + c_2 \sin qt ;$$

$$y = \bar{c}_1 \cos qt + \bar{c}_2 \sin qt .$$

Усі розв'язки є періодичними функціями від часу  $t$ . Очевидно, що фазовими траєкторіями є замкнені криві у вигляді еліпсів і в частинному випадку – кола (рис. 2.8).



**Рисунок 2.8** – Фазовий портрет при уявних значеннях коренів

Точки фазових траєкторій близькі за початковими умовами до початку координат при будь-яких  $t > t_0$ .

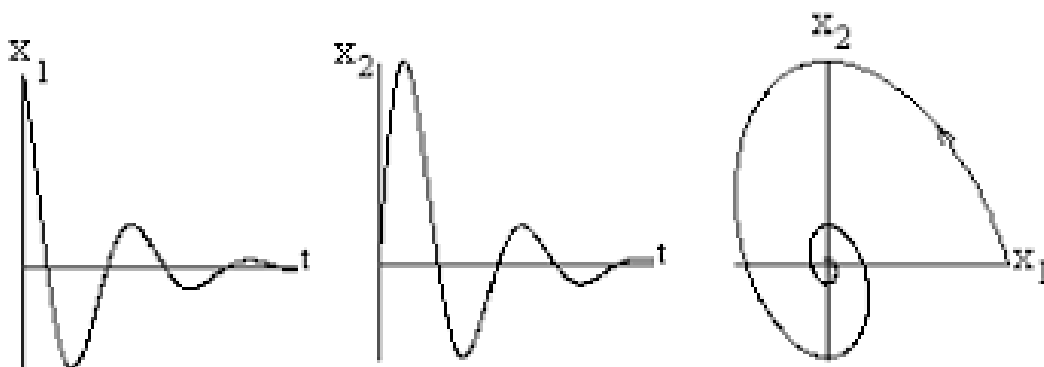
Асимптотичного наближення до початку координат при необмеженому зростанні часу, тобто при  $t \rightarrow \infty$ , немає. Отже, точка спокою є стійкою, але не асимптотично. Для цього випадку вона називається центром.

5) Корені характеристичного рівняння комплексні.

$$k_{12} = p \pm qi$$

нехай  $p < 0$ , а  $q \neq 0$ .

При зростанні часу траєкторія після обходу початку координат не замикається, а наближається до початку координат (рис.2.9).



**Рисунок 2.9** – Стійкий фокус фазового портрету



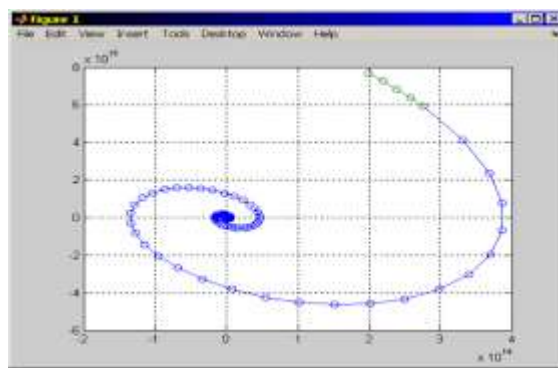
Отже, при зростанні часу  $t$  точки фазових траєкторій, рухаючись по спіралі, наближаються до початку координат. Точка спокою називається стійким фокусом. Ця точка є асимптотично стійкою.

б) Корені характеристичного рівняння комплексні

$$k_{12} = p \pm q_i$$

$$p > 0, q \neq 0$$

Для цього випадку розташування фазових траєкторій у фазовій площині не змінюється, але рух зображувальної точки змінюється на протилежний (рис. 2.10).



**Рисунок 2.10** – Нестійкий фокус фазового портрету

## **РОЗДІЛ 3**

# **ГРАФІЧНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У МОДЕЛЮВАННІ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ**

### **3.1. Аналіз результатів експериментальних досліджень зносостійкості пожежно-технічного устаткування**

Геометричні засоби при числі змінних параметрів, що перевищує 3, мають практичне застосування у дослідженнях залежностей багатопараметричних процесів, об'єктів та систем на засадах візуалізації та подальшого аналізу геометричних моделей простих чи складних функцій. Розглянемо приклад використання засобів геометричного моделювання для конструювання геометричної моделі результатів експериментальних досліджень зносостійкості поверхонь пожежно-технічного устаткування в умовах абразивного зношування покриття. Така модель подається у вигляді багатовиду як границі областей параметрів. При цьому зв'язки експериментально одержаних параметрів взаємодії складових елементів дослідних зразків графічно подаються складною функцією.

Зносостійкість вузлів і агрегатів пожежно-технічного устаткування є головною передумовою довговічності та надійності їх роботи. Дослідження зносостійкості покриття виробу виконувалися на експериментальних зразках системи "вал-втулка". При цьому було використано елементи лабораторного обладнання з заданим покроковим інтервалом зміни функціональних параметрів взаємодії складових частин дослідних взірців. Геометрично зв'язки параметрів визначають багатовиди охоплюючого багатовимірного фазового простору. В сучасних умовах обмежених можливостей проведення експериментальних випробувань побудова подібних геометричних моделей багатопараметричних залежностей уможливорює при зменшенні числа лабораторних дослідів замінити візуальні засоби аналізу дослідженнями поведінки шарів покриття на засадах вивчення структури геометричної моделі процесу зношування. У такому випадку доступний аналіз геометричних моделей з можливістю визначення критичних значень параметрів процесу.

В основу аналізу зносостійкості покладені переважно результати досліджень двопараметричних залежностей, отриманих експериментально. При дослідженні зносостійкості маємо, як і для цього випадку, сталість знаків усіх чисел, що визначають змінні параметри; це дозволяє використати правдоподібно геометричні засоби одного координатного підпростору багатовимірною фазового простору. Врахування одночасного впливу багатьох параметрів процесу зношування покриття вимагає розроблення нових методів розрахунку із залученням засобів геометричного моделювання. Важливим питанням є розроблення геометричних засобів, що обмежують діапазон зміни робочих параметрів пари тертя "вал - втулка".

Результати експериментальних досліджень приведені для випадку пари тертя "вал-втулка". Кожен наступний експеримент проводився для поінтервальних значень швидкості  $v$ (м/с) ковзання вала в робочому діапазоні її зміни. Питоме навантаження  $p$  (МПа) для досягнення належного рівня напруженого стану, адекватного зовнішнім навантаженням у вузлах чи агрегатах, встановлювалось за допомогою еталонів, які задають значення  $p$  в інтервалі 1, 2, 3, 4, 5 МПа. Значення зносу  $g$  (мг/мм<sup>2</sup>) для серії експериментів з об'ємним загартуванням втулки і евтектичним боридним покриттям вала приведені в таблиці 3.1.

**Таблиця 3.1**

Залежності зносу  $g$  для пари тертя «вал–втулка»

№ з/п	Швидкість ковзання, $v$ (м/с)	Знос $g$ , (мг/мм <sup>2</sup> )				
		Питоме навантаження $p$ ,(МПа)				
		1	2	3	4	5
1	0.4	15	18	25	32	36
2	0.5	17	22	28	34	38
3	0.6	18	25	32	36	40
4	0.7	22	30	37	41	47
5	0.8	24	35	42	46	52

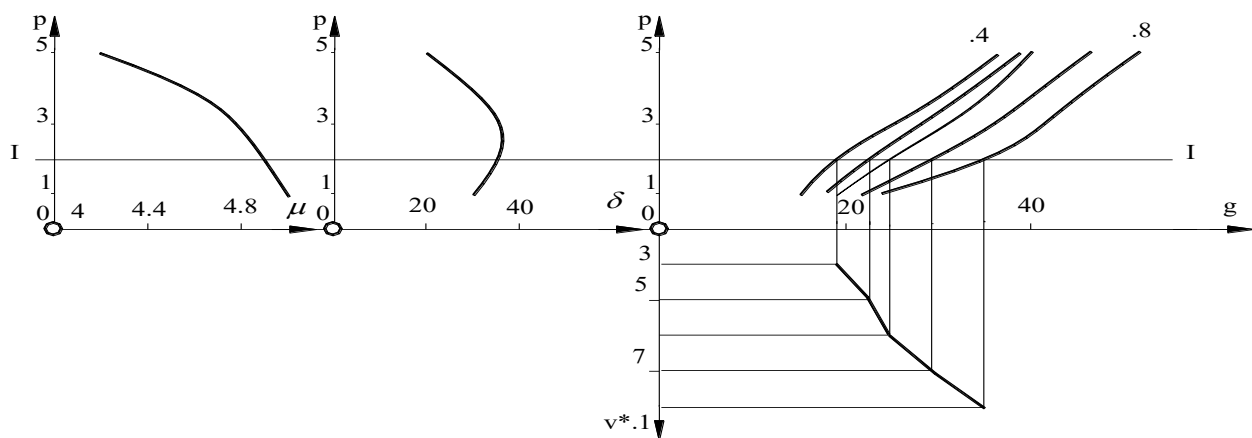
Дані металографічного аналізу втулок після проведення серії експериментів із визначення товщини  $\delta$  (мкм) білих шарів і мікротвердості  $\mu$  (ГПа) наведені в таблиці 3.2.

**Таблиця 3.2**

Залежності питомого навантаження  $p$  для пари тертя "вал-втулка"

Параметри	Питоме навантаження, $p$ (МПа)				
	1	2	3	4	5
$\delta$	30	35	38	30	20
$\mu$	5	4.9	4.8	4.5	4.2

Результати експериментальних досліджень вказують на зміну п'яти параметрів: зносу  $g$ , питомого навантаження  $p$ , швидкості ковзання  $v$ , товщини білих шарів  $\delta$  і мікротвердості поверхні втулок  $\mu$ . Серед них маємо три залежних параметри  $g$ ,  $\delta$ ,  $\mu$  як функцій двох незалежних параметрів  $v$  і  $p$ , причому одночасно від двох параметрів  $v$  і  $p$  залежить тільки знос поверхні втулок  $g$ . Для конструювання проєкцій багатовиду як геометричної моделі отриманих експериментальних даних виконаємо вибір комплексного креслення охоплюючого багатовимірний фазового простору. Для п'яти змінних параметрів ( $n = 5$ ), поданих дійсними числами, маємо п'ятивимірний простір  $Og\delta\mu v p$ , підпростір аргументів якого двовимірний і подається двовимірною площиною  $Ovp$ . Для усього розмаїття епюрів  $n$ -просторів спільним є спосіб їх формування з використанням двовимірних площин. Такі епюри подаються у загальній або ортогональній декартовій системі координат. З огляду на практичне використання залежностей в процесі металографічного аналізу, де результати експериментальних даних візуалізуються в ортогональній декартовій системі координат, приймемо за базовий один з таких епюрів (рис.3.1).



**Рисунок 3.1** – Проєкції 2-багатовиду простору  $Og\delta\mu v p$

Багатовид як геометричну модель результатів експериментальних даних подамо проекціями у двовимірні координатні площини. Це проекції отримують за допомогою перерізів січними площинами рівня  $v_i = const$ . Враховуючи суттєві обмеження у проведенні експериментів, покажемо розширені можливості графічного відображення їх результатів. Умови проведення експериментів такі, що параметри зносу відслідковуються при поінтервальній зміні питомого навантаження і постійних значеннях швидкості ковзання. Для узагальнення результатів досліджень з практичних міркувань важливішими є залежності із значеннями швидкості ковзання в якості аргументу. Використаємо у площині епюра додаткове поле  $Ogv$ , в якому розташуємо проекції, отримані за допомогою січних гіперплощин  $p_i$  (з слідами, наприклад, I-I).

Багатовид п'ятивимірного простору подамо системою рівнянь

$$\begin{aligned} g &= g(v, p); \\ \delta &= \delta(p); \\ \mu &= \mu(p). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Залежності (3.1) визначають напрямні багатовимірних циліндричних поверхонь. Залежність  $g = g(v, p)$  подається у тривимірному координатному підпросторі  $Ogvp$  двовимірною поверхнею  $P_1$ . У п'ятивимірному просторі поверхня  $P_1$  є напрямним багатовидом чотиривимірної циліндричної поверхні  $\zeta_1$ . Твірні багатовиди утворюють двовимірні площини  $\Pi_1$ , паралельні координатній площині  $O\delta\mu$ . Залежності  $\delta = \delta(p)$  і  $\mu = \mu(p)$  подаються одновимірними багатовидами  $P_2$  і  $P_3$  як напрямними чотиривимірних циліндричних поверхонь  $\zeta_2$  і  $\zeta_3$ . Твірні циліндричних поверхонь  $\zeta_2$  і  $\zeta_3$  утворюють тривимірні лінійні підпростори  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$ , паралельні координатним підпросторам  $Og\mu v$  і  $Og\delta v$  відповідно. У п'ятивимірному просторі  $Og\delta\mu v p$  чотиривимірні циліндричні поверхні  $\zeta_2$  і  $\zeta_3$ , перетинаючись, визначають багатовид цього простору розмірності

$$l_1 = m_1 + m_2 - n = 3,$$

де  $l_1$  – розмірність багатовиду;

$m_i = 4$  – розмірності гіперциліндрів.

Утворений багатовид розмірності  $l_1 = 3$  у перетині з чотиривимірною циліндричною поверхнею  $\zeta_1$  п'ятивимірного простору визначає багатовид як геометричну модель залежностей (1). Розмірність багатовиду

$$l_2 = m_i + l_1 - n = 2,$$

тобто маємо двовимірну поверхню п'ятивимірного простору  $Og\delta\mu\nu\rho$ . Розмірність  $l_2$  багатovidу можна визначити також з урахуванням взаємного перетину одразу трьох чотиривимірних циліндричних поверхонь  $W_1$ ,  $W_2$  і  $W_3$  п'ятивимірного простору.

Кожна вісь простору  $Og\delta\mu\nu\rho$  при формуванні двовимірного багатovidу є рівнозначною. Проте, виходячи з практичних міркувань, в якості задавальної осі зручно прийняти вісь  $Op$ , тоді при конструюванні епюра січна чотиривимірна гіперплощина паралельна координатному підпросторові  $Og\delta\mu\nu$ . Це дозволяє визначати для кожного значення питомого навантаження  $p_i$  одразу всі значення функцій  $g_0$ ,  $\delta_0$ ,  $\mu_0$  у січних площинах  $v_i$ :

$$g_0 = g(v_i, p_i);$$

$$\delta_0 = \delta(p_i);$$

$$\mu_0 = \mu(p_i).$$

Розробка і використання методів аналізу результатів досліджень на прикладі покриттів металевих виробів пожежотехнічного устаткування із врахуванням взаємозв'язку багатьох функціональних параметрів шляхом застосування прикладної багатovidимірної геометрії дає змогу оптимізувати число експериментів і одержувати результати, можливості експериментального визначення яких обмежені.

### 3.2. Моделі управління маршрутними перевезеннями

Дослідження процесів проектно-орієнтованого управління пасажиропотоками міст-мегаполісів з використанням сучасних технічних засобів, зокрема, **GPS**-моніторингу як системи контролю транспорту за його місцеположенням і станом, має важливе практичне значення. Розроблення моделі управління рухом транспортних засобів загального та спеціального призначення, особливо пасажирських, з урахуванням специфіки перевезень в межах міста є одним з пріоритетних завдань. Практика використання сучасної моделі управління пасажиропотоками, що полягає у призначенні головних і другорядних транспортних магістралей в місті, вказує на необхідність централізованого

управління пасажиропотоками, яке б забезпечило мінімізацію заторів та аварійних ситуацій. Геометрична модель завантаженості транспортних пасажирських магістралей в активні періоди дня мегаполісу із визначенням точок компромісної геометричної оптимізації завантаженості вулиць пасажирськими транспортними засобами і забезпеченням рівномірного розподілу пасажиропотоків повинна передбачати можливості безперешкодного пересування містом автомобілів спеціального призначення. При цьому необхідно враховувати принципи та методи теорії об'єктно-орієнтованого централізованого управління проектами оптимізації пасажиропотоків та цільових перевезень для умов втрати класичної характеристики міської території заселення. Варто зазначити, що кількість міст, які за площею і числом жителів сягають показників світових міст-мегаполісів, щороку зростає.

Важливим елементом забезпечення безпеки життєдіяльності для умов втрати наявності класичної характеристики міської території заселення є нормальне функціонування транспортних артерій. Підвищення їх ефективного функціонування потребує постійного додаткового залучення людських, матеріальних і фінансових ресурсів. Здійснення проектів розділення в часі вантажоперевезень і пасажирських перевезень та оптимізації за умови використання єдиних транспортних артерій є частинним розв'язанням проблеми оптимізації пасажиропотоків, оскільки навантаження вуличних магістралей зростає саме у світловий період доби. Великі розміри міста, складна геометрія вулиць та вуличних розв'язок, наявність перехресть головних магістралей потребують використання вищого рівня управління пасажиропотоками. Для цього необхідно застосовувати як наукові положення об'єктно-орієнтованого управління проектами, так і передові досягнення людства, зокрема, технологій *GPS*-моніторингу як системи контролю транспорту за місцезнаходженням і технічним станом.

Дослідження пасажирських перевезень у великих містах геометричними засобами об'єктно-орієнтованого управління проектами за умов зростання числа жителів та площі є актуальним науково обґрунтованим і життєво необхідним. Аналіз досліджень в галузі моделювання процесів об'єктно-орієнтованого управління перевезеннями взагалі та пасажирськими перевезеннями зокрема вказує на відсутність теоретичних засад, принципів та моделей управління.

Одержані із залученням інформаційних графічних технологій сучасні наукові результати в галузі розвитку та вдосконалення засад управління галузевими народно-господарськими проектами вказують на практичну потребу поглиблення досліджень, розроблення нових результативних моделей. Підвищення ефективності управління процесами функціонування міст можливе за умови використання найсучасніших модельних підходів до орієнтованого управління проектами дослідження динаміки технічних та соціальних систем, заснованих на проектно-геометричних засадах управління безпекою функціонування та проживання. Вони слугують підґрунтям для розроблення спеціалізованих модельних засобів. Розвиток структури об'єктно-орієнтованого управління пасажиропотоками мегаполісів із залученням модельних засобів прикладної багатовимірної геометрії є одним із завдань геометричного і математичного моделювання процесів.

На рис. 3.2. наведено систему управління проектами ефективного перерозподілу пасажиропотоків і транспортних перевезень для умов нерівномірності функціональних зон міст-мегаполісів, у якій враховано передові технічні досягнення та сучасні наукові розробки в галузі об'єктно-геометричного моделювання.

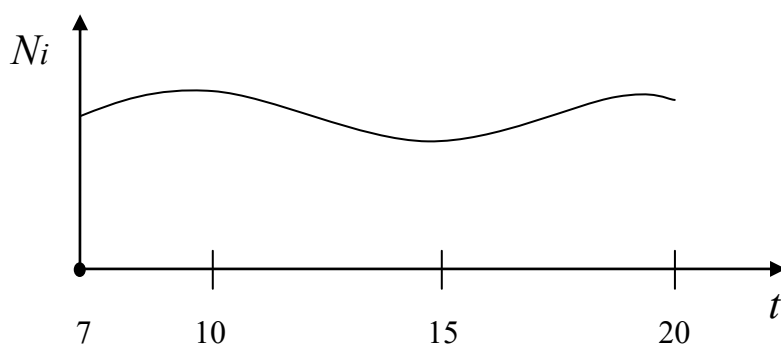


**Рисунок 3.2** – Схема об'єктно-орієнтованого управління пасажиропотоками за умов втрати класичної характеристики міської території заселення



Модель об'єктно-орієнтованого управління пасажиропотоками великого міста втілює принцип єдиного керування завдяки одночасному охопленню усіх перевезень. Відповідно до цієї моделі в офісному відділенні комплексу моніторингу **GPS** сканується поточна інформація про завантаженість пасажирськими засобами (в т.ч. легковими автомобілями) вулиць і магістралей міста. Головних магістралей, зазвичай, нараховується 5-7. За життєвий цикл моделі управління проектами оптимізації пасажиропотоків приймають, як правило, часовий інтервал між 7.00 та 20.00 годинами. В подальшому розроблена модель узагальнюється на інші часові інтервали – тижні, місяці, роки тощо.

Відповідно до моделі приймається реальний минулорічний показник кількості пасажирських перевезень транспортом на основних магістралях у вигляді залежності кількості  $N_i$  пасажирів на відрізку часу  $t = 7...20$  год. (рис. 3.3).



**Рисунок 3.3** – Проектний характер завантаження  $i$ -ї автомагістралі пасажиропотоком

Очевидно, що гладкість кривих, апроксимованих з урахуванням реальної дорожньої ситуації на магістралях, різна і враховує закономірні зміни процесів формування пасажиропотоків та транспортних перевезень кожною з них. Крива приймається кусково-неперервною в межах 7...20 год і може бути подана математичним виразом, зокрема, із застосуванням поліноміального виразу вигляду

$$P(t) = b_n t^n + b_{n-1} t^{n-1} + \dots + b_1 t^1 + \dots + b_0. \quad (3.2)$$

Характер кривої (3.2) визначається на проміжку 7...20 год, тобто для періоду функціонування моделі. Для кожної магістралі можна задати максимальне завантаження  $N_{i\max}$ . Це дає можливість визначити пріоритетність магістралей, виходячи з їх максимальної пропускну здатності, і задати як коефіцієнти  $q_i$ , так і гіперплощину  $\Gamma$  відносної

оптимізації завантаження магістралі пасажиропотоками. Сукупність двовимірних площин  $ON_i t$  для семи автомагістралей утворює восьмивимірний простір стану об'єктно-орієнтованої системи управління пасажиропотоками (рис. 3.3) з проектним характером завантаження 1 – автомагістралі у площині  $ON_1 t$ .

Кожна з залежностей

$$N_1 = N_1(t) ;$$

...

$$N_i = N_i(t) ;$$

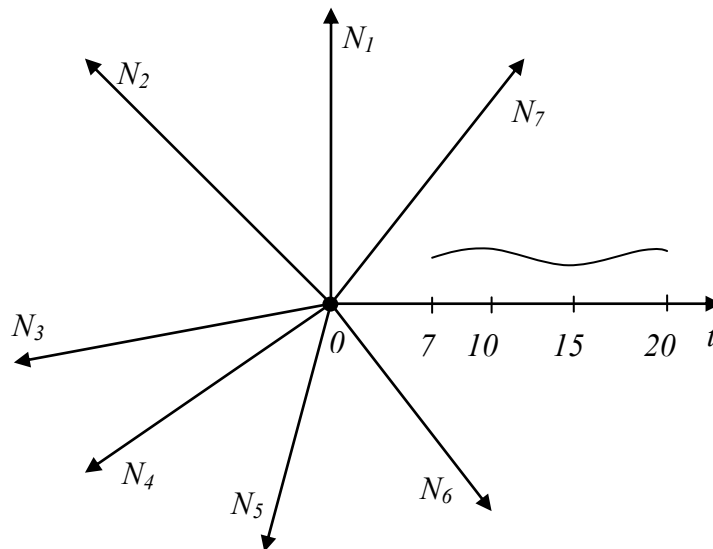
...

$$N_7 = N_7(t),$$

одержана з використанням (3.2), є напрямною семивимірної ( $m=7$ ) циліндричної поверхні. Твірними поверхні слугують семивимірні лінійні підпростори  $ON_i$ , кожен з яких ортогональний до двовимірної площини одновимірного лінійного підпростору  $Ot$ . Взаємний перетин семи ( $d=7$ ) циліндричних поверхонь виділяє в охоплювальному просторі стану  $ON_i t$  розмірності  $n = 8$  геометричний образ, розмірність  $r$  якого визначимо за формулою:

$$r = \sum_{i=1}^7 m_i - n(d - 1) = 1,$$

тобто восьмипросторову криву лінію, як модель зміни пасажиропотоків на магістралях у межах 7...20 год (рис. 3.4).



**Рисунок 3.4** – Простір стану завантаження автомагістралей пасажиропотоками

Проекціюванням кривої в напрямі, паралельному підпросторові  $Ot$ , одержуємо в обхоплюючому семивимірному фазовому просторі  $ON_i$  траєкторію  $T$  динаміки зміни пасажиропотоків одразу для усіх семи магістралей (рис.3.5).

Гіперплощину  $\Gamma$  задамо рівнянням

$$q_2 q_3 q_4 q_5 q_6 q_7 N_1 + q_1 q_3 q_4 q_5 q_6 q_7 N_2 + q_1 q_2 q_4 q_5 q_6 q_7 N_3 + q_1 q_2 q_3 q_5 q_6 q_7 N_4 + q_1 q_2 q_3 q_4 q_6 q_7 N_5 + q_1 q_2 q_3 q_4 q_5 q_7 N_6 + q_1 q_2 q_3 q_4 q_5 N_7 = q_1 q_2 q_3 q_4 q_5 q_6 q_7. \quad (3.3)$$

Рухом гіперплощини  $\Gamma$  оптимізації (3.3) з слідами  $q_i$  на осях семивимірному фазовому просторі  $ON_i$  одержуємо точку  $A$  дотикання гіперплощини  $\Gamma$  і траєкторії  $T$ , тобто точку компромісного екстремуму, визначену як для моменту часу  $t_0$  в межах 7...20 год., так і для всіх числових значень її координат  $p_i$  на кожній осі  $ON_i$ .

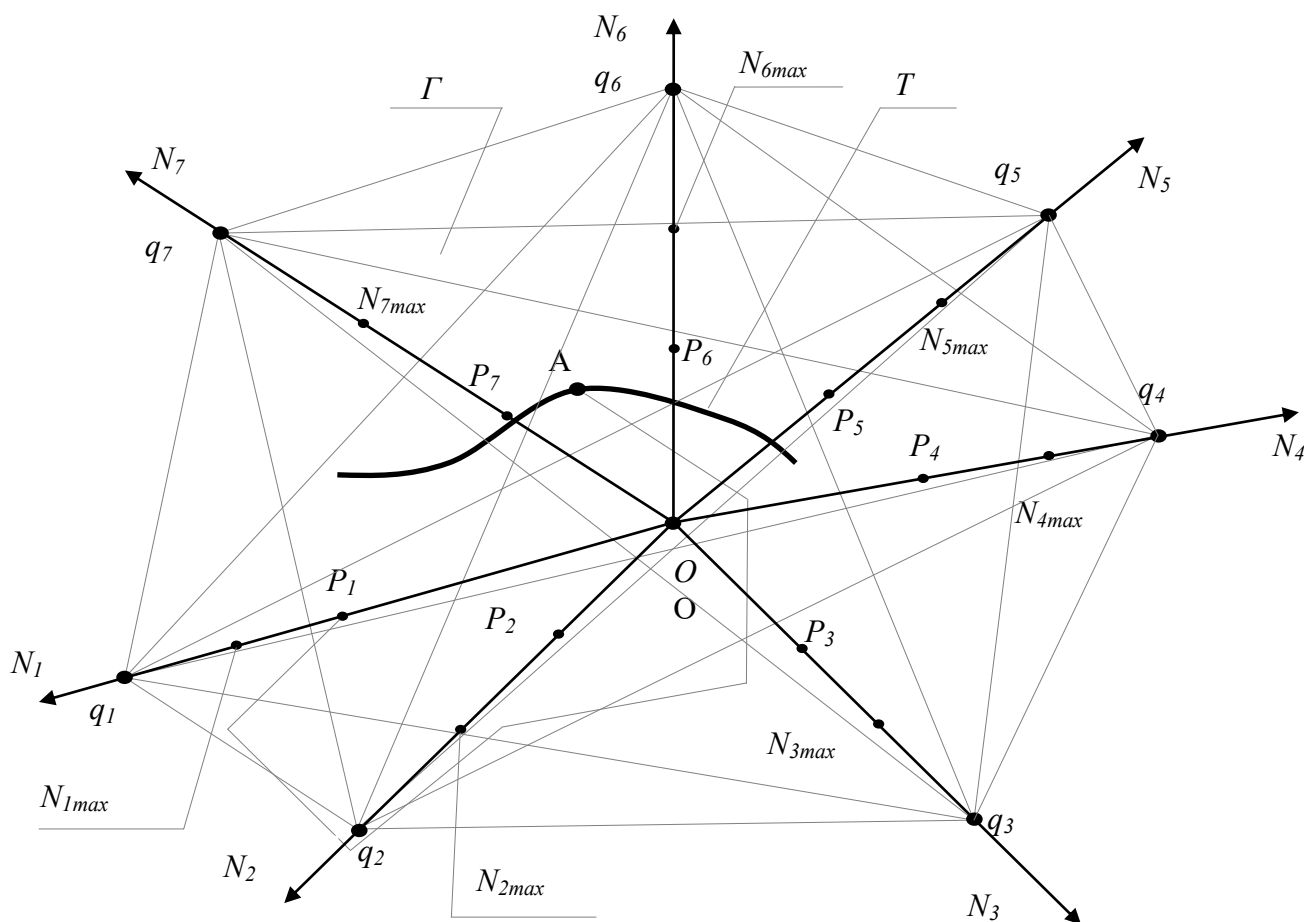


Рисунок 3.5 – Фазова траєкторія динаміки зміни пасажиропотоків.

Якщо значення  $p_i$  наближається або дорівнює максимальному завантаженню  $N_{i\max}$  тої чи іншої магістралі, подається сигнал на наземні оперативні засоби управління щодо прийняття заходів розвантаження  $i$ -тої магістралі.

Оперативна числова інформація про поточний стан пасажиропотоку, яка надходить від рухомого складу 1 транспорту в модельні засоби прикладної геометрії, дає змогу на основі використання (1) коректувати геометричну модель зміни в часі пасажиропотоків і руху спецтранспорту та надавати прогноз на найближчі 1...2 год.

Життєво важливою функцією системи вважається безперешкодне функціонування спеціального транспорту (пожежно-рятувальна техніка, карети медичної допомоги тощо) як рухомого складу 2. Відповідно до моделі функціонування систем моніторингу **GPS** з залученням модельних засобів прикладної геометрії як складової об'єктно-орієнтованого управління, на схемі виділено кілька магістралей, що забезпечують зручний доступ у життєво важливі частини міста. Система регулює рух, підтримуючи недовантаження цих вулиць. При виникненні необхідності за допомогою спеціальних засобів створюються умови для безперешкодного проїзду спеціального транспорту до місць призначення.

Оскільки в геометричній моделі використовується кусково-неперервна гладка крива, система реагує на імпульсні зміни ситуації на автомагістралях, зокрема, затори. За наявності затору до наземних пунктів управління подається сигнал про початок його формування. В кожній надзвичайній ситуації, що виникає на магістралі, важлива швидкість реагування. Тому геометрична модель зорієнтована на формування вихідного сигналу при використанні похідної виразу (1) з урахуванням оперативної числової інформації про затор. Одночасно визначається як причина створення нестандартної ситуації (дорожньо-транспортна пригода, аварійний стан дороги тощо), так і винуватець — автомобіль затору, номерний знак якого з фотографією створеної ним аварійної ситуації подається на наземний командний пункт для вживання запобіжних заходів, та формується алгоритм усунення ризиків і вирішення складностей у наявному проекті пасажирських перевезень.

Введення в дію системи **GPS** моніторингу уможливило знизити операційні витрати, оскільки з'являються економічні переваги завдяки оптимізації оперативних функцій диспетчера, зменшенню непродуктивного і незапланованого пробігу, швидкому прийняттю управлінських рішень на основі достовірних статистичних звітних даних, автотранспортній логістиці. Система **GPS** відслідковує незаплановані людські фактори роботи: створення заторів, зміни маршрутів та інші відхилення від прийнятих на засадах проектно-орієнтованого управління перевезеннями рішень. **GPS**-моніторинг підвищує безпеку перевезень завдяки можливості надсилання водієві тривожного повідомлення при будь-яких несправностях, а також попередження про аварійний стан ділянок магістралі. У цьому й полягає об'єктно-орієнтоване управління як пасажирським, так і спеціальним транспортом.

Розроблена модель, реалізована в  $n$ -вимірному фазовому просторі формування пасажиропотоків, подає практичну можливість опрацьовувати оперативні дані дорожньої ситуації на магістралях з використанням переваг об'єктно-орієнтованого управління комп'ютерними інформаційними геометричними технологіями та залученням сучасних технічних засобів, зокрема, **GPS**-моніторингу і дає змогу визначати умови для ефективного функціонування системи за будь-яких погодних умов, що є особливо важливим у екстремальних ситуаціях.

Важливими є подальші дослідження моделей процесів, спрямовані на удосконалення руху спецтранспорту в часи формування заторів з врахуванням геометричної моделі як складової процесу об'єктно-орієнтованого управління пасажиропотоками. Такі моделі, реалізовані у двовимірному евклідовому просторі, дадуть можливість ширшого практичного використання розроблених засобів із залученням інформаційних графічних технологій для розв'язування оптимізаційних задач в галузі транспортних перевезень.

### 3.3. Геометричні образи дво- і тривимірного простору як моделі процесів у програмі MatLab

#### 3.3.1. Побудова графіків у площині

Мова програмування MatLab є високорівневою інтерпретованою мовою програмування, що включає широкий спектр функцій та інтегроване середовище розробки програм. Засновані на матричних структурах даних, об'єктно-орієнтовані можливості написані іншими мовами програмування. Розвиток пакета MatLab спрямований на постійне розширення його можливостей та вдосконалення закладених алгоритмів. MatLab є потужним і універсальним засобом вирішення завдань, що виникають в різних областях людської діяльності.

В MatLab передбачена можливість побудови графічних залежностей, які часто використовують при моделюванні процесів. Розглянемо способи побудови графіків у площині, починаючи з найпростішого – відрізками прямих.

Для підвищення результативності роботи в MatLab і одержання практичних навичок роботи, передбачена функція Demos, яка містить багато типових прикладів, зокрема, з дво- і тривимірною графікою. Для використання її можливостей виконуємо операцію Help – Demos – Matlab. З'являється діалогове вікно „Demos Window”. Обираємо Graphics, вид площини 2-D Plots та вихідне з нього Line Plot of a Chirp:

Plot(x,y) – будує графік функції  $y(x)$ , використовуючи координати точок  $(x,y)$  з векторів однакових розмірів Y та X. Якщо X або Y – матриця, то будується сім'я графіків за даними, що містяться в колонках матриці.

В MatLab передбачені оператори, що будують графіки та опції, які допоможуть в подальшому полегшити роботу в процесі побудови графіків, наприклад,:

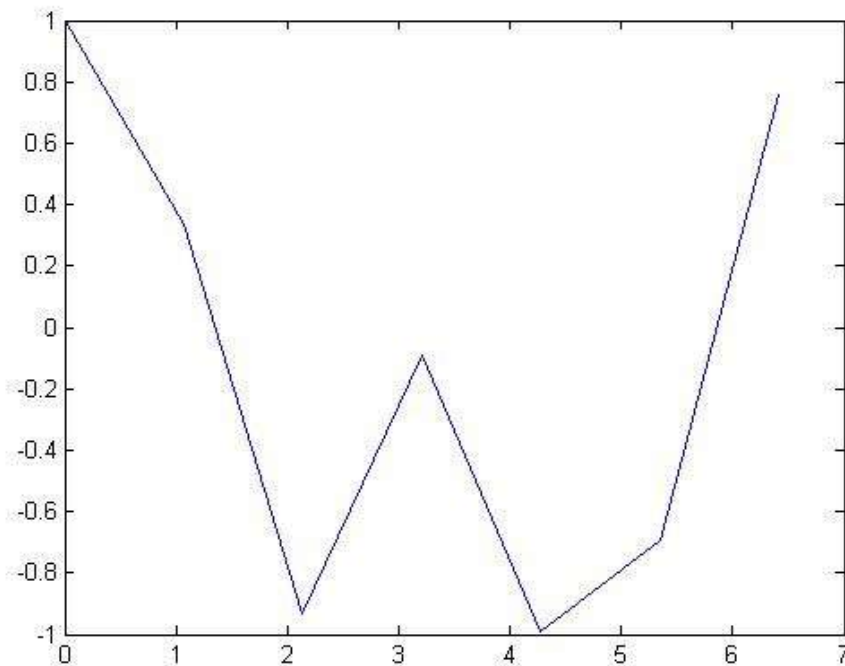
```
x=  
y=  
plot (x, y);
```

Візьмемо, наприклад, функцію:  
plot(cos ((0:1.07:7).^3)).

Підставляємо значення до операторів Matlab:

```
>> x=0:1.07:7;  
>> y=cos(x.^3);  
>> plot(x,y).
```

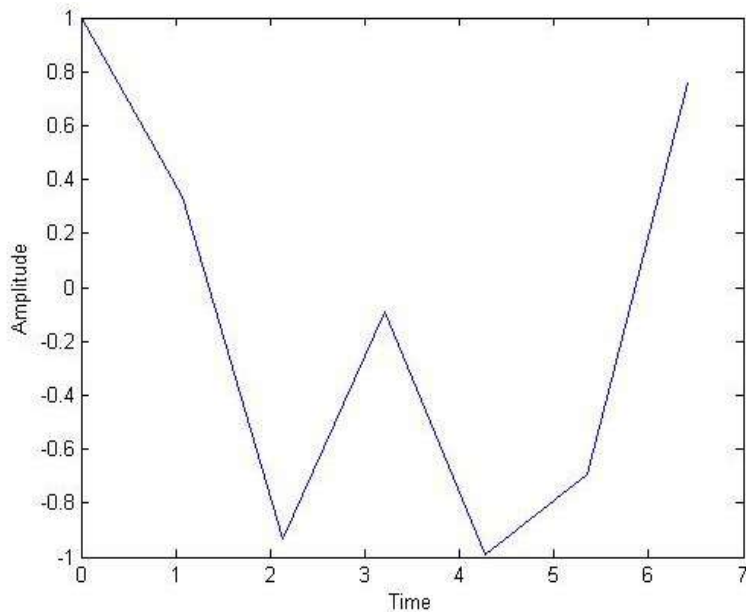
В результаті виконання програми отримуємо наступний графік (рис. 3.4).



**Рисунок 3.4** – Побудова графіка відрізками прямих

Засоби MatLab дозволяють додати до графіка назви осей, наприклад, час (Time) та амплітуду (Amplitude). Для цього потрібно додати до трьох операторів ще два – xlabel та ylabel. В результаті отримуємо (рис.3.5):

```
x=0:0.05:5;  
y=sin(x.^2);  
plot(x,y);  
xlabel('Time')  
ylabel('Amplitude')
```



**Рисунок 3.5** – Найменування осей на графіку

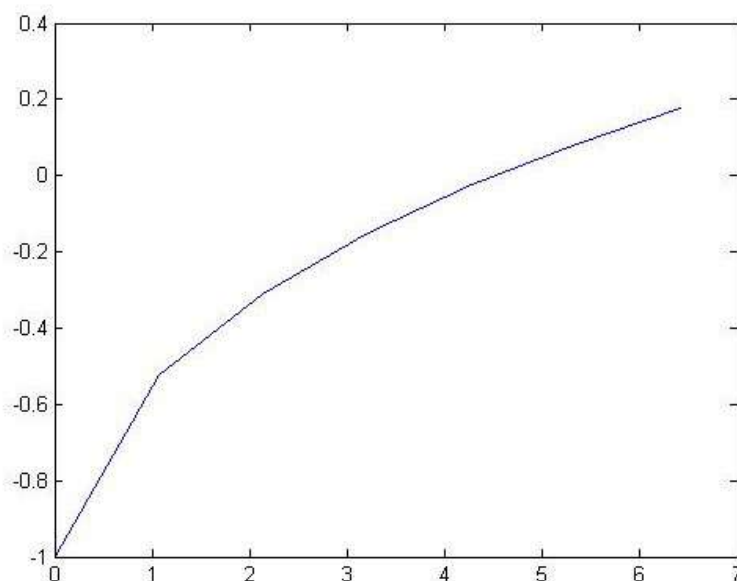
Підкреслимо, що правильність побудови графіка залежить від правильності введення даних, оскільки некоректно введенні дані та знаки пунктуації спотворюють кінцевий результат.

Спробуємо змінити попередній графік, підставивши інші значення змінних, наприклад, `plot(-cos((0:1.07:7).^0.3))`.

Для цього в робочому вікні вводимо:

```
>> x=0:1.07:7;
>> y=-cos(x.^0.3);
>> plot(x,y)
```

В результаті отримуємо графік (рис. 3.6):



**Рисунок 3.6** – Зміна параметрів побудованого відрізками прямих графіка



Графіки, побудовані відрізками прямих, одержують за точками результатів експериментальних досліджень. Для подальшого їх опрацювання використовують засоби інтерполяції графічних залежностей. Розглянемо приклад візуалізації даних експериментальних досліджень осадження продуктів горіння [16].

Експериментальні дослідження проводилися з використанням пристрою (рис. 3.7), створеного в Львівському державному університеті безпеки життєдіяльності на основі осьового вентилятора та форсунки, що подає в задимлені приміщення повітряно-водняні струмені для осадження продуктів горіння, зниження температури та збільшення видимості в задимлених приміщеннях.



а)



б)

**Рисунок 3.7** – Пристрій для осадження продуктів горіння:  
а) вигляд пристрою спереду; б) вигляд пристрою ззаду

Конструкція пристрою для осадження продуктів горіння та зниження температури складається з осьового електричного вентилятора, з'єднувальної муфти, манометра, перекривного крана, патрубку, форсунки (насадка – розпилювача) (рис. 3.8).

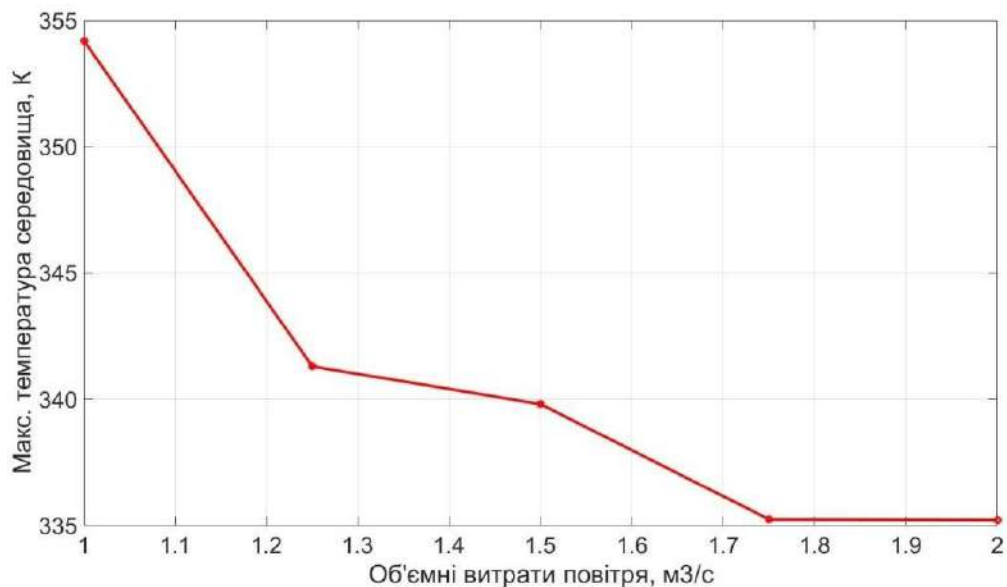


**Рисунок 3.8** – Конструкція пристрою для осадження продуктів горіння та зниження температури

Знаючи діаметр вентилятора, можна визначити цю швидкість без математичного моделювання. Однак це буде адекватно для ламінарного та рівномірного по всій площі потоку. В реальному потоці газу ця швидкість буде нерівномірною і більшою в центрі потоку. Наприклад, для продуктивності  $1,5 \text{ м}^3/\text{с}$  вона становить  $24,8 \text{ м/с}$  замість  $21,2 \text{ м/с}$ , що вказує на адекватність моделі реальному фізичному процесу.

В таблиці подані результати експериментальних досліджень, а на рисунку 3.9 представлено графічну залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора.

Номер точки	1	2	3	4	5
Об'ємні витрати повітря, $\text{м}^3/\text{с}$	1	1.25	1.5	1.75	2
Максимальна температура середовища, К	354	342	340	336	336



**Рисунок 3.9** – Графічна залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора

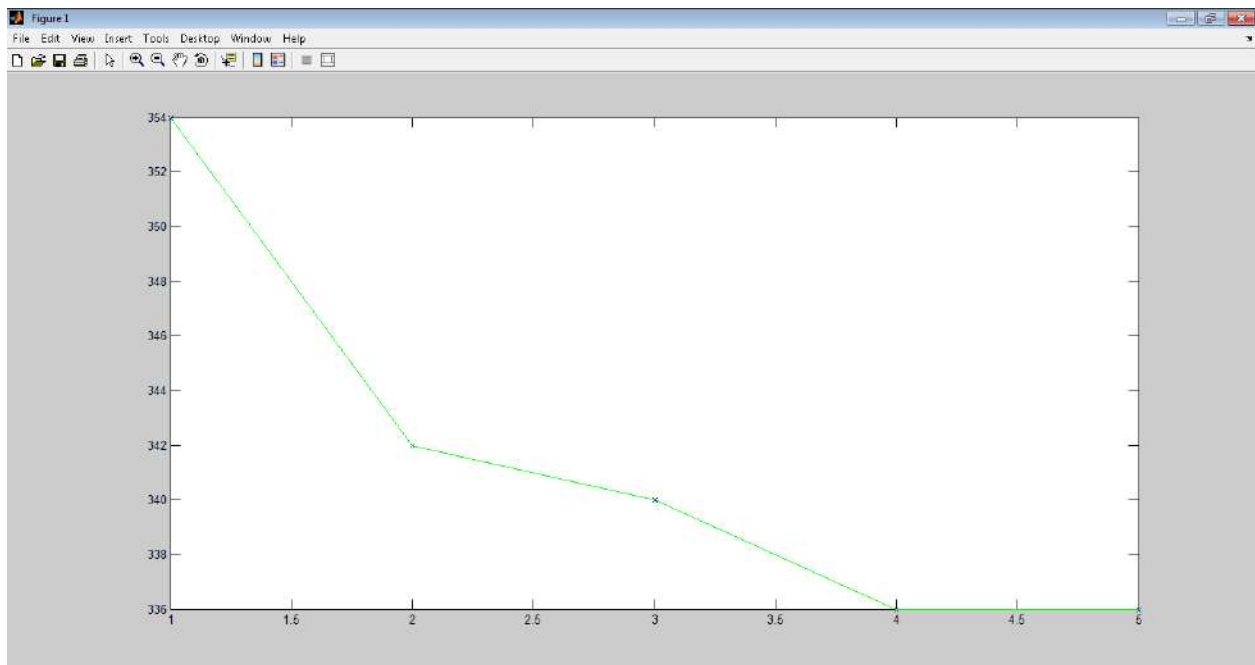
Як видно із рисунка 3.9, включення в роботу вентилятора призводить до значного охолодження середовища. Однак із збільшенням його продуктивності ця залежність зменшується і після значення  $1,75 \text{ м}^3/\text{с}$  процес охолодження середовища стабілізується. Тобто, з точки зору охолодження приміщення,

збільшувати продуктивність вентилятора діаметром 300 мм вище значення  $1,75 \text{ м}^3/\text{с}$  недоцільно.

Візуалізацію максимальної температури середовища і продуктивності вентилятора здійснено з використанням таблиці та графіка. На графіку залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора подана ламаною лінією. Точність такого графіка залежить від числа експериментально отриманих точок. Зі збільшенням цього числа характер ламаної наближається до кривої лінії.

Одержати графічну залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора можна, використавши можливості системи наукової комп'ютерної графіки Matlab, а саме призначені для оброблення даних засоби одновимірної табличної інтерполяції. Створимо програму візуалізації даних графічної залежності максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора. Спочатку візуалізуємо ламану лінію як графік цієї залежності (рис. 3.10):

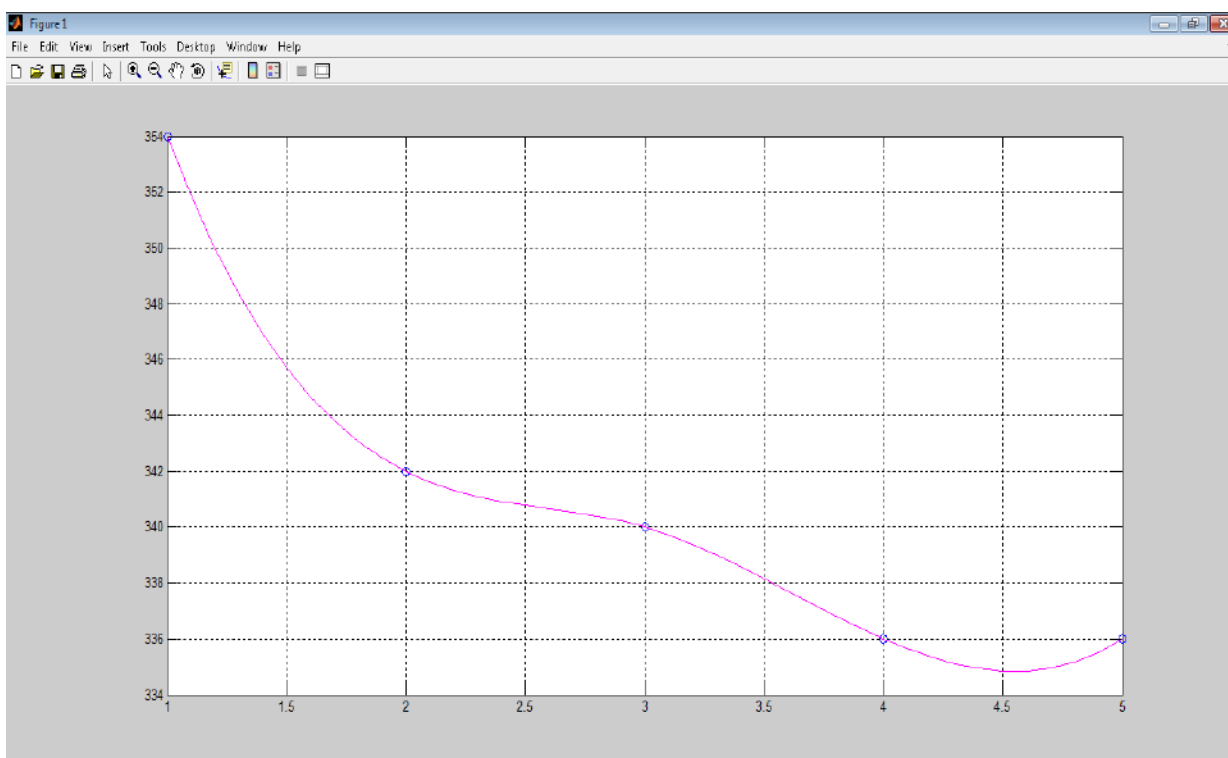
```
x=1:5 ;y=[354 342 340 336 336];  
>> x i=1:1:5;  
>> y i = interp1(x, y, xi);  
>> plot(x,y,'x',xi,yi,'g'), hold on;
```



**Рисунок 3.10** – Ламана лінія як графічна залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора

Використавши функцію одновимірної табличної інтерполяції Matlab, наприклад, `spline` (кубічна сплайн-інтерполяція), одержимо (рис. 3.11):

```
x=1:5 ;y=[354 342 340 336 336];  
xi=1:0.1:5;  
yi=interp1(x,y,xi,'spline');  
plot(x,y,'o',xi,yi,'m');grid,hold off
```

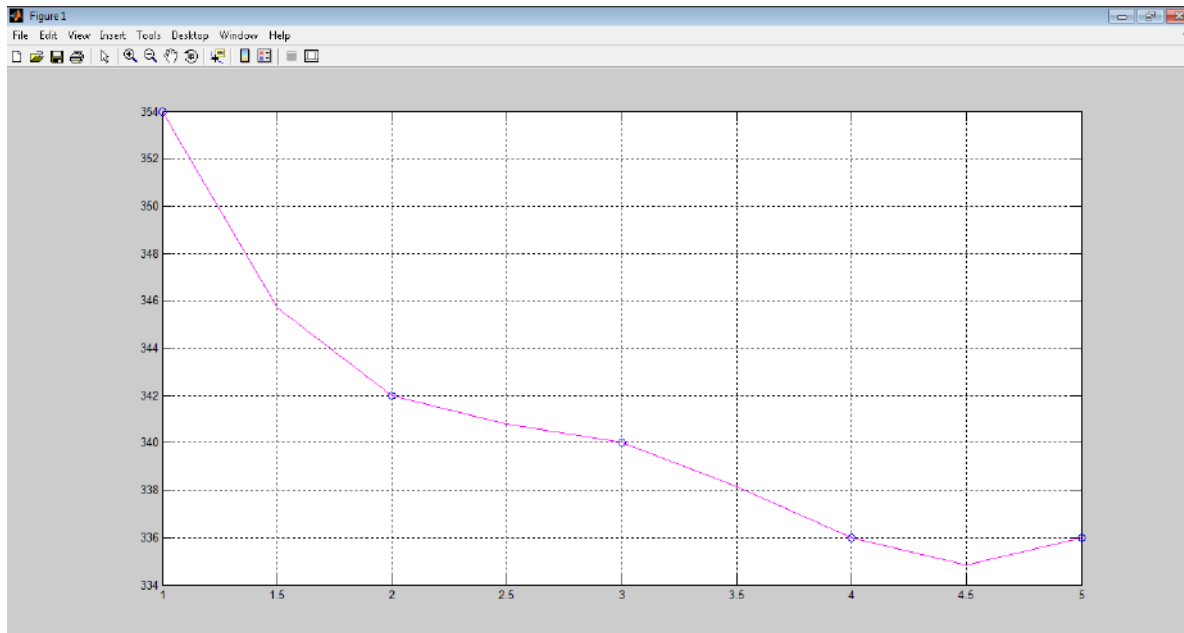


**Рисунок 3.11** – Сплайн як графічна залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора в Matlab

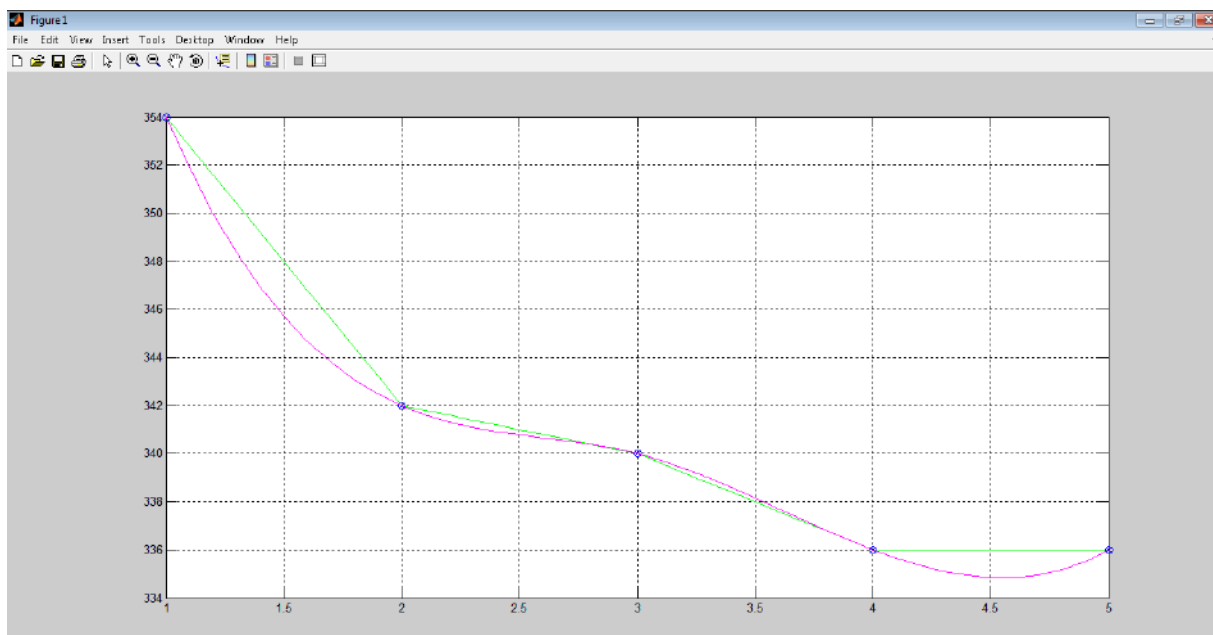
Прийmemo інший крок інтерполяції, наприклад, 0.5 замість 0.1:

```
x=1:5 ;y=[354 342 340 336 336];  
xi=1:0.5:5;  
yi=interp1(x,y,xi,'spline');  
plot(x,y,'o',xi,yi,'m'); grid,hold off
```

Одержимо такий результат (рис. 3.12а):



а)



б)

**Рисунок 3.12 – Результат інтерполяції:**  
а) для кроку 0.5; б) поєднання двох команд

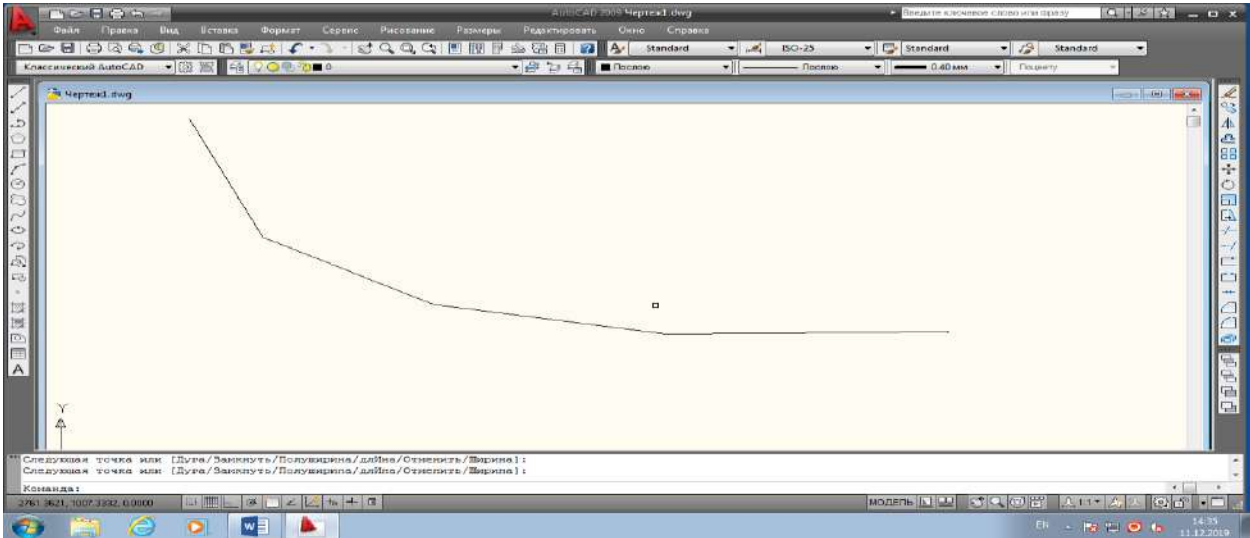
На графіку з'явилися відрізки ламаних прямих ліній.

В процесі інтерполяції щезають відрізки ламаних прямих ліній. Для їх збереження використаємо поєднання двох команд (рис. 3.12б):

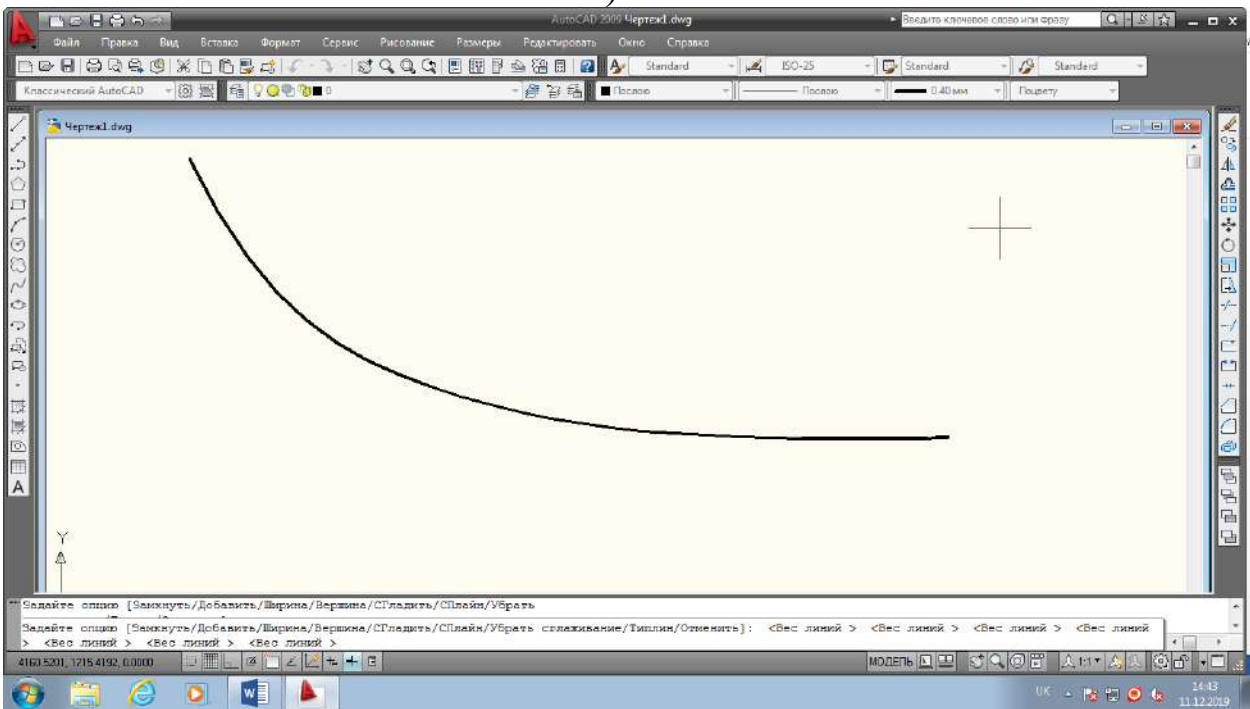
```
x=1:5 ;y=[354 342 340 336 336];
xi=1:0.1:5;
y i = interp1(x, y, xi);
plot(x,y,'x',xi,yi,'g'), hold on;
```

```
yi=interp1(x,y,xi,'spline');  
plot(x,y,'o',xi,yi,'m');grid,hold off
```

Розглянемо спосіб інтерполяції засобами інженерної комп'ютерної графіки AutoCAD. Використаємо для побудови ламаної команди Pline (рис.3.13а):



а)



б)

**Рисунок 3.13.** – Графічна залежність максимальної температури середовища від продуктивності вентилятора в AutoCAD:

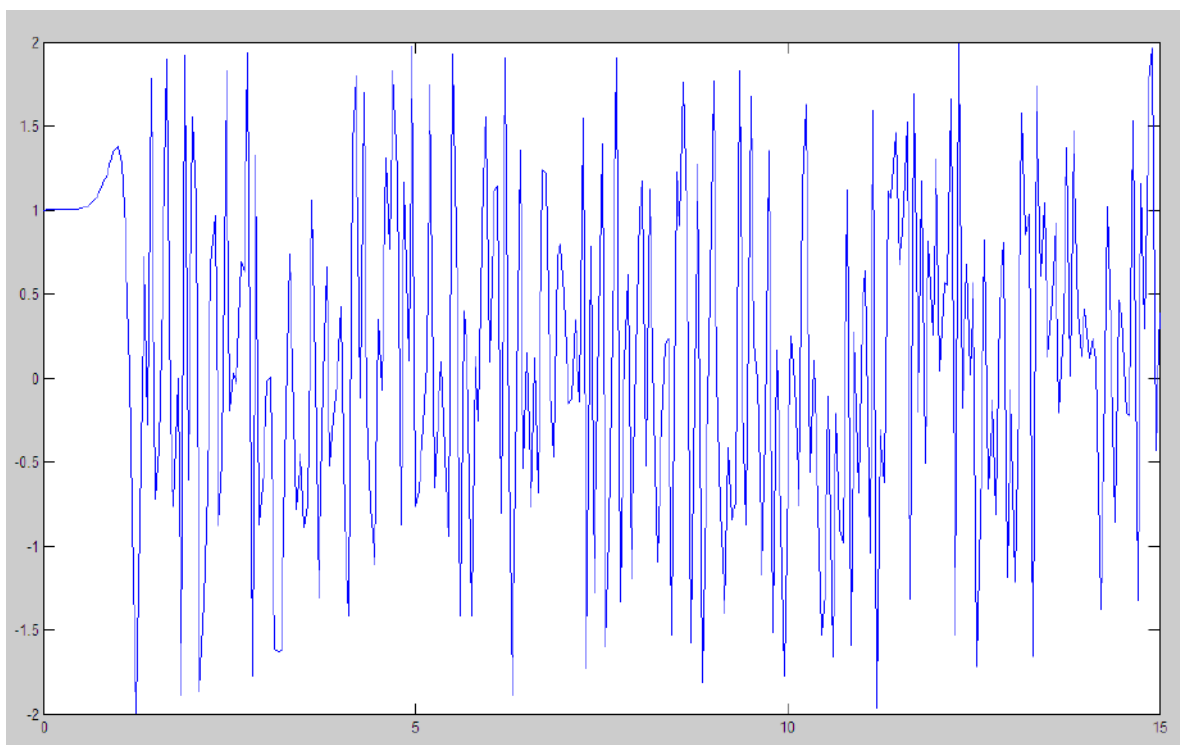
а) ламана лінія в AutoCAD; б) результат одновимірної табличної інтерполяції в AutoCAD

Використаємо засоби одновимірної табличної інтерполяції в AutoCAD, обравши команду редагувати об'єкт Pline. Мишкою вибираємо ламану, яка змінює колір, сплайновий спосіб інтерполяції та одержуємо плавну криву (рис.3.13б).

В процесі роботи іноді виникає потреба змінювати колір ліній, розбивати їх на різні відрізки, позначати маркерами. В середовищі MatLab все просто: для цього наводимо курсор на побудований графік та натискаємо праву клавішу миші. З'являється міні-командне вікно, в якому можна налаштувати лінію, стиль сюжету, ширину лінії, розмір маркера і колір. Спробуємо збудувати ще кілька характерних графіків, вільно змінюючи значення змінних (рис. 3.14, 3.15):

```
>> x=0:0.05:15;  
>> y=cos(x.^5)+sin(x.^7);  
>>plot(x,y)
```

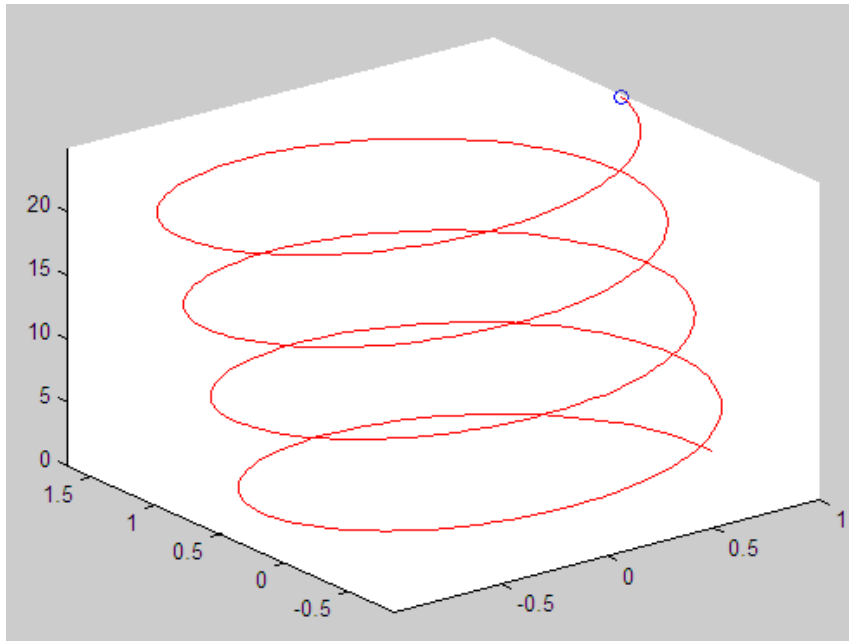
Приведені оператори формують графік у площині.



**Рисунок 3.14** – Вплив інтервалу часу на вигляд графіка

```
>> x=0:0.065:25;  
>> comet3(cos(x),sin(x)+x/30,x)
```

Приведені оператори формують графік у просторі.



**Рисунок 3.15** – Траєкторія руху точки в просторі

Отже, на рисунку 3.15 маємо траєкторію руху точки в просторі, ввівши дані до операторів та виконавши відповідні команди.

### 3.3.2. Побудова моделей поверхонь як графіків процесів

Ознайомитись із комп'ютерними графічними засобами побудови поверхонь також допоможе Demos. Вибираємо команду Graphics та вид площини 3-D surfaceplots — Run 3-D surfaceplots.

Команда `plot3(...)` є аналогом команди `plot(...)`, але відноситься до функцій з двома змінними  $z(x,y)$ . Вона будує аксонометричні зображення тривимірних поверхонь та представлена наступними формами:

`plot3(x,y,z)` – будує масив точок, що представлені векторами  $x,y$  та  $z$ , з'єднуючи їх відрізками прямих. Ця команда має обмежене застосування.

`plot3(X,Y,Z)`, де  $X,Y$  та  $Z$  – три матриці однакового розміру, будує точки координатами  $X(i,:), Y(i,:), Z(i:)$  та з'єднує їх відрізками прямих.

`plot3(X,Y,Z,S)` – забезпечує побудову аналогічну попередній, але із специфікацією стилю ліній і точок, відповідно до специфікації команди `plot`.

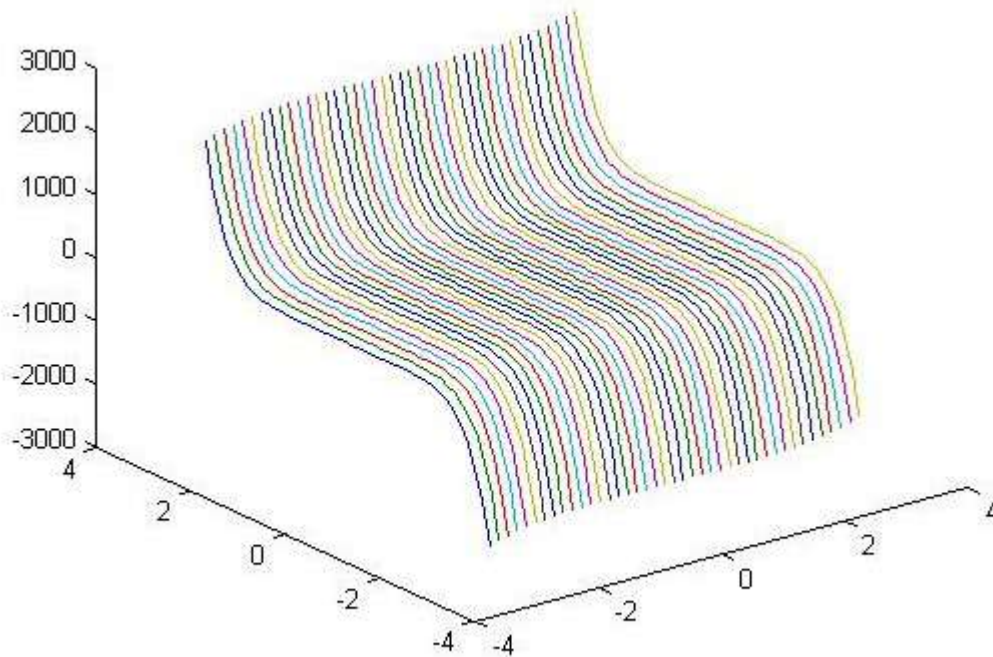


В якості прикладу побудуємо тривимірну поверхню, що описана довільно обраною функцією.

Для цього в командному вікні вводимо:

```
>> [X,Y]=meshgrid([-3:0.15:3]);  
>> Z=X.^5+Y.^7;  
>> plot3(X,Y,Z)
```

Отримаємо такий графік (рис. 3.16):



**Рисунок 3.16** – Побудова графіка командою `plot3(X,Y,Z)`

На відміну від наведеного раніше способу зміни кольору, типу точок та ліній, константа `S` дозволяє одразу задати ці параметри в вікні команд.

Значення константи відповідає наступному параметру:

### Колір лінії:

Y – жовтий	G – Зелений
M – фіолетовий	B – Синій
C – голубий	W – Білий
R – Червоний	K – Чорний

### Тип точки:

.	– Точка	V	– Трикутник (вниз)
O	– Коло	^	– Трикутник (вверх)
X	– Крест	<	– Трикутник (вліво)
+	– Плюс	>	– Трикутник (вправо)
*	– Зірка	P	– П'ятикутник
S	– Квадрат	H	– Шестикутник
D	– Ромб		

### Тип лінії:

————	– Суцільна	-·-·-·-·	– Штрих-пунктир
······	– Подвійний пунктир	-----	– Штрихова.

Наприклад:

```
>> [X,Y]=meshgrid([-3:0.15:3]);  
>> Z=X.^5+Y.^7;  
>> plot3(X,Y,Z,'*')
```

Результатом роботи команд є графік, аналогічний попередньому, але побудований зірочками (рис. 3.17).

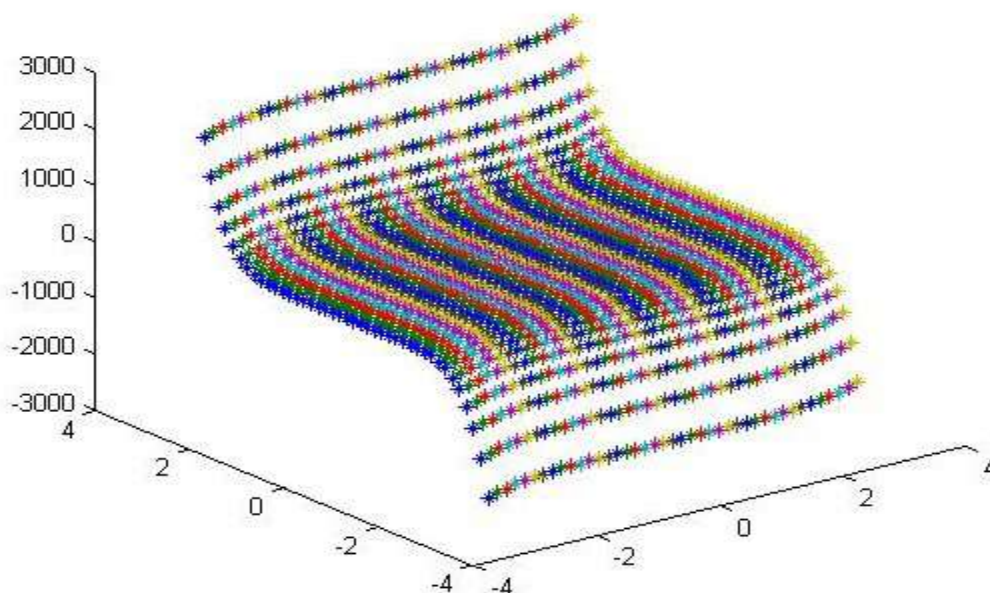


Рисунок 3.17 – Зміна параметрів командою plot3(X,Y,Z)

Іншим прикладом візуалізації поверхонь є сітчастий 3D-графік з проєкціями.

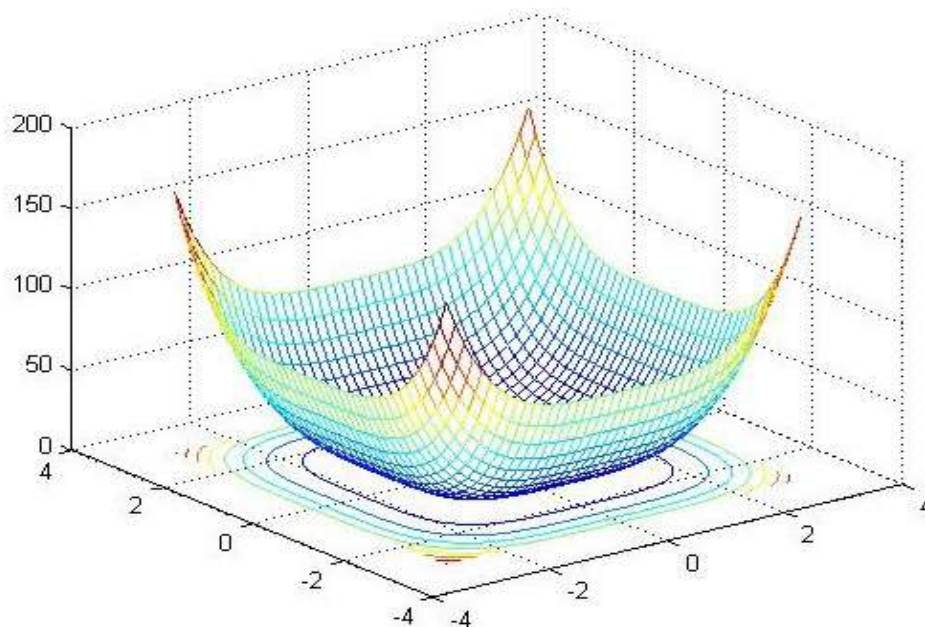
Для цього використовується команда `mesh`:

`mesh(...)` – аналогічна `mesh(...)`, але окрім графіка поверхні дає зображення її проєкції у вигляді ліній горизонтального рівня.

Створимо для прикладу графік за допомогою цієї команди. Вводимо в командне вікно дані, наприклад:

```
>> [X,Y]=meshgrid([-3:0.15:3]);  
>> Z=X.^4+Y.^4;  
>> meshc(X,Y,Z)
```

Отримаємо графік (рис.3.18).



**Рисунок 3.18** – Побудова сітчастого 3D-графіка з горизонтальною проєкцією

Можна легко помітити, що графік такого типу дає найкраще представлення про особливості поверхні.

Поверхню можна зобразити також стовпцями. Цю поверхню, яка складається з багатьох стовпців, будують команди класу `meshz`.

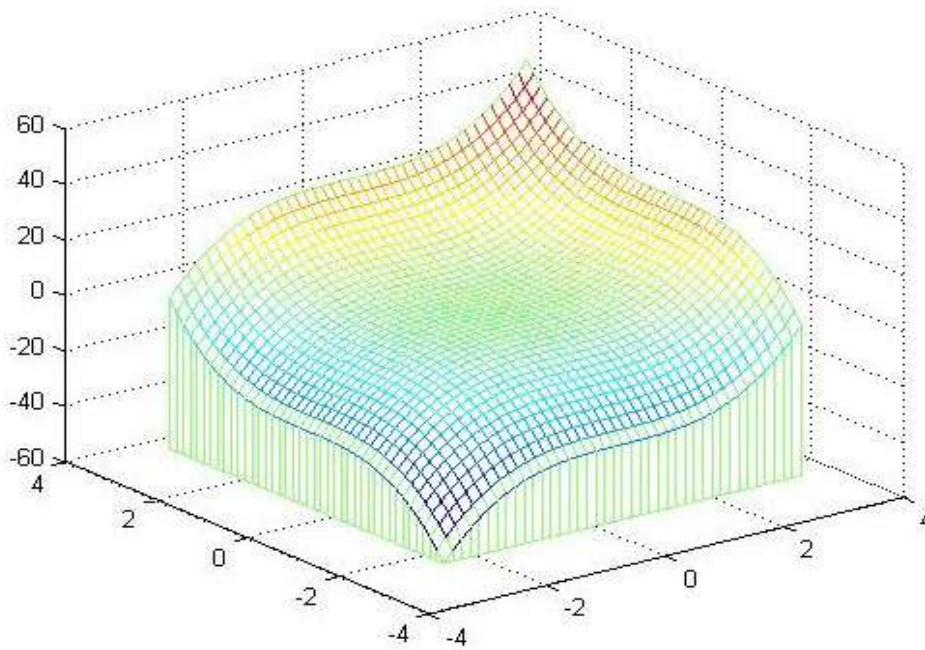
Продемонструємо приклад використання цієї команди:

`meshz(...)` – аналогічна до `mesh(...)`, але будує поверхню у вигляді стовпців.

Для цього у вікні команд вводимо:

```
>> [X,Y]=meshgrid([-3:0.15:3]);  
>> Z=X.^3+Y.^3;  
>> meshz(X,Y,Z)
```

і отримаємо графік поверхні у вигляді стовпців (рис. 3.19).



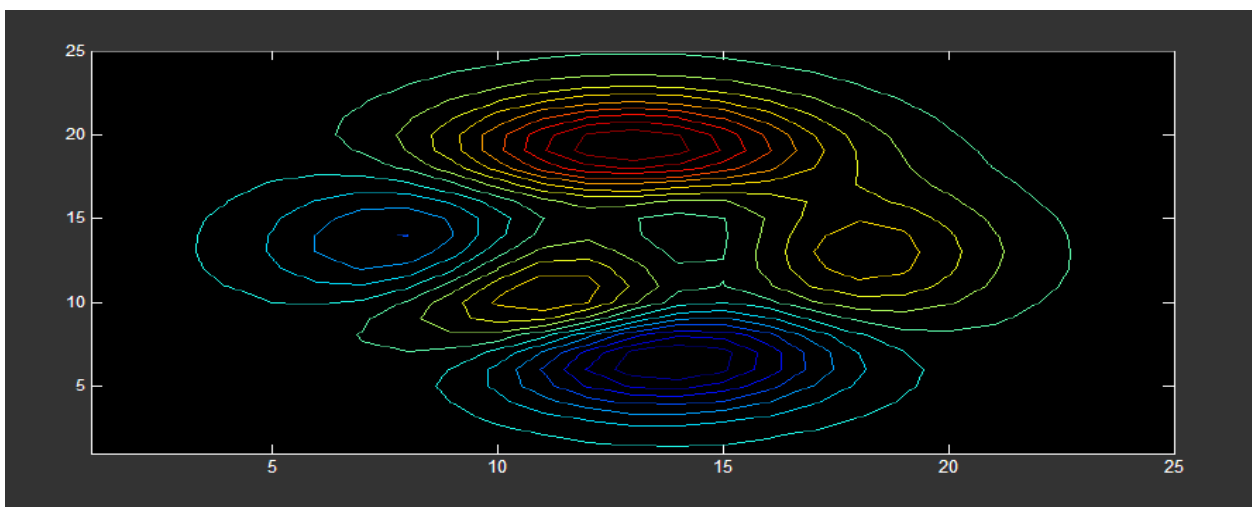
**Рисунок 3.19** – Побудова поверхні стовпцями

Такий вид графіків використовується у моделюванні об'єктів та процесів, оскільки він непогано показує об'ємність.

Наведемо ще декілька прикладів проектування 3D-графіків за допомогою різних команд Matlab:

```
z=peaks(25);  
contour(z,16)
```

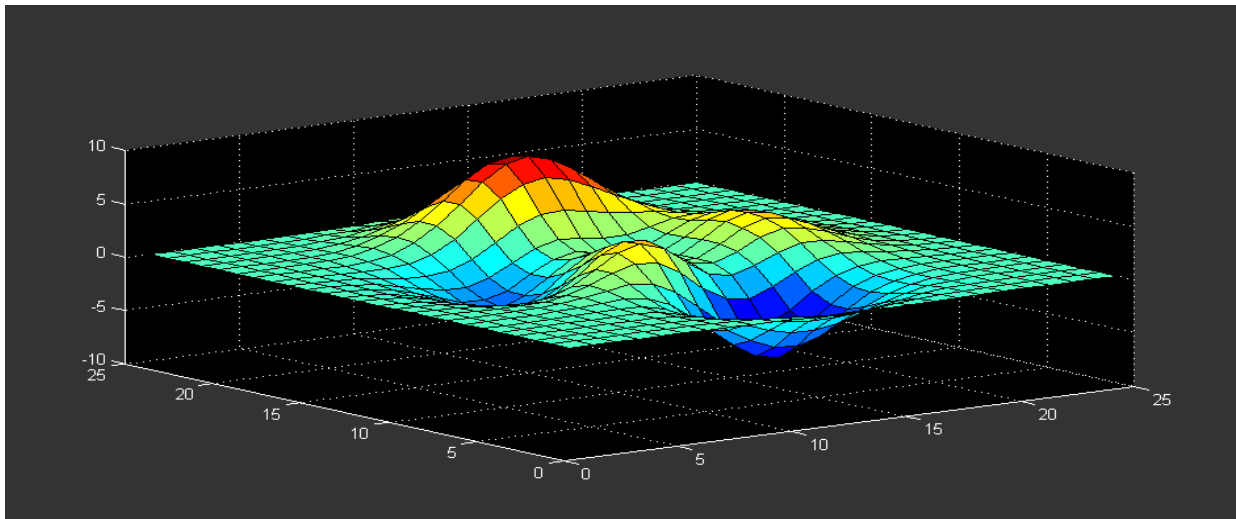
Отримаємо такі зображення (рис. 3.20).



**Рисунок 3.20** – Формування графіка із залученням команди **contour**

```
z=peahks(25);  
surf(z);  
colormap(jet)
```

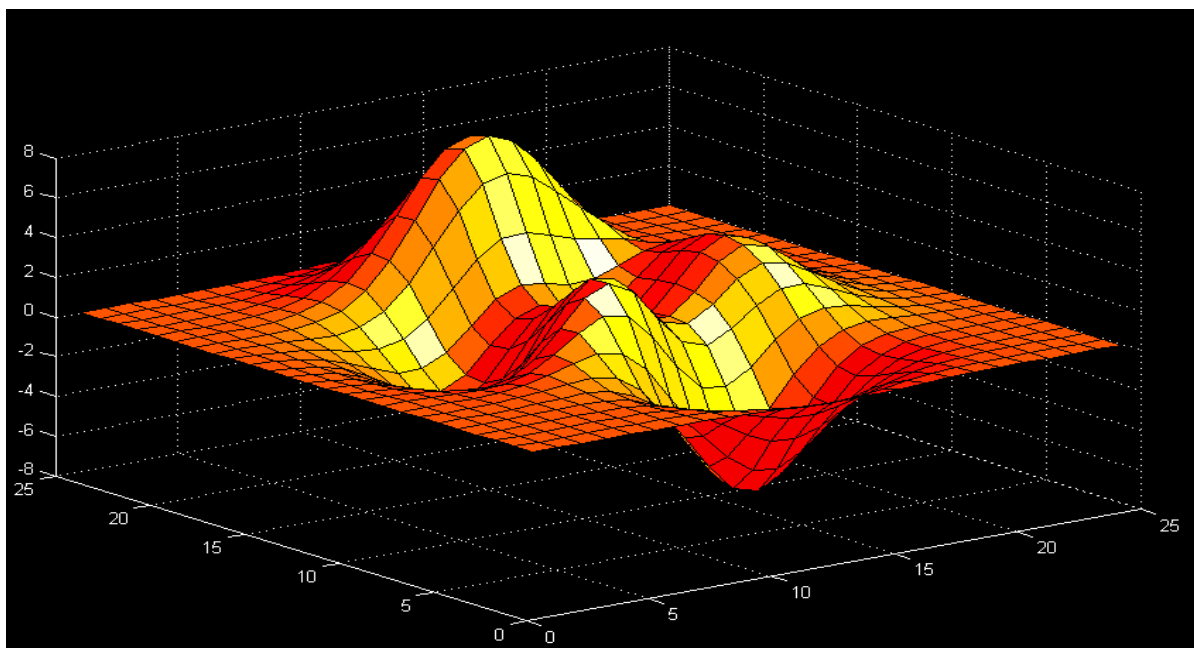
Отримаємо зображення (рис. 3.21):



**Рисунок 3.21** – Формування графіка із залученням команди `colormap(jet)`

```
z=peaks( 20 );  
surf(z);  
colormap (hot)
```

Отримаємо зображення (рис. 3.22).



**Рисунок 3.22** – Формування графіка із залученням команди `colormap (hot)`

Прикладів може бути безліч, оскільки Matlab дає змогу усіляко змінювати параметри, структуру та типи графіків.

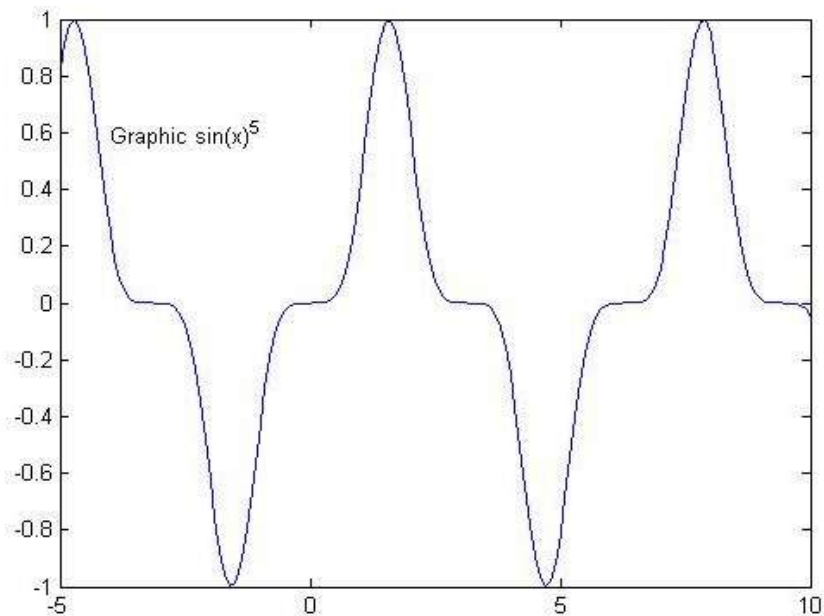
Важливим елементом у моделюванні процесів є можливість введення тексту в різні місця графіка. Для цього використовується команда `text`:

`text(X,Y, 'string')` – додає текст в двовимірний графік;  
`text(X,Y,Z 'string')` – додає текст в тривимірний графік.

Наведемо приклад. У вікні команд вводимо

```
>> x=-5:0.1:10;  
>> plot(x,sin(x).^5);  
>> text(-4,.6,'Graphic sin(x)^5')
```

і відповідно отримуємо графік з написом (рис. 3.23).



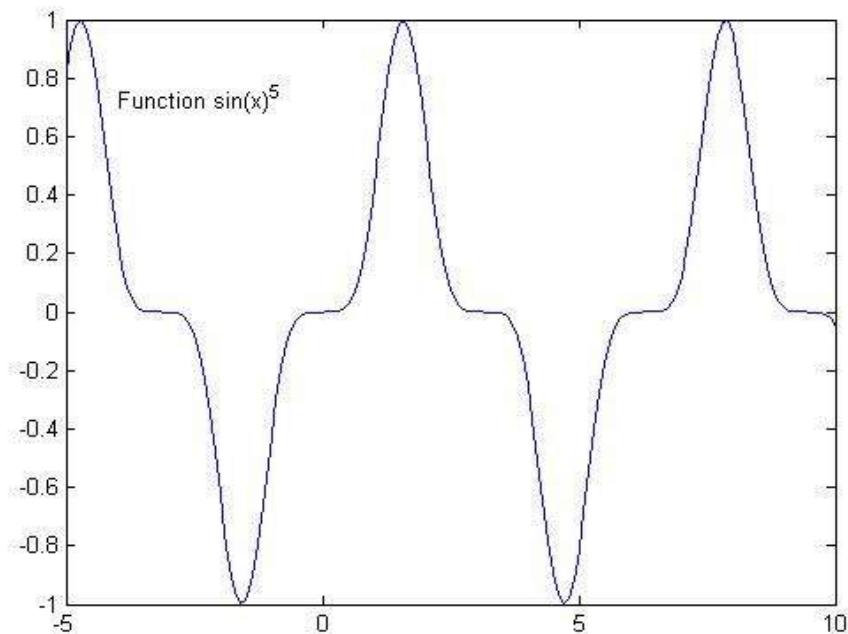
**Рисунок 3.23** – Нанесення надписів на поле графіка

Проте, використовуючи такий спосіб, не завжди можна точно вказати на місце, де потрібно побачити напис, тому Matlab дає можливість використовувати команду `gtext`.

Введемо для прикладу:

```
>> x=-5:0.1:10;  
>> plot(x,sin(x).^5);  
>> gtext('Function sin(x)^5')
```

Після введення цих даних на графіку з'являється маркер, яким можна керувати і перенести напис в потрібне місце (рис. 3.24):



**Рисунок 3.24** – Нанесення написів на поле графіка командою **gtext**

Отже, використовуючи графічні можливості Matlab, можна виконувати побудови багатьох видів графіків. Тому програма Matlab є необхідною та зручною для багатьох професій щодо виконання широкого кола досліджень.

### **3.4. Дослідження теплопровідності в поперечному перерізі циліндричного провідника**

При протіканні електричного струму в провіднику виділяється теплова енергія. Виділене тепло нагріває провідник і через його поверхню передається навколишньому середовищу.

При певних параметрах електричної системи мережі та струмів навантаження можуть виникати аварійні ситуації.

На поверхні, де відбувається теплообмін із зовнішнім середовищем, температура менша, ніж у центрі. При досягненні усталеного режиму кількість тепла, яка виділяється струмом, дорівнює кількості тепла, яке віддається. В результаті на поверхні провідника радіусом  $r = R$  встановлюється постійна температура, величина якої залежить, крім зазначених вище причин, ще й від

інтенсивності теплообміну, яка характеризується коефіцієнтом теплообміну  $\alpha$ .

Задачі теплопровідності розв'язують за допомогою диференціальних рівнянь.

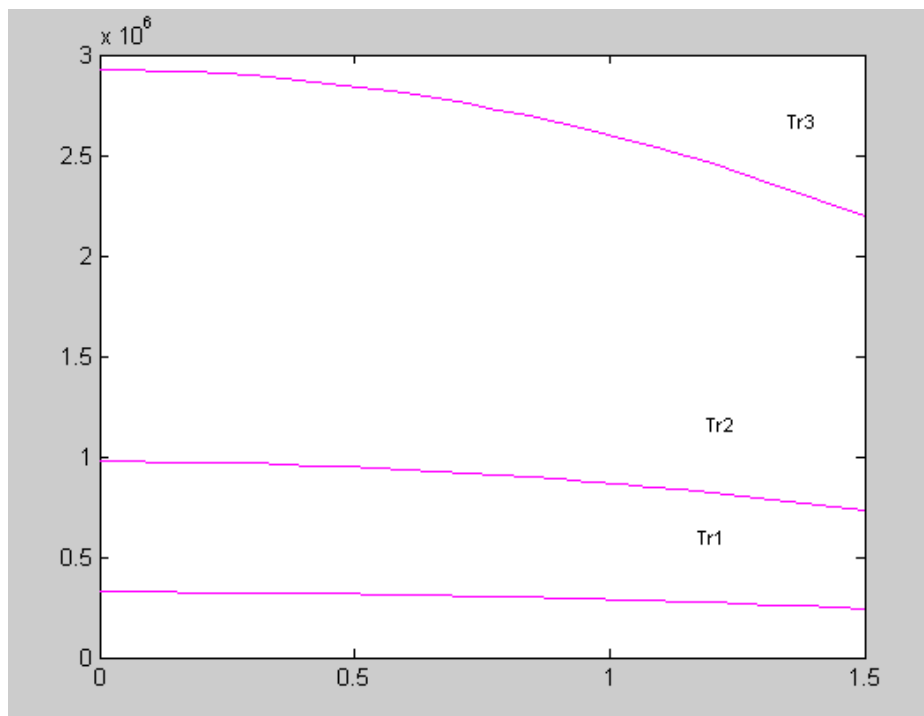
Після виконання ряду математичних операцій можна записати формулу вигляду:

$$T_r = \frac{q_v R^2}{4\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + T_R.$$

Задавши орієнтовні значення коефіцієнтів [4], складаємо програму з таких команд:

```
r=0:0.06:1.5;  
>> R=3;  
>> L=3800;  
>> Tr=240;  
>> t1=38*R.^2/4*L*(1-r.^2/R.^2)+Tr;  
>> t2=38*R.^3/4*L*(1-r.^2/R.^2)+Tr;  
>> t3=38*R.^4/4*L*(1-r.^2/R.^2)+Tr;  
>> plot(r,t1,'-m',r,t2,'-m',r,t3,'-m')
```

Отримаємо результат виконаної програми у вигляді наступного графіка (рис. 3.25):



**Рисунок 3.25** – Картина теплового поля в поперечному перерізі провідника



### 3.5. Побудова фазових портретів динамічних систем

Розглянемо приклад побудови фазового портрету системи, процес в якій описується диференціальним рівнянням другого порядку:

$$5y'' + y' + 2y = 0.$$

Понизимо порядок диференціального рівняння та отримаємо систему рівнянь першого порядку:

Прийmemo, що  $y' = x$ ; тоді

$$5x' + x + 2y = 0 \text{ звідси}$$

$$5x' = -x - 2y$$

$$x' = -0,2x - 0,4y.$$

Приймаємо початкові умови  $x(0) = 1$ ;  $y(0) = 0$ .

Відкриваємо Matlab. Використовуємо M-файл, який слугує для вводу нашого диференціального рівняння (рис. 3.26):

M-File | File → New → M-File ↓

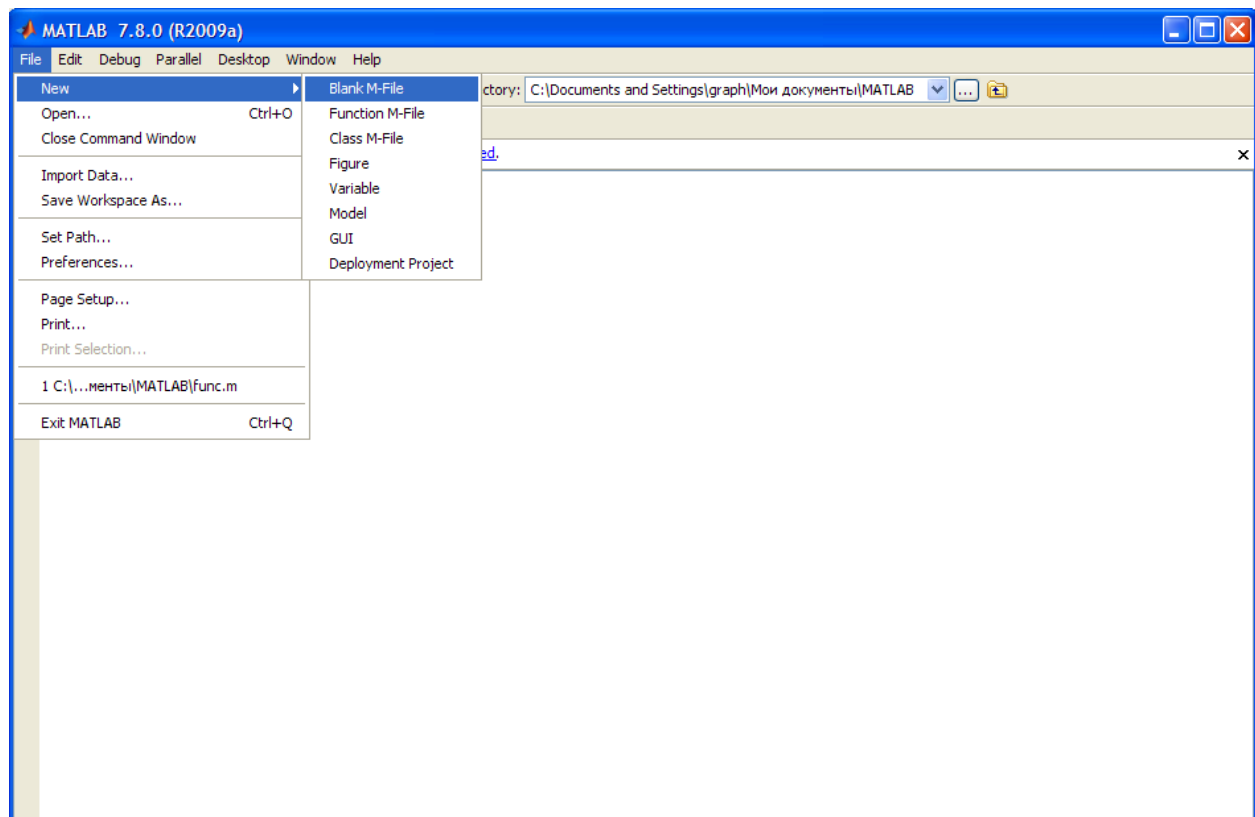


Рисунок 3.26 – M-файл для введення диференціального рівняння

У вікні M-файла вводимо функцію:

function F = oscil (t, y) – це означає назву ODE-файлу, тобто функції від  $t$  та від  $y$

$$F = [y(2); -0,2 * y(2) - 0,4 * y(1)];$$

Далі закриваємо це вікно і даємо відповідь “Yes” для збереження.

В наступному вікні зберегти файли вказуємо ім'я файла **func** і зберегти.

З'являється командне вікно Matlab, в якому набираємо програму побудови фазових траєкторій, що працює зі створеним нами M-File.

Далі формуємо вектор, що визначає інтервал інтегрування від  $t_0 = 0$  до  $t_n = 50$

tspan = [0 50]; Enter

Формуємо вектор початкових умов

y0 = [1 0]; Enter

Знаходимо точний розв'язок рівняння II-го порядку, використовуючи оператор розв'язку:

>> y=dsolve('5\*D2y+Dy+2\*y=0','y(0)=1','Dy(0)=0','t') Enter

Записуємо оператор зчитування  $y$ :

>> pretty(y) Enter

Одержали розв'язок диференціального рівняння (рис.3.27).

```

MATLAB 7.8.0 (R2009a)
File Edit Debug Parallel Desktop Window Help
Current Directory: C:\Documents and Settings\graph\Мои документы\MATLAB
Shortcuts How to Add What's New
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> tspan=[0 50];
>> y0=[1 0];
>> y=dsolve('5*D2y+Dy+2*y=0','y(0)=1','Dy(0)=0','t')
y =
cos((39^(1/2)*t)/10)/exp(t/10) + (39^(1/2)*sin((39^(1/2)*t)/10))/(39*exp(t/10))
>> pretty(y)
      1/2      /  t \      /  1/2 \
      exp | --- | cos | ----- | + -----
      \ 10 /      \ 10 /      \ 39  exp | - -- | sin | ----- |
      \ 10 /      \ 10 /      \ 10 /      \ 10 /
  
```

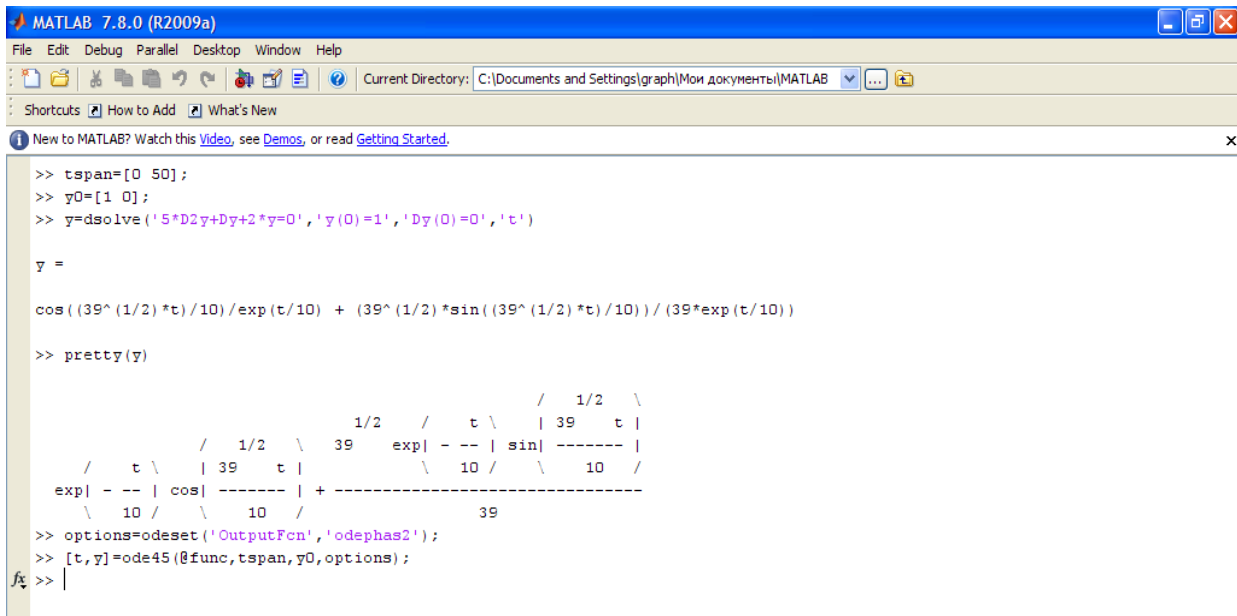
Рисунок 3.27 – Розв'язок диференціального рівняння

Вставляємо оператор **Output** в значення `odephas2` для побудови портрета

```
>> options=odeset('OutputFcn','odephas2'); Enter
```

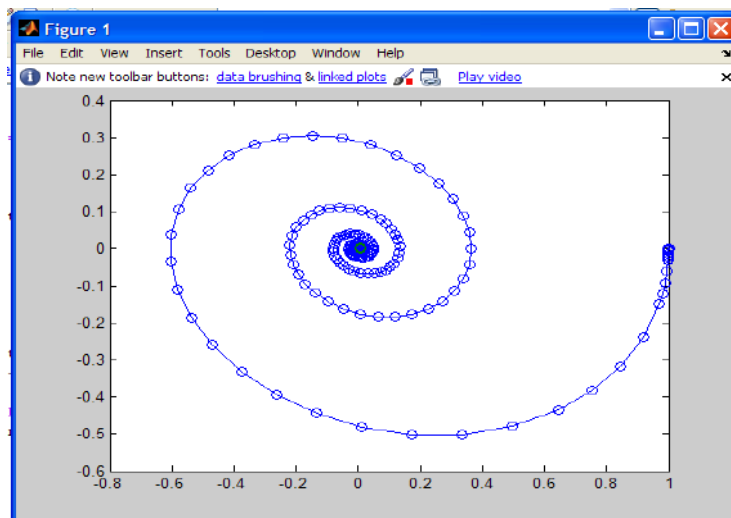
Викликаємо розв'язувач від функції M-file, задаємо початковий і кінцевий моменти часу і вектори початкових умов (рис. 3.28)

```
>> [t,y]=ode45(@func,tspan,y0,options); Enter
```



**Рисунок 3.28** – Введення числових значень параметрів

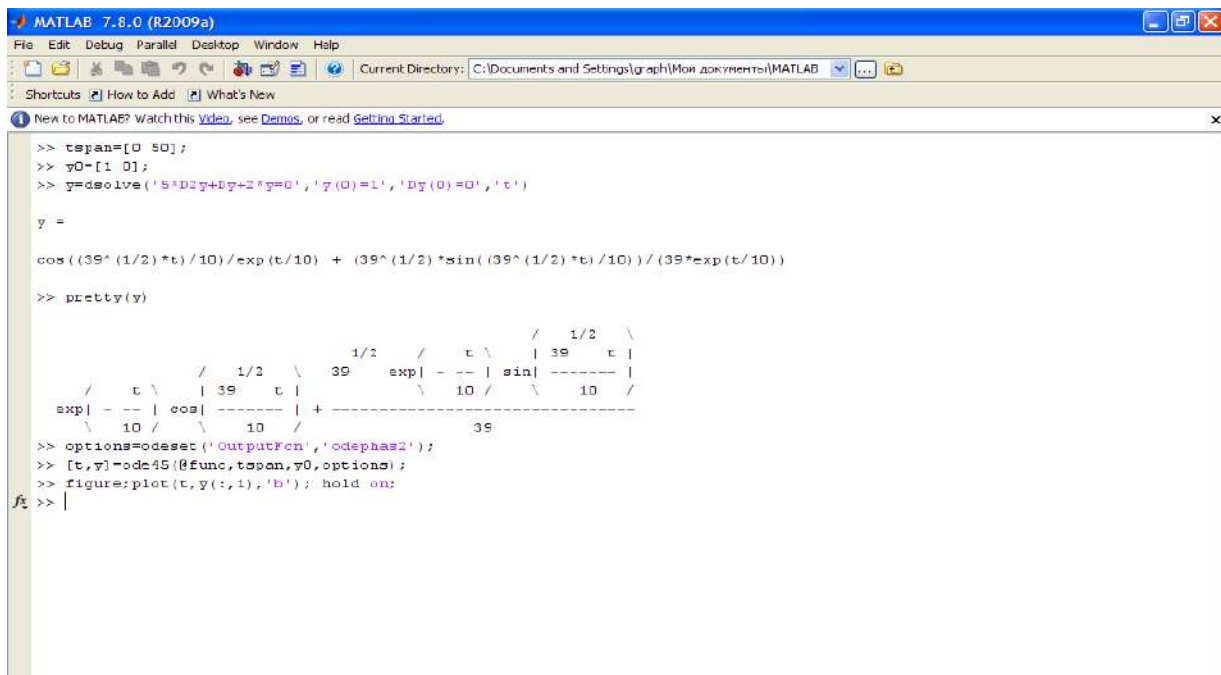
та очікуємо на появу фазового портрету нашої системи. В результаті отримуємо фазовий портрет нашої системи, який складається з однієї фазової траєкторії (рис. 3.29).



**Рисунок 3.29** – Фазова траєкторія системи

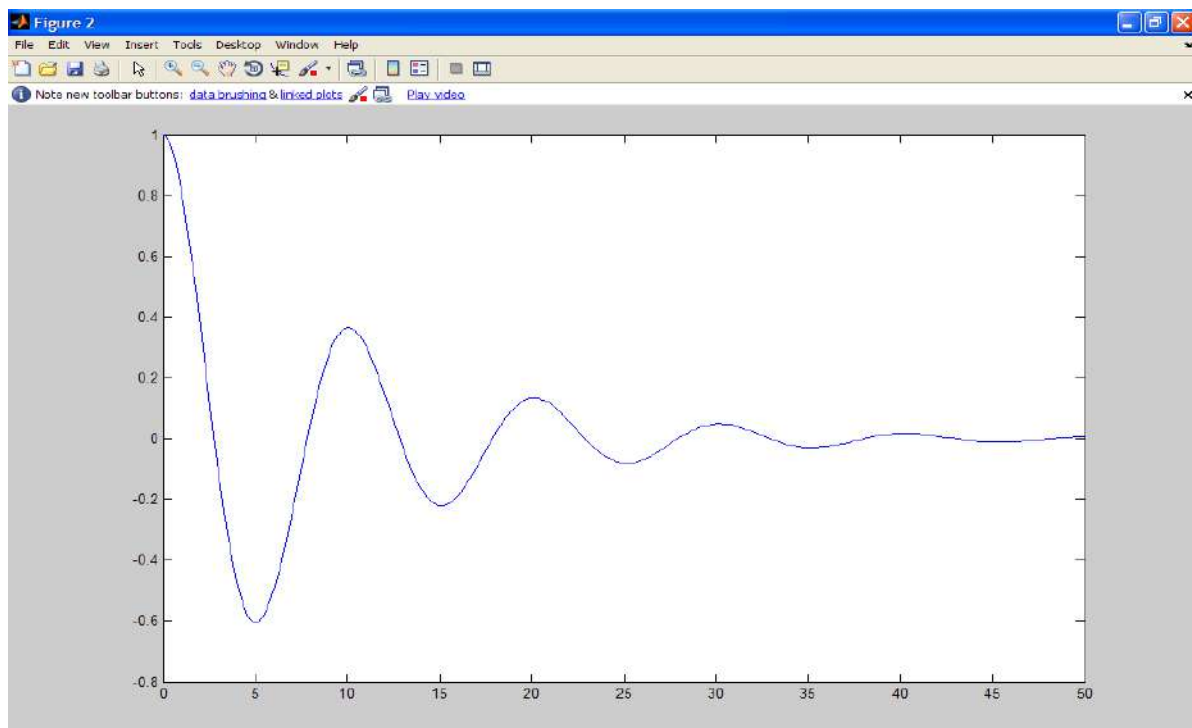
Візуалізуємо інтегральні криві, координати і швидкість процесу залежно від часу (рис. 3.30)

```
>> figure;plot(t,y(:,1),'b');hold on; Enter
```



**Рисунок 3.30** – Параметри команди **figure** візуалізації інтегральних кривих

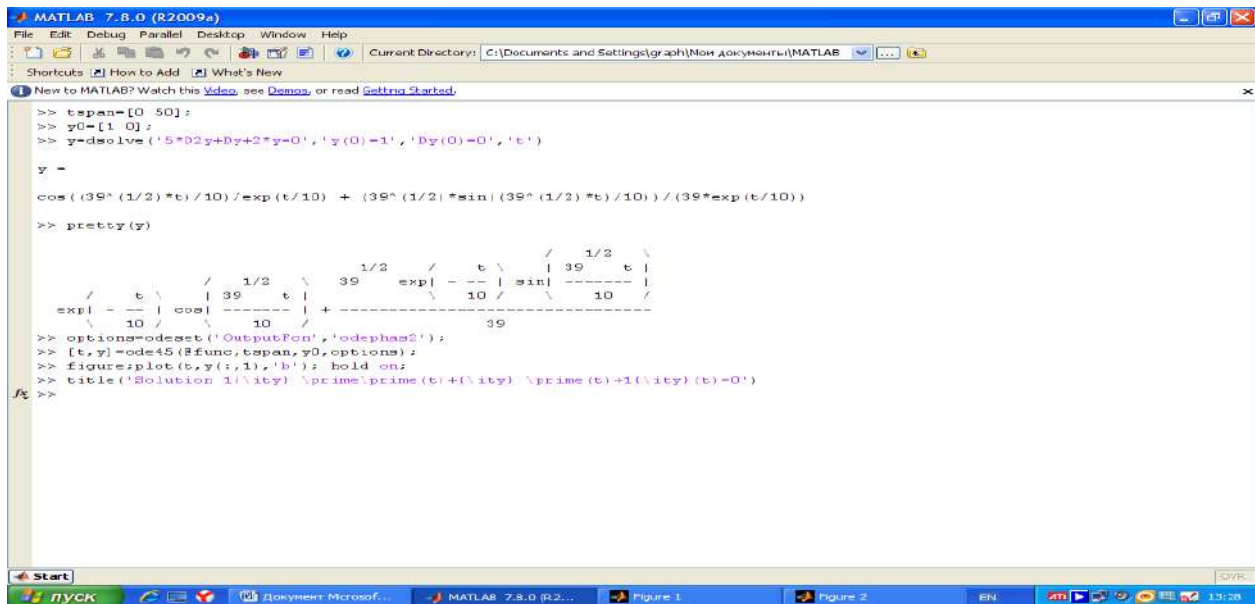
та отримуємо (рис. 3.31).



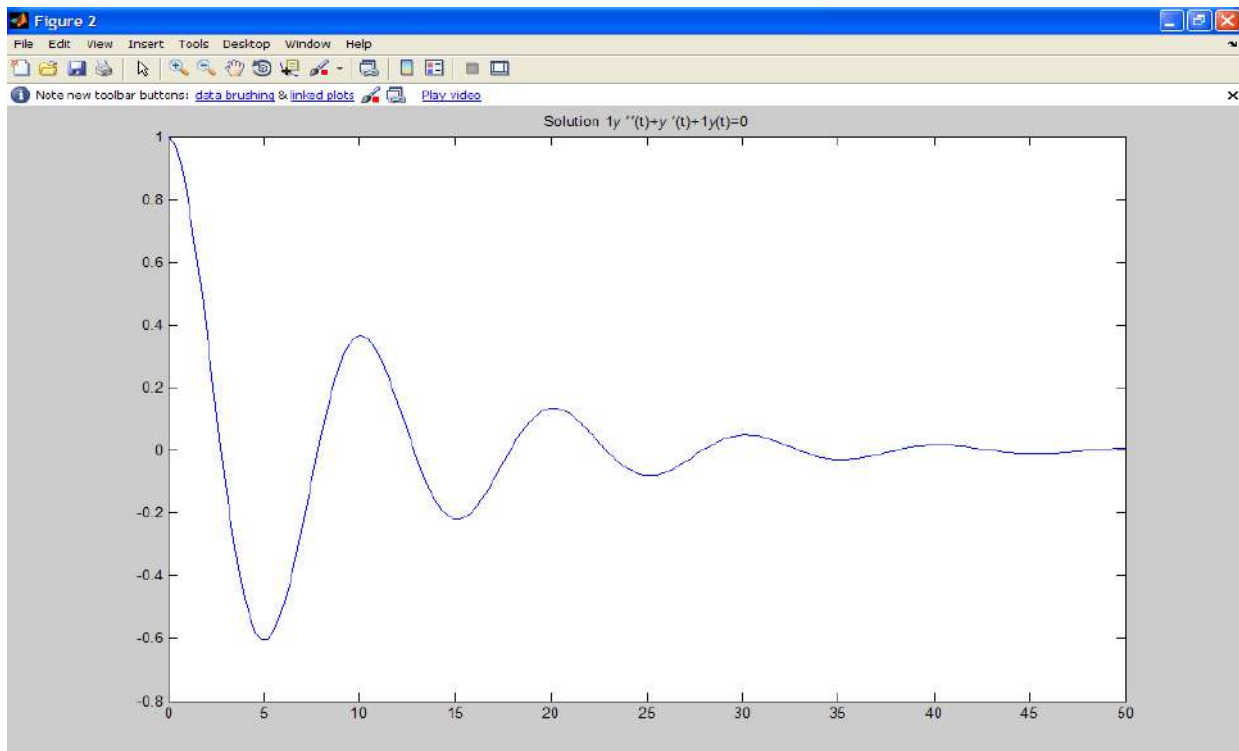
**Рисунок 3.31** – Візуалізація інтегральної кривої системи

Далі записуємо пояснення на графіку. Для цього вводимо у робочому вікні програми такий текст (рис. 3.32):

```
>> title('Solution 1 {\ity} \prime\prime(t)+{\ity} \prime(t)+1 {\ity}(t)=0')
Enter
```



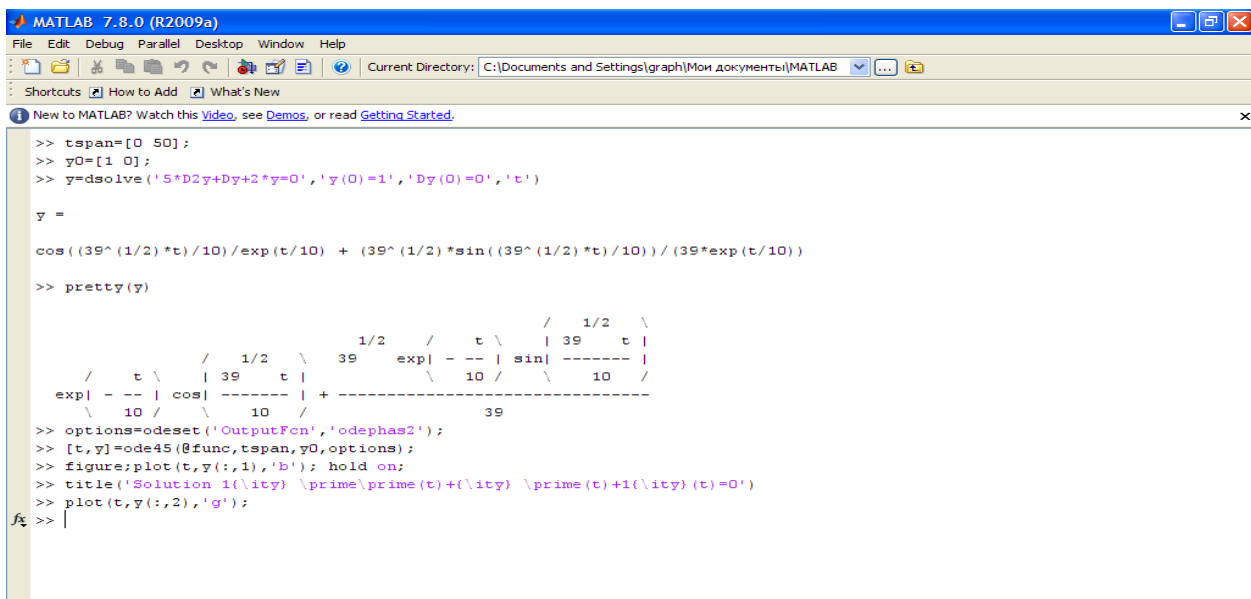
**Рисунок 3.32** – Команда **title** для введення назви рівняння та очікуємо появи на графіку назви рівняння (рис.3.33).



**Рисунок 3.33** – Назва рівняння для інтегральної кривої

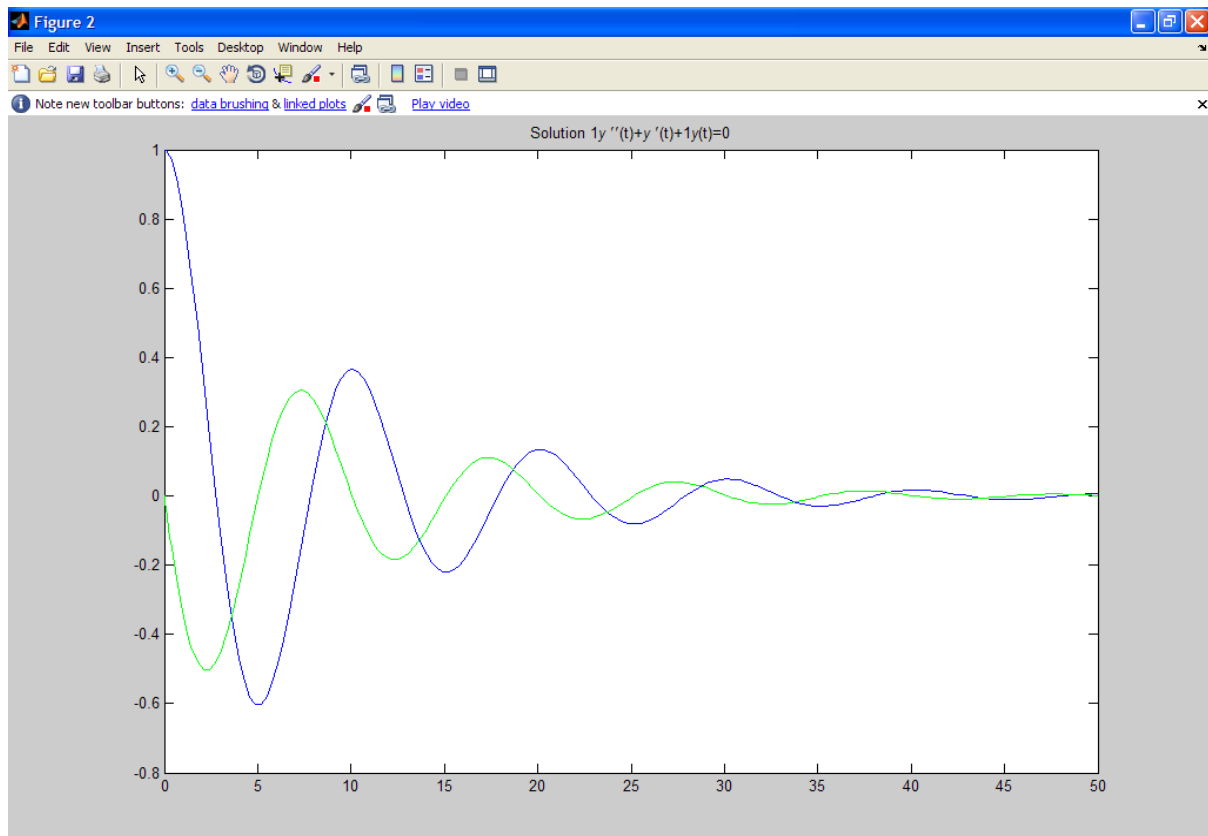
Вводимо в робоче вікно (рис. 3.34):

```
>> plot(t,y(:,2),'g'); Enter
```



**Рисунок 3.34** – Команда plot для накладання інтегральних кривих

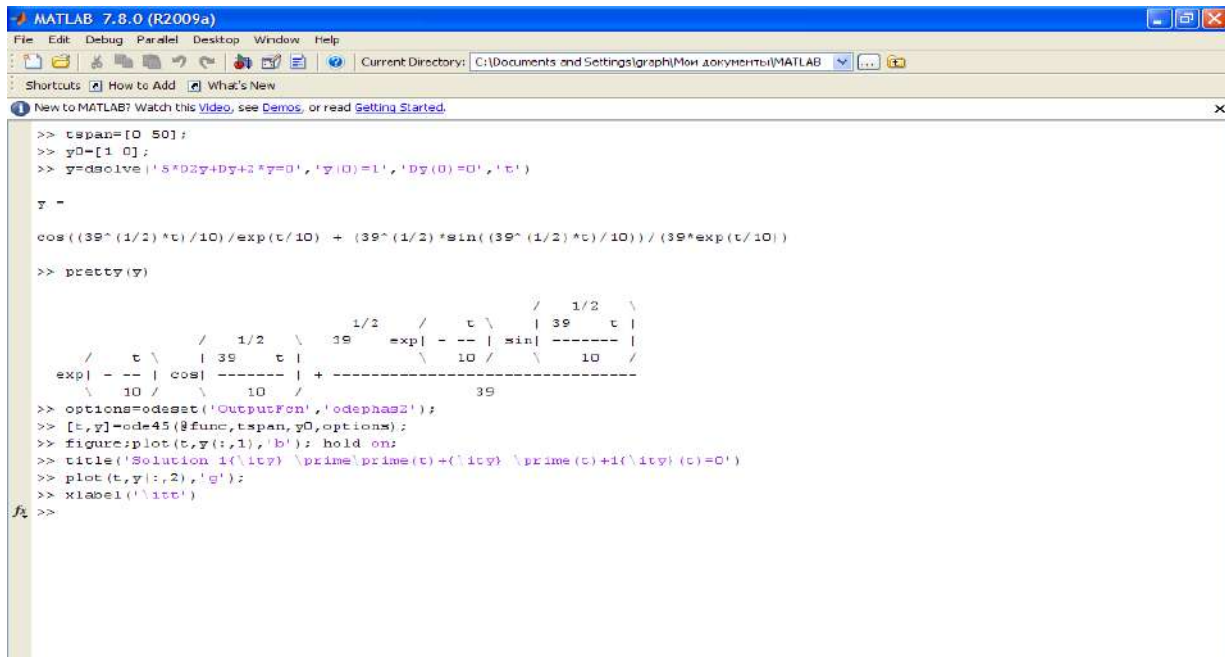
Внаслідок цього на графіку відбуваються зміни, зокрема, накладання інтегральних кривих одна на одну (рис. 3.35).



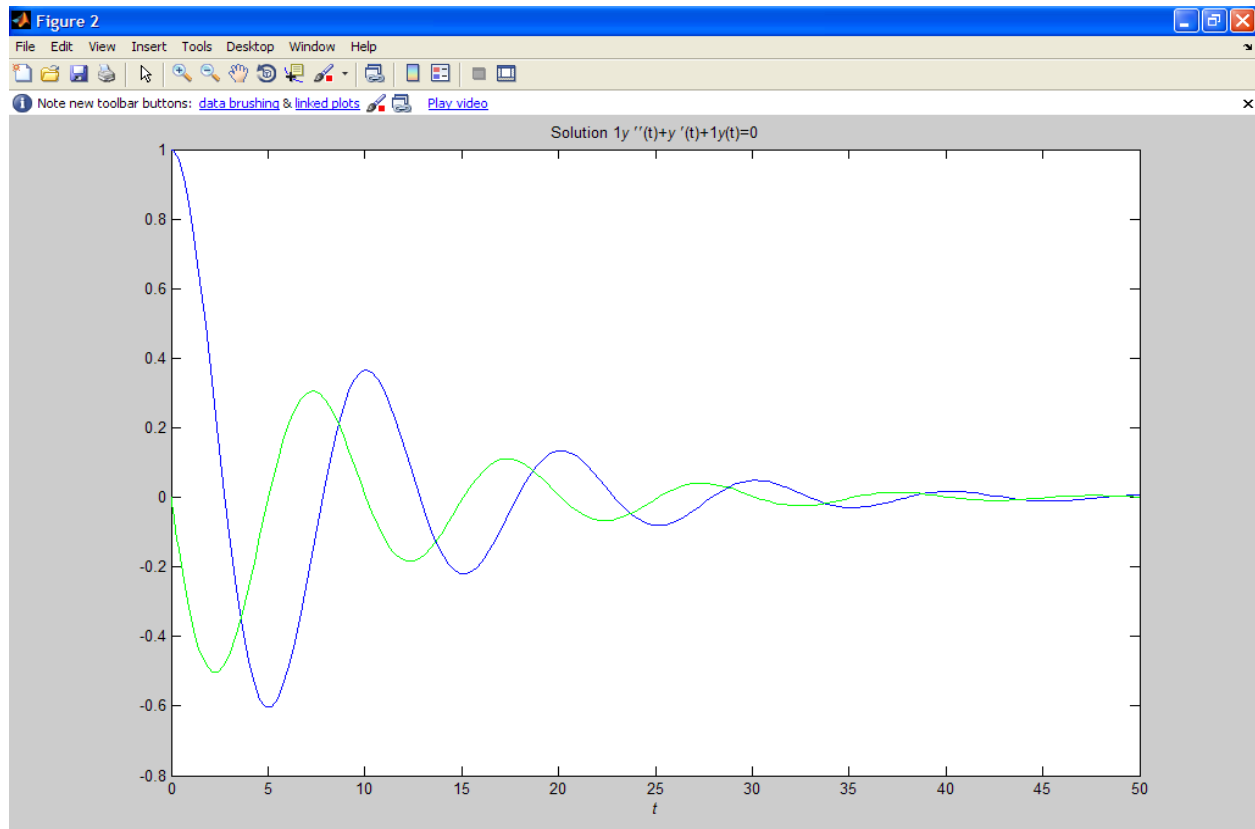
**Рисунок 3.35** – Накладання інтегральних кривих

Наступним етапом є позначення осей ( $t$ ,  $y$ ). Для цього в робоче вікно програми вводимо таку інформацію (рис.3.36):

```
>> xlabel('\itt') Enter
```



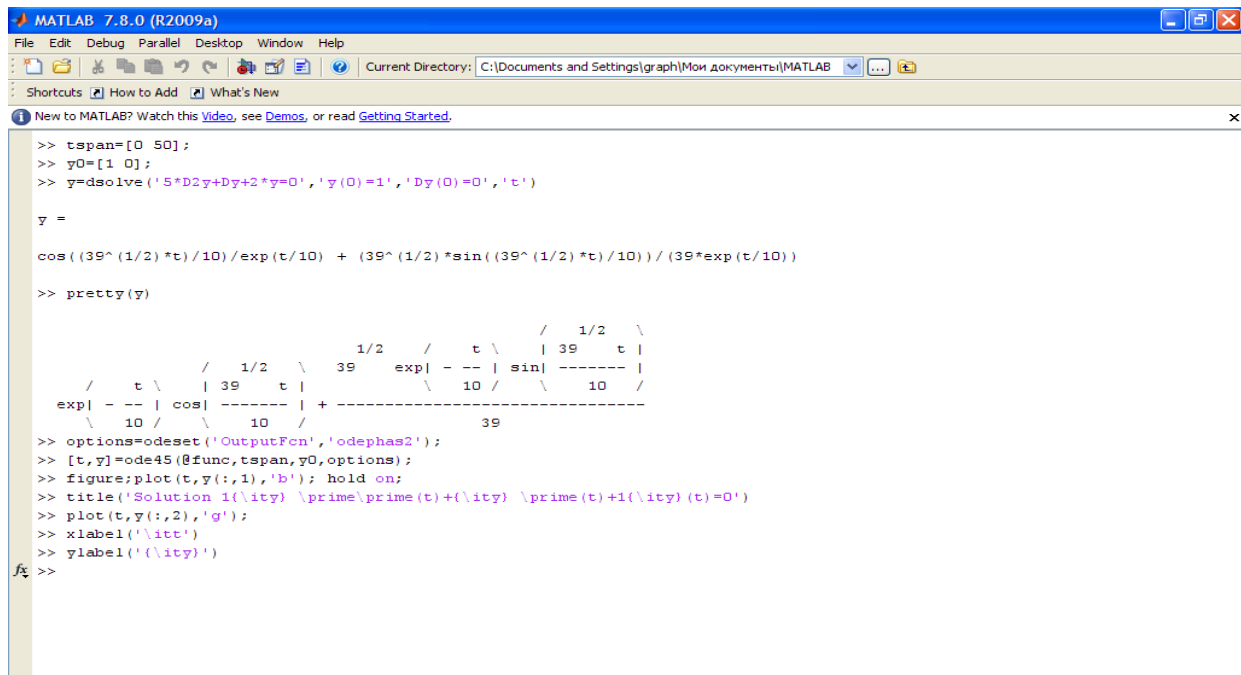
**Рисунок 3.36** – Параметри команди позначення осей та отримуємо такі зміни на графіку (рис. 3.37):



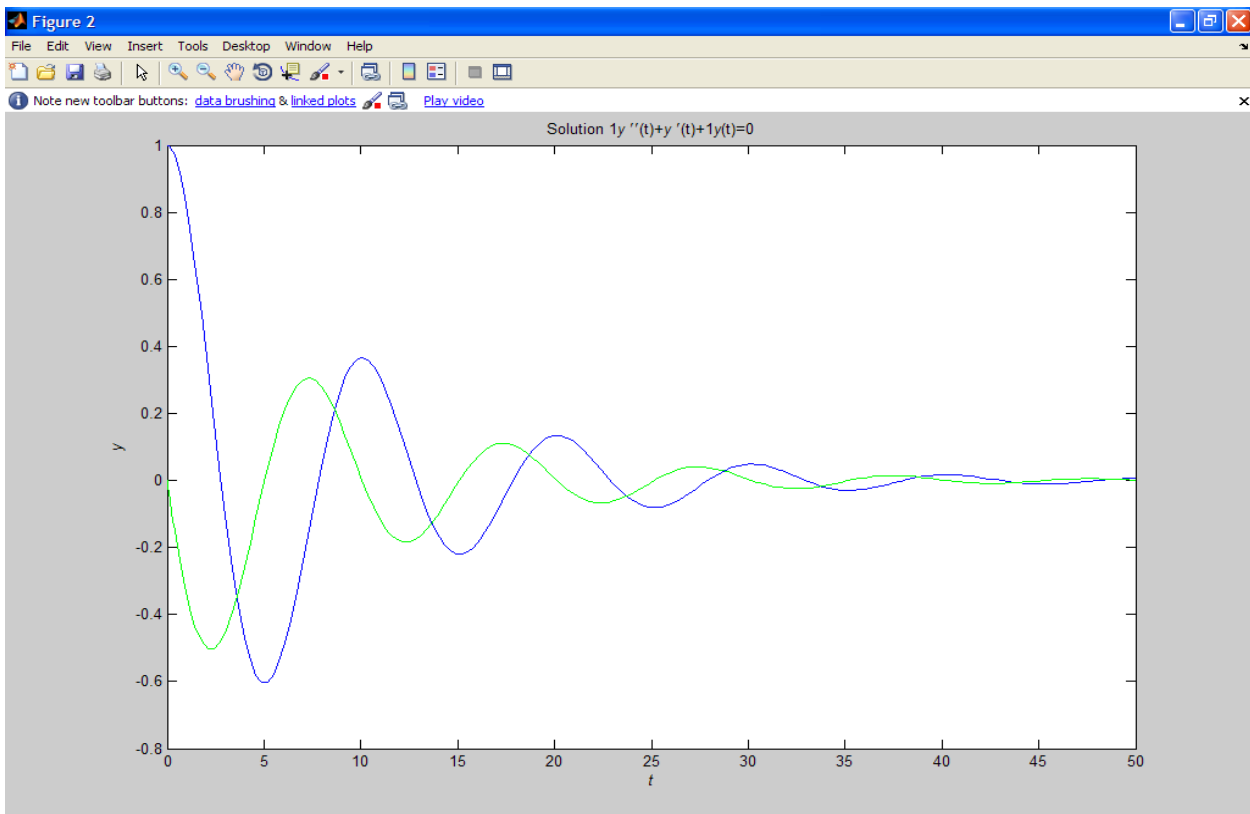
**Рисунок 3.37** – Позначення осі x на графіку

Для позначення осі у продовжуємо вводити в робоче вікно програми інформацію (рис. 3.38):

```
>> ylabel('\ity') Enter
```



**Рисунок 3.38** – Інформація для введення назви осі у та отримуємо зміни на графіку, тобто позначену вісь у (рис.3.39).



**Рисунок 3.39** – Позначення осей x та y на графіку



Наступним етапом роботи є створення легенди: надання лініям, зображеним на графіку, певного змістового значення. Для цього в робоче вікно програми вводимо таку інформацію (рис. 3.40):

```
>> legend('shvd','prskor',3) Enter;
```

де shvd – швидкість, prskor – прискорення.

```

MATLAB 7.8.0 (R2009a)
File Edit Debug Parallel Desktop Window Help
Current Directory: C:\Documents and Settings\graph\Мои документы\MATLAB
Shortcuts How to Add What's New
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.

>> tspan=[0 50];
>> y0=[1 0];
>> y=dsolve('5*D2y+Dy+2*y=0','y(0)=1','Dy(0)=0','t')

y =
cos((39^(1/2)*t)/10)/exp(t/10) + (39^(1/2)*sin((39^(1/2)*t)/10))/(39*exp(t/10))

>> pretty(y)

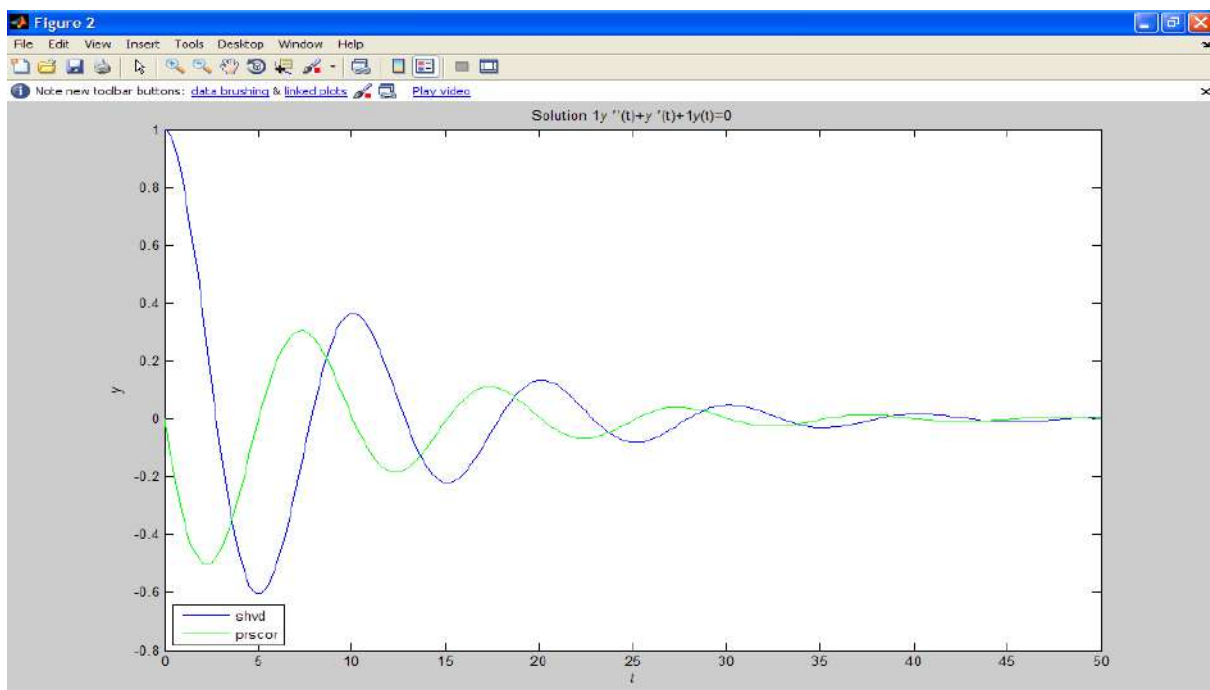
      1/2 \
      exp | - -- | cos | ----- | + -----
      10 /  | 39  t | 10 /  \ 39  t |
      \ 10 /  \ 10 /

>> options=odeset('OutputFcn','odephas2');
>> [t,y]=ode45(@func,tspan,y0,options);
>> figure;plot(t,y(:,1),'b'); hold on;
>> title('Solution 1(\ity) \prime\prime(t)+(\ity) \prime(t)+1(\ity)(t)=0')
>> plot(t,y(:,2),'g');
>> xlabel('\itt')
>> ylabel('\ity')
>> legend('shvd','prskor',3)
>>

```

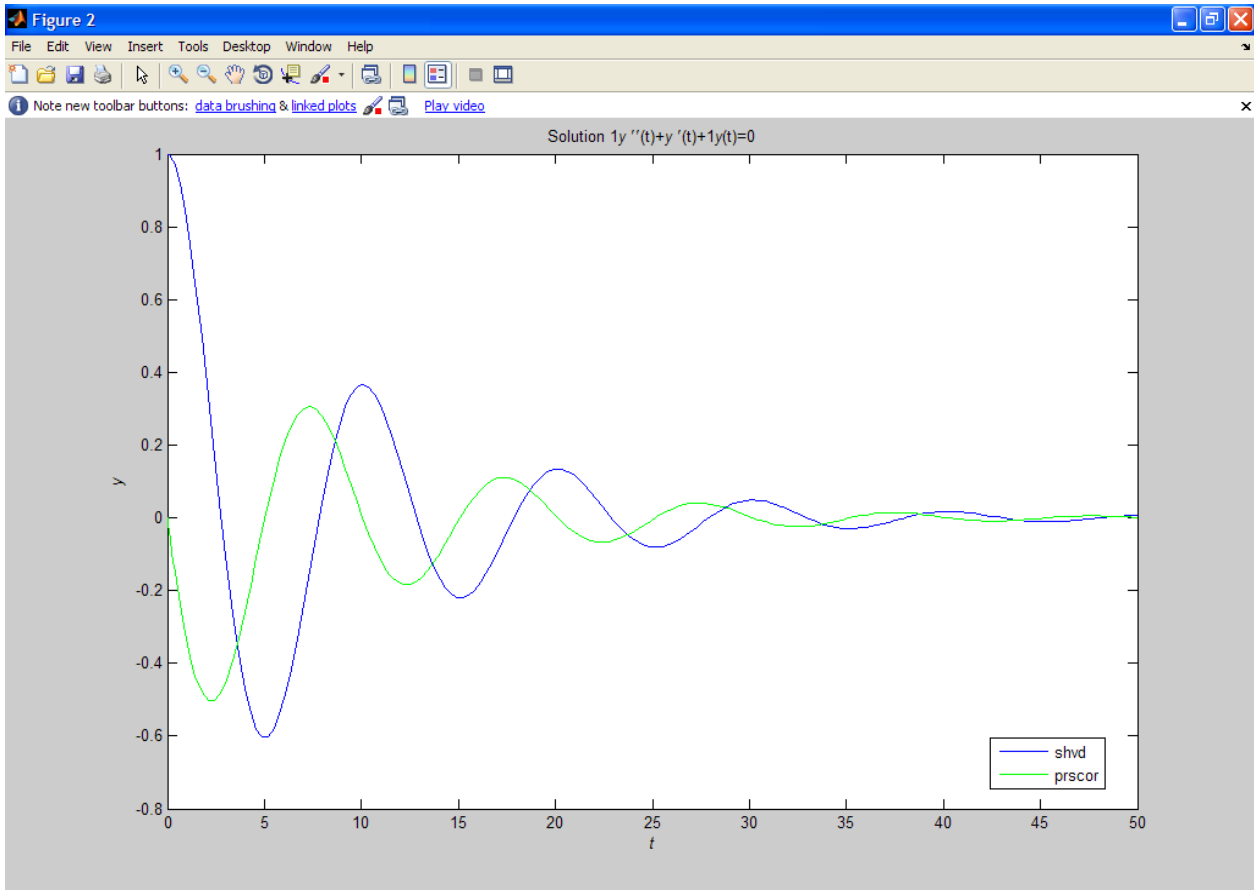
**Рисунок 3.40** – Використання команди для надання лініям змістового значення

та отримуємо графік з позначеною легендою (рис. 3.41):



**Рисунок 3.41** – Нанесення легенди на поле графіка

Matlab дає можливість за допомогою курсора переміщати потрібний малюнок у різні кути зони відображення графіка. Один з можливих результатів такого перенесення відображено на графіку (рис. 3.42).



**Рисунок 3.42** – Переміщення легенди полем графіка

### 3.5.1. Формування областей параметрів подібних траєкторій процесів фазових просторів

При дослідженні та проектуванні пожежотехнічних систем часто розв'язують задачу вибору значень параметрів окремих ланок, які забезпечують належні експлуатаційні характеристики. Виникає потреба аналізу подібних перехідних процесів при значеннях параметрів, що належать відповідній області. Для аналізу вільної складової перехідного процесу використовують фазові траєкторії, характер яких визначається обраними параметрами системи при заданих початкових умовах досліджуваного перехідного процесу.

Характер фазових траєкторій системи другого порядку

$$\frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = 0$$

визначають, досліджуючи відповідне характеристичне рівняння

$$k^2 + bk + c = 0.$$

Для заданих значень пари коефіцієнтів  $b, c$  характеристичного рівняння характерне розташування фазової траєкторії у площині, що відповідає одному з одинадцяти випадків. Відомі засоби передбачають визначення коренів характеристичного рівняння для обраних значень коефіцієнтів  $b$  і  $c$ , що не завжди відповідають потрібному виглядові фазової траєкторії. Аналізуючи коефіцієнти характеристичного рівняння, можна визначити необхідні і достатні умови від'ємності дійсних частин його коренів, а отже, поділити траєкторії на два класи, що відповідають стійкому чи нестійкому перехідному процесові у системі. Проте виявити в них області параметрів для кожного з наведених випадків фазових траєкторій можна, тільки обчислюючи значення коренів для обраних змінних параметрів  $b$  і  $c$  фазових траєкторій. Тому важливо розробити графоаналітичний спосіб формування областей параметрів динамічної системи другого порядку, що забезпечують одержання подібних фазових траєкторій, встановити особливості відображення областей площини прообразів комплексного многочлена на області площини коефіцієнтів диференціального рівняння, що включає параметри пожежотехнічної системи другого порядку.

Приведене характеристичне рівняння з рівною нулю правою частиною ілюструє частинний випадок комплексного многочлена

$$p(k) = k^2 + bk + c = u + iv$$

при комплексних значеннях  $k = p + iq$ , де  $i^2 = -1$  – уявна одиниця, а також визначає у комплексній площині  $opiq$  множину значень  $k$ , при яких  $p(k)$  приймає нульові значення (рис.3.43).

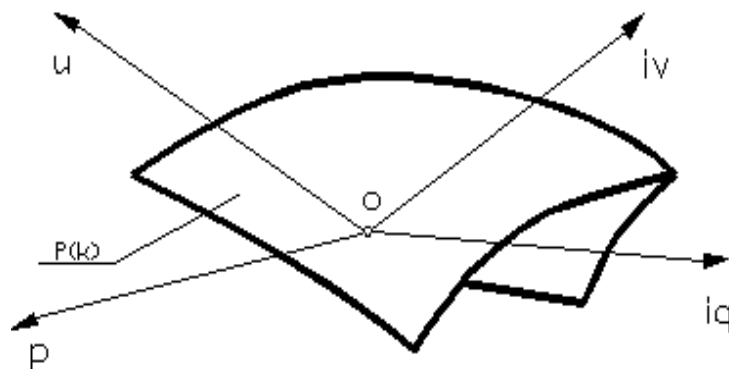


Рисунок 3.43 – Поверхня  $p(k)$  комплексного простору  $opiquiv$

Комплексна площина  $orig$  містить корені  $k$  з від'ємною і додатною дійсною частиною. Для обраних значень  $b$  і  $c$  цими коренями визначаються множини фазових траєкторій, що відповідають стійким та нестійким точкам спокою. Корені характеристичного рівняння  $k = \pm iq$  визначають фазові траєкторії у вигляді замкнених кривих. Область параметрів  $b$  і  $c$  площини  $Obc$  знайдемо, підставивши значення  $k = \pm iq$  в (1) при  $p(k) = 0$ :

$$-q^2 + c \pm ibq = 0. \quad (3.4)$$

Значення виразу (3.4) дорівнює нулю, якщо нулю одразу дорівнюють його дійсна та уявна складові, тобто  $b = 0, c = q^2$ . Щоб корені були уявними, необхідне виконання умови  $c > 0$ . Областю 1 параметрів  $b, c$  для подібних фазових траєкторій у вигляді замкнених кривих слугує додатня піввісь  $Oc$  (рис. 3.44).

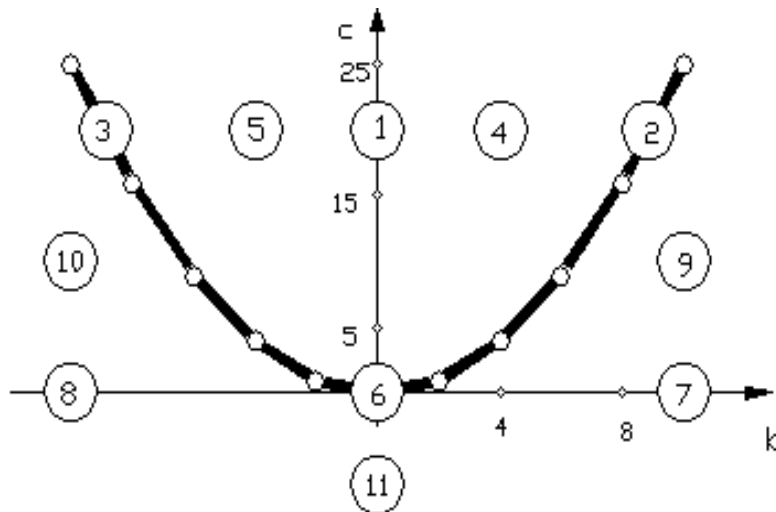


Рисунок 3.44 – Області параметрів площини  $Obc$ .

Знайдемо області параметрів  $b$  і  $c$ , значення яких забезпечують одержання подібних фазових траєкторій із стійким фокусом. Прийmemo корені характеристичного рівняння  $k_{1,2} = -p \pm qi$ , для яких рівняння (3.4) має вигляд:

$$(-p \pm qi)^2 + b(-p \pm qi) + c = 0.$$

Прирівнявши до нуля дійсну і уявну частину, отримуємо:

$$p^2 - q^2 - bp + c = 0;$$

$$\mp 2ipq \pm ibq = 0.$$

Для частинного значення  $q = 0$  одержимо окремий випадок рівності коренів  $k_1 = k_2 = -p < 0$ . Область 2 параметрів для подібних фазових траєкторій з дикритичним стійким вузлом при однакових коренях

характеристичного рівняння  $k_1 = k_2 = -p$  є дугою кривої  $c = b^2 / 4$  при  $c > 0$  і  $b > 0$ .

Для додатніх значень коренів  $k_1 = k_2 = p > 0$  вираз (3.4) має вигляд:

$$\begin{aligned} p^2 - q^2 + bp + c &= 0; \\ \mp 2ipq \pm ibq &= 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Область 3 параметрів для подібних фазових траєкторій з дикритичним нестійким вузлом при однакових коренях характеристичного рівняння  $k_1 = k_2 = p > 0$  представлена дугою кривої  $c = b^2 / 4$  при  $c > 0$  і  $b < 0$ .

Множину комплексних коренів  $k_{12} = -p \pm qi$  та  $k_{12} = p \pm qi$  квадратного рівняння одержуємо для значень параметрів фазових траєкторій з стійким та нестійким фокусом, що знаходяться в області, обмеженій дугою кривої  $c > b^2 / 4$  і піввіссю відповідно  $b > 0$  (область 4) і  $b < 0$  (область 5).

Для поданих відрізками прямих ліній з нестійкою точкою спокою фазових траєкторій корені визначаються виразом  $k_{12} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} = 0$ . Після перетворень одержуємо область 6 значень  $b = c = 0$ . Для поданих відрізками прямих ліній з стійкою точкою спокою фазових траєкторій, що визначаються коренями  $k_1 = 0$ ,  $k_2 < 0$ , перетворенням виразу  $k_{12}$  отримуємо область 7 параметрів  $c = 0$ ,  $b > 0$ . Фазові траєкторії, подані відрізками прямих з нестійкою точкою спокою, для значень коренів  $k_1 = 0$ ,  $k > 0$  формують параметри, що знаходяться в області 8:  $c = 0$ ,  $b < 0$ . Необхідною умовою наявності від'ємних коренів є накладена для обох параметрів  $b$  і  $c$  умова:

$$\begin{aligned} b &> 0; \\ c &> 0. \end{aligned}$$

Перетворенням виразу для значень коренів  $k_{12}$  отримаємо достатню умову  $c < b^2 / 4$  і сформуємо у площині  $Obc$  область 9 параметрів  $b$  і  $c$  фазових траєкторій з стійким вузлом.

Для випадку додатніх коренів, наприклад,

$$\begin{aligned} k_1 &= -\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} > 0; \\ k_2 &= -\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} > 0 \end{aligned}$$

отримуємо область 10 параметрів  $b$  і  $c$  фазових траєкторій з нестійким вузлом, обмежену піввіссю  $b < 0$ , дугою кривої  $c < b^2/4$  при значеннях  $c > 0$ . При різних знаках коренів характеристичного рівняння, наприклад,

$$k_1 = -\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} > 0;$$

$$k_2 = -\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} < 0$$

отримуємо фазові траєкторії з точкою спокою у вигляді сідла, параметри  $b$  і  $c$  яких визначаються з нижньої півплощини 11 площини  $Obc$ . Результати досліджень зведені в таблицю 3.3.

**Таблиця 3.3.** Области площини  $Obc$  параметрів фазових траєкторій

№ обл.	Корені		Область параметрів	Точка спокою
	$k_1$	$k_2$		
1	$\pm qi$		$c > 0$	Центр
2	$-p$		$c = b^2/4, c > 0, b > 0$	дикритичний стійкий вузол
3	$P$		$c = b^2/4, c > 0, b < 0$	дикритичний нестійкий вузол
4	$-p \pm qi$		$c = b^2/4, b > 0$	стійкий фокус
5	$p \pm qi$		$c = b^2/4, b < 0$	нестійкий фокус
6	0		$b = c = 0$	нестійка точка спокою
7	0	$< 0$	$c = 0, b > 0$	стійка точка спокою
8	0	$> 0$	$c = 0, b < 0$	нестійка точка спокою
9	$< 0$		$c < b^2/4, c > 0, b > 0$	стійкий вузол
10	$> 0$		$c < b^2/4, c > 0, b < 0$	нестійкий вузол
11	$> 0$	$< 0$	$-\infty \leq b \leq \infty, c < 0$	сідло

Приведемо приклади побудови фазових траєкторій, якщо параметри  $b$  і  $c$  знаходяться в різних областях площини  $Obc$ .

**Приклад 1.** Побудувати фазову траєкторію зі стійким дикритичним вузлом.

Параметри  $b$  і  $c$  належать області 2; прийmemo  $b = c = 4$ . Характеристичне рівняння має вигляд:

$$k^2 + 4k + 4 = 0.$$

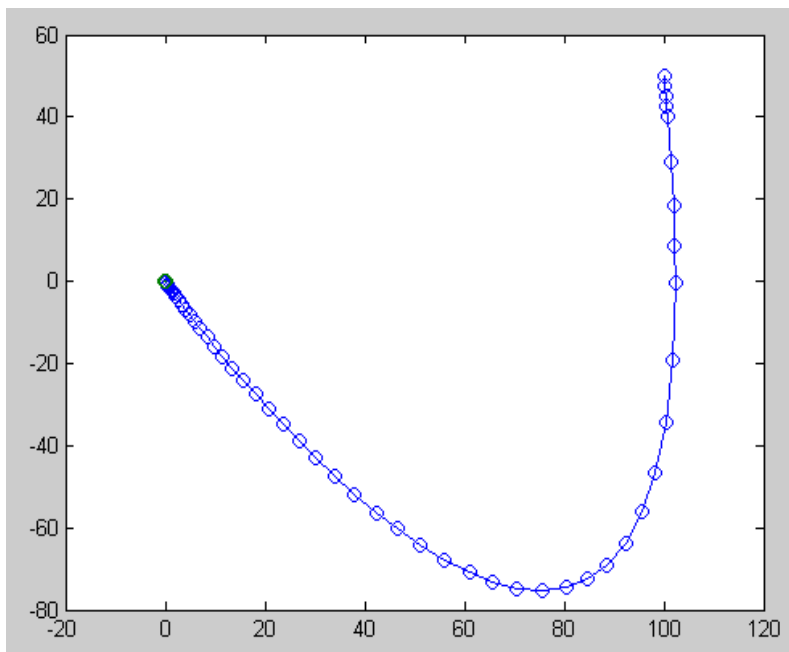
Такому рівнянню відповідає диференціальне рівняння другого порядку

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 4x = 0. \quad (3.5)$$

Подамо (3.3) системою диференціальних рівнянь першого порядку

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= x; \\ \frac{dx}{dt} &= -4x - 4y. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Використовуючи вирази (3.5) і (3.6), візуалізуємо в середовищі Matlab фазові траєкторії для початкових умов, наприклад,  $y_0 = 50$ ;  $x_0 = 100$  (рис. 3.45).



**Рисунок 3.45** – Фазова траєкторія з стійким дикритичним вузлом

**Приклад 2.** Побудувати фазову траєкторію з нестійким фокусом.

Параметри  $b$  і  $c$  належать області 5; прийmemo  $b = -4$ ,  $c = 6$ . Характеристичне рівняння має вигляд:

$$k^2 - 4k + 6 = 0. \quad (3.7)$$

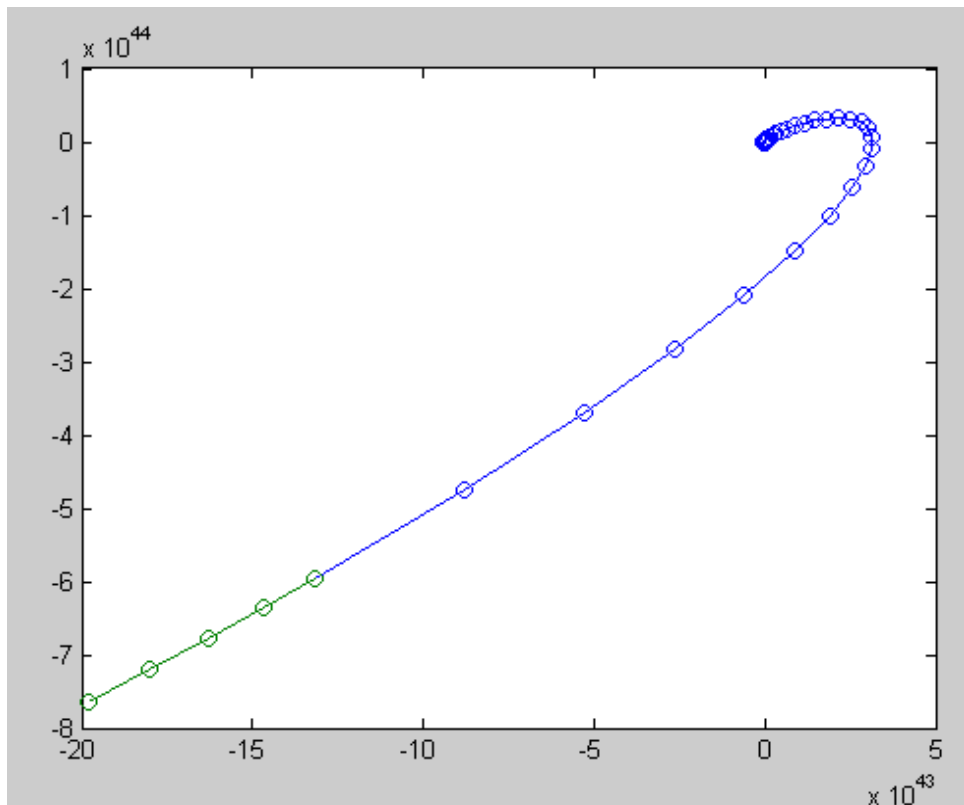
Такому рівнянню відповідає диференціальне рівняння другого порядку

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} + 6x = 0. \quad (3.8)$$

Подамо (3.8) системою диференціальних рівнянь першого порядку

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= x; \\ \frac{dx}{dt} &= 4x - 6y.\end{aligned}\tag{3.9}$$

Використовуючи вирази (3.8) і (3.9), візуалізуємо в середовищі Matlab фазові траєкторії для початкових умов  $y_0 = 10$ ;  $x_0 = 10$ . (рис. 3.46).



**Рисунок 3.46** – Фазова траєкторія з нестійким фокусом

Отже, графоаналітичний спосіб визначення множини подібних фазових траєкторій формуванням у двовимірній площині областей параметрів, що входять до диференціальних рівнянь технічних систем другого порядку з залученням програмних засобів, дає можливість провести якісний аналіз досліджуваної системи при заданій робочій зоні зміни параметрів.



### 3.6. Геометричні засоби визначення раціональних параметрів процесів регульованих систем

#### 3.6.1. Основні залежності параметрів процесів регульованих систем

Параметри окремих елементів регульованих пожежотехнічних систем обирають, виходячи з умови забезпечення належних експлуатаційних характеристик. Значення параметрів представлені координатами деякої точки, яка належить обмеженій області  $n$ -простору. Практичний інтерес становлять дослідження з врахуванням перебігу перехідних процесів у системі при визначенні техніко-економічних показників окремих складових елементів за умови її стабільної роботи з використанням геометричних засобів. Дослідження проводять із залученням алгебраїчних і диференціальних рівнянь, які охоплюють зв'язки значущих параметрів системи.

Зокрема, динамічна характеристика регульованого двигуна із замкненим зворотнім зв'язком за швидкістю  $\omega$  і лінійною залежністю  $M = k_m i$  може бути подана рівняннями:

$$(u_w - k_w \omega)k_p - T_p \frac{de}{dt} = e;$$

$$e - c\omega - r\left(T \frac{di}{dt} + i\right) = 0.$$

З урахуванням характеристик клинопасової передачі рівняння руху двомасової системи з моментами інерції  $I_1, I_2$  подамо у вигляді:

$$I_1 \frac{d\omega}{dt} - M + M_{np} = 0;$$

$$I_2 \frac{d\omega_T}{dt} - M_{np} + M_c = 0;$$

$$\frac{dM_{np}}{dt} - c_{12}(\omega - \omega_T) = 0,$$

де  $M, M_{np}$  – відповідно електромагнітний момент і момент пружного зв'язку;  $c_{12}$  – жорсткість пружного зв'язку;  $\omega_T$  – частота обертання трансмісійного вала. Момент навантаження

$$M_c = M_{co} + \rho \omega_T^2 q_{2k}^3$$

є функцією кута  $\alpha$  повороту трансмісійного вала. Рівняння (1...3) є визначальними при формуванні характеристичного рівняння системи

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n p + a = 0,$$

використаного при конструюванні геометричних областей параметрів. Заміною  $p = iy$ , де  $i^2 = -1$ , формуємо рівняння багатовидів, які є для даної системи чотири- та тривимірною поверхнями обхоплюючого комплексного простору

$$u(y) = u(y);$$

$$v(y) = v(y)$$

двох розташованих ортогонально п'ятивимірною та чотиривимірною підпросторів з спільним підпростором аргументів. Розрахункові величини коефіцієнтів  $a_i$  визначаються значеннями як механічних, так і електричних параметрів системи. Їх обираємо з урахуванням функцій оптимізації, враховуючи їх визначальний вплив на стабільність роботи усієї системи. Робочі межі зміни параметрів подані гіперповерхнями, що відображають кратності пускового та максимального моментів.

Оскільки на техніко-економічні показники функціонування системи одночасно впливають декілька параметрів, вибір їх оптимальних значень для окремих елементів з одночасним врахуванням перехідних режимів роботи можливий з використанням апарату багатовимірної прикладної геометрії. Для цього потрібно провести аналіз багатовидів  $n$ -просторів як границь областей параметрів окремих складових елементів регульованих пожежотехнічних систем.

### 3.6.2. Геометричні засоби оптимізації параметрів процесів

Розробка геометричних засобів оптимізації параметрів регульованих пожежотехнічних систем пожежної автоматики та зв'язку є важливим засобом знаходження раціональних значень параметрів окремих елементів цих систем.

Раціональні значення параметрів регульованих систем визначають їх експлуатаційні якості, особливо важливі для мобільного пожежного устаткування, і одночасно суттєво впливають на показники їх маси та розмірів. Параметри вибирають, виходячи з умов забезпечення функціональних властивостей досліджуваної системи, щоб при зміні значень параметрів у границях робочої зони динамічні характеристики системи не виходили за межі області сталої роботи. Вказані області конструюють, обираючи змінними не більше одного-двох параметрів. При можливості зміни чи регулювання декількох параметрів, двовимірні області можна

представити перерізами багатовидів  $n$ -вимірному фазовому простору, вимірами якого слугують змінні параметри системи. При постійності не більше ніж одного параметра області параметрів можна представити проєкціями багатовиду  $n - 1$ -вимірному фазового підпростору. Двовимірні області параметрів як перерізи багатовиду гіперплощинами рівня із слідами, які визначають одразу  $n - 2$  параметри, різняться площею, тобто кількістю параметрів, що визначають сталу роботу системи. Вплив на експлуатаційні характеристики системи одночасно визначатиме і її масо-габаритні показники. Це вимагає проведення додаткових досліджень на оптимальність з урахуванням часто протилежних критеріїв оптимізації. Функція мети є залежністю декількох змінних параметрів. Варто врахувати, що часто важливими є не один, а декілька критеріїв оптимальності одночасно. Підпростір аргументів усіх функцій мети визначає значення функцій для деякої множини параметрів, які часто не відповідають окремим критеріям оптимальності. Тому вибір значень параметрів областей сталої роботи устаткування охоплюючого фазового простору з урахуванням практично значущих критеріїв оптимізації є досить актуальною практичною і теоретичною задачею особливо для мобільних динамічних систем.

Сучасні геометричні засоби дають змогу визначати компромісні екстремуми функціональних залежностей декількох змінних, досліджувати компромісні екстремуми функцій оптимізації багатьох змінних, утворених числами вищої розмірності, конструювати області параметрів багатовимірному фазовому простору. Зважаючи на це, опираючись на основні залежності параметрів процесів регульованих систем, доцільно навести загальний алгоритм побудови багатовидів з належними їм значеннями точок компромісного екстремуму в обмеженій області параметрів сталої роботи динамічної системи охоплюючого багатовимірному фазового простору. У якості прикладу оберемо електромеханічну систему регулювання частоти обертання вала насоса.

Регулювання подачі рідини за допомогою насосів часто здійснюється асинхронними електродвигунами з обмеженим діапазоном зміни частоти обертання вала. При наявності керованого перетворювача в колі ротора електродвигуна рівновагу напруг досліджуваної електромеханічної системи подамо рівнянням [4]:

$$K_1 E_p \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right) = e_i + \left( R_e' - \frac{\omega}{\omega_0} R_e'' \right) i_d + L_e \frac{di_d}{dt}, \quad (3.10)$$

де  $K_1 E_p$  – випрямлена напруга ротора асинхронного електродвигуна;

$e_i$  – напруга інвертора;

$i_d$  – випрямлений струм електроприводу;

$\omega$ ,  $\omega_0$  – відповідно синхронна та робоча кутова частота обертання вала електродвигуна;

$R_e'$ ,  $R_e''$ ,  $L_e$  – еквівалентні активні опори та індуктивність електроприводу.

Система електроприводу регулювання частоти обертання трансмісійного вала насоса містить більше десятка рухомих елементів з різними жорсткостями і моментами інерції. Головні закономірності її динаміки визначають найбільші маси і найменші жорсткості пружних зв'язків окремих елементів. Основні маси системи складають маси ротора асинхронного електродвигуна і шківів; пружні властивості системи визначає клинопасова передача. Відтак, заступну механічну схему системи електроприводу регулювання частоти обертання трансмісійного вала насоса можна подати двомасовою пружною системою. Її основними масами є приведена сумарна маса ротора асинхронного електродвигуна і малого шківа з моментом інерції  $I_1$ , а також приведена сумарна маса великого шківа і елементів насоса з моментом інерції  $I_2$ . З урахуванням прийнятих допущень і моментів, що діють в системі, рівняння руху подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} I_1 \frac{d\omega}{dt} &= M - M_{np}; \\ I_2 \frac{d\omega_T}{dt} &= M_{np} - M_c; \\ \frac{dM_{np}}{dt} &= c_{12} (\omega - \omega_T), \end{aligned} \quad (3.11)$$

де  $M$ ,  $M_{np}$  – відповідно електромагнітний момент і момент пружного зв'язку;

$c_{12}$  – жорсткість пружного зв'язку;

$\omega_T$  – частота обертання трансмісійного вала.

Момент навантаження  $M_c$  на трансмісійному валу насоса з урахуванням моменту холостого ходу  $M_{co}$  і пульсацій рідини визначимо згідно виразу:

$$M_c = M_{co} + \rho \omega_T^2 q_{2k}^3,$$

в якому  $\rho$  – конструктивний коефіцієнт насоса;

$$q_{2k} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[ \frac{2a}{1-k^2} + \frac{[(-1)^k - 1]\lambda\psi^2}{2(2-\psi)^2(4-k^2)} \right] \cos k\alpha_k + (-1)^{1+k} \frac{\lambda\psi^2}{(2-\psi^2)(4-k^2)} \sin \frac{k\pi}{2} \sin k\alpha_k \right\},$$

$\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $\psi$  – конструктивні параметри насоса;  
 $\alpha_k$  – кут повороту кривошипа.

Лінеаризуємо рівняння (3.10), (3.11) при постійних значеннях  $e_1$ ,  $K_1 E_p$ ,  $x_e$ ,  $\omega_0$ ,  $R_e$ ,  $R_e''$ ,  $L_e$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $c_{12}$  та конструктивних параметрів насоса [5]. Визначивши частинні похідні, запишемо одразу лінеаризоване перше рівняння (1):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} (R_e'' i_d - K_1 E_p) + \Delta i_d \left( \frac{\omega}{\omega_0} R_e'' - R_e' \right) - L_e p \Delta i_d = 0.$$

Лінеаризоване перше рівняння (3.11) з урахуванням виразу для електромагнітного моменту двигуна [4]

$$M = \frac{K_1}{\omega_0} \left( E_p i_d - \frac{x_p i_d^2}{\sqrt{2}} \right)$$

має вигляд

$$\Delta M_{np} - \frac{K_1}{\omega_0} (E_p - \sqrt{2} x_p i_d) \Delta i_d + I_1 p \Delta \omega = 0.$$

Лінеаризовані друге і третє рівняння (3.11) мають вигляд:

$$\Delta M_{np} - 2\rho(p\alpha_k) p \Delta \alpha_k q_{2k}^3 - 3\rho(p\alpha_k)^2 q_{2k}^2 \Delta \alpha_k \sum_{k=1}^{\infty} k \left\{ \left[ \frac{2a}{k^2 - 1} - \frac{[(-1)^k - 1]\lambda\psi^2}{2(2-\psi)^2(4-k^2)} \right] \sin k\alpha_k + \right. \\ \left. + (-1)^{1+k} \frac{\lambda\psi^2}{(2-\psi^2)(4-k^2)} \sin \frac{k\pi}{2} \cos k\alpha_k \right\} - I_2 p^2 \Delta \alpha_k = 0;$$

$$c_{12} (\Delta\omega - \Delta\omega_T) - p \Delta M_{np} = 0.$$

Розв'язавши лінеаризовані диференціальні рівняння однієї змінної, наприклад, частоти обертання асинхронного двигуна  $\omega$ , одержимо характеристичне рівняння регульованої системи частоти обертання трансмісійного вала насоса для значень параметрів у номінальному режимі роботи:

$$a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 = 0.$$

Коефіцієнти  $a_i$  такого характеристичного рівняння представлені функціональними залежностями як від механічних, так від електричних параметрів системи. Наприклад, значення коефіцієнта  $a_0 = I_1 I_2 L_e$  для параметрів реальної регульованої

системи не дорівнює нулю. Характеристичне рівняння перепишемо, поділивши його коефіцієнти на  $a_0$ , у вигляді:

$$p^5 + a_{10}p^4 + a_{20}p^3 + a_{30}p^2 + a_{40}p + a_{50} = 0.$$

Рівняння границі коренів  $p=x+iy$  з додатною і від'ємною дійсною частиною у просторі коефіцієнтів  $a_i$  комплексного многочлена

$$p^5 + a_{10}p^4 + a_{20}p^3 + a_{30}p^2 + a_{40}p + a_{50} = R(p)$$

одержимо при уявних значеннях  $p = iy$ :

$$R(iy) = u(y) + iv(y) = a_{50} + a_{10}y^4 - a_{30}y^2 + i(y^5 + a_{40}y - a_{20}y^3). \quad (3.12)$$

Геометричною моделлю комплексного многочлена при постійних значеннях його коефіцієнтів  $a_i$  слугує двовимірна поверхня чотиривимірного комплексного простору. Багатовид як геометрична модель комплексного многочлена (3.12) реалізується гіперповерхнею восьмивимірного комплексного простору  $0iy a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 iiv$ . Його проєкціями слугують дві поверхні (чотиривимірна та тривимірна), що описуються рівняннями

$$u(y) = a_{50} + a_{10}y^4 - a_{30}y^2;$$

$$v(y) = y^5 + a_{40}y - a_{20}y^3,$$

у п'ятивимірному підпросторі  $0iy a_1 a_3 a_5 i$  та чотиривимірному підпросторі  $0iy a_2 a_4 iv$ , розташованих ортогонально. Підпростором аргументів багатовиду слугує об'єднаний простір  $0iy a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$  просторів аргументів його проєкцій. Приведена умова графічно реалізується у комплексному просторі  $0iy a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 iiv$  січною координатною гіперплощиною цього простору з слідом

$$R(iy) = u(y) + iv(y) = 0. \quad (3.13)$$

Границя комплексних коренів з додатною та від'ємною частиною многочлена реалізується у підпросторі аргументів багатовиду гіперповерхнею, що описується з урахуванням (3.13) рівняннями:

$$u(y) = a_{50} + a_{10}y^4 - a_{30}y^2 = 0;$$

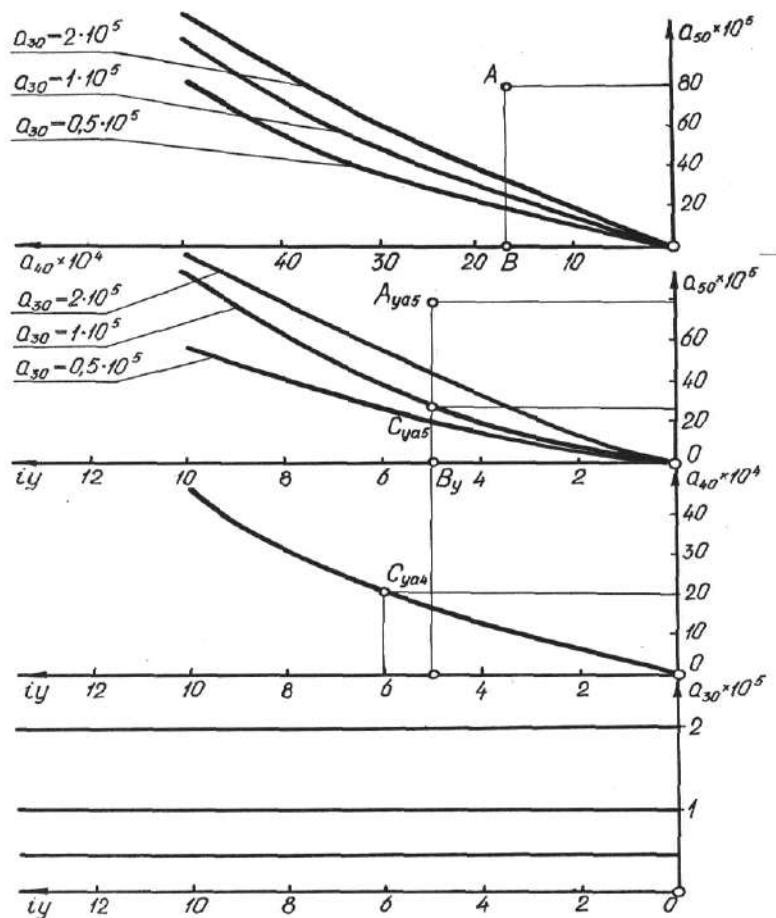
$$v(y) = y^5 + a_{40}y - a_{20}y^3 = 0.$$

Параметричні рівняння границі областей коренів подамо, приймаючи в якості функцій коефіцієнти  $a_4$ ,  $a_5$  комплексного многочлена  $R(iy)$ :

$$a_{40} = y^2(a_{20} - y^2);$$

$$a_{50} = y^2(a_{30} - a_{10}y^2).$$

Границя області коренів представлена гіперповерхнею шестивимірного комплексного простору  $Oiy a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$  і подається проєкціями у його двовимірних координатних площинах. На рис. 3.47 наведені проєкції границі областей коренів при значеннях слідів січних площин рівня  $a_{10}=10^2$ ,  $a_{20}=5 \cdot 10^3$ ,  $a_{30}=0,5 \cdot 10^5$ ,  $10^5$ ,  $2 \cdot 10^5$ . У координатних комплексних двовимірних площинах  $Oiy a_{30}$ ,  $Oiy a_{40}$ ,  $Oiy a_{50}$  побудовані залежності  $a_{30} = a_{30}(iy)$ ,  $a_{40} = a_{40}(iy)$ ,  $a_{50} = a_{50}(iy)$ , що є проєкціями гіперповерхні як графіка многочлена. Така поверхня визначає границю областей коренів з додатною (т.А), від'ємною (т.В,С) та рівною нулю дійсною частиною  $u(y)$  коренів комплексного многочлена  $R(iy)$ .



**Рисунок 3.47** – Проєкції гіперповерхні підпростору аргументів комплексного многочлена  $R(iy)$

Як вже було зазначено, розрахункові величини коефіцієнтів  $a_i$  комплексного многочлена  $R(iy)$  визначаються реальними значеннями як механічних, так і електричних параметрів досліджуваної системи. При створенні цієї системи параметри

окремих елементів обирають з урахуванням декількох функцій оптимізації. Тоді багатovid як границя області коренів характеристичного рівняння системи відображає робочі межі зміни параметрів. На функції оптимізації, що визначають техніко-економічні показники, також можуть впливати складові коефіцієнтів  $a_i$  комплексного многочлена  $R(iy)$ . Зокрема, для трансформаторів визначальними є такі параметри як ширина і висота вікна, ширина і товщина магнітопроводу тощо. Кількість функцій оптимізації задає розмірність простору відображення. Підвищені вимоги до ваги  $G$  і об'єму  $V$  трансформатора потужністю  $P$  обумовлюють вибір геометричних розмірів, виходячи з максимальних значень співвідношень  $P/V$  і  $P/G$ . Значення складових обираємо згідно залежностей [6]:

$$P = \frac{(4.44k_c f B 10^{-2})^2 (1 + e_u)(1 - U) U k_{ok} y^2 x z a^5}{\rho k_{tw} (1 + e_i)(1 + e_u (1 - U)^2) (z + zy + \pi x_k (1 + 2e_i) / (1 + e_i))};$$

$$G = (k_c y_c y (2(x + z) + \pi / 2) + k_0 y_k k_{tw} z_k ((x_k - x_\Delta)(2 + 2y + \pi x_k)) a^3); \quad (3.14)$$

$$V = 2(x + 1)(y + 2x_k)(z + 1)a^3.$$

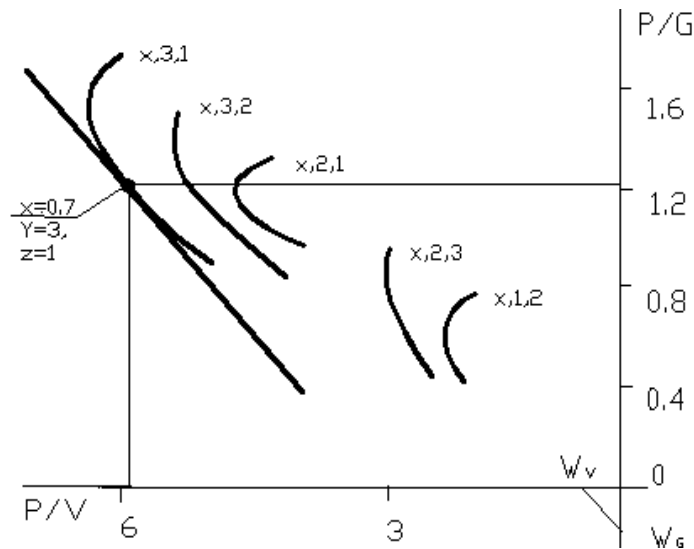
Прийнявши співвідношення  $P/V$  і  $P/G$  згідно (3.14), одержимо вирази функцій оптимізації як залежності декількох змінних. Якщо аргументи представити у тривимірному підпросторі з вимірами розмірів трансформатора  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , то геометричними моделями функцій оптимізації слугуватимуть гіперповерхні чотиривимірних просторів. Кожна з них дозволяє дослідити на екстремум, в тому числі компромісний, обидві функції, а результати досліджень не завжди можуть бути задовільними. Для визначення компромісних значень геометричних параметрів трансформатора врахуємо, що чотиривимірні простори містять спільний тривимірний підпростір аргументів. Об'єднавши два чотиривимірних простори, одержимо п'ятивимірний фазовий простір  $OxyzP/VP/G$ , в якому реалізується чотиривимірна гіперповерхня як геометрична модель одразу обох функцій оптимізації  $P/V = P/V(xyz)$  і  $P/G = P/G(xyz)$ . Спроекціюємо її у двовимірний фазовий підпростір  $OP/VP/G$ . При відомих двох значеннях параметрів, наприклад,  $yz$ , одержимо графік залежності  $P/V = P/V(P/G)$ , а їх дискретні значення дозволяють одержати множину графічних залежностей  $P/V = P/V(P/G)$ . Кожна точка отриманого багатovidу як проекції гіперповерхні у площині визначена одразу для усіх геометричних параметрів трансформатора. Координати точки відображають компромісні значення  $P/V$  і  $P/G$ . З урахуванням пріоритетності значень функцій



оптимізації, обираємо ваги пріоритетності  $w_V$  і  $w_G$ . Тоді дотичний до графіка залежності  $P/V = P/V(P/G)$  багатовид, проекція якого у площині є прямою, подається рівнянням:

$$\frac{P}{Vw_V} + \frac{P}{Gw_G} = 1.$$

Границі зміни значень функцій оптимізації  $P/V$  і  $P/G$  визначаються робочою зоною зміни геометричних параметрів трансформатора (наприклад, потужністю 50 Вт) і подаються множиною ліній площини  $OP/VP/G$  (рис. 3.48).



**Рисунок 3.48** – Компромісна оптимізація розмірів трансформатора

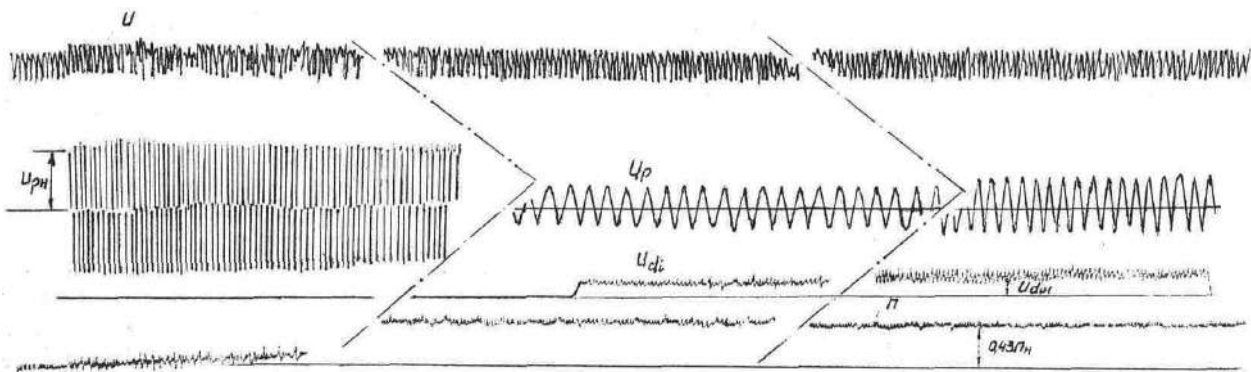
Дотична до лінії пряма дозволяє визначити необхідні розміри трансформатора, що відповідають заданим критеріям оптимальності. При збільшенні кількості функцій оптимізації підвищується розмірність підпростору функцій оптимізації, в якому реалізуються гіперповерхні як геометричні моделі таких функцій. При відомих  $k$  значеннях функцій оптимізації  $P/F_i$  довільного елемента досліджуваної системи гіперплощина, дотична до гіперповерхні, описується рівнянням:

$$\frac{P}{F_1 w_{F_1}} + \dots + \frac{P}{F_i w_{F_i}} + \dots + \frac{P}{F_k w_{F_k}} = 1.$$

Врахування ваг пріоритетності  $n$  значень параметрів  $X_i$  системи можливе у фазовому просторі, вимірами якого слугують ваги пріоритетності  $w_{F_i}$  функцій оптимізації  $P/F_i$  та ваги пріоритетності  $w_{X_i}$  параметрів  $X_i$ . Дотична до багатовиду  $n+k$ -вимірному фазовому простору гіперплощина має вигляд:

$$\frac{P}{F_1 w_{F_1}} + \dots + \frac{P}{F_i w_{F_i}} + \dots + \frac{P}{F_k w_{F_k}} + \frac{X_1}{w_{x_1}} + \dots + \frac{X_j}{w_{x_j}} + \dots + \frac{X_n}{w_{x_n}} = 1.$$

Оптимізовані у фазовому підпросторі функцій оптимізації параметри окремих ланок системи дозволяють забезпечувати перехідні процеси електроприводу регулювання подачі насоса (рис. 3.49).



**Рисунок 3.49** – Перехідні процеси у системі регулювання подачі насоса

( $u$  – напруга мережі,  $U_p$ ,  $U_{pn}$  – миттєві та номінальні значення напруги ротора,  $U_{di}$ ,  $U_{dn}$  – напруга інвертора та її номінальні значення,  $n$ ,  $n_n$  – швидкість вала ротора електродвигуна та її номінальні значення)

Отже, вибір оптимальних значень параметрів окремих елементів регульованих пожежотехнічних систем з одночасним врахуванням перехідних режимів роботи можливий з використанням апарату багатовимірної геометрії. Якщо при дослідженні компромісного екстремуму аргументи функцій оптимізації однакові, то раціонально використовувати геометричні засоби оптимізації.

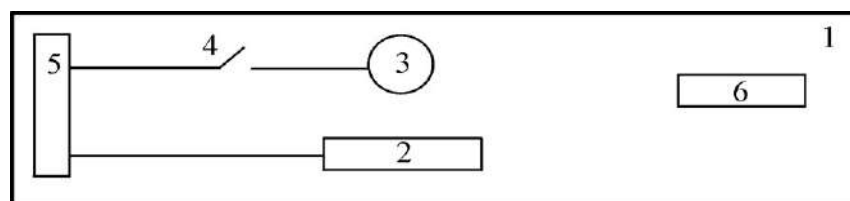
### 3.7. Моделювання теплових процесів у виробничих приміщеннях з енергозберігаючими технологіями опалення

Євроінтеграційний вектор розвитку України охоплює всі складові чинники її життєдіяльності, основою і запорукою яких виступає енергетика. Використання енергоносіїв вимагає кардинально нових підходів, головним з-поміж яких є економія енергоресурсів. Світовий досвід свідчить, що раціональне використання паливних ресурсів є запорукою сталого розвитку економіки та доказом належного рівня перебігу позитивних економічних процесів у країні.

Для України ця проблема економії енергоресурсів є вкрай важливою, враховуючи обмеження в усіх сферах розвитку народного господарства. Особливо це стосується промислового та

сільськогосподарського виробництва з використанням технологічних процесів у промислових будівлях та спорудах. Дослідження закономірностей перебігу теплових процесів у виробничих приміщеннях з використанням комбінованих технологій опалення є актуальною практичною задачею. Враховуючи значне число змінних параметрів досліджуваних теплових систем, доцільно залучати для обробки експериментальних даних засоби багатовимірної геометрії.

Інфрачервоне випромінювання використовують у системах внутрішнього опалення будівель та споруд. Властивістю теплового повітря є те, що в результаті конвенції воно піднімається догори і практично не приймає участі в процесах обігріву приміщень. Одним із заходів залучення його до системи обігріву є примусова вентиляція. Експериментальні дослідження проводились комбінованим методом із залученням носіїв інфрачервоного випромінювання і примусовою його подачею в зону обслуговування. Оброблення одержаних результатів проведено з використанням методів геометричного моделювання і комп'ютерної візуалізації. Експериментальна установка містила необхідні активні елементи проведення досліджень (інфрачервоний нагрівач та вентилятор) і прилади контролю (термометр з можливістю його оперативного встановлення у будь-якій точці турбулентного простору виробничого приміщення) (рис. 3.50). Такий прилад забезпечував можливість проведення досліджень при увімкненому та вимкненому вентиляторі.

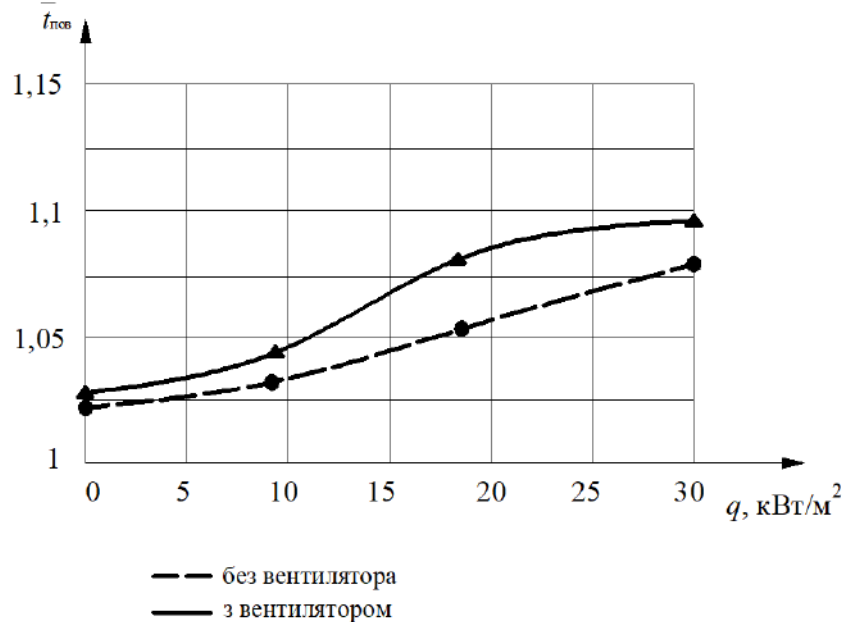


**Рисунок 3.50** – Блок-схема експериментального устаткування системи інфрачервоного опалення

У приміщенні 1 над інфрачервоним нагрівачем 2 розташовувався вентилятор 3, заживлений через вимикач 4 від блока 5, до якого було приєднано інфрачервоний нагрівач 2. Термометр 6 передбачав довільне розташування у просторі приміщення 1. З огляду на технічні можливості проведення експерименту, теплова потужність інфрачервоного нагрівача  $Q$  змінювалась у робочій зоні в діапазоні 500... 1500 Вт з кроком  $\Delta Q$

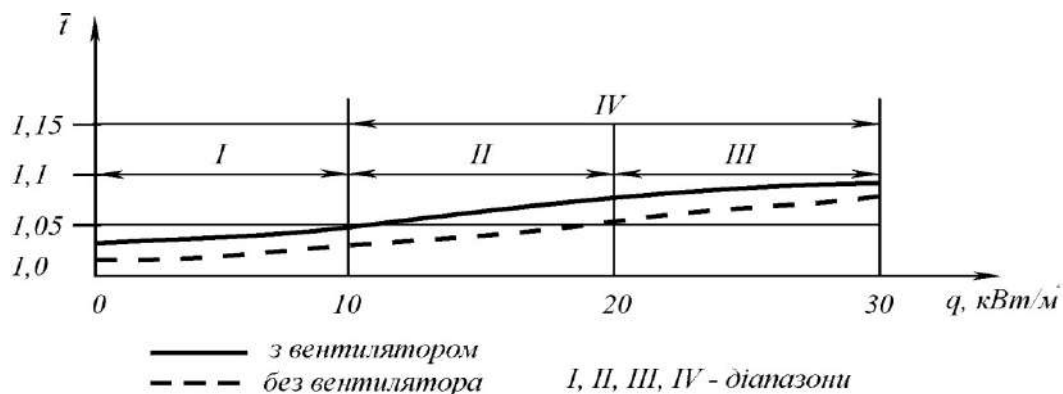
= 500 Вт, а робоча зона висоти  $h$  встановлення інфрачервоного нагрівача становила 1,13...1,73 м з кроком  $\Delta h = 0,3$  м.

Виходячи з фізіологічних особливостей зросту персоналу, було проведено експеримент з визначення залежності відносної температури повітря  $\bar{t}_{нов}$  від густини теплового потоку  $q$  інфрачервоного нагрівача саме на висоті 1,73 м (рис. 3.51).



**Рисунок 3.51** – Вплив вентилятора на відносну температуру  $\bar{t}_{нов}$  у приміщенні,  $h = 1,73$  м (криві побудовані для п'яти значень  $q$ )

Результати проведення експерименту без вентилятора і з увімкненим вентилятором (рис. 3.51) показують, що інтенсивність зміни відносної температури  $\bar{t}_{нов}$  конвективного повітря у робочій зоні зміни густини теплового потоку  $q$  у межах  $0...30$  кВт/м<sup>2</sup> можна поділити на ряд діапазонів (рис. 3.52).



**Рисунок 3.52** – Діапазони зміни відносної температури  $\bar{t}_{нов}$  конвекційного повітря

За відсутності вентилятора відносна температура  $\bar{t}_{нов}$  конвекційного повітря підвищується майже лінійно як у I діапазоні,

так і в IV діапазоні. У I діапазоні при зміні густини теплового потоку  $q$  у межах  $0...10$  кВт/м<sup>2</sup> відносна температура  $\bar{t}_{нов}$  змінюється на  $\Delta\bar{t}_{нов} = 0.01$  (див. рис. 3.52), а у IV діапазоні при зміні густини теплового потоку  $q$  у межах  $10...30$  кВт/м<sup>2</sup> підвищення температури  $\Delta\bar{t}_{нов} = 0,045$ . Загалом підвищення температури відбувається нерівномірно у двох діапазонах і при зміні густини теплового потоку  $q$  у межах  $0...30$  кВт/м<sup>2</sup> становить  $\Delta\bar{t}_{нов} = 0.055$ .

При увімкненому вентиляторі відносна температура конвекційного повітря  $\bar{t}_{нов}$  змінюється практично за експоненціальним законом у трьох діапазонах. Інтенсивніша зміна температури спостерігається у II діапазоні: при зміні густини теплового потоку  $q$  у межах  $10...20$  кВт/м<sup>2</sup> відносна температура конвекційного повітря  $\bar{t}_{нов}$  змінюється на величину  $\Delta\bar{t}_{нов} = 0.03$ , а в I і III діапазонах інтенсивність підвищення відносної температури менша і становить відповідно  $\Delta t_I = 0,02$ ;  $\Delta t_{III} = 0,01$ .

У робочому діапазоні зміни густини теплового потоку як при використанні вентилятора, так і без нього, екстремуми відсутні. Максимальні та мінімальні значення відносної температури повітря досягаються на початку і в кінці діапазону зміни густини теплового потоку  $q$ .

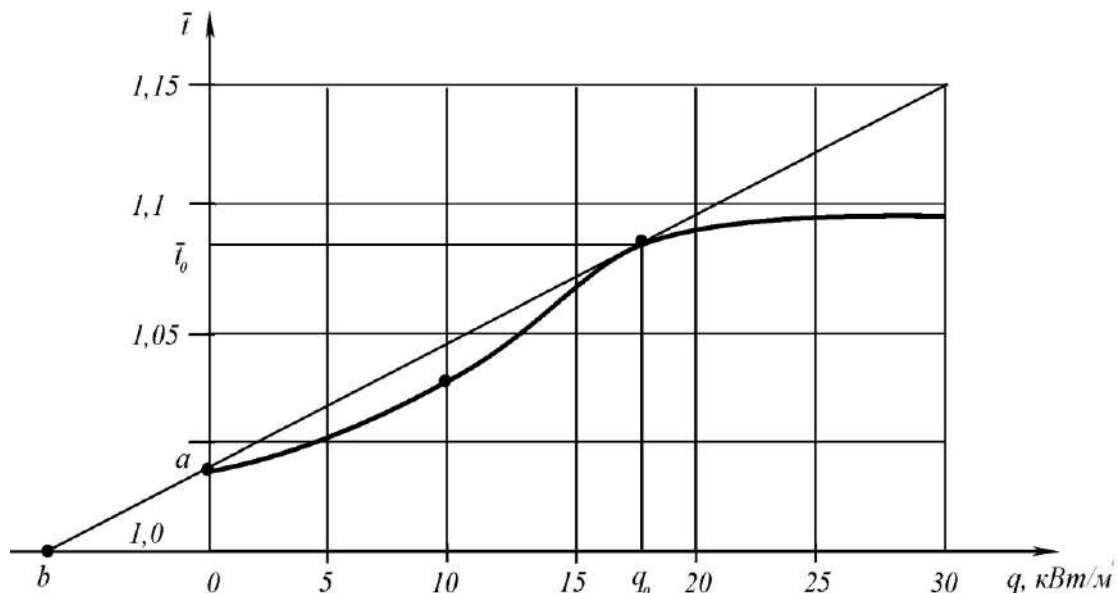
Найбільша кількість електроенергії споживається при використанні вентилятора. Експоненційна залежність  $t = f(q)$  при увімкненому вентиляторі дає можливість визначити графічно компромісний екстремум (рис. 3.53).

Рівняння дотичної прямої до кривої  $t = f(q)$  при увімкненому вентиляторі має вигляд:

$$\frac{\bar{t}}{a} + \frac{q}{b} = 1, \quad (3.15)$$

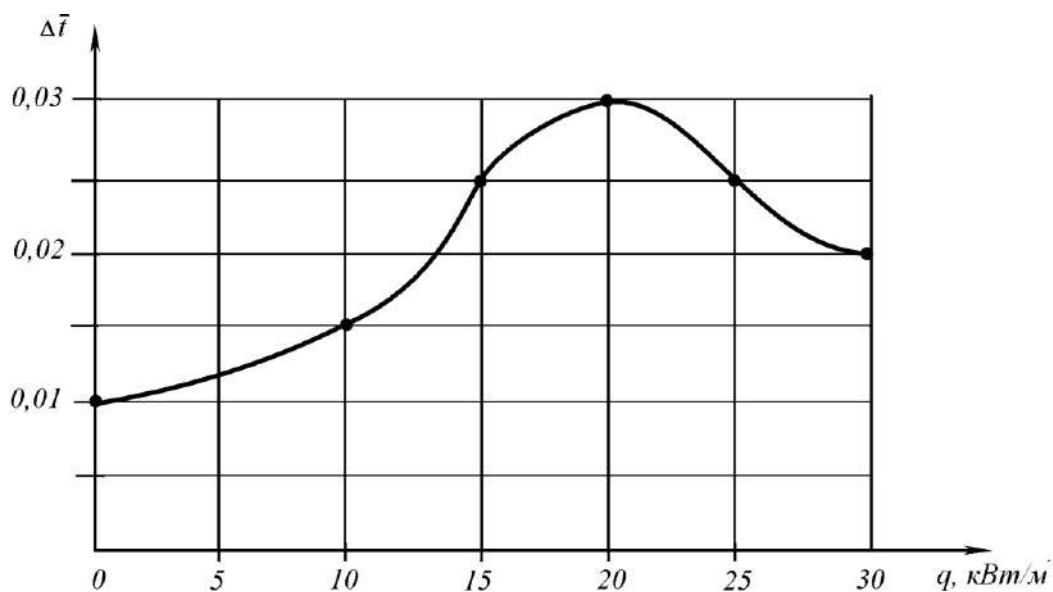
де  $a$  і  $b$  – ваги оптимальності відносної температури повітря  $t$  і густини теплового потоку  $q$  випромінювача.

За залежністю (3.15) з графічної залежності  $t = f(q)$  на рис. 3.53 визначаємо для точки А компромісні значення параметрів  $q_0 = 18$  кВт/м<sup>2</sup>,  $t_0 = 1,08$ .



**Рисунок 3.53** – Визначення значень компромісного екстремуму

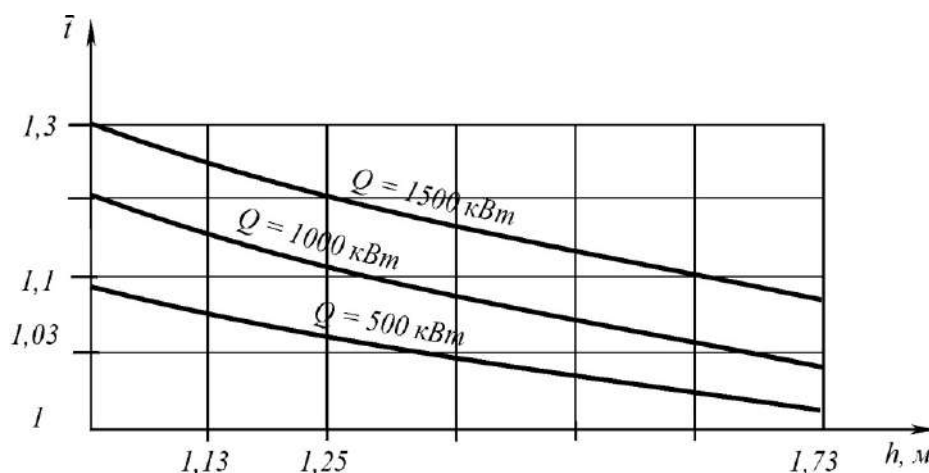
Визначимо результативність роботи вентилятора в заданому діапазоні зміни густини теплового потоку  $q$ . Аналіз графічних залежностей (рис. 3.53) вказує на незначний вплив вентилятора на підвищення відносної температури повітря в діапазоні  $q = 0 \dots 10$  кВт/м<sup>2</sup>, тоді як найбільший його вплив спостерігається в діапазоні  $q = 10 \dots 20$  кВт/м<sup>2</sup>. Розподіл залежності перевищення відносної температури  $\Delta t$  у діапазоні зміни  $q = 0 \dots 30$  кВт/м<sup>2</sup> (рис. 3.54) вказує на наявність абсолютного екстремуму, який визначає перевищення температури  $\Delta t = 0.03$  при значенні густини теплового потоку випромінювача  $q = 20$  кВт/м<sup>2</sup> для висоти  $h = 1,73$  м встановлення інфрачервоного нагрівача.



**Рисунок 3.54** – Перевищення відносної температури конвекційного повітря при увімкненому вентиляторі

Проведені дослідження показують на безсумнівні переваги використання вентилятора, встановленого над інфрачервоним нагрівачем. Проте вплив вентилятора двоякий: при мінімальних і максимальних значеннях  $q$  маємо малі значення перевищення температури  $\Delta t$ , а найбільших значень  $\Delta t$  сягає у діапазоні зміни густини теплового потоку  $q = 15\dots 25$  кВт/м<sup>2</sup> і висоті встановлення вентилятора  $h = 1,73$  м.

Вплив висоти  $h$  встановлення інфрачервоного нагрівача на відносну температуру  $t$  конвекційного повітря в зоні обслуговування при різних значеннях теплової потужності  $Q$  інфрачервоного нагрівача можна дослідити, аналізуючи графічні залежності  $t = f(h)$  при різних значеннях теплової потужності  $Q$ . Зауважимо, що експеримент проводився з огляду на технічні можливості для дискретних значень змінних параметрів  $h$  і  $Q$ , у результаті аналізу даних цього експерименту одержано всього три експериментальні графічні залежності (рис. 3.55).



**Рисунок 3.55** – Вплив висоти  $h$  і теплової потужності  $Q$  на відносну температуру  $t$

Аналіз графічних залежностей показує на позитивний вплив теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$  на підвищення відносної температури конвекційного повітря  $t$  у межах діапазону зміни висоти  $h$ . При зміні теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$  на однакову величину  $\Delta Q = 500$  Вт маємо однакові зміни  $\Delta t$ : при  $h = 1,13$  м – підвищення температури  $\Delta t = 0,1$ , при  $h = 1,43$  м – підвищення температури  $\Delta t = 0,08$ , а при  $h = 1,73$  м – підвищення температури  $\Delta t = 0,05$ , тобто при збільшенні висоти  $h$  на  $\Delta h = 0,6$  м маємо зменшення  $\Delta t$  вдвічі.

При встановлених значеннях теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$  маємо плавне зменшення температури  $t$  майже за лінійним законом. Цей факт можна пояснити

підвищенням абсолютної температури повітря при зростанні висоти: як правило, холодне повітря опускається, а тепле повітря піднімається догори.

Отримані графічні залежності (рис. 3.55) показують одночасний вплив на температуру  $t$  одразу двох параметрів – теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$  і висоти  $h$  – і пов'язують в один функціональний вираз ці три параметри. У тривимірному просторі  $OthQ$  параметри, пов'язані простим аналітичним виразом  $t = f(Q, h)$ , візуалізуються поверхнею, а графіки залежностей, приведені на рис. 3.56, є проекцією цієї поверхні, одержаною при постійних значеннях теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$  (рис. 3.56).

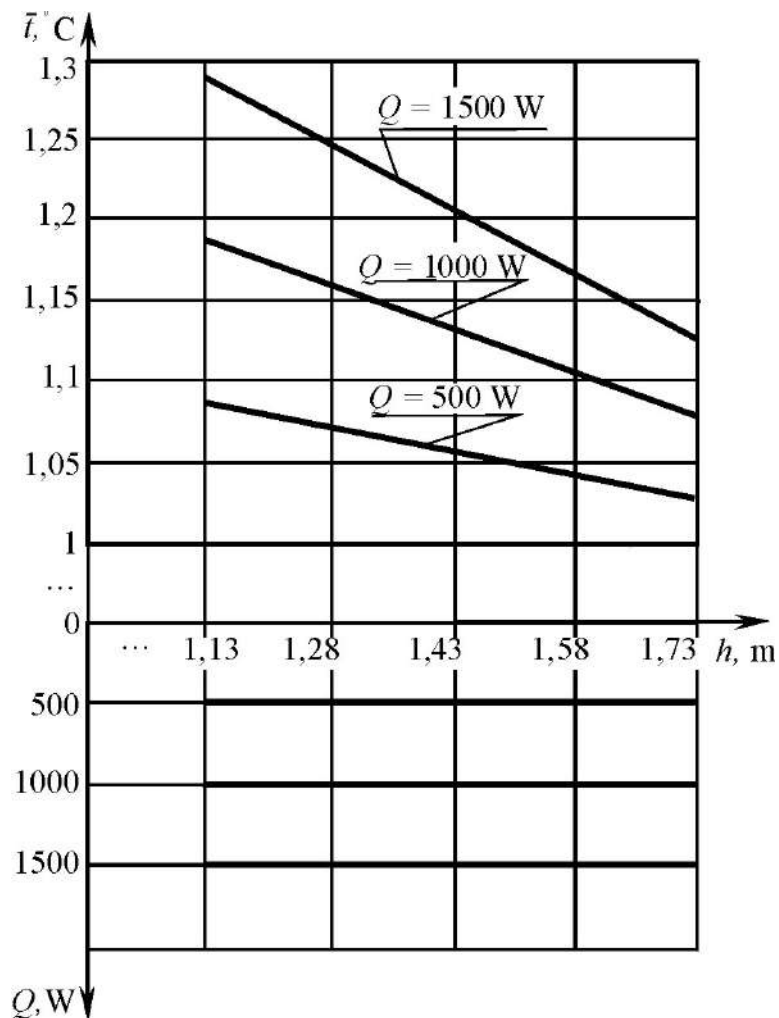
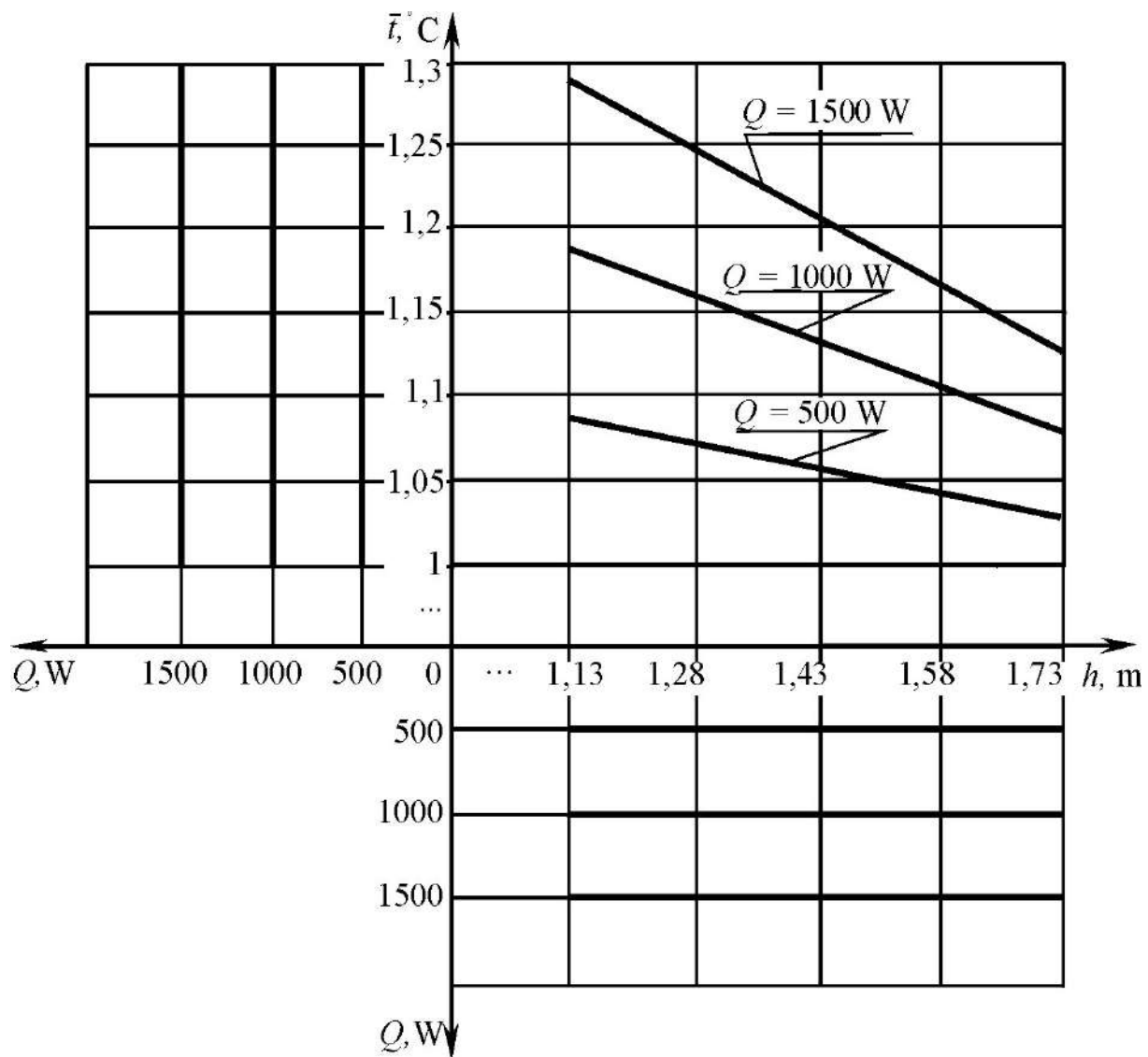


Рисунок 3.56 – Проекції поверхні  $t = f(Q, h)$

Постійні значення теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$  лежать у просторі положення січних фронтальних площин рівня, які при перетині з поверхнею  $t = f(Q, h)$  визначають

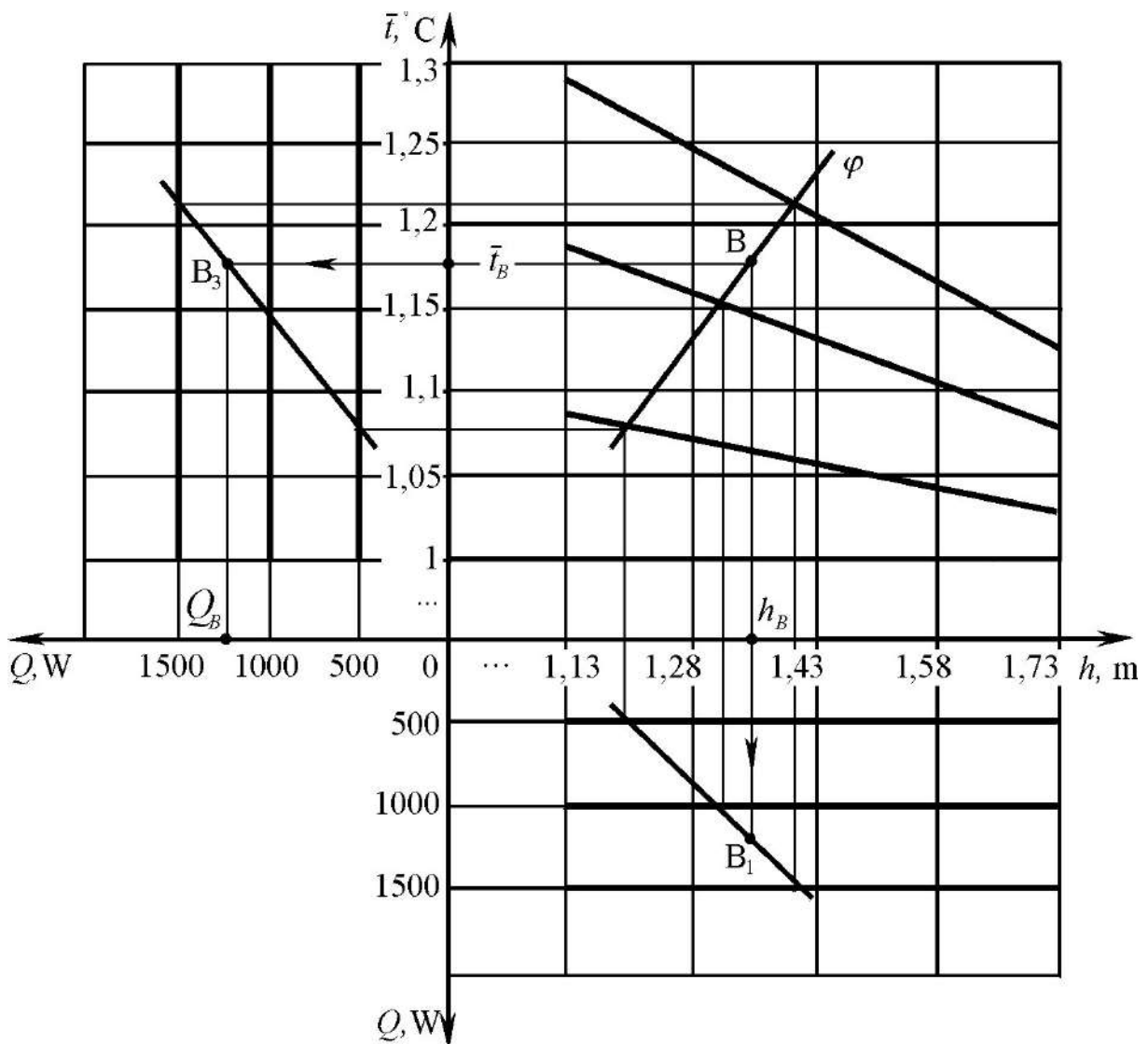


множину кривих  $t = f(h)$  у фронтальній площині проєкцій  $Oth$ . Кожна з одержаних кривих ліній  $t = f(h)$  проєкціюється на горизонтальну площину проєкцій  $OhQ$  у відповідні сліди-проєкції  $Q = const$  січних фронтальних площин проєкцій. Очевидно, що такі проєкції розміщені у профільній площині проєкцій  $OtQ$  (рис. 3.57) і сукупно формують дискретний каркас поверхні  $t = f(h, Q)$ .



**Рисунок 3.57** – Задання поверхні  $t = f(h, Q)$  каркасом ліній

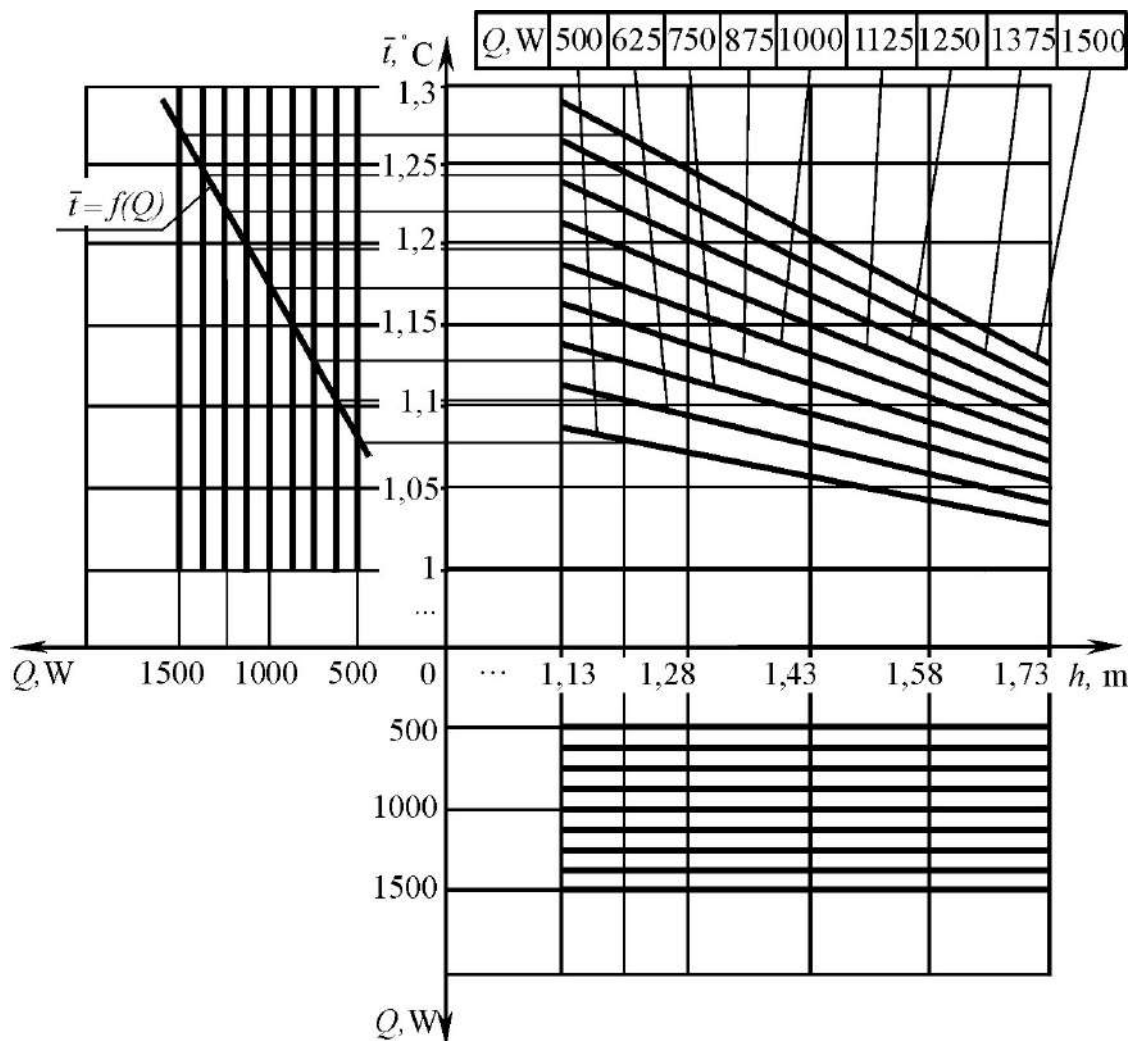
Такий каркас дає можливість отримувати проєкції, а отже, координати, числові значення параметрів довільної точки  $A$ , що належить поверхні  $t = f(h, Q)$ . Проведемо слід довільної фронтально-проєкціуючої площини  $\varphi$  у фронтальній площині проєкцій  $Qth$  (рис. 3.58), якій належить точка  $A$ . Провівши відповідні побудови, отримаємо проєкції точки  $A$  у горизонтальній площині проєкцій ( $A_1$ ) і профільній площині проєкцій ( $A_2$ ). За проєкціями визначимо числові значення параметрів  $t_A, Q_A, h_A$ .



**Рисунок 3.58** – Визначення числових значень параметрів  $t$ ,  $h$ ,  $Q$  у довільній точці  $A$  простору приміщення

Відповідно до положення січної площини  $\varphi$  такий епюр дає можливість будувати залежності параметрів, які в умовах експерименту часто одержати важко, а інколи неможливо. Крім визначених координат точки  $A$ , площина  $\varphi$  дає можливість побудувати залежності  $Q = f(h)$  і  $t = f(Q)$ .

Використовуючи запропонований спосіб, побудуємо каркас поверхні  $t = f(Q, h)$  з урахуванням значень  $Q = 750$  Вт і  $Q = 1250$  Вт (рис. 3.59).



**Рисунок 3.59** – Побудова каркаса поверхні  $t = f(h, Q)$  для п'яти значень теплової потужності інфрачервоного нагрівача  $Q$

Такий каркас поверхні дає можливість визначати як числові значення параметрів  $t$ ,  $h$ ,  $Q$  у довільній точці простору приміщення в робочій зоні зміни параметрів, так і будувати залежності, які неможливо отримати з огляду на технічні умови проведення експерименту. На рис. 3.59 залежність  $t = f(Q)$  при постійному значенні  $h = 1.2$  м побудована перетином поверхні профільною площиною рівня  $\delta$  зі слідом  $n = 1,2$  на осі  $Oh$ .

Каркас поверхні можна використати також для знаходження рівняння поверхні  $t = f(h, Q)$ . Прийmemo  $t = z$ ,  $h = x$ ,  $Q = y$ , тобто маємо  $z = f(x, y)$ .

Аналізуючи кожну з кривих  $z = f(x)$  при сталому значенні  $y = const$ , приймаємо множину п'яти кривих ліній як алгебраїчні криві другого порядку. Вони є твірними лініями алгебраїчної поверхні другого порядку:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz + 2Gx + 2Hy + 2Kz + L = 0 \quad (3.16)$$

Перетином цієї поверхні січною площиною рівня, наприклад,  $y_1 = 500$ , одержуємо лінію поверхні, яка на кресленні (рис. 3.59) подається графічною залежністю  $z = f(x)$  при  $y_1 = 500$ . Підставивши значення  $y_1$  у (3.16), одержимо рівняння лінії:

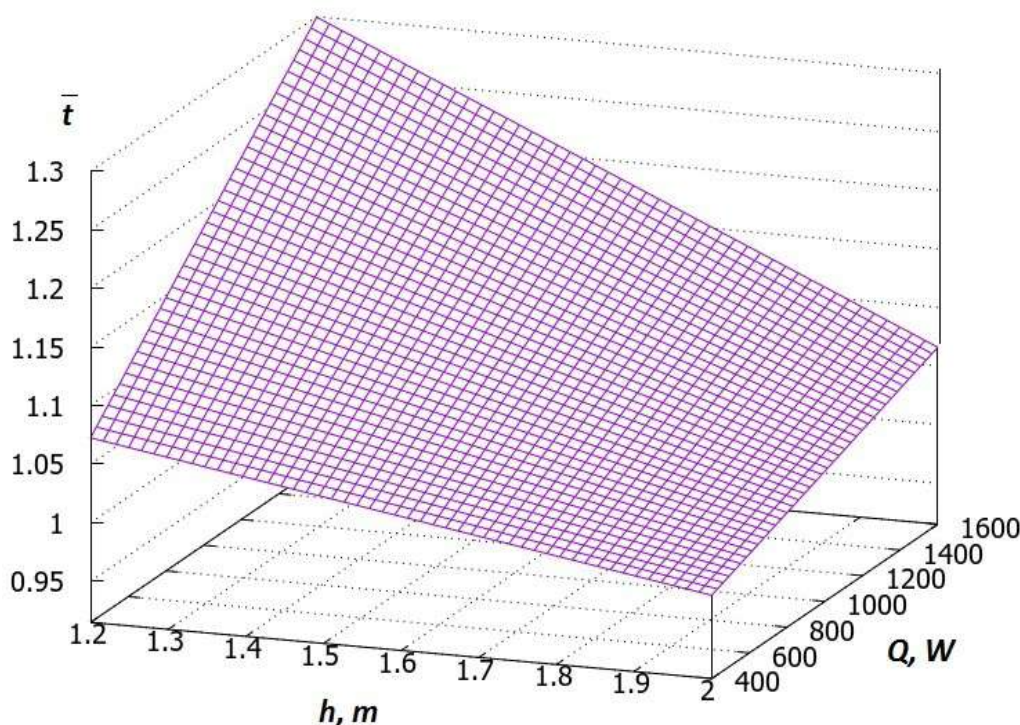
$$Ax^2 + By_1^2 + Cz^2 + 2Dxy_1 + 2Exz + 2Fy_1z + 2Gx + 2Hy_1 + 2Kz + L = 0. \quad (3.17)$$

Для визначення постійних значень коефіцієнтів рівняння алгебраїчної поверхні другого порядку задаємо декілька постійних значень  $y_i$  ( $i = 9$ ). Розв'язуючи систему з дев'яти алгебраїчних рівнянь, одержуємо числові значення коефіцієнтів (3.17), які однозначно визначають рівняння поверхні:

$$\begin{aligned} \bar{t} = & 1,14 + 1,54e^{-4}(Q - 1000) - \\ & - 0,2(h - 1,43) - 1,53e^{-4}(Q - 1000)(h - 1,43). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Очевидно, що таке рівняння наближено описує поверхню і чинне для прийнятого робочого діапазону зміни параметрів  $Q$  і  $h$ .

Комп'ютерна візуалізація рівняння (3.18) дає можливість «побачити» форму поверхні температурного режиму в приміщенні (рис. 3.60).



**Рисунок 3.60** – Поверхня температурного режиму в зоні обслуговування приміщення

Отже, результати експериментальних досліджень та їх геометрична інтерпретація приводять до наступних висновків:

1. За результатами аналізу стану теплових процесів у виробничих приміщеннях сформульовано і розв'язано проблему встановлення комфортного способу обігріву робочої зони приміщень комбінованим використанням інфрачервоних нагрівачів з примусовою вентиляцією.

2. На засадах використання експериментально одержаних залежностей трьох параметрів теплового процесу (температури, потужності теплового потоку і висоти) запропоновані та апробовані при обробленні експериментальних даних графічні засоби. Це дало можливість подати залежність цих параметрів поверхнею другого порядку тривимірного простору параметрів теплового процесу.

3. Запропоновані моделі аналізу параметрів багатопараметричної технічної системи підтримання комфортного температурного режиму у виробничих приміщеннях з комплексною взаємодією променевої складової інфрачервоного нагрівача і примусової вентиляції повітря у виробничому приміщенні демонструють гарантовану результативність геометричного методу оброблення експериментальних досліджень інфрачервоного опалення виробничих приміщень з примусовою вентиляцією конвективного тепла.

4. Запропоновані геометричні моделі теплових процесів у виробничих приміщеннях з променевим нагріванням на прикладі системи інфрачервоного опалення з вимушеною вентиляцією конвективного повітря дають змогу проводити дослідження впливу одночасно багатьох параметрів комплексної системи інфрачервоного опалення з вимушеною вентиляцією на температурний режим у виробничих приміщеннях.

5. Запропоновані в роботі методи дослідження і моделі враховують ключові параметри теплових процесів і дають можливість визначати результативність енергозберігаючих систем інфрачервоного опалення виробничих приміщень з вимушеною вентиляцією конвективного повітря.

Результати проведених наукових досліджень можуть бути використані на стадії проектної реалізації будівель і споруд промислового та сільськогосподарського призначення з використанням енергозберігаючих систем, які передбачають наявність променевої складової інфрачервоного опалення.

## 4. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗВИТКУ ДУАЛЬНИХ СИСТЕМ

### 4.1. Дослідження моделей процесів дуальних систем

Використання модельних рівнянь *A.J. Lotka – V. Volterra* є одним із засобів досліджень процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами ліквідації надзвичайних ситуацій як технічної багатопараметричної системи [1]. Модельні рівняння, одержані аналізом динаміки розвитку як оперативно-рятувальних підрозділів, так і надзвичайних ситуацій, належать до основоположних при врахуванні впливу наукових засад і засобів управління програмами і проектами елементи динамічної системи, що взаємодіють. Для аналізу впливу зовнішніх факторів на взаємодію елементів системи «транскордонний оперативно-рятувальний підрозділ – надзвичайні ситуації», зокрема, для обґрунтування стійкості системи, в якості одного із зовнішніх факторів слід враховувати методи і засоби управління програмами і проектами. Важливим є етап вибору методу візуалізації процесів у системі.

Результативне функціонування технічної системи передбачає врахування впливу на її роботу як внутрішніх, так і зовнішніх факторів. Її робочий режим спрямований на виконання корисної роботи щодо перетворення технічного об'єкта. Постає потреба дослідження взаємодії елементів багатопараметричної системи "технічна система – об'єкт". Першочерговим науковим завданням є розроблення моделі системи та дослідження взаємного впливу узагальнених параметрів з урахуванням зовнішніх факторів, зокрема тих, які сприяють підвищенню результативності її функціонування. Виокремимо з-поміж них методи управління програмами і проектами. Прикладом такої моделі динамічної системи є проектно-орієнтоване управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами ліквідації надзвичайних ситуацій.

Інтенсивний розвиток міждержавних відносин потребує розробки належних засобів у галузі забезпечення екологічної і пожежної безпеки на прикордонних територіях сусідніх держав. Відповідно до чинних законів, при виникненні надзвичайних ситуацій формуються транскордонні оперативно-рятувальні

підрозділи ліквідації надзвичайних ситуації. Підвищення результативності діяльності таких формувань досягається шляхом використання сучасних засобів навчання і одержання практичних навичок у сфері проведення профілактичних і аварійно-рятувальних робіт на прикордонних територіях. Серйозні техногенні та природні катаклізми потребують розробки і практичного застосування нових підходів до професійної підготовки рятувальника. Зважаючи на сучасний стан розвитку інформаційних технологій, їх доцільно максимально використовувати при організації взаємодії сучасних оперативно-рятувальних підрозділів під час ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях сусідніх держав. На жаль, станом на сьогодні кількість науково обґрунтованих моделей міждержавних оперативно-рятувальних підрозділів обмежена. Отже, проведення наукових досліджень в цьому напрямку, зокрема моделювання процесів проектно-орієнтованого управління такими підрозділами із врахування законодавчої та інформаційної підтримки зі сторони різних держав, має практичну цінність. Використання в процесі подібних досліджень засобів геометричного моделювання із залученням чисел вищих вимірностей є обґрунтованим. Дослідження мають бути спрямовані на виявлення особливостей впливу методів та засобів проектно-орієнтованого управління на взаємодію елементів системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» на засадах використання запропонованої *A. J. Lotka – V. Volterra* основоположної моделі математичної екології. Тому використання геометричних засобів для моделювання процесів у відкритій багатопараметричній технічній системі «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» з можливістю врахування впливу на її параметри методів і засобів управління проектами і програмами дає змогу підвищити результативність досліджень.

Призначенням транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів є ліквідація надзвичайних ситуацій на прикордонній території власної чи сусідньої держави. Такі ситуації відрізняються тим, що для їх ліквідації необхідні додаткові сили і засоби, які надає сусідня держава на підставі укладених міждержавних угод. Саме потреба у залученні додаткових засобів іншої держави, говорить про те, що оперативно-рятувальні підрозділи обох держав не готові до ліквідації усіх без винятку можливих надзвичайних ситуацій. Приведене обґрунтування дає можливість записати рівняння динаміки для транскордонного оперативно-рятувального підрозділу:

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x, \quad (4.1)$$

де  $x$  – число сил і засобів транскордонного оперативно-рятувального підрозділу, як системи в довільний момент часу  $t$ ;

$\alpha$  – коефіцієнт зміни в середовищі транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів;

$\frac{dx}{dt}$  – швидкість розвитку транскордонного оперативно-рятувального підрозділу.

Припустимо ймовірність відсутності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів при оптимальному завантаженні транскордонного простору. Очевидно, що така ситуація є вагомою підставою стверджувати про тенденцію зростання числа і потужності надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях:

$$\frac{dy}{dt} = \gamma y, \quad (4.2)$$

де  $y$  – масштабність надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях в довільний момент часу  $t$ ;

$\gamma$  – коефіцієнт зростання числа і потужності надзвичайних ситуацій.

$\frac{dy}{dt}$  – швидкість зміни масштабності надзвичайних ситуацій.

Виникнення надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях потребує адекватного та оперативного на них реагування відповідними органами обох держав і забезпечення додатковими технічними та інформаційними засобами з використанням належних методів управління ресурсами.

Діяльність підрозділів доцільно розділяти на окремі процеси. Очевидно, кількість таких процесів прямо пропорційна величині добутку  $xu$ . Ймовірно, при цьому має місце ліквідація надзвичайних ситуацій, яка відбувається з коефіцієнтом  $\delta$ .

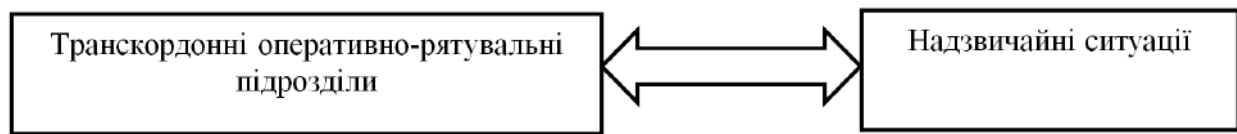
$$\frac{dy}{dt} = \gamma y - \delta yx \quad (4.3)$$

і зростання числа і потужності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів з коефіцієнтом  $\beta$

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x + \beta xy. \quad (4.4)$$

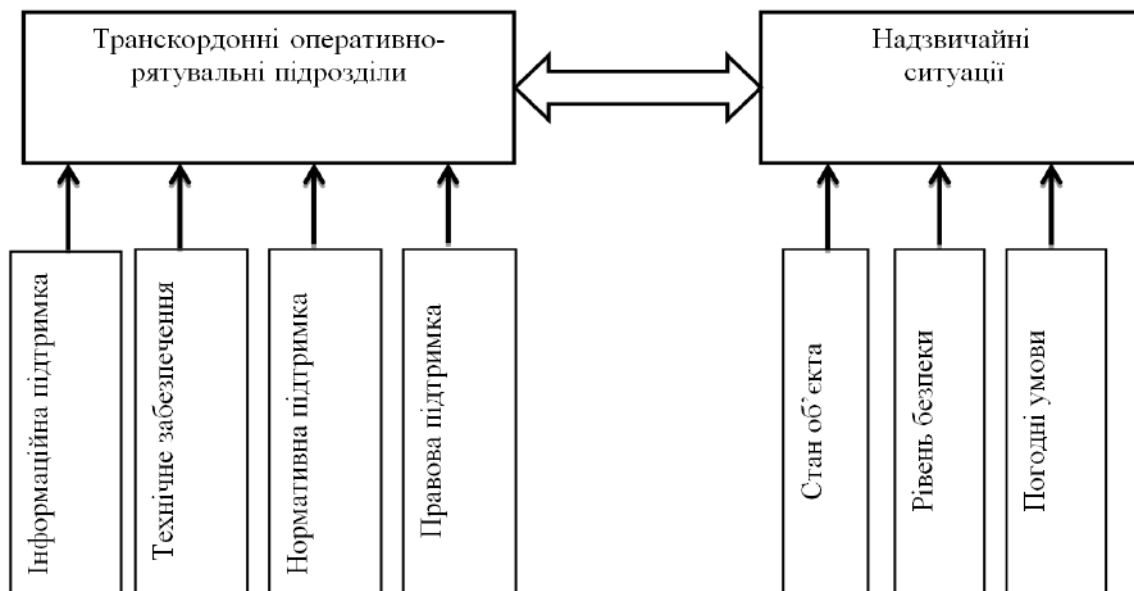


Моделльні рівняння (4.3) і (4.4) показують динаміку взаємодії елементів системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації». При цьому спостерігається взаємний вплив елементів системи (рис.4.1).



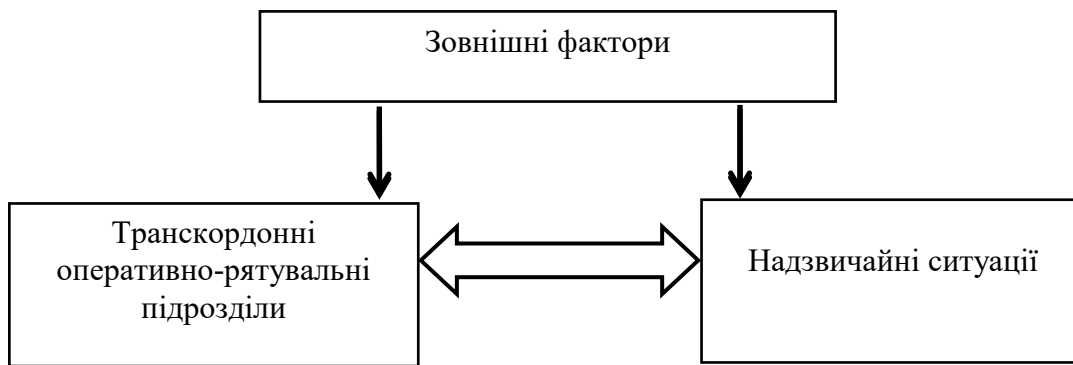
**Рисунок 4.1** – Взаємний вплив елементів системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації»

Зауважимо, що на процес взаємодії елементів досліджуваної системи впливають різні фактори (рис.4.2).



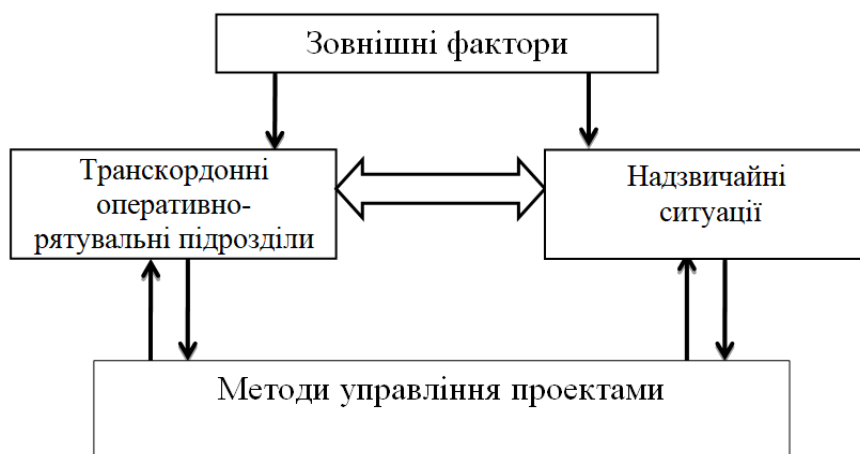
**Рисунок 4.2** – Вплив факторів на взаємодію елементів системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації»

Отже, система «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» є відкритою з можливістю реагування на зовнішні фактори і введення відповідних коректив у процес взаємодії її окремих елементів (рис. 4.3).



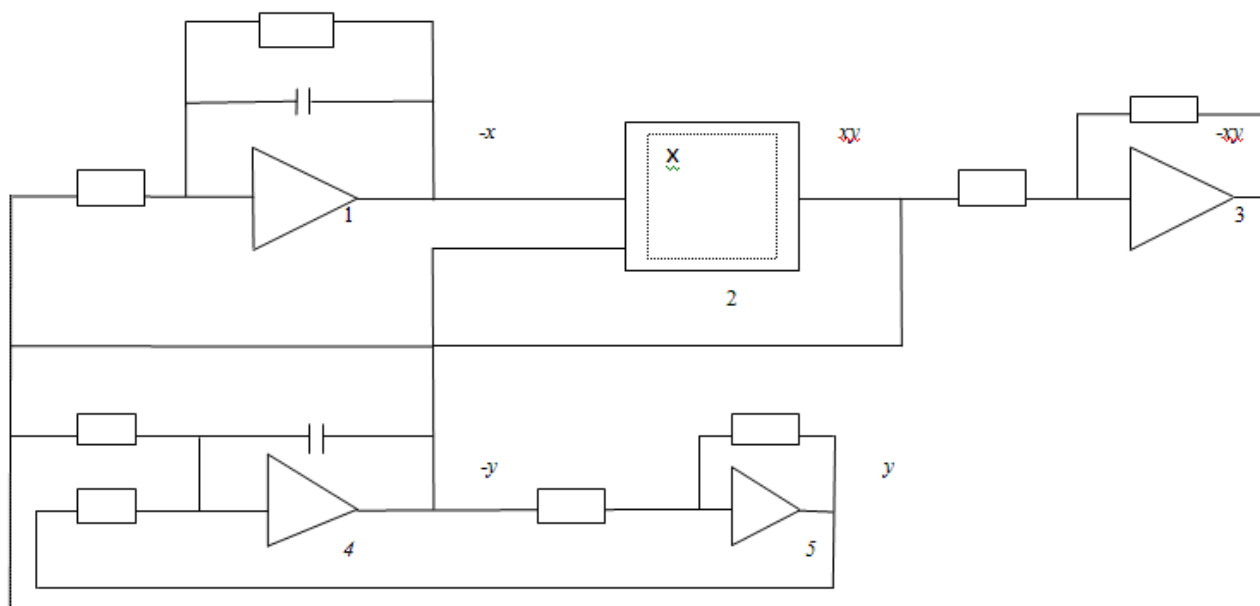
**Рисунок 4.3** – Взаємодія елементів відкритої системи

Зовнішні фактори чинять двоякий вплив на взаємодію елементів досліджуваної системи. Природно допустити, що в якості зовнішніх факторів можна використати чинники, які сприяють підвищенню ефективності взаємодії елементів системи і результативності її функціонування. Природно також допустити, що до таких належать важелі управління. Отже, виокремивши їх з-поміж зовнішніх факторів, маємо, що такими можуть бути методи і засоби управління портфелями і проектами транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій (рис.4.4).



**Рисунок 4.4** – Блок-схема підвищення ефективності функціонування відкритої системи із залученням методів управління проектами

Дослідимо модельні рівняння системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації». Розрахункова схема (рис.4.5) містить два інтегруючих блоки 1, 4 і блок множення 2.



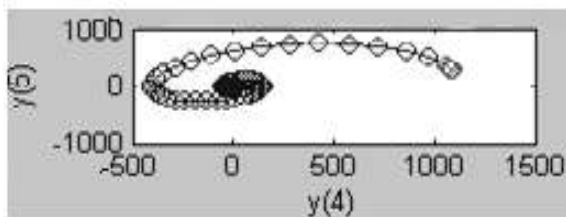
**Рисунок 4.5** – Розрахункова схема системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації»

Аналізуючи розрахункову систему, бачимо в ній нестійку ланку, яка складається з блоків інтегрування 4 та інвертування сигналу 5. Рівень її нестійкості визначається значенням коефіцієнта  $\gamma$  в (4.3). Тобто потрібно вживати належних заходів до зменшення ризиків виникнення надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях. Ланка 2, 3, 4 є стійкою: її стійкість підвищується при зростанні коефіцієнта  $\beta$  в (4.4), тобто зростанні результативності поточної діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів.

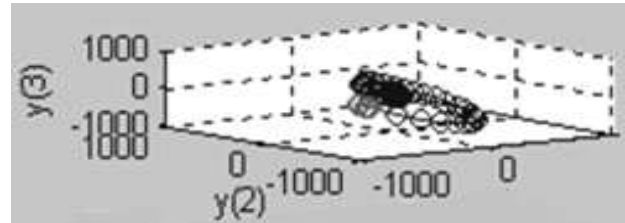
Блок 1 є стійким при відсутності зв'язку з блоком 2. Стійкість ланки 1, 2 зменшується при зростанні коефіцієнта  $\beta$  в (4.4). Зменшення коефіцієнта  $\beta$  тотожне зменшенню ризиків виникнення надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях. Зазначимо також, що для функціонування розрахункової схеми (див.рис.4.5) необхідні початкові умови для блоків інтегрування 1 і 4.

З аналізу розрахункової схеми маємо, що управління параметрами  $x$  та  $y$  можливе, якщо ввести додаткові елементи, які б на основі інформації про поточні значення  $x$  та  $y$  в довільний момент часу  $t$  формували сигнали управління такими параметрами  $x$  та  $y$ . Це можуть бути обґрунтовані вище методи і засоби управління проектами і програмами транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій.

Важливим етапом моделювання є візуалізація одержаних результатів. Ефективним є використання системи комп'ютерної математики Matlab і її додатку Simulink. Візуалізація результатів моделювання перебігу процесів у системі «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації» може бути здійсненна у вигляді інтегральних кривих або фазових траєкторій [9] у двовимірну фазову площину (рис.6 а).



а)



б)

**Рисунок 4.6** – Двовимірні та тривимірні фазові площини, де  $y(n)$  – змінний параметр дуальної системи

Подальше ускладнення модельних рівнянь (4.3) і (4.4) завдяки використанню методів і засобів управління проектами приводить до появи більшої кількості змінних і постійних параметрів, що потребує використання не тільки двовимірних, але й тривимірних фазових площин (рис.4.6 б) і відповідних засобів відображення цих параметрів.

Отже, запропоновані модельні рівняння (4.3), (4.4) дають можливість здійснювати геометричне моделювання перебігу процесів у відкритій багатопараметричній системі «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації» при постійних значеннях коефіцієнтів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ . На основі аналізу побудованої розрахункової схеми системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації» можуть бути виявлені стійкі та нестійкі її елементи і обґрунтована потреба у встановленні тих значень коефіцієнтів, які забезпечують стійкість усієї системи.

Система «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації» є відкритою системою, на неї впливають зовнішні фактори. Має місце необхідність введення в модель постійних і змінних параметрів, які б врахували вплив методів і засобів управління проектами і програмами транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій.

Візуалізація перебігу процесів у системі «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи-надзвичайні ситуації» можлива з

використанням традиційних геометричних засобів у двовимірні фазові площини пакетів комп'ютерної математики, зокрема Matlab. Врахування дії методів і засобів управління проектами і програмами транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів потребує використання, крім двовимірних, тривимірних фазових площин, а також розроблення відповідних геометричних засобів відображення перебігу процесів.

## **4.2. Процеси взаємодії елементів дуальних систем**

Підходи до забезпечення належного рівня безпеки життєдіяльності на прикордонних територіях суміжних держав в умовах інтенсифікації рівня розвитку міждержавних зв'язків передбачають важливість створення та функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів для ліквідації надзвичайних ситуацій. Особливості функціонування дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи - надзвичайні ситуації» із залученням методів та засобів проектно - орієнтованого управління. При врахуванні можуть бути досліджені, вплив зовнішніх та внутрішніх чинників на підвищення результативності діяльності міждержавних формувань. Основні напрямки удосконалення взаємозв'язків між елементами досліджуваної дуальної системи можуть бути сформульовані через моделювання і аналіз впливу проектно-орієнтованої методології управління на діяльність дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи - надзвичайні ситуації». На засадах використання положень прикладної геометрії можлива модельна реалізація процесу взаємодії двох начал дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи - надзвичайні ситуації» із урахуванням впливу засобів і методів проектно-орієнтованого управління, яка надає змогу провести аналіз переміщення у фазовому просторі точки рівноваги дуальної системи при різних коефіцієнтах зміни в середовищі рівня ресурсної забезпеченості транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та інтенсивності надзвичайних ситуацій.

Поступ у розвитку відкритих систем здійснюється шляхом взаємодії окремих їх ланок з урахуванням впливу навколишнього середовища. Взаємний вплив, трансформації, зміна кількісних та якісних показників у процесі функціонування характерні для систем

різної природи: фізичних, технічних, соціальних тощо. Зокрема, для технічних систем наявний їх вплив на об'єкт з метою його перетворення або використання різних інгредієнтів для створення нового продукту чи об'єкта із застосуванням особливостей і можливостей технічної системи. Наприклад, для найбільш поширених технічних систем харчової та переробної промисловості має місце перетворення сировини з використанням технологічних машин у продукти харчування. Забезпечення життєдіяльності людини у навколишньому середовищі досягається, навпаки, завдяки взаємодії низки техногенних та людських факторів, з-поміж яких до прикладу можна виокремити прямий вплив пожежно-рятувальних підрозділів на надзвичайні ситуації з метою їх ліквідації. Ефективність взаємодії двох начал, технічної системи і об'єкта її впливу, як єдиної дуальної системи, значно зростає при використанні основоположних засад проектно-орієнтованого управління.

Підвищення рівня розвитку міждержавних відносин, зростання товарообігу, інтенсифікація культурних зв'язків супроводжується збільшенням ризиків виникнення надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях. Забезпечення належного рівня безпеки життєдіяльності на прикордонних територіях можливе з використанням не лише можливостей рятувальних частин і підрозділів окремої держави, але й за участі в ліквідації надзвичайних ситуацій транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів як двох начал дуальної системи.

Мобільність і ефективність роботи транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів на короткому проміжку часу ліквідації надзвичайної ситуації визначатиметься глибиною впливу на взаємодію елементів такої дуальної системи методів і засобів проектно-орієнтованого управління при наявності відповідних матеріальних, технічних, технологічних, людських та інших видів ресурсів, інформаційної, нормативно-правової підтримки і специфіки обміну інформацією на різних рівнях між складовими елементами системи з урахуванням можливостей її захисту і маскування. Важливим завданням в діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів є розвиток та удосконалення взаємодії окремих ланок системи, спрямованих на підвищення результативності їх функціонування, дослідження якої є актуальним.

Основоположні принципи розвитку служб захисту населення від надзвичайних ситуацій та особливості взаємодії з відповідними службами цивільного захисту сусідніх держав регламентовано

Кодексом цивільного захисту України. Ефективність такої взаємодії значно зростає при використанні моделей і методів проектно-орієнтованого управління. В той же час розвиток і прикладне використання засобів управління проектами, програмами та портфелями проектів ґрунтується на вивченні особливостей взаємодії досліджуваного класу дуальних систем засобами моделювання. Запропоновані і обґрунтовані підходи до вибору оптимальних методів моделювання взаємодії транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій надають можливість використання геометричних засобів у моделюванні діяльності таких підрозділів. Зокрема, прикладне використання геометрії комплексного простору для випадку взаємодії двох держав наочно ілюструє особливості функціонування пожежно-рятувальних підрозділів в процесі ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях.

Реалізація завдання забезпечення належного рівня безпеки життєдіяльності на прикордонних територіях, зокрема через створення і, особливо, організацію підвищення ефективності функціонування та взаємодії елементів оперативно-рятувальних підрозділів потребує проведення моделювання і аналізу їх функціонування з урахуванням впливу на їх діяльність засобів та методів проектно-орієнтованого управління. Вимагає обґрунтування система функціонування і взаємодії окремих ланок дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» в цілому з метою подальшого розроблення узагальненої геометричної моделі діяльності оперативно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях із урахуванням впливу засобів та методів управління проектами і портфелями проектів.

Важливо з'ясувати особливості структури дуальної системи на прикладі діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів при ліквідації надзвичайних ситуацій із залученням методів управління проектами і програмами для підвищення результативності їх моделювання їх діяльності.

Прискорено розвивається і активізується міждержавний екологічний, туристичний та культурний її обмін з сусідніми державами. Такий процес, своєю чергою, супроводжується зростанням числа надзвичайних ситуацій на прикордонних з сусідніми державами територіях. Доволі часто масштабність,

потужність і бурхливий розвиток надзвичайної ситуації потребують для її ліквідації залучення додаткових матеріальних, технічних, технологічних і людських ресурсів. Ефективність ліквідації надзвичайних ситуацій можна суттєво підвищити завдяки участі сформованих силами служб цивільного захисту сусідніх держав транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів.

В цілому, транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи слід формувати із залученням ресурсного забезпечення оперативно-рятувальних підрозділів обласного та/чи районного підпорядкування на прикордонних територіях суміжних держав. Основою транскордонного оперативно-рятувального підрозділу повинен бути рятувальний підрозділ тої держави, на прикордонній території якої має місце надзвичайна ситуація. До цього підрозділу слід залучати додаткові резерви сусідньої держави. Основним аргументом створення транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів є відсутність або недостатність сил і засобів у діючих прикордонних рятувальних підрозділів певної держави, на території якої стається надзвичайна ситуація, і, отже, потреба у їх залученні. Додаткові матеріально-технічні засоби та, за необхідності, людські резерви пожежного формування сусідньої держави повинні поступати в розпорядження прикордонного пожежного формування держави, на території якої виникла надзвичайна ситуація. Очолювати транскордонний оперативно-рятувальний підрозділ повинен представник держави, на прикордонній території якої виникла надзвичайна ситуація. Оперативно така проблема вирішується, безперечно, із використанням можливостей сусідньої держави, яка першочергово зацікавлена у швидкій ліквідації надзвичайної ситуації з метою недопущення руйнівних наслідків на її території.

Загалом швидкодія та результативність таких міждержавних утворень є похідними від багатьох чинників, зокрема, основоположні засади формування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів повинні бути регламентованими та затвердженими відповідними міждержавними угодами. Ефективна взаємодія ланок транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, складених із функціональних загонів цивільного захисту двох держав, можлива завдяки досконалій нормативно-правовій базі, розробленій з урахуванням особливостей побудови системи цивільного захисту кожної держави, та належній інформаційній підтримці.



Ступінь інформаційної підтримки діяльності міждержавного транскордонного оперативно-рятувального підрозділу визначає швидкість реагування на надзвичайну ситуацію. Особливістю процесу є обмін інформацією як в середовищі оперативно-рятувального підрозділу в період ліквідації надзвичайної ситуації на прикордонній території, так і транскордонного обміну інформацією за наявності або відсутності надзвичайної ситуації. В такому контексті зростають вимоги як до рівня надійності каналів обміну інформацією, так і ступеня її захищеності та маскуванню. З урахуванням особливостей обміну інформацією взаємодія представників двох держав як членів міждержавного утворення повинна передбачати інтегровану інформаційну базу і з високим рівнем захищеності інформації. На міждержавному рівні повинні бути визначені і уніфіковані пакети комп'ютерної обробки інформації, які можуть використовуватися у практичній діяльності. Безумовно необхідні організація та проведення міждержавних курсів із підготовки кадрів та вивчення відповідних програмних продуктів, які однаково використовуються в системах цивільного захисту обох держав. Зокрема, при виготовленні та використанні конструкторської документації для забезпечення оперативної діяльності пожежно-рятувальних підрозділів доцільним видається застосування загальновідомої та багатофункціональної системи інженерної та комп'ютерної графіки AutoCAD.

Для ефективного розв'язання проблеми швидкої ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях через створення транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів доцільно враховувати процесний підхід, який є одним із ключових принципів менеджменту якості в сучасних умовах. Проте, оскільки транскордонний оперативно-рятувальний підрозділ можна розглядати як унікальний продукт, а процес їх формування та ефективної діяльності – як створення унікальних послуг, до цього питання слід підходити з позицій проектно-орієнтованого управління, розглядаючи такі процеси:

- процеси ініціації, які забезпечують прийняття рішення про початок виконання проекту, якими у досліджуваній сфері є питання ухвалення рішень щодо створення транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів;

- процеси планування, що визначають дерево цілей проекту та розроблення схем та шляхів їх досягнення, наприклад, особливості

ресурсного забезпечення транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів;

– процеси виконання, що визначають завдання та координують основні ресурси для виконання плану, особливо матеріальні, фінансової та людські;

– процеси завершення, які покликані формалізувати виконання проекту і підведення його підсумків. У досліджуваній сфері мова йде про ефективне функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та забезпечення швидкодії при ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях.

Реалізацію завдання швидкого реагування на надзвичайні ситуації у прикордонних регіонах обох держав доцільно здійснювати з урахуванням усіх складових елементів проектного середовища, в якому відбувається створення, а надалі й функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, що можна подати таким кортежем:

$$П = \langle \Phi_{внутр}; \Phi_{зовн} \rangle$$

де  $П$  – середовище проекту створення й функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів;

$\Phi_{внутр}$  – внутрішні фактори середовища проекту зі створення й функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, до яких слід віднести людські, фінансові, матеріальні, технічні та технологічні ресурси, методи та засоби комунікації та інформаційної підтримки, стиль керівництва проектом, умови організації проекту, що визначають співвідношення між основними учасниками проекту, розподіл прав, відповідальності та проектних обов'язків, соціальні умови тощо;

$\Phi_{зовн}$  – зовнішні фактори середовища проекту зі створення й функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, які включають:

1) політичні (політична стабільність, підтримка проекту урядами країн, національні політичні прояви);

2) правові (нормативно-правові акти, міждержавні угоди тощо);

3) економічні (рівень інфляції, стабільність валюти, джерела капітальних вкладень, розвиненість ринкової інфраструктури, рівень цін на товари, роботи та послуги тощо);

4) науково-технічні (рівень розвитку досліджень фундаментального і прикладного характеру, інформаційних технологій та комп'ютеризації, зв'язок, комунікації та інше);

5) природні та екологічні (природно-кліматичні умови, характеристика тенденцій та стану екологічних систем: повітря, води, ґрунту) тощо.

Дуальні системи, які розглядаються, можуть бути формалізовані з урахуванням допущень методів математичного чи геометричного моделювання щодо перебігу оптимізованих засобами управління проектами процесів при різних швидкостях зміни стану їх складових елементів.

Зазвичай в процесі аналізу поведінки елементів дуальних систем при проектно-орієнтованому управлінні має місце лінійний закон зміни швидкостей стану цих елементів. Проте ще недослідженими в дуальній системі «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» є такі процеси, при яких перебіг зміни сил і засобів першого елемента, транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів  $x$ , подається лінійною швидкістю [1]

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт зміни в середовищі транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів;

$t$  – час, а іншого елемента, розвитку надзвичайної ситуації  $y$ , подається параболою нульового порядку при  $n = 0$ :

$$\frac{dy}{dt} = ay^n = \alpha,$$

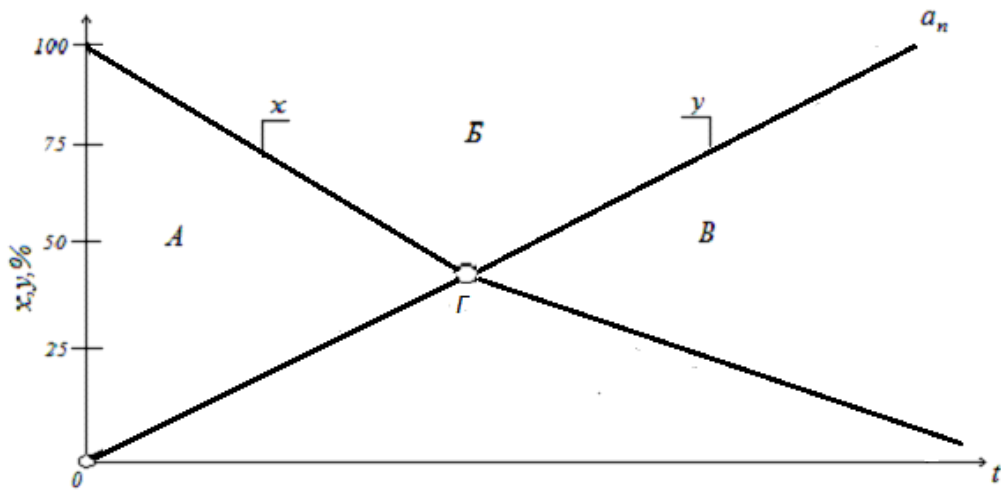
де  $\alpha$  – коефіцієнт зростання числа і потужності надзвичайних ситуацій.

Вирішення такої задачі полягає в отриманні закону зміни сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів і розвитку надзвичайних ситуацій:

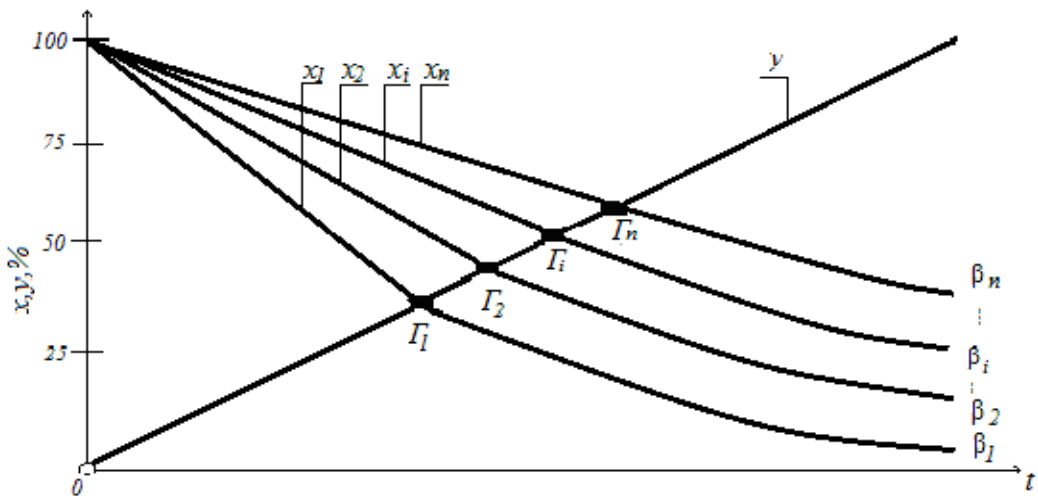
$$x \equiv e^{-\beta\tau},$$

$$y \equiv at.$$

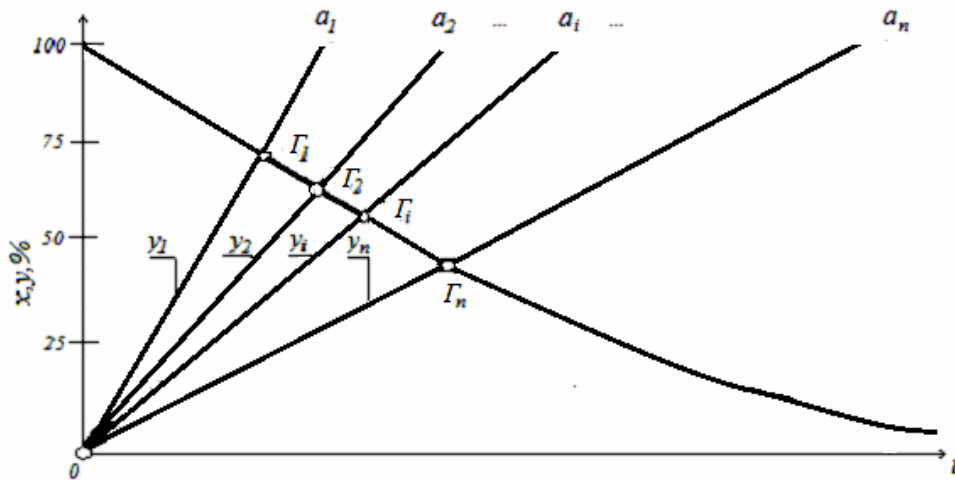
Моделна реалізація процесу взаємодії двох начал дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» із урахуванням впливу засобів і методів проектно-орієнтованого управління наведена на рис. 4.7.



а)



б)



в)

**Рисунок 4.7** – Закони розвитку елементів дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації»

Область *A* (рис. 4.7 а) визначає результативність діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, яка зменшується при наближенні до точки рівноваги дуальної системи *Г*. Аналіз рисунка показує, що сили і засоби транскордонних

оперативно-рятувальних підрозділів  $x$  (рис. 4.7 б), належні області  $B$ , будуть недостатніми для ліквідації надзвичайної ситуації  $y$ . Зменшити область  $B$  для надзвичайної ситуації  $y$  можна, провівши зміни в середовищі транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, зокрема, завдяки дії засобів і методів проектно-орієнтованого управління і, відповідно, зміною коефіцієнта  $\beta_i$ . Область  $B$  визначає можливі резерви сил і засобів у процесі формування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів і зменшується при зростанні інтенсивності  $\alpha_i$  надзвичайної ситуації  $y_i$  (рис. 4.7 в).

Узагальнюючи, слід зауважити, що перевагою використання проектно-орієнтованого підходу до управління процесами розвитку дуальних систем на прикладі сфери безпеки життєдіяльності є унікальність та неповторність робіт з реалізації цілей створення та функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, чітке визначення часових рамок та необхідних ресурсів, а також можливість стандартного документального забезпечення проектних процесів та проектних рішень.

Результати моделювання надають змогу встановити, що належна результативність реагування на надзвичайні ситуації можлива при ґрунтовній підготовці та реалізації міждержавного проекту створення і функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів. Результативність функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів повинна визначатися рівнем ресурсного забезпечення, а також впровадження і використання в організації їх діяльності принципів та методів проектно-орієнтованого управління. Продуктивність транскордонного оперативно-рятувального підрозділу визначається глибиною вирішення завдань в процесі його формування і функціонування: погодження на законодавчому рівні обох держав принципів засад щодо створення таких формувань, вирішення завдань збільшення швидкості реагування такого формування на виникнення надзвичайної ситуації завдяки належній інформаційній підтримці, підготовці і навчанню особового складу та взаємодії з боку обох держав керівних кадрів, які безпосередньо відповідальні за створення і ефективність виконання завдання транскордонного оперативно-рятувального підрозділу.

Подальше удосконалення діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів можливе шляхом створенням процесної бази даних і використання її у вивченні, моделюванні та удосконаленні як системи в цілому, так і процесів взаємодії

окремих елементів проекту при лінійних та нелінійних швидкостях зміни їх стану.

Запропоновані *A. I. Lotka* і *V. Volterra* рівняння динаміки популяцій біосистеми можуть бути адаптовані і узагальнені для створення моделей інших дуальних систем, зокрема при дослідженнях діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій з використанням методів та засобів проектно-орієнтованого управління.

В математичній моделі взаємодії популяцій один з її елементів прийнято називати хижаком, а інший – жертвою. Аналіз літературних джерел і, зокрема [1], показав, що назви того чи іншого елемента не впливають на структуру моделі. Це вказує на універсальність моделі та можливість її використання для дослідження інших дуальних систем, зокрема технічних.

Розглянемо процес побудови моделі для транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів ліквідації надзвичайних ситуацій із використанням парабол  $n$ -порядку. В досліджуваній дуальній системі є два елементи, які взаємодіють, тобто транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи і надзвичайні ситуації.

Призначенням транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів є ліквідації надзвичайних ситуацій. При відсутності впливу на надзвичайні ситуації, тобто оперативно-рятувальних підрозділів, очевидно, ймовірність їх виникнення і поширення на транскордонних територіях зростає, тоді за проміжок часу  $\Delta t$  має місце поширення і розвиток надзвичайних ситуацій у на величину  $\Delta y$ , тобто

$$\Delta y = \alpha y \Delta t,$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт інтенсивності поширення і розвитку надзвичайних ситуацій.

Тоді одержимо

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \alpha y.$$

Диференціальне рівняння перебігу процесу розвитку і поширення надзвичайної ситуації має вигляд:

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y. \quad (4.5)$$

За відсутності надзвичайних ситуацій відбувається зменшення і скорочення сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів  $x$ , тобто за проміжок часу  $\Delta t$  транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи зменшуються на величину

$$\Delta x = -\beta x \Delta t,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт інтенсивності зменшення числа сил і засобів оперативно-рятувальних підрозділів. Диференціальне рівняння перебігу процесу зменшення і скорочення сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів має вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x, \quad (4.6)$$

Розв'яжемо (4.5) і (4.6) методом розділення змінних, наприклад,

$$\frac{dy}{y} = \alpha dt,$$

Інтегруючи

$$\int \frac{dy}{y} = \alpha \int dt,$$

одержимо розв'язок

$$\ln|y| = \alpha t + c,$$

де  $c$  – стала величина.

Потенціюючи (7), одержимо розв'язок (3) у вигляді

$$y = ce^{\alpha t}.$$

З урахуванням початкових умов, при  $t = 0$ ,  $y = y_0$ ,  $x = x_0$ , остаточно одержимо для виразу (4.5)

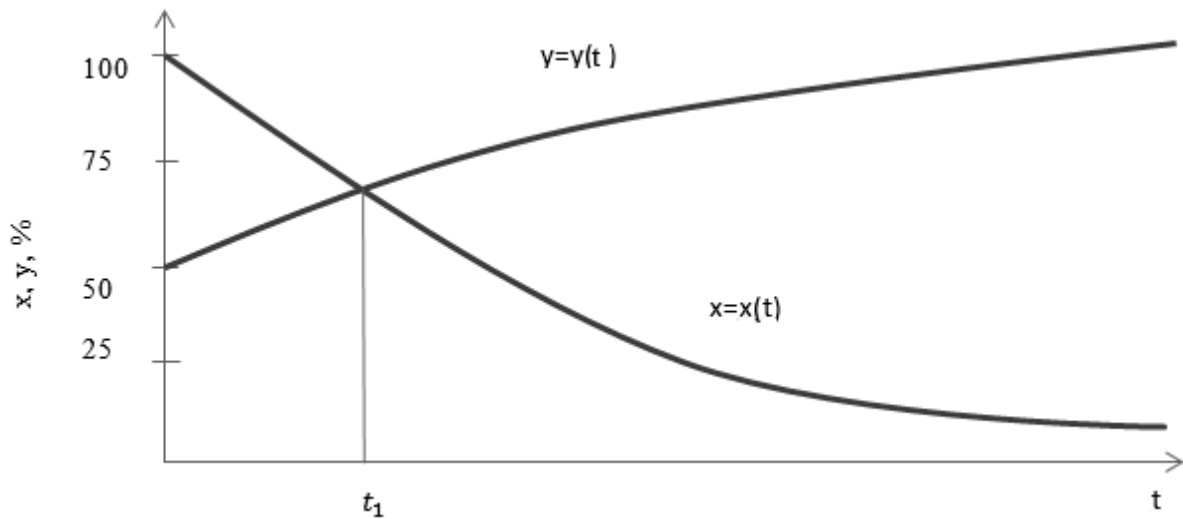
$$y = y_0 e^{\alpha t}$$

для виразу (4.6)

$$x = x_0 e^{-\beta t}. \quad (4.7)$$

Проведемо аналіз (4.7). Для спрощення прийемо в (3)  $\alpha = \beta = 1$ ,  $x_0 = 100\%$ ,  $y = 50\%$ .

Графічні залежності, приведені на рис.4.8, вказують, що після значення  $t = t_1$  інтенсивність розвитку надзвичайних ситуацій вимагає прийняття належних мір для збільшення кількості та якості сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів.



**Рисунок 4.8** – Перебіг процесів розвитку транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та надзвичайних ситуацій

Вирази (4.5) і (4.6) описують лінійний закон швидкості розвитку відповідно транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та надзвичайних ситуацій. Графічно такі залежності подають зміну в часі обох елементів дуальної системи прямою лінією або параболою першого порядку при  $n = 1$ . Отже, маємо частинний випадок парабол вищих порядків  $n$ .

Задамо закон зміни швидкості, наприклад, числа засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів параболою вищого порядку

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x^n,$$

Проінтегрувавши вираз

$$\frac{dx}{x^n} = -\beta dt,$$

одержимо

$$\frac{x^{1-n}}{1-n} = -\beta t + c_1,$$

при  $n \neq 1$  і закон зміни числа і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів

$$x = (1-n)(c_1 - \beta t)^{\frac{1}{1-n}}.$$

Постійну величину  $c_1$  визначаємо з початкових умов: при  $t=0$  маємо  $x = x_0$ .

Розглянемо деякі частинні випадки для парабол різного порядку.



Наприклад, при  $n = 0$  маємо лінійний закон зміни числа і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів

$$x = -\beta t + c_1,$$

при  $n = 2$

$$x = -(-\beta t + c)^{-1} = -\frac{1}{-\beta t + c_1},$$

при  $n = 3$

$$x = -2(-\beta t + c_1)^{-\frac{1}{2}}.$$

### **4.3. Геометричні засоби багатовимірного простору в моделюванні дуальних систем**

Сучасний етап розвитку суспільства характеризується зростанням інтенсивності її міждержавних зв'язків, зокрема в проектах і програмах, що стосуються її євроінтеграційних прагнень. Перебіг позитивних процесів супроводжується одночасно зростанням числа ризиків, як-от: ускладнення екологічної та техногенної ситуації на транскордонних територіях. Позитивні та негативні тенденції, що прослідковуються, вимагають розроблення нових засобів і моделей ефективного управління у сфері міжнародної співпраці. Особливо це стосується підвищення ефективності управління взаємодією оперативно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях. Останнє можливо досягнути використанням сучасних методів управління, насамперед методології проектно-орієнтованого управління як найбільш системного та оптимального в розумінні прогнозування зменшення втрат та числа ризиків на різних стадіях міждержавних проектів, тобто ініціалізація проекту, різні фази проекту, програми і портфелі проектів, забезпечуючи належний стан безпеки життєдіяльності. Успішна реалізація моделі взаємодії окремих ланок підрозділів вимагає врахування багатьох параметрів, зокрема часових, ресурсних, включаючи функціональні особливості спецтехніки. Розв'язання цієї багатопараметричної задачі вбачається у використанні сценарного підходу, побудованого на базі геометричного моделювання, шляхом розроблення образної і наочної моделі охоплюючого багатовимірного фазового простору

стосовно прогнозування та зменшення ризиків і втрат на всіх стадіях проектно-орієнтованого управління проектами і програмами ліквідації надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях.

Зазначимо, що важливим елементом формування і становлення міждержавних оперативно-рятувальних підрозділів є тренувальні курси з підготовки та вдосконалення взаємодії складових їх елементів. Наукові дослідження, зокрема моделювання взаємодії у програмах та проектах на транскордонних територіях, актуальні і започатковані у різних державах. Модельною базою наукових розробок у зазначеній галузі є методи імітаційного моделювання. Результати досліджень подаються переважно графічними залежностями, аналіз яких, зокрема визначення точок екстремуму, потребує використання засобів геометричного моделювання. Дослідження одночасного перебігу процесів окремих ланок в проектно-орієнтованому управлінні транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами приводять до необхідності залучення багатовимірних фазових просторів. Важливим елементом геометричної моделі, що формується, являє залучення до процесу досліджень показників діяльності власне двох держав, що співпрацюють в напрямку підвищення безпеки на транскордонних територіях. Створення моделі спрощується при залученні геометричних образів утворених числами різної вимірності, зокрема комплексних, просторів. Враховуючи кінцеве число змінних параметрів, раціональним видається залучення до процесу досліджень кінцевовимірних комплексних просторів, що вимагає проведення аналізу та вибору засобів прикладної багатовимірної геометрії стосовно розбудови моделі перебігу процесів у проектно-орієнтованому управлінні транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами.

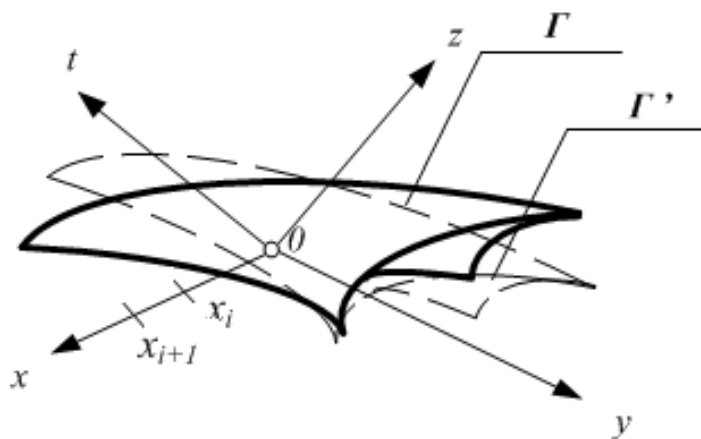
Оперативна діяльність пожежно-рятувальних підрозділів поширюється на прикордонні області сусідніх держав, а її результати прямо залежать від рівня проектно-орієнтованого управління портфелями проектів їх окремих складових ланок. Важливими елементами слугують поряд з технічним забезпеченням та рівнем підготовки особового складу такі складові як інформаційна та нормативно-правова підтримка. Наявність багатьох незалежних параметрів слугує підставою щодо використання ефективних засобів прикладної багатовимірної геометрії.

Оптимально стійким при наявному рівні проектно-орієнтованого управління є режим роботи оперативно-рятувальних

підрозділів, якщо при зміні чи відхиленні від штатного значення параметра робочі режими системи відновлюються і відповідають оптимальним значенням. Взаємозв'язок, наприклад, чотирьох параметрів  $x, y, z, t$  у проектно-орієнтованому управлінні оперативно-рятувальними підрозділами описується простими або складними функціями, наприклад,

$$t = f(x, y, z). \quad (4.9)$$

Залежність (4.9) подається гіперповерхнею  $\Gamma$  чотиривимірного фазового простору (рис.4.9).



**Рисунок 4.9** – Геометрична модель взаємозв'язку параметрів діяльності підрозділів при проектно-орієнтованому управлінні

При зміні одного з параметрів, наприклад,  $x$  в межах  $x_i \dots x_{i+1}$  форма і положення гіперповерхні змінюються і відповідають положенню  $\Gamma'$ . Легко бачити, що оптимальне значення параметрів можна визначити, провівши дотичну до гіперповерхні гіперплощину  $P$ . При знаходженні компромісного екстремуму гіперплощина  $P$  загального положення і відсікає на осях координатної системи відрізки  $S_x, S_y, S_z, S_t$  (рис. 4.10 а). При переміщенні гіперплощини  $P$  в напрямку, ортогональному до  $\Gamma$ , одержуємо точку  $A$  дотикання гіперплощини  $P$  і гіперповерхні  $\Gamma$ . Точка  $A$  як точка компромісного екстремуму визначає оптимальні значення параметрів  $x_a, y_a, z_a, t_a$  діяльності оперативно-рятувальних підрозділів при проектно-орієнтованому управлінні. Природно, що при зміні одного із параметрів, зокрема  $x$  (див. рис.4.9), положення точки  $A$  дотикання гіперплощини  $P$  і гіперповерхні  $\Gamma$  змінюється. Точка  $A$ , рухаючись в охоплюючому чотиривимірному фазовому просторі, описує чотирипросторову криву лінію  $l$  (рис.4.10 б).

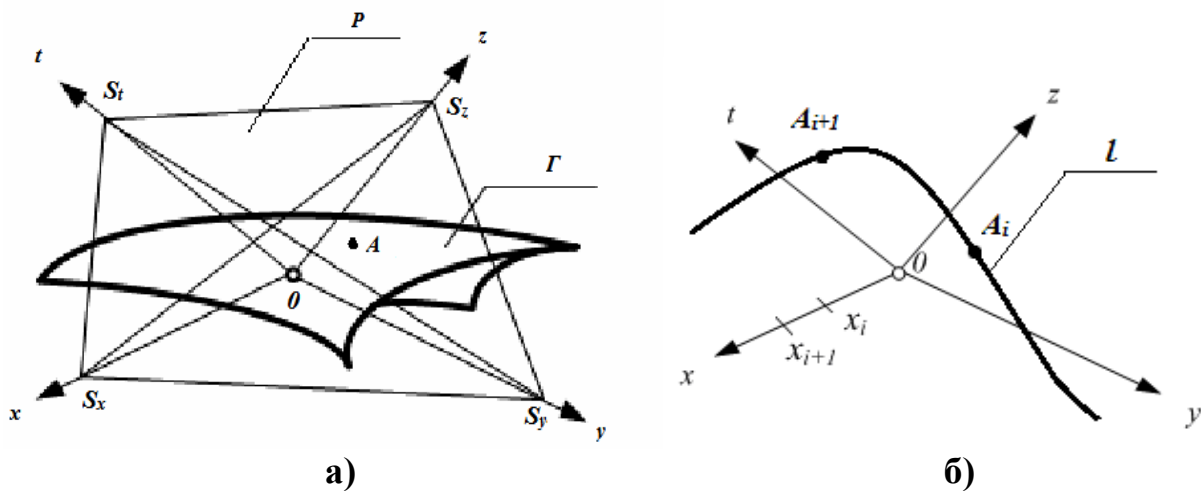


Рисунок 4.10. – Формування гіперплощини  $P$  і лінії  $l$

Очевидно, що при зміні одного з параметрів, наприклад,  $x$  в межах  $x_i \dots x_{i+1}$  (див. рис. 4.10) положення точки  $A$  на кривій  $l$  змінюється на ділянці  $A_i \dots A_{i+1}$  кривої. Одночасно змінюються решта координат, які визначають положення точки  $A$  у чотиривимірному фазовому просторі. Їх числові значення  $y_i, z_i, t_i$  зручно знаходити за ортогональними проекціями кривої  $l$  (рис. 4.11 а). Додатковий епюр надає можливість будувати проекції кривої  $l$  у координатних площинах  $Oxz$  і  $Oyt$  (рис. 4.11 б) і досліджувати тенденції зміни взаємозв'язку попарно незалежних параметрів  $x, z$  і  $y, t$  процесу проектно-орієнтованого управління пожежно-рятувальними підрозділами сусідніх держав на транскордонних територіях.

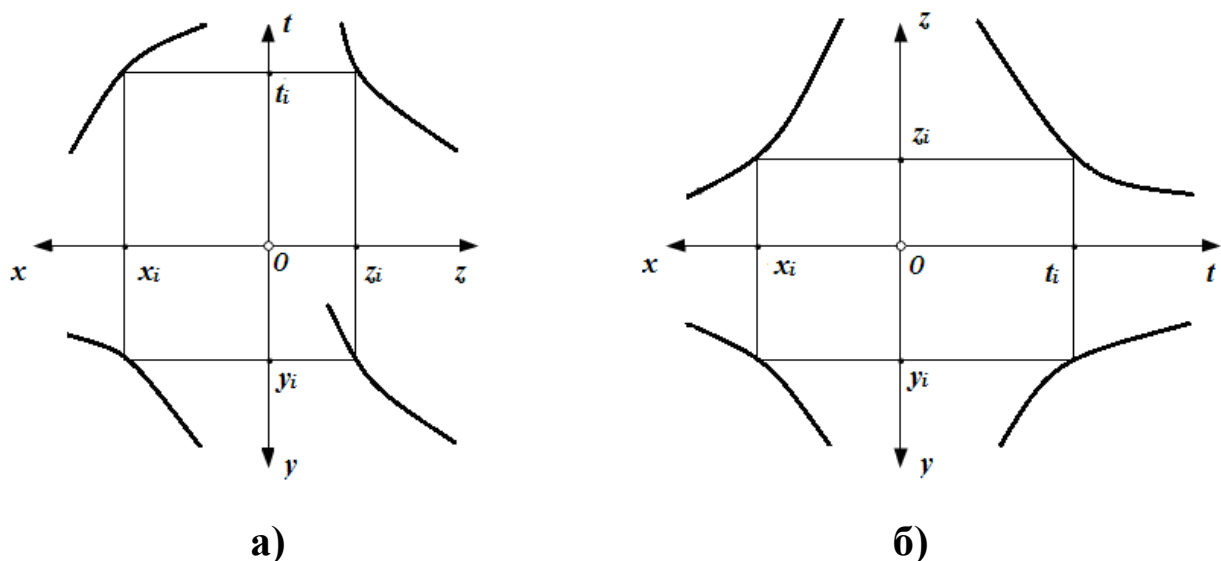
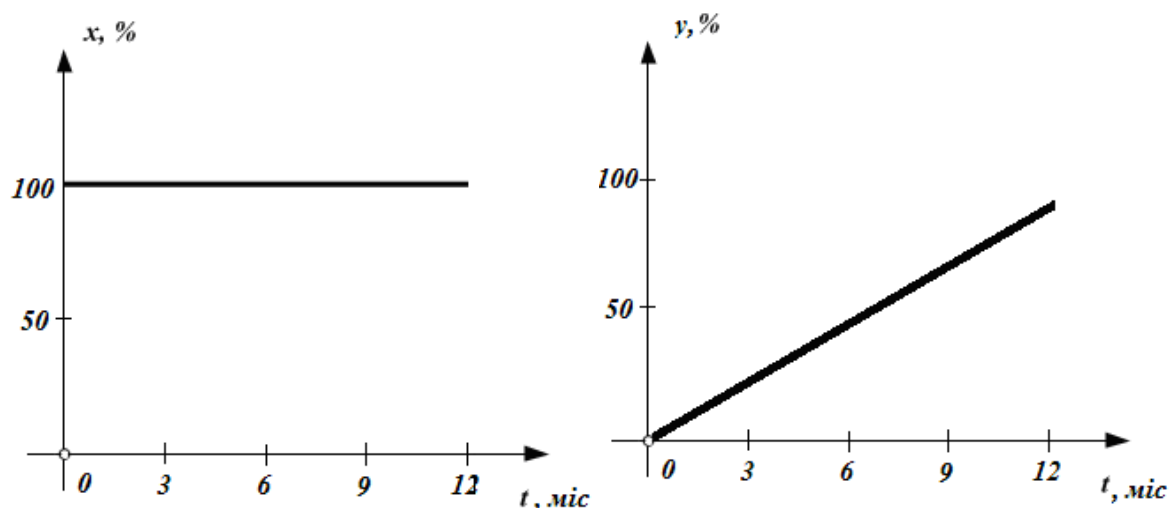


Рисунок 4.11 – Ортогональні проекції кривої  $l$

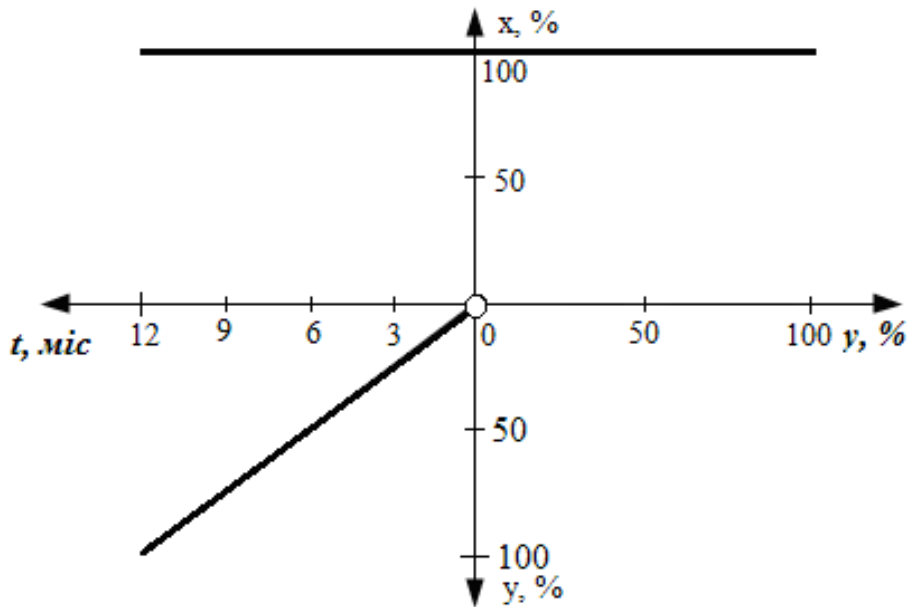
В процесі виконання операцій з усунення надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях важливо оцінити і враховувати при плануванні оперативно рятувальних дій взаємовплив однакових складових портфелів проектно-орієнтованого управління на ефективність їх використання у спецопераціях.

Прийmemo число спецтехніки одної з сусідніх держав  $D_1$  за дійсний незалежний параметр  $x$ , а другої держави  $D_2$  – за уявний параметр  $iy$ , де  $i^2 = -1$  – уявна одиниця. Зазначимо, що  $x$  та  $y$  – дійсні змінні параметри, а їх значення змінюються упродовж певного проміжку часу, наприклад, протягом року. Припустимо, що їх зміна підпорядковується відповідно до таких залежностей (рис. 4.12).



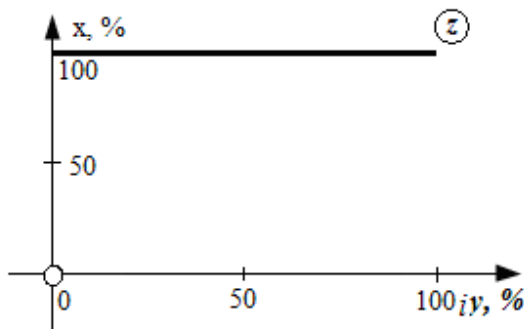
**Рисунок 4.12** – Залежності зміни параметрів  $x$  та  $y$

Побудуємо фазову траєкторію зміни числа спеціальної техніки, використавши комплексне креслення тривимірного простору стану процесу проектно-орієнтованого управління діяльністю особового складу і спецтехніки оперативно-рятувальних підрозділів (рис. 4.13).



**Рисунок 4.13** – Побудова фазової траєкторії простору стану  $Otxy$  процесу проектно-орієнтованого управління

Кожна точка фазової траєкторії на рис. 5 у розширеній комплексній площині  $Oxiy$  [7] відповідає комплексному числові  $z = x+iy$  як кількості спецтехніки держав  $D_1$  і  $D_2$  (рис. 4.14).



**Рисунок 4.14.** – Розширена комплексна площина  $z$  числа спецтехніки держав  $D_1$  і  $D_2$

Подамо залежність ефективності  $w=u+iv$  використання спецтехніки  $z$  аналітичною функцією

$$w = \alpha z^2,$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт інфляції,

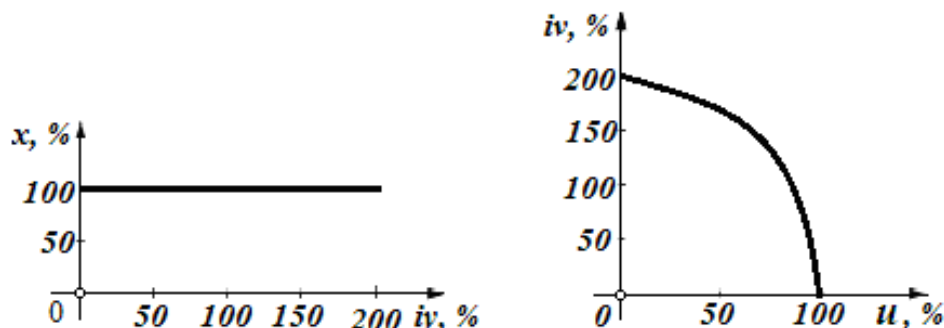
$u$  – ефективність використання спецтехніки держави  $D_1$ ,

$v$  – ефективність використання спецтехніки держави  $D_2$ .

Прийmemo значення коефіцієнта інфляції  $\alpha = 1$ . Тоді, розкривши вираз, одержимо залежності складових  $u, v$  та  $x, y$ :

$$w = u+iv = z^2 = (x+iy)^2 = x^2 - y^2 + 2ixy.$$

Виконаємо відображення прообразів  $z$  розширеної комплексної площини  $Oxy$  (рис. 4.15) із заданою жордановою кривою у площину  $w$  образів функції комплексної змінної.



**Рисунок 4.15** – Відображення складових функції комплексної змінної  $w = \alpha z^2$

Розширені комплексні площини  $Oxy$  та  $Ouv$  надають змогу аналізувати взаємний вплив параметрів на ефективність використання спецтехніки за відомим законом, наприклад,  $w = \alpha z^2$ . Зокрема, приведені відображення надають можливість прослідкувати зміну ефективності використання спецтехніки держав  $D_1, D_2$  при відомих законах зміни числа  $x, y$  спецтехніки, що використовується у проведенні операції ліквідації надзвичайної ситуації. Для моделювання процесів проектно-орієнтованого управління оперативно-рятувальними підрозділами сусідніх держав на транскордонних територіях раціонально використовувати надійний спосіб прямого геометричного моделювання із залученням засобів багатовимірної прикладної геометрії просторів, утворених числами різної вимірності. Використання геометричних засобів комплексного простору результативне для моделювання задач зміни оперативної обстановки при ліквідації надзвичайних ситуацій на кордоні.

Залучення додаткового комплексного креслення двовимірного комплексного простору  $Ozw$  розширює можливості уж моделюванні процесів підвищення ефективності проектно-орієнтованого управління портфелями і програмами взаємодії оперативно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях сусідніх держав.

### 4.3.1. Взаємодія елементів у моделях дуальних систем

Методи та засоби проектно-орієнтованого управління портфелями проектів, які входять до програм забезпечення належного функціонування та взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів суміжних держав на транскордонних територіях, складають один з елементів моделей проектно-орієнтованого управління стосовно підвищення ефективності взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях з урахуванням технічних, інформаційних і нормативно-правових складових елементів діяльності у надзвичайних ситуаціях. Модель передбачає життєвий цикл процесу взаємодії окремих підрозділів сусідніх держав терміном один рік при можливості його зміни і враховує можливість взаємодії як суміжних держав, так і трьох держав на транскордонних територіях, впливи рівня інтенсивності транскордонного спілкування на кількість спеціальної техніки у прикордонних областях обох держав. Проведення оптимізації процесів управління підпроектами, що забезпечує належне реагування на ризики та техногенні катастрофи, можливе на засадах використання модельних підходів та геометричних засобів утворених числами різної вимірності багатовимірних фазових просторів, які уможливають врахування простих і складних залежностей між результатами діяльності оперативно-рятувальних сил і їх матеріальним, інформаційним та нормативно-правовим забезпеченням з боку двох і трьох сусідніх держав.

Одне з важливих завдань держави полягає у забезпеченні життєдіяльності як на всій її території, так і в прикордонних областях. Особливо важливими і відповідальними постають завдання вирішення проблем нормального і ефективного функціонування державних органів та установ на транскордонних територіях, особливо враховуючи високий ступінь міграції населення, переміщення через кордон вантажів, техніки тощо. Зазвичай такі завдання можуть бути успішно розв'язані спільними зусиллями суміжних держав. Підвищення ефективності взаємодії засобів усунення надзвичайних ситуацій, в тому числі з використанням пожежно-рятувальних підрозділів сусідніх держав, можливе за умови ефективного управління такими підрозділами на транскордонних територіях з використанням засобів проектно-орієнтованого управління портфелями та програмами.



Перехід від адміністративних важелів до сучасних методів проектно-орієнтованого управління потребує врахування як матеріально-технічних, так і організаційно-правових чинників з боку держав-партнерів, спрямованих на підвищення ефективності взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях. Зростання рівня матеріально-технічного забезпечення підрозділів, як і зростання кількості ризиків, потребує розроблення і розвитку методів та засобів управління портфелями проектів та програм у галузі забезпечення належного функціонування об'єктів, розташованих у суміжних регіонах обох держав, як на рівні організаційної, проектно-орієнтованої, так і на рівні міждержавної господарської діяльності на транскордонних територіях. Удосконалення і розвиток напрямку розроблення і дослідження методів та засобів проектно-орієнтованого управління з метою підвищення ефективності взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів в умовах зростання кількості техногенних ризиків сьогодення є життєво необхідним, актуальним і сприяє зміцненню міждержавних відносин.

Інтенсифікація міждержавних зв'язків, зростання товарообігу супроводжується значними ризиками техногенного характеру, особливо зростанням кількості пожеж і техногенних катастроф на транскордонних територіях обох держав. Мінімізація негативних наслідків економічної співпраці потребує використання не тільки значних матеріальних, технічних і людських ресурсів, але й укладення відповідних міждержавних договорів і угод. Значна кількість об'єктів міждержавної діяльності, складні взаємозв'язки між ними потребують використання обґрунтованих міждержавних угод, підтверджених значним фінансуванням з боку обох держав. Управління пожежно-рятувальними силами на транскордонних територіях потребує залучення сучасних і ефективних методів та засобів, які дає проектно-орієнтований підхід, що сукупно дає змогу підвищити ефективність управління пожежно-рятувальними підрозділами з урахуванням супровідних чинників як на рівні підготовки ефективних управлінських рішень, так і результативної співпраці особового складу пожежно-рятувальних підрозділів. Зазначені чинники потребують відповідального підходу до розроблення та удосконалення засобів моделювання процесів проектно-орієнтованого управління в напрямку підвищення ефективності взаємодії матеріальної, інформаційної та нормативно-правової складових діяльності пожежно-рятувальних підрозділів на

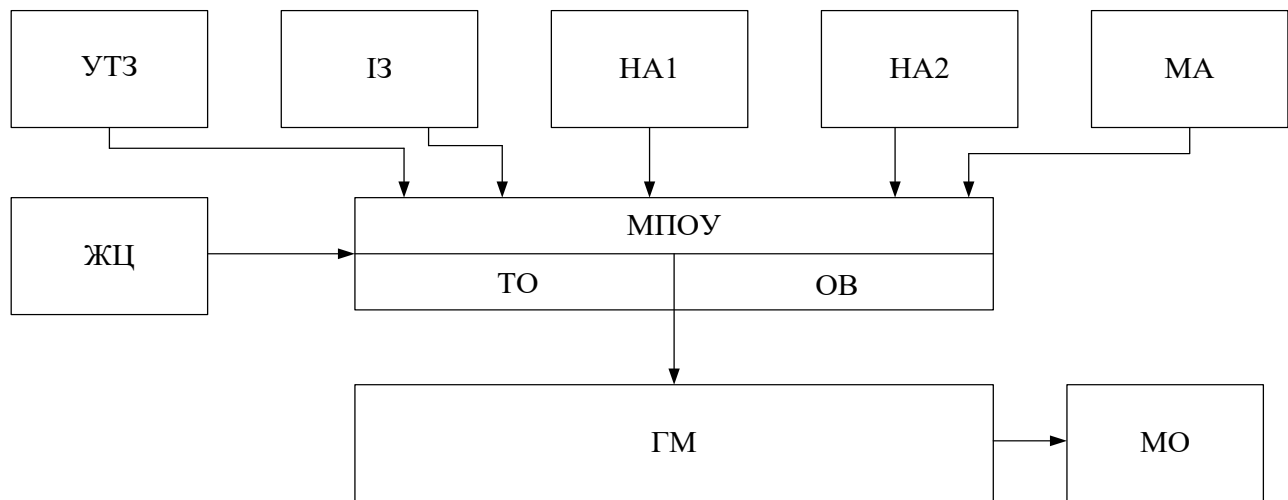
транскордонних територіях з урахуванням як сучасного матеріально-технічного, інформаційного та організаційного оснащення, так і зростання ризиків в умовах інтенсифікації міждержавних зв'язків.

Аналіз особливостей та результатів прикордонної співпраці суміжних держав у галузі проектно-орієнтованого управління оперативно-рятувальними підрозділами на засадах використання технічної, інформаційної, нормативно-правової взаємодії вказує на необхідність та актуальність досліджень і розроблення ефективних прикладних моделей і методів у науковому напрямку управління проектами та програмами. Відомі наукові пошуки в галузі проектного управління підпроектами та програмами взаємодії суспільних систем та модельні засоби розроблені в спрямуванні універсального застосування в частині управління проектами і програмами, проте потребують вдосконалення і розвитку стосовно їх прикладного застосування у дослідженнях перебігу процесів управління проектами взаємодії окремих підрозділів усунення надзвичайних ситуацій, в тому числі оперативно-рятувальних підрозділів. Інформативність, оперативність, образність та простота моделей може бути досягнута шляхом використання геометричних засобів фазових багатовимірних просторів, утворених числами різної вимірності. На засадах використання геометричних образів фазових просторів вищих вимірностей можливе їх прикладне застосування у проведенні оптимізації окремих мобільних ланок оперативно-рятувальних підрозділів.

Практичні потреби удосконалення їх роботи вимагають розроблення на засадах аналізу сучасних методів моделювання універсальної образної геометричної моделі стосовно дослідження процесів проектно-орієнтованого управління взаємодією оперативно-рятувальних підрозділів сусідніх держав на транскордонних територіях.

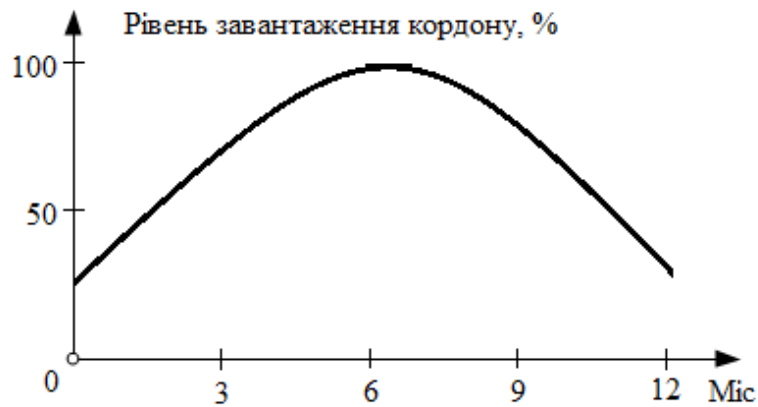
Ефективність співпраці окремих ланок підрозділів щодо усунення наслідків надзвичайних ситуацій визначається рівнем використання методів проектно-орієнтованого управління пожежно-рятувальними підрозділами транскордонних територій. Підвищення якості такої взаємодії з урахуванням технічних, організаційних, інформаційних та правових параметрів можливе за умови розроблення і використання методів моделювання, зокрема із залученням геометричних засобів. Підвищення ефективності в практиці управління проектами співпраці оперативно-рятувальних

підрозділів передбачає врахування достатньої кількості робочих параметрів. Модель-схема проектно-орієнтованого управління процесом взаємодії оперативно-рятувальних підрозділів подана рисунком 4.16.



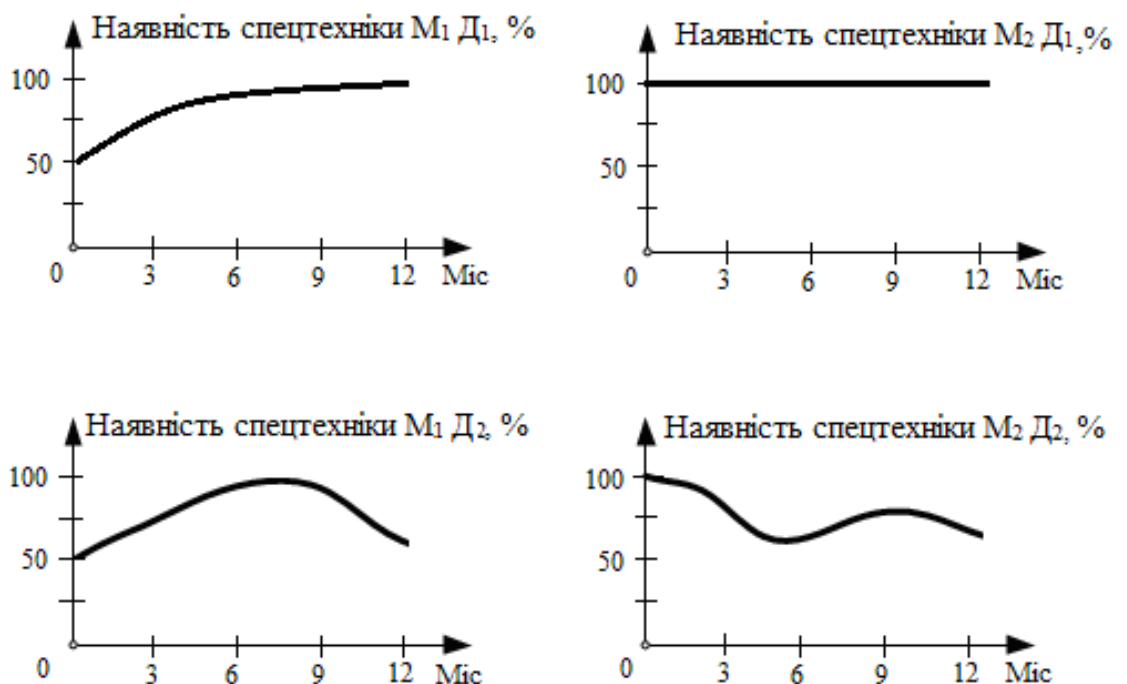
**Рисунок 4.16** – Модель-схема проектного управління портфелями проектів взаємодії окремих ланок пожежно-рятувальних підрозділів: МПОУ – модель проектно-орієнтованого управління оперативно-рятувальними підрозділами з урахуванням рівня технічної оснащеності ТО та організаційного взаємозв’язку (ОВ) окремих ланок; ЖЦ – життєвий цикл функціонування моделі інтервалом в один календарний рік; УТЗ – модель управління технічним забезпеченням; ІЗ – модель, яка враховує рівень інформаційної підтримки; НА1, НА2 – модель, яка враховує вплив нормативних актів кожної держави; МА – модель, яка враховує рівень впливу міждержавних актів; ГМ – геометрична модель процесу управління взаємодією окремих ланок оперативно-рятувальних підрозділів; МО – модель оптимізації ефективності взаємодії підрозділів на транскордонних територіях

Проектно-орієнтоване управління передбачає наявність взаємодіючих об’єктів господарювання на проміжку певного інтервалу часу, що накладає обмеження на функціонування моделі. Рівень інтенсивності транскордонного спілкування має зазвичай випадковий характер, який підпорядковується сталому закону змін щомісячно (рис.4.17).



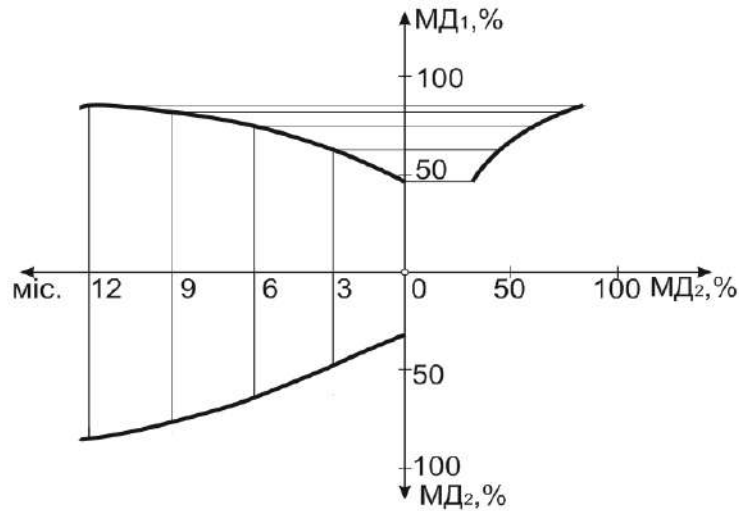
**Рисунок 4.17** – Графік інтенсивності транскордонного спілкування

Прийmemo ймовірність виникнення надзвичайних ситуацій, в тому числі пожеж, пропорційну інтенсивності транскордонного спілкування на рис.2. Природно, що кількість залучених технічних засобів повинна бути достатньою для ефективної ліквідації пожеж. Тоді діаграми наявності спецтехніки в прикордонних межах  $M_i$  держав  $D_1$  і  $D_2$  правдоподібно відповідають рис.4.18



**Рисунок 4.18** – Гістограми зміни кількості спецтехніки в прикордонних межах

Аналіз гістограм показує відповідність в основному кількості спеціальної техніки рівню завантаження кордону. Експериментальні дані можуть бути опрацьовані усередненням значень параметрів, наприклад, протягом поточного року (рис.4.19).



**Рис. 4.19** – Фазова діаграма зміни кількості спецтехніки держав  $D_1$  і  $D_2$

Кількість одиниць техніки, яку може виділити окрема держава  $D_i$  для спільного користування на транскордонних територіях, визначається багатьма факторами, зокрема важливістю ділянки кордону  $v$ , рівнем фінансування  $\psi$ , рівнем досконалості  $d$  техніки та ін. тобто

$$D_1 = f(v, \psi, d);$$

$$D_2 = \varphi(v, \psi, d).$$

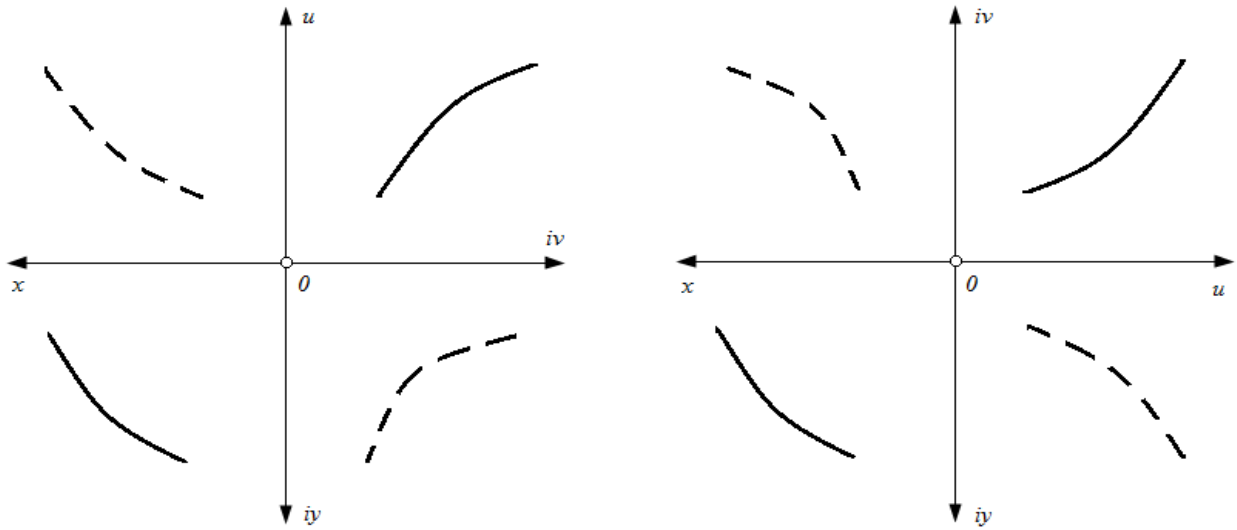
Геометричною моделлю кожної складової слугує гіперповерхня охоплювального чотиривимірного фазового простору. Визначити раціональну кількість техніки можна дослідженням складових на екстремум. Зокрема, при однакових обмеженнях на  $v$ ,  $\psi$ ,  $d$ , маємо дотичну гіперплощину загального положення. В інших випадках вона займає особливе проєкціювальне положення або паралельна тривимірному підпросторові.

Побудуємо геометричну модель взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів, маючи результатом їх спільної діяльності параметри, наприклад, площа пожежі (min), швидкість гасіння пожежі (max).

Приймемо кількість пожежно-рятувальних підрозділів держави  $D_1$  за дійсний параметр  $x$ , а другої держави  $D_2$  – позначимо уявною змінною  $iy$ . Зазначимо, що  $x$  та  $y$  – дійсні змінні,  $i^2 = -1$  – уявна одиниця. Одержимо в площині комплексних змінних  $Oxiy$  комплексне число  $z = x + iy$ . Результат спільної діяльності пожежно-рятувальних підрозділів позначимо  $w = u + iv$ , де  $u$ ,  $v$  – складові діяльності держав відповідно  $D_1$  і  $D_2$ . Одержуємо функціональний зв'язок двох комплексних параметрів  $z$  і  $w$  з чотирма дійсними змінними:

$$w = u + iv = w(z) = w(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y).$$

Використаємо на засадах узагальнення способу конформних відображень розширений епюр (рис.4.20).



**Рисунок 4.20** – Розширений епюр залежності  $w = u + iv$

Запропонований епюр дає можливість будувати як графіки зміни значень комплексної функції  $w$ , так і складових її комплексних параметрів  $u$ ,  $v$  при пов'язаних жордановою кривою (рис. 4.19) незалежних дійсних складових  $x$  та  $y$  її аргументу у всіх шести комплексних площинах. Важливим питанням є вигляд функціонала, який пов'язує комплексні параметри  $w$  і  $z$ . Аналіз літературних і комп'ютерних джерел (понад 500 тис. посилань) вказує на відсутність навіть простих залежностей результатів взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів від їх кількості, інформаційної та нормативно-правової підтримки. Взаємозв'язок комплексних параметрів правдоподібно подавати аналітичними функціями, зокрема лінійною функцією  $w = az + b$  ( $a \neq 0$ ), степеневою функцією  $w = z^n$ , де  $n$  – дійсне число.

При моделюванні процесу проектно-орієнтованого управління пожежно-рятувальними підрозділами із нечітко заданими параметрами трьох держав можуть бути залучені геометричні засоби теорії нечітких множин L. A. Zadeh.

Використання методів прикладної багатовимірної геометрії у дослідженнях процесів проектного управління оперативно-рятувальними підрозділами на транскордонних територіях є обґрунтованим. Розроблена модель-схема управління портфелями проектів взаємодії окремих ланок оперативно-рятувальних

підрозділів дає змогу створювати з використанням експериментальних даних моделі у вигляді геометричних образів багатовимірних фазових просторів стосовно визначення параметрів окремих ланок процесу.

Залучення до геометричного аналізу комплексних параметрів, пов'язаних, зокрема, аналітичними лінійною та степеневою функціями, дає змогу оцінити рівень ефективності реалізації портфеля проектів управління пожежно-рятувальними підрозділами сусідніх держав.

Формування узагальненої геометричної моделі стосовно виявлення раціональних параметрів процесу проектно-орієнтованого управління пожежно-рятувальними підрозділами на транскордонних територіях дасть можливість ширшого практичного використання розроблених засобів із залученням інформаційних графічних технологій при розв'язуванні практичних задач в галузі управління проектами та програмами взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів двох і трьох сусідніх держав.

#### 4.3.2. Формування моделей процесів управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами

Транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи ліквідації надзвичайних ситуацій складають основу забезпечення належних умов активної співпраці та взаємодії сусідніх держав. Вони становлять один з елементів системи проектів та програм, розроблених на міждержавному рівні з залученням необхідної правової та нормативної бази. Процеси проектно-орієнтованого управління такими загонами залежать від значної кількості чинників і характеризуються одночасним впливом багатьох незалежних параметрів, складністю їх взаємозв'язків тощо. Ефективне функціонування загонів як основного елементу проектно-орієнтованого управління загальними процесом безпечного міждержавного спілкування можливе на засадах глибокого вивчення особливостей як структури, змісту, взаємозв'язків окремих ланок таких міждержавних утворень, так і моделювання їх діяльності в надзвичайних ситуаціях. Розроблені та ефективно функціонують тренувальні курси з підготовки та вдосконалення взаємодії складових елементів міждержавних оперативно-рятувальних загонів[17]. Вони містять як технічну

складову, так інформаційний менеджмент. Головним засобом вдосконалення складових елементів проектів та програм у частині ефективної взаємодії транскордонних оперативно-рятувальних загонів ліквідації надзвичайних ситуацій є моделювання їх діяльності. Виникнення і становлення транскордонних оперативно-рятувальних загонів обумовлене зростанням вимог до забезпечення вищого рівня міждержавного спілкування на сучасному етапі. Дослідження і моделювання їх взаємодії у програмах та проектах у галузі міжнародної інтеграції актуальні, проте знаходяться на початкових етапах пізнання. На сьогодні відсутні однозначні дані про порядок і методи вибору основних параметрів, що характеризують їх діяльність, чинники, які обмежують діапазони зміни цих параметрів. Разом з тим прослідковується характерна динаміка зміни багатьох параметрів, що потребує проведення оптимізації їх значень, в тому числі компромісної [2]. Дослідження і аналіз перебігу процесів взаємодії складових програм та проектів формування та співпраці транскордонних оперативно-рятувальних загонів виконується з використанням відомих методів моделювання. Підхід та вибір методу моделювання можливо провадити з урахуванням ідентифікації проектів стосовно конкретного об'єкта з використанням структурної формули:

$$P \leftrightarrow (OD, DT, SV, SP, R),$$

де  $P$  – проект реалізації транскордонних систем і оперативно-рятувальних загонів;

$OD$  – об'єкт дослідження;

$DT$  – часовий інтервал діяльності  $OD$ ;

$SV$  – сукупність взаємозв'язків між окремими елементами  $OD$ ;

$SP$  – сукупність способів реалізації взаємозв'язків між окремими елементами  $OD$ ;

$R$  – результат (результати) діяльності  $OD$ .

Результат аналізу взаємодії елементів об'єкта моделювання подамо у вигляді структурної формули символного опису взаємодії окремих підпрограм проектів реалізації транскордонних оперативно-рятувальних загонів як складної відкритої системи:

$$MOPZ \leftrightarrow (P, T, SP, OV, SP),$$

де  $MOPZ$  – формальна модель проекту реалізації транскордонних систем і оперативно-рятувальних загонів;



П – підпрограми окремих ланок проектів міжнародної інтеграції та реалізації транскордонних систем і оперативно-рятувальних загонів як параметри моделі,

Т – точність подання незалежних параметрів моделі з урахуванням елементів теорії нечітких множин L. Zadeh;

СР – способи реалізації моделі;

ОВ – опис взаємозв'язків елементів моделі;

СП – способи подання результатів роботи моделі.

З урахуванням наведених залежностей при моделюванні перебігу досліджуваного процесу складної системи можуть бути застосовані методи імітаційного моделювання, математичного, зокрема геометричного, тощо. Імітаційне моделювання передбачає наявність математичної постановки технічної задачі, зокрема незавершеної, і надає можливість досліджувати динаміку системи в цілому, одержуючи кінцеві результати у вигляді, придатному для узагальненої оцінки діяльності системи на засадах аналізу моделі. Засоби математичного моделювання уточнюють результати дослідження, дозволяють одержувати числові значення комп'ютерного експерименту. Зазначимо, що у більшості випадків результати досліджень можливо подати у вигляді графічних залежностей. Елементи транскордонних систем і оперативно-рятувальних загонів як підпрограми проектів у галузі міжнародної інтеграції та співпраці являють складові багатопараметричної системи і у випадку комп'ютерної візуалізації потребують значної кількості графіків. Оброблення їх, в тому числі визначення компромісних значень параметрів, передбачає достатню кількість операцій з графічними об'єктами. Перевагами в спрямуванні формування і оброблення графічних результатів володіє геометричне моделювання. З огляду на необхідність аналізу зміни в часі одночасно декількох незалежних параметрів основним засобом графічного моделювання і подання результатів дослідження слугують алгоритми і правила перетворення об'єктів прикладної багатовимірної геометрії [10]. Вони уможливають побудувати образну геометричну модель в багатовимірному просторі, розв'язуючи задачі як аналізу, так і оптимізації, зокрема компромісної, параметрів у проектах взаємодії транскордонних систем і оперативно-рятувальних загонів ліквідації надзвичайних ситуацій.

#### **4.4. Розбудова моделей процесів розвитку дуальних систем**

Інтенсифікація економічних, культурних зв'язків між державами супроводжується значними навантаженнями на кордонах обох держав. Частими наслідками такого процесу є порушення техногенної, екологічної та пожежної безпеки на прикордонних територіях, зокрема поблизу пунктів перетину кордону. Намагання підтримувати належний стан безпеки вимагає використовувати різні засоби запобігання виникненню надзвичайних ситуацій та їх усунення. Відповідно до міждержавних угод в галузі міжнародної інтеграції створені та функціонують транскордонні системи і оперативно-рятувальні підрозділи. Такі системи і підрозділи організовані за ієрархічними принципами. Їх особливістю є одночасне підпорядкування на верхньому управлінському рівні. Важливим у функціонуванні таких підрозділів взагалі, так і окремих складових ланок є строга і безперечна підпорядкованість законам обох держав та відповідним міждержавним угодам. Зокрема, чітке їх функціонування можливе при дотриманні пунктів кодексів цивільного захисту і законодавчих актів у галузі пожежної безпеки обох держав. Вагомий вплив на чітке реагування підрозділів на виникнення надзвичайних ситуацій складає їх інформаційне забезпечення та нормативно-правова підтримка.

Інтенсивна взаємодія суб'єктів міждержавних відносин вимагає розроблення нових методів і ефективного управління станом прикордонної безпеки. Враховуючи важливість проблеми, що розглядається, велику кількість незалежних одна від одної ланок системи управління і нагальну потребу підвищення ефективності їх взаємодії в процесі ліквідації наслідків надзвичайних ситуацій нові методи мають бути засновані на засадах використання науково-практичної ідеології проектно-орієнтованого управління процесами взаємодії транскордонними системами та оперативно-рятувальними підрозділами як найбільш структурованого системного та оптимального методу в розумінні прогнозування мінімізації втрат та ризиків на різних стадіях реалізації портфелів проектів забезпечення безпеки життєдіяльності людей на транскордонних територіях. Належний рівень проектно-орієнтованого управління транскордонними системами і оперативно-рятувальними підрозділами може бути забезпечений

шляхом всебічного і глибокого вивчення взаємодії складових ланок на моделях. Питання оцінки наукового розвитку системних проблем проектно-орієнтованого управління техногенних утворень, в тому числі в галузі забезпечення безпеки життєдіяльності людини, розв'язуються в наукових дослідженнях як зарубіжних, так і вітчизняних вчених. Наукові розвідки в галузі розроблення, дослідження і використання моделей актуальні особливо в системі цивільного захисту, зокрема розв'язування практичних задач забезпечення безпеки життєдіяльності на транскордонних територіях.

Теоретичні наукові та методологічні проблеми розвитку окремих прикладних аспектів проектно-орієнтованого управління в цивільному захисті обґрунтовують потребу розвинення і практичного використання засобів моделювання процесів проектно-орієнтованого управління у вирішенні прикладних проблем в галузі цивільного захисту.

Розвиткові методів моделювання процесів проектно-орієнтованого управління в частині визначення тенденцій розвитку як процесу взагалі, так і зміни його визначальних параметрів присвячені обмежені наукові розвідки. Потужні можливості геометричного моделювання технічних об'єктів, топографічних поверхонь, процесів реалізуються як у дійсних просторах, так і у комплексних просторах для дослідження проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами. Проте питання розбудови методів геометричного моделювання у прикладному використанні стосовно визначення тенденцій розвитку процесів проектно-орієнтованого управління та ефективності взаємодії транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів потребують більш широкого висвітлення і подальших ґрунтовних наукових досліджень.

Властивості об'єктів, систем і процесів вивчають із залученням модельних засобів. Методи моделювання мають прикладне використання і розвиваються у двох напрямках: для розв'язування практичних задач із чітко означеними параметрами та у випадках неповної інформації про об'єкт моделювання, якщо один або декілька параметрів можуть бути відсутні, або значення вони приймають приблизні у деякому нечітко визначеному діапазоні. Задачі, до яких віднесемо процеси проектно-орієнтованого управління транскордонними системами і оперативно-рятувальними підрозділами, належать до задач із

нечітко визначеними параметрами. Їх розв'язують, часто використовуючи прикладні методи імітаційного моделювання. В процесі досліджень на моделях, оперуючи значною кількістю параметрів із наближеними значеннями деяких з них, одержують числове значення результату імітаційного моделювання. Відсутня у цьому випадку можливість прослідкувати тенденцію зміни числового параметра, що визначає ефективність проектно-орієнтованого управління, зокрема його положення відносно критичних значень. Це, безумовно, обмежує можливості досліджень або потребує проведення додаткових досліджень на моделях, але з іншими значеннями параметрів. Критична точка, *min* чи *max*, часто не проявляється, особливо при конкретно заданих значеннях параметрів. Зауважимо неможливість використання у процесі проведення досліджень методів інтерполяції.

Значно ширші можливості надають методи геометричного моделювання. Процес досліджень відбувається з використанням геометричних образів у вигляді ліній та поверхонь, а простота, образність та наочність моделей надають можливість не тільки прослідкувати тенденцію зміни процесу в часі, але й визначати області критичних значень параметрів. Перспективним напрямком наукових розвідок є аналіз, розроблення і використання методів геометричного моделювання у дослідженнях процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними системами і оперативно-рятувальними підрозділами зацікавлених держав.

Множина методів моделювання об'єктів явищ та процесів універсальна і одночасно має прикладне використання для розв'язування конкретної технічної задачі. Кожна задача може бути розв'язана тим чи іншим методом, відповідно, більш чи менш ефективно. Зручність, простота, точність та універсальність методу визначають його широке використання у практиці досліджень та обчислень в задачах науки і практики, зокрема в забезпеченні безпеки життєдіяльності людини. При розв'язуванні приведеної проблеми, особливо враховуючи характер її вирішення на транскордонних територіях сусідніх держав, важливо дослідити і обрати ефективний метод моделювання. Такий метод має бути адаптований стосовно задач аналізу процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами ліквідації надзвичайних ситуацій. Головний їх результат складає підвищення ефективності процесів управління портфелями проектів у галузі міжнародної інтеграції та

реалізації транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів. Цього можна досягнути шляхом розроблення і використання ефективних засобів моделювання процесів управління взаємодіючими сторонами в умовах профілактики і ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях сусідніх зацікавлених держав.

Окремі аспекти вирішення проблеми системного аналізу і дослідження взаємодії оперативно-рятувальних підрозділів з використанням моделей потребують, проте, детального і всебічного розгляду як об'єкта моделювання, так і вибору засобів геометричного моделювання на засадах прикладного застосування відомих геометрій.

### **Структура та функціональні взаємозв'язки ланок та елементів об'єкта проектно-орієнтованого управління**

Об'єкт моделювання – процес проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами характеризується особливостями перебігу на територіях двох сусідніх держав. Він є одним із аспектів міжнародного співробітництва. В цьому напрямку дотримуються досягнутих і юридично закріплених керівними органами обох держав нормативних документів. Важливість державницького підходу до створення оперативно-рятувальних підрозділів обумовлена задачами, які повинні вони виконувати. Їх особливістю є висока мобільність сил і засобів при забезпеченні оптимальних дій у процесі гасіння пожеж, проведення пошуково-рятувальних робіт ліквідації наслідків аварій, надзвичайних ситуацій та стихійного лиха, гуманітарних операцій безпосередньо на прикордонних територіях обох держав. Стосовно розроблення і моделювання процесів міжнародного співробітництва у сфері цивільного захисту прикордонних територій і об'єктів, які там знаходяться, у галузі ліквідації та попередження виникнення надзвичайних ситуацій важливим є встановлення взаємозв'язків між окремими суб'єктами прикордонного співробітництва.

Оперативно-рятувальні підрозділи формуються та комплектуються відповідно до кодексів цивільного захисту та законодавчих актів у галузі пожежної безпеки держав одразу особовими складами, основною, спеціальною, допоміжною пожежно-рятувальною технікою в першу чергу держави, на

прикордонній території якої сталася надзвичайна ситуація чи пожежа, із залученням та передислокацією додаткових сил та засобів сусідньої держави. Загальне керівництво організацією та проведенням необхідних заходів та аварійно-рятувальних робіт з ліквідації надзвичайної ситуації чи пожежі здійснює центральний орган виконавчої влади разом із суб'єктом господарювання держави, на території якої сталася надзвичайна ситуація чи пожежа. Залучення матеріальних засобів здійснюється у встановленому порядку і узгоджується з керівництвом Державної служби з надзвичайних ситуацій або Державної пожежної охорони тої чи іншої країни. Важливим елементом з точки зору забезпечення високої мобільності та ефективності управління щодо проведення аварійно-рятувальних робіт чи ліквідації стихійного лиха є узгоджене з відповідними керівними органами створення наметового містечка. Його особливістю є концентрація в одному місці безпосередньо в районі проведення робіт особового складу та матеріально-технічних засобів. При цьому техніка спеціального призначення оперативно-рятувального підрозділу розподілена строго між окремими підрозділами, належними до кожної держави, яка приймає участь у ліквідації наслідків аварії чи пожежі. Підвищення ефективності взаємодії окремих ланок підрозділів одної та другої держави можна досягнути в деяких випадках за рахунок розташування спеціальної техніки в одному підрозділі з урахуванням оперативної ситуації, раціонального розміщення, можливості швидкого її використання в оперативних діях.

Комплекс заходів, які входять до обсягу аварійно-рятувальних робіт на транскордонних територіях обох держав, має свою специфіку і є впливовим елементом у проектно-орієнтованому управлінні транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами. До його складу входять, зокрема,

- гасіння та локалізація пожеж на території тої чи іншої держави;
- проведення водопровідних комунікацій;
- аварійне відключення джерел енергії на прикордонних територіях;
- виконання робіт по рятуванню людей, надання першої невідкладної допомоги і розташування та евакуація в безпечні місця по обидва боки кордону (на підставі укладених міждержавних угод);

- локалізація, ліквідація окремих джерел підвищеної небезпеки на прикордонних об'єктах, мережах, комунікаціях;
- відновлення функціонування на окремих ділянках кордону енергетичних мереж та міждержавних ліній зв'язку;
- створення тимчасових схем окремих важливих прикордонних об'єктів;
- проведення робіт по очищенню прикордонних територій;
- захист прикордонної інфраструктури і навколишнього середовища в зоні пожежі або надзвичайної ситуації.

Виділення в структурований перелік робіт по усуненню надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях є важливим елементом у підготовці нормативно-правового забезпечення функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів і являє основу формування структури їх організації за міждержавними угодами, сумісних щорічних навчань та функціонування.

### **Класифікаційна модель транскордонних систем та оперативно-рятувальних підрозділів при проектно-орієнтованому управлінні**

Підставою для розроблення моделі процесу проектно-орієнтованого управління діяльністю оперативно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях служить схема організації взаємозв'язків їх структурних підрозділів, побудованої на засадах класифікаційної моделі транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів.

Ефективне функціонування прикордонних структур на територіях обох держав можливе за умови чіткої і злагодженої співпраці окремих ланок оперативно-рятувальних підрозділів, до складу яких входять і взаємно доповнюють одне одного людські та матеріально-технічні ресурси обох держав. Транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи мають чітко поставлені завдання із забезпечення безпеки життєдіяльності людей на прикордонних територіях, формують клас проектів із міждержавного співробітництва з подібними характеристиками та сферами діяльності. Останні, проте, мають свої особливості, виходячи з розмаїття та широкого спектру виникнення, розвитку і способів ліквідації надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях. З урахуванням приведеного переліку функцій і задач, а також специфіки географічного розташування,

топографічних ознак тої чи іншої ділянки прикордонної смуги, призначенням окремих прикордонних установ та районів, рівнем фінансового забезпечення діяльності підрозділів, матеріально-технічного постачання функціонування характер взаємодії двох складових транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів має свої особливості. Такі особливості, з урахуванням перелічених ознак, потребують особливого підходу до вибору типу проектно-орієнтованого управління.

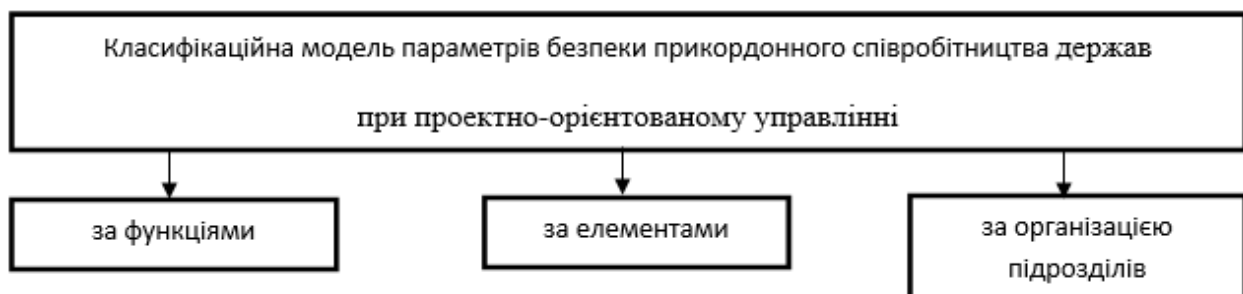
Поєднання в загальну модель взаємодії транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів в проектно-орієнтованому управлінні із залученням двох їх незалежних складових з боку кожної зацікавленої держави потребує наукового обґрунтованого підходу як із залученням методів та засобів проектно-орієнтованого управління, так і ефективних моделей дослідження відповідних процесів.

Завдання формування і управління оперативними пожежно-рятувальними підрозділами вирішуються на засадах використання практичного досвіду як керівного, начальницького, так і рядового складу, отже, мають достатньо низьку ефективність у своїй діяльності і потребують належного наукового класифікаційного підходу. Підведення під процеси, які активізуються у міждержавних відносинах, науково обґрунтованих положень теорії проектно-орієнтованого управління надає змогу систематизувати з першого погляду різноманітні випадки виникнення, розвитку і ліквідації надзвичайних ситуацій і є підставою одержати і використовувати універсальні наукові засоби і розробки в сфері цивільного захисту на прикордонних територіях будь-яких двох сусідніх держав. Адже сьогодні проблеми забезпечення безпеки життєдіяльності на транскордонних територіях сусідніх держав розв'язуються по-різному. Зазначимо, що кожна держава межує з декількома іншими, заключаючи відповідні індивідуальні міждержавні угоди.

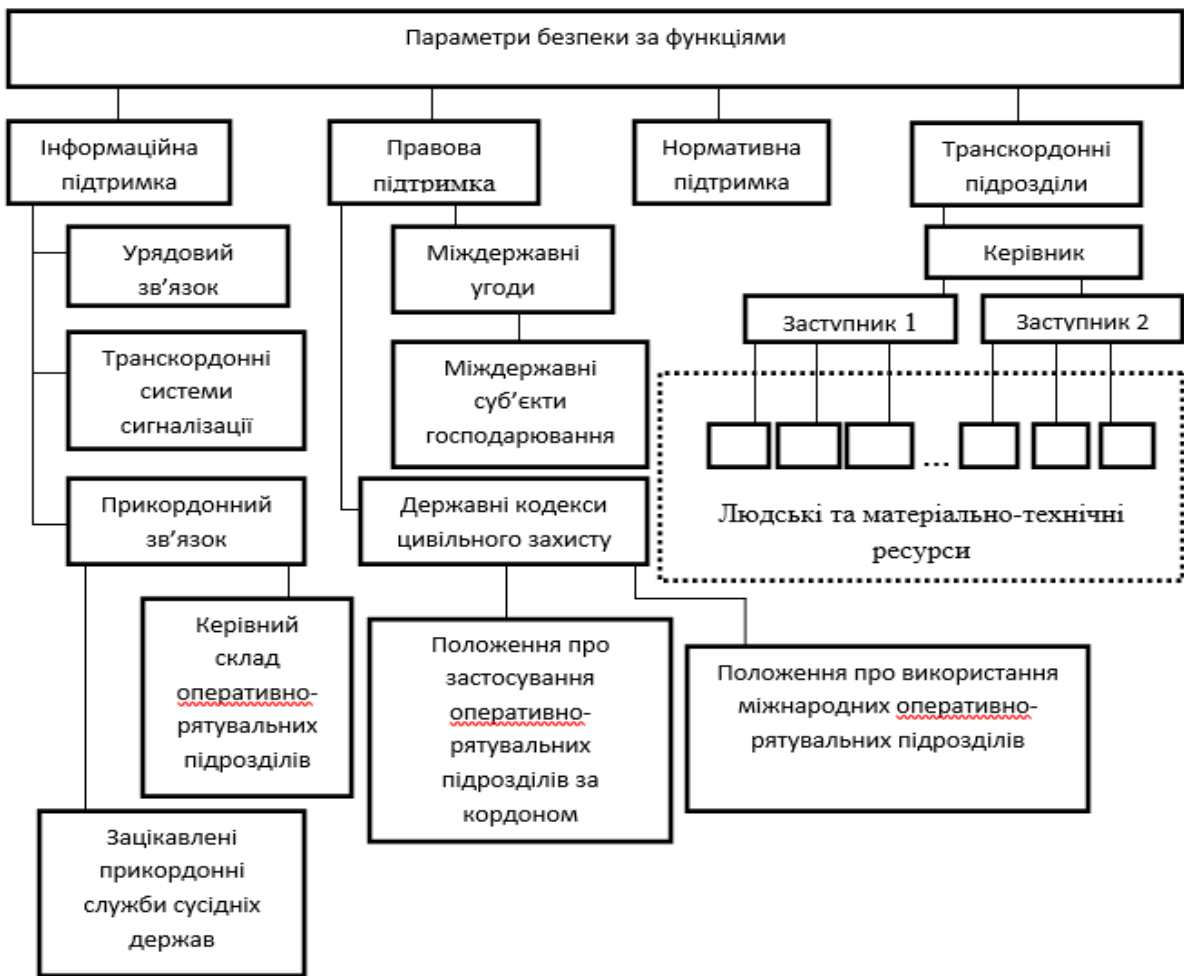
Класифікаційна модель повинна враховувати особливості проектно-орієнтованого управління прикордонними спорудами та комунікаціями, розташування контрольно-пропускних пунктів та переходів через кордон як вздовж спільного кордону двох держав, так і бути адаптованою до особливостей прикордонних комунікацій на інших кордонах сусідніх держав. Головне завдання, забезпечення належної безпеки життєдіяльності, накладає свої обмеження стосовно універсальності моделі та розмаїтого її мережевого застосування при проектно-орієнтованому управлінні транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами зацікавлених держав.



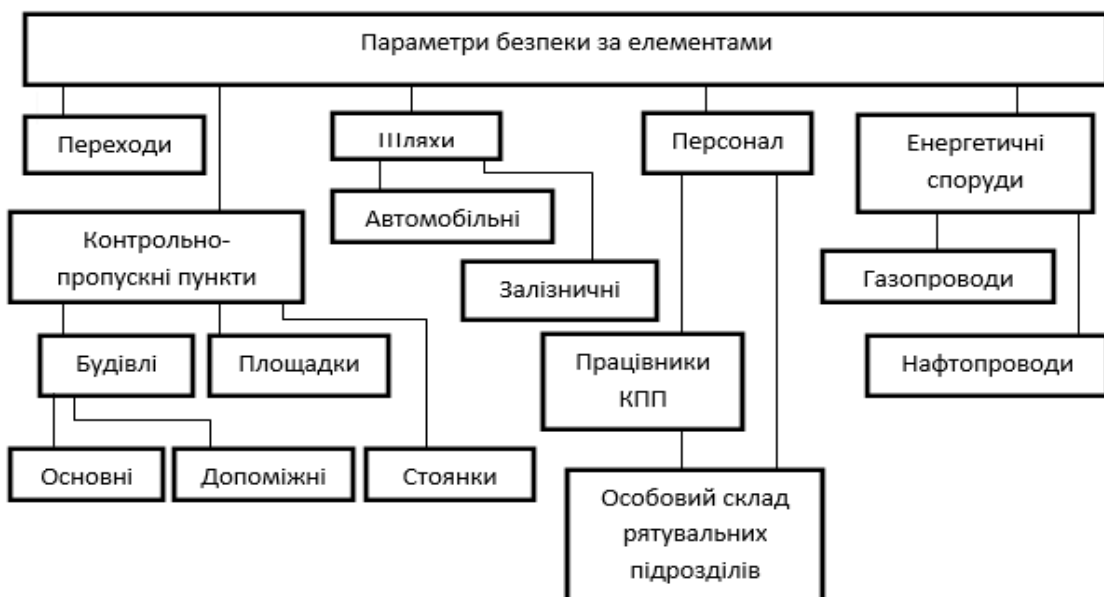
Аналіз моделей вказує на їх пріоритетне значення як на стадії укладання міждержавних угод в галузі транскордонного співробітництва взагалі, так і реалізації положень таких угод при ліквідації надзвичайних ситуацій. При розробленні класифікаційних моделей слід врахувати, що сучасні оперативно-рятувальні підрозділи включають ефективні інформаційні технології, досконалу нормативну, правову підтримку, а отже, поєднують високий професійний рівень рятувальників, так і інформаційні, зокрема інтернет, технології. Зауважимо, що ефективне використання людських, технічних ресурсів та інформаційних технологій можливе за умови інтеграції конкретних інфраструктур як сусідніх держав, так і держав відповідного континенту загалом. В останньому випадку ефективне використання супутникового зв'язку. Отже, класифікаційна модель містить три складових (рис.4.21), на основі яких запропоновані класифікаційні моделі параметрів безпеки прикордонного співробітництва при проектно-орієнтованому управлінні за функціями (рис.4.22), за елементами (рис.4.23) і за організацією підрозділів (рис.4.24).



**Рисунок 4.21** – Ієрархічна структура критеріїв побудови класифікаційної моделі параметрів безпеки прикордонного співробітництва держав при проектно-орієнтованому управлінні



**Рисунок 4.22** – Класифікаційна модель параметрів безпеки прикордонного співробітництва при проектно-орієнтованому управлінні за функціями



**Рисунок 4.23** – Класифікаційна модель при проектно-орієнтованому управлінні за елементами

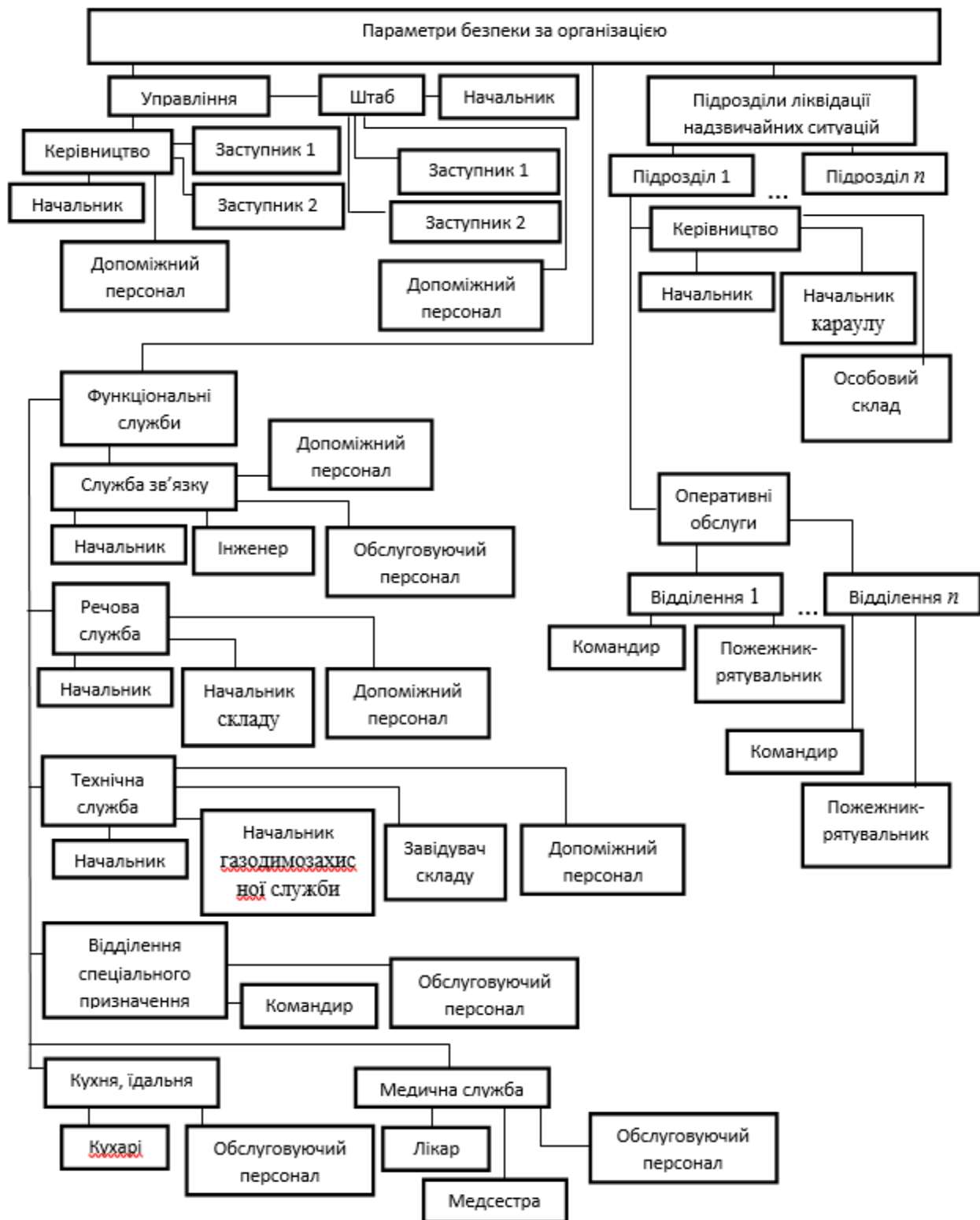


Рисунок 4.24 – Класифікаційна модель прикордонного оперативно-рятувального підрозділу держави при проектно-орієнтованому управлінні за організацією

## **Структура та функціональні можливості методів формування моделей процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами**

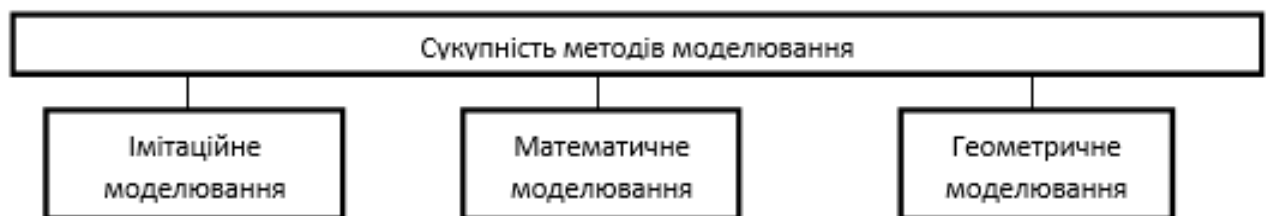
Задачі оптимізації та підвищення ефективності взаємодії окремих ланок та підсистем оперативно-рятувальних підрозділів як одної окремо взятої держави, а також особливостей взаємодії підрозділів двох держав належить до задач, які повинні системно розв'язуватись як на державному рівні, так і на рівні взаємодії регіональних прикордонних органів. Важливою складовою у їх розв'язанні є моделювання процесів з урахуванням плинності в часі та взаємовпливу багатьох факторів.

Моделювання процесів взаємодії двох оперативно-рятувальних загонів як складових транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів належить до ще не вирішених практичних задач у галузі безпеки прикордонного співробітництва. Їй притаманні наступні ознаки:

- багатопараметричність;
- зміна багатьох параметрів одночасно, причому деяким з них властиві різні прискорення на однаковому відрізку часу;
- різна фізична природа змінних параметрів;
- невизначеність числових значень деяких параметрів та відповідно робочого діапазону їх зміни;
- складність взаємозв'язків окремих ланок з урахуванням наявності в портфелі проектів даних з взаємним впливом людських, технічних, техногенних, екологічних, інформаційних, нормативно-правових складників.

Розв'язання задачі потребує використання моделей певного цільового призначення при наявності переважаючого впливу тих чи інших факторів. Вибір моделі та її налаштування на розв'язання цільової задачі моделювання процесу проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами потребує аналізу основних методів моделювання, розроблення, модернізації та адаптації для моделювання конкретного процесу проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами із притаманними йому змінними параметрами.

Методи моделювання, які можуть бути використанні при розв'язуванні задачі, різноманітні і відносяться до різних галузей науки. Їх спільною ознакою є універсальність. Одна модель, створена з використанням обмежень та спрощень, може бути залучена до процесів розв'язування задач різної фізичної природи. Стосовно задачі, яка розглядається, визначальною умовою є багатопараметричність та невизначеність числових значень деяких параметрів. На підставі аналізу особливостей взаємодії окремих ланок транскордонних оперативно-рятувальних загонів сукупність факторів доповнюється вимогою **прослідкувати тенденції зміни** того чи іншого параметра. Схема проектної реалізації моделей процесу проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами може бути подана у вигляді (рис. 4.25).



**Рисунок 4.25** – Схема проектної реалізації моделей процесу проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами

Спільною ознакою наведених на рис. 5 методів моделювання є їх універсальність. Категорії окремих ознак та подачі результатів процесу моделювання наведених методів моделювання приведені на рис. 4.26.



**Рисунок 4.26** – Категорії методів моделювання

Проведений аналіз вказує на раціональність вибору геометричного моделювання процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами. Проте важливим фактором, який відрізняє геометричне моделювання, є необхідність врахування одночасної зміни багатьох параметрів. Не всі методи геометричного моделювання враховують **багатопараметричність**, відповідаючи, проте, основній вимозі *прослідкувати тенденції зміни того чи іншого параметра*. Зазначене зауваження вимагає проведення досліджень методів геометричного моделювання. Подамо їх матричною організацією методів складових геометрій, що сукупно визначають інструментарій геометричного моделювання (рис.4.27).

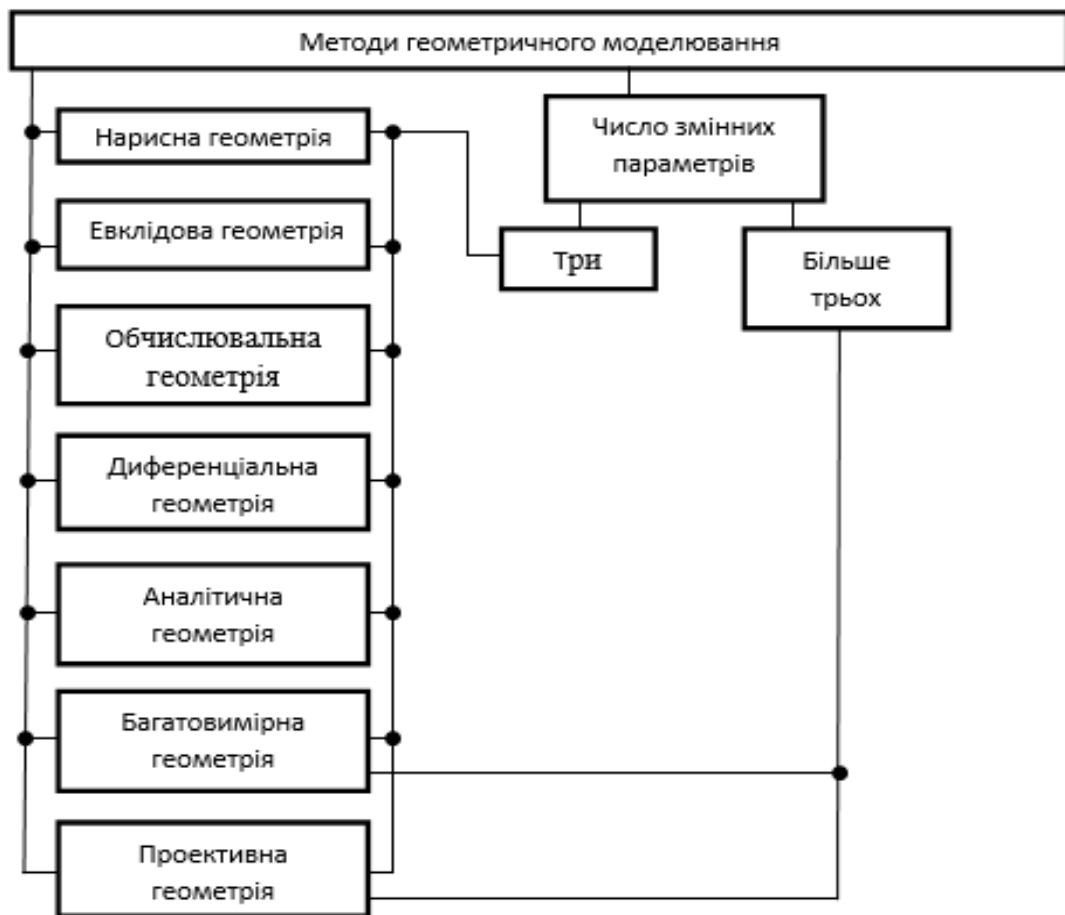
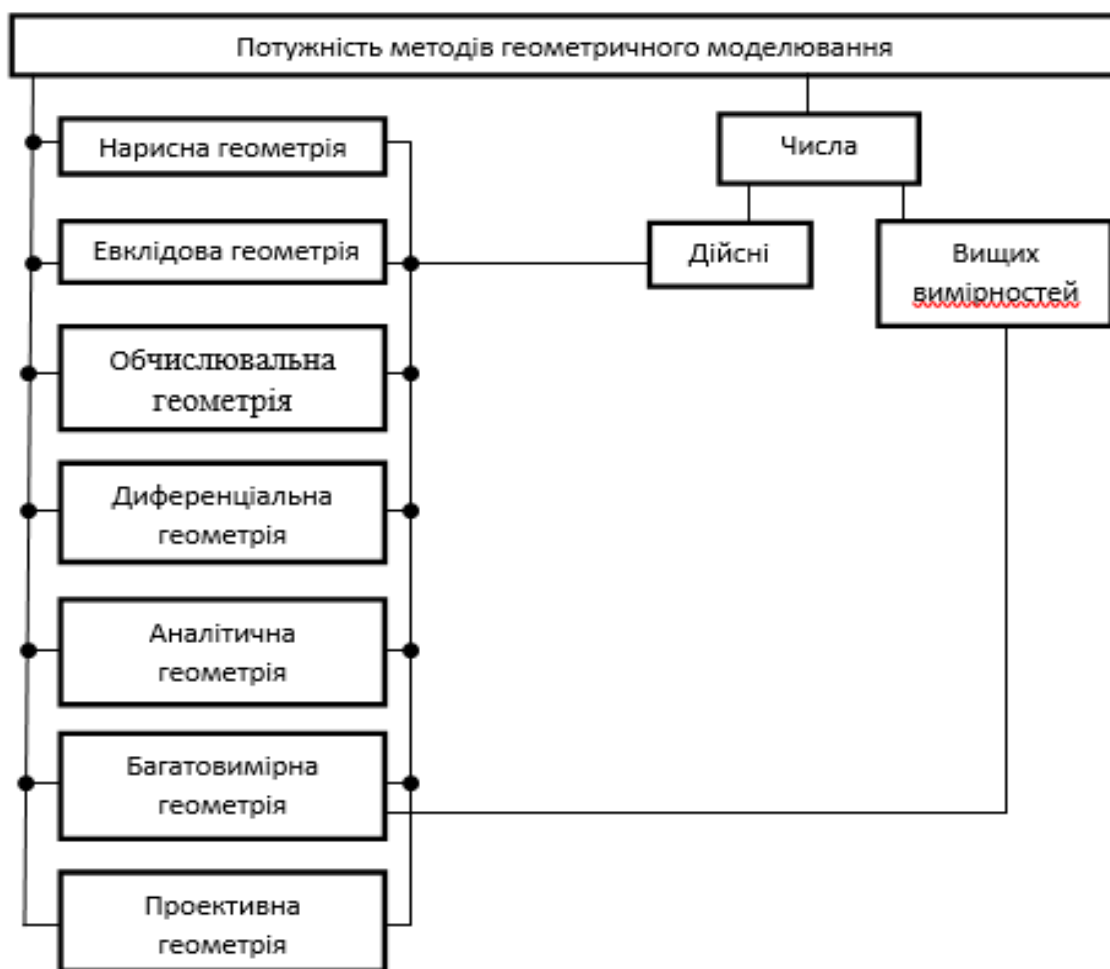


Рисунок 4.27 – Матрична організація методів геометричного моделювання

Враховуючи специфіку задачі, тобто наявність двох складових транскордонного оперативно-рятувального підрозділу, введемо поняття **потужності** методів геометричного моделювання, тобто

можливості оперувати графічними засобами моделей із використанням чисел вищих вимірностей. Більшість з приведених геометрій оперують з числом параметрів, не більшим трьох. Значно вищою, безконечною потужністю, володіє прикладна багатовимірна геометрія. Число параметрів, яке може охопити модель прикладної багатовимірної геометрії, безмежне. Тому прикладна багатовимірна геометрія володіє набагато вищою потужністю (рис. 4.28).



**Рисунок 4.28** – Структура потужності методів геометричного моделювання

### **Практичний приклад реалізації методів геометричного моделювання з використанням чисел вищих вимірностей**

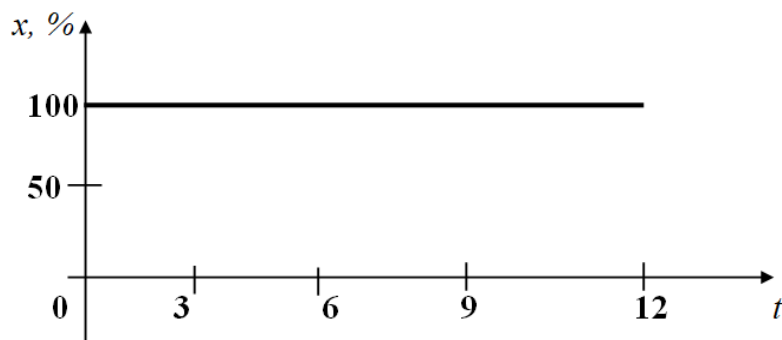
Аналіз задач, пов'язаних із дослідженням процесів проектно-орієнтованого управління оперативно-рятувальними підрозділами, вказує на можливість використання модельних засобів прикладної багатовимірної геометрії із залученням як простих чисел, так і чисел

вищих вимірностей. Розроблені геометричні моделі щодо аналізу процесів проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами з використанням складових елементів, побудованих на засадах евклідової нарисної геометрії, зокрема, оптимізації переміщень, в тому числі спеціального транспорту і рухомого складу, в умовах різної щільності транспортних магістралей.

Відомі розв'язані задачі **аналізу** процесу взаємодії двох оперативно-рятувальних підрозділів в умовах проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами в період ліквідації надзвичайної ситуації на кордоні двох держав з використанням комплексних чисел типу  $z = x + iy$  та  $w = u + iv$ , де  $i^2 = -1$  – уявна одиниця. Продемонструємо можливості геометричного моделювання при розв'язуванні задач **синтезу** з використанням комплексних чисел, а саме для випадку неповністю заданих вхідних даних.

Позначимо число спеціальної техніки одної держави D1 дійсним незалежним параметром  $x$ , а число спеціальної техніки другої держави D2 уявним параметром  $iy$ .

На основі експертної інформації встановлений характер зміни параметра  $x$  в часі  $t$ , наприклад, упродовж року відповідно до такої залежності (рис.4.29).



**Рисунок 4.29** – Залежність зміни параметра  $x$  в часовому вимірі

Ефективність  $u$  використання спеціальної техніки держави D1 у ліквідації надзвичайної ситуації на прикордонній території підпорядковується закономі:

$$u = u(x, y) = x^2 - y^2.$$



Визначимо закон зміни ефективності  $v$ , а також зміну числа спеціальної техніки  $u$  у часовому вимірі.

Прийmemo до уваги, що функція  $w$  ефективності використання спеціальної техніки обох держав  $w=u+iv$  аналітична, тобто для складових функції

$$w = u + iv = w(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$$

виконуються умови Д'Аламбера-Ейлера:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Складові для визначення ефективності  $v$  використання спеціальної техніки держави D2 знайдемо за рівняннями:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} = 2y = P(x, y); \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} = 2x = Q(x, y).$$

За умовою задачі число спеціальної техніки  $x$  незмінне; прийmemo його рівним  $x_0 = 100\%$ . Діапазон зміни параметра  $y$  в границях  $y \geq y_0 \geq 0$  потрібно визначити. Функцію  $v(x, y)$  знайдемо інтегруванням криволінійного інтеграла [6]

$$v(x, y) = \int_{x_0, y_0}^{x, y} P(x, y)dx + Q(x, y)dy. \quad (4.11)$$

Підставляючи залежності (4.10) у вираз (4.11), з урахуванням залежності зміни параметра  $x$ , одержимо закон зміни ефективності  $v$  використання спеціальної техніки держави D2:

$$v = 2xy.$$

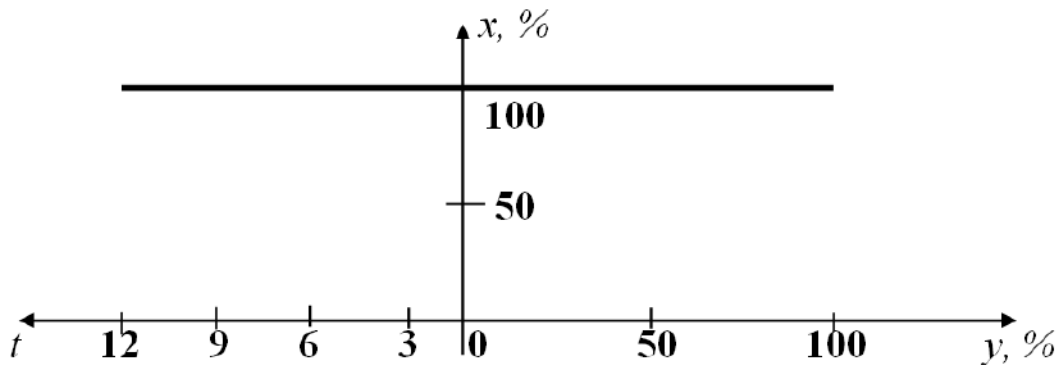
Тоді залежність ефективності  $w=u+iv$  використання спеціальної техніки обох держав D1 і D2 подається аналітичною функцією

$$w = u + iv = x^2 - y^2 + 2ixy.$$

Визначимо закон зміни числа спеціальної техніки  $u$ . Для цього використаємо комплексне креслення Монжа [4].

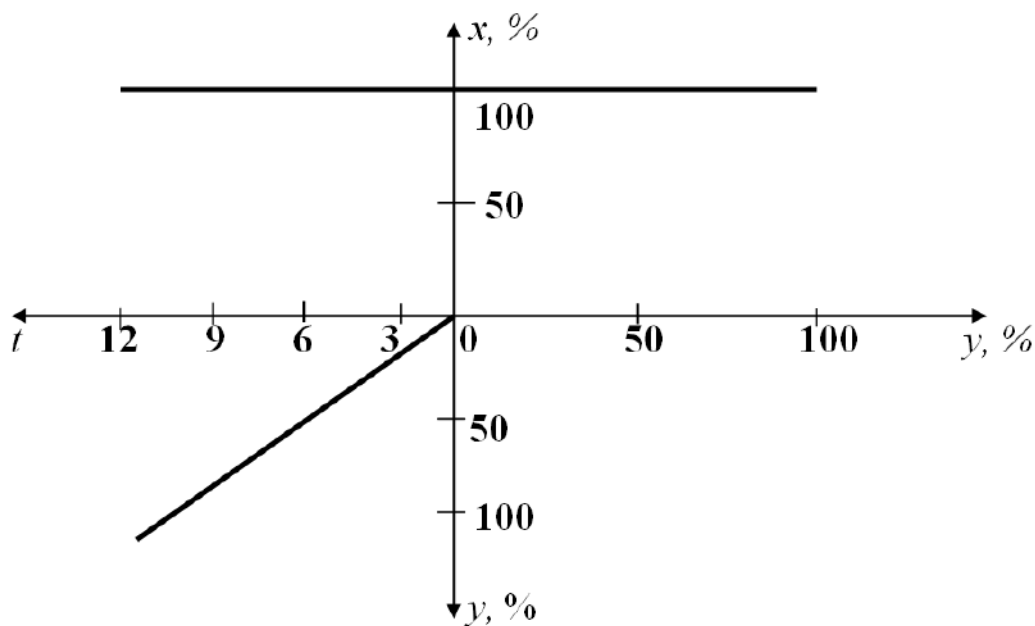
У побудові комплексного креслення приймають участь три параметри  $x, y, t$ . Для цього випадку зручно використовувати розгортку площин тривимірного простору стану  $Oxut$  процесу зміни

числа спеціальної техніки. Оскільки параметр  $x$  незмінний у часі, то взаємозв'язок трьох параметрів подамо графічними залежностями (рис. 4.30).



**Рисунок 4.30** – Розгортка площин  $Oxt$  та  $Oxy$  простору стану  $Oxyt$

Використовуючи третю координатну площину дійсних змінних  $Oyt$ , будемо часову залежність зміни параметра  $y$  (рис. 4.31).



**Рисунок 4.31** – Побудова часової залежності параметра  $y$

Методи геометричного моделювання ефективні у дослідженнях процесів реалізації проектно-орієнтованого управління транскордонними системами і оперативно-рятувальними підрозділами ліквідації надзвичайних ситуацій і забезпечення безпеки життєдіяльності людини. Приведені приклади реалізації деяких моделей в задачах прогнозування розвитку процесів і зміни параметрів в робочому діапазоні,

допустимому для конкретних випадків реалізації проектно-орієнтованого підходу до розбудови транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів, вказують на ефективність використання модельних засобів прикладної багатовимірної геометрії особливо в задачах аналізу та синтезу тенденцій зміни значень параметрів проектів та їх взаємозв'язків у процесах проектно-орієнтованого управління транскордонними оперативно-рятувальними підрозділами з урахуванням особливостей використання моделей на засадах цільового вибору для розв'язування специфічних задач на транскордонних територіях.

#### **4.5. Комп'ютерне моделювання процесів управління дуальними системами**

Поряд із традиційними графічними засобами, важливим завданням є розроблення комп'ютерних моделей забезпечення належного рівня безпеки життєдіяльності на прикордонних територіях суміжних держав в умовах інтенсифікації розвитку міждержавних зв'язків. Враховуючи особливості функціонування дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації», можна використовувати методи та засоби проектно-орієнтованого управління та враховувати вплив зовнішніх та внутрішніх чинників на підвищення результативності діяльності міждержавних формувань. Підходи до моделювання і аналізу впливу проектно-орієнтованої методології управління на діяльність дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» можуть бути реалізовані на засадах використання положень прикладної геометрії. Модельна реалізація процесу взаємодії двох начал дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» із урахуванням впливу засобів і методів проектно-орієнтованого управління потребує використання засобів ділової комп'ютерної графіки. Це дозволяє провести аналіз переміщення у фазовому просторі точки рівноваги дуальної системи при різних коефіцієнтах зміни рівня ресурсної забезпеченості транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів та інтенсивності надзвичайних ситуацій.

Розвиток суспільства і технологій створює передумови для кількісного та якісного збільшення обсягу інформації, яку потрібно обробляти. Це стосується всього, що нас оточує, зокрема, Державної служби України з надзвичайних ситуацій. Чим більша система, тим складніше її контролювати та уникати при цьому помилок. На допомогу приходять сучасні інформаційні технології. Розроблення спеціалізованих комп'ютерних геометричних моделей для формування змінних параметрів систем важливе для створення реалістичного зображення дійсності і ефективного керування оперативно-рятувальними підрозділами. Такі моделі дозволяють оперативно аналізувати результативність роботи, оскільки враховують значущі параметри реальних процесів. Наприклад, під час ліквідації надзвичайних ситуацій потрібно враховувати багато показників – досвід рятувальників, знання, якість і кількість спеціальних засобів, а також фактори надзвичайної ситуації. Слід врахувати, що ресурси є обмеженими, тому необхідно їх раціонально розподіляти для оптимально ефективного роботи оперативно-рятувальних підрозділів. Використання геометричних моделей дуальних систем дозволяє ефективно розподілити необхідні ресурси, так як на основі отриманих даних створюється необхідний графік вимог до цих ресурсів.

В кожній державі закладені певні принципи захисту населення від надзвичайних ситуацій та взаємодії різних служб (як державних, так і закордонних) у випадку, наприклад, загальнодержавних надзвичайних ситуацій або надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях. Ці принципи регламентовані, зокрема, в Кодексі цивільного захисту України. Ефективність взаємодії елементів єдиної дуальної системи зростає при використанні моделей та методів проектно-орієнтовного управління.

Поступ у розвитку відкритих систем здійснюється шляхом взаємодії окремих їх ланок з урахуванням впливу навколишнього середовища. Взаємний вплив, трансформації, зміна кількісних та якісних показників у процесі функціонування характерні для систем різної природи: фізичних, технічних, соціальних тощо. Зокрема, для технічних систем характерною рисою є їх вплив на об'єкт з метою його перетворення або використання різних інгредієнтів для створення нового продукту чи об'єкта із застосуванням особливостей і можливостей технічної системи. Забезпечення життєдіяльності людини у навколишньому середовищі досягається

завдяки взаємодії низки техногенних та людських факторів, з-поміж яких, до прикладу, можна виокремити прямий вплив пожежно-рятувальних підрозділів на надзвичайні ситуації з метою їх ліквідації. Ефективність взаємодії двох начал, технічної системи і об'єкта її впливу, як єдиної дуальної системи, значно зростає при використанні основоположних засад проектно-орієнтованого управління.

Покращення міждержавних відносин, зростання товарообігу, інтенсифікація культурних зв'язків супроводжуються збільшенням ризиків виникнення надзвичайних ситуацій на транскордонних територіях. Забезпечення належного рівня безпеки життєдіяльності цих територій можливе з використанням не лише можливостей рятувальних підрозділів окремої держави, але й за участі в ліквідації надзвичайних ситуацій транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів як двох начал дуальної системи.

Мобільність і ефективність роботи транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів на короткому проміжку часу ліквідації надзвичайної ситуації визначатиметься глибиною впливу на взаємодію елементів такої дуальної системи методів і засобів проектно-орієнтованого управління при наявності відповідних матеріальних, технічних, технологічних, людських та інших ресурсів, а також інформаційної, нормативно-правової підтримки. Також важливою є специфіка обміну інформацією між складовими елементами системи на різних рівнях з урахуванням можливостей її захисту і маскування. Важливим завданням в діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів є розвиток та удосконалення взаємодії окремих ланок системи.

Основоположні принципи розвитку служб захисту населення від надзвичайних ситуацій та особливості взаємодії з відповідними службами цивільного захисту сусідніх держав регламентовано Кодексом цивільного захисту України. Ефективність такої взаємодії значно зростає при використанні моделей і методів проектно-орієнтованого управління. Водночас, розвиток і прикладне використання засобів управління проектами, програмами та портфелями проектів ґрунтується на вивченні особливостей взаємодії відповідного класу дуальних систем засобами моделювання. Існує низка наукових підходів до вибору оптимальних методів моделювання взаємодії транскордонних систем і оперативно-рятувальних підрозділів під час ліквідації надзвичайних ситуацій. Обґрунтування можливості використання

дійсних чисел у геометричному моделюванні діяльності таких підрозділів, зокрема, прикладне використання геометрії комплексного простору для випадку взаємодії двох держав наочно ілюструє особливості функціонування пожежно-рятувальних підрозділів в процесі ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях.

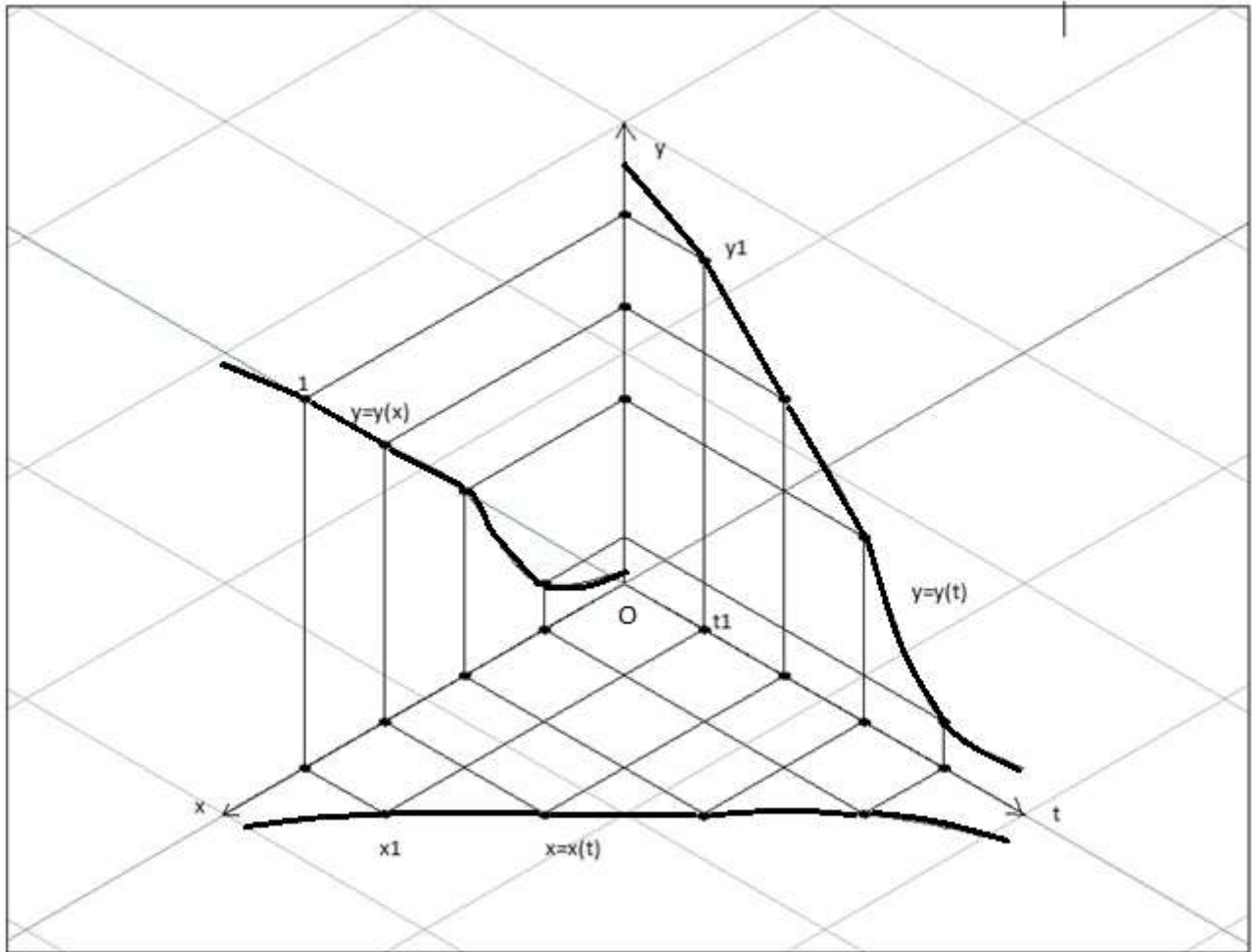
Оскільки забезпечення належного рівня безпеки життєдіяльності на прикордонних територіях, зокрема, шляхом створення і підвищення ефективності функціонування та взаємодії елементів оперативно-рятувальних підрозділів потребує проведення аналізу їх функціонування з урахуванням впливу на їх діяльність засобів та методів проектно-орієнтованого управління. Система функціонування і взаємодії окремих ланок дуальної системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» потребує обґрунтування з метою подальшого розроблення узагальненої геометричної моделі діяльності оперативно-рятувальних підрозділів на транскордонних територіях із урахуванням впливу засобів та методів управління проектами і портфелями проектів.

Тому слід з'ясувати особливості структури дуальної системи на прикладі діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів при ліквідації надзвичайних ситуацій із залученням методів управління проектами і програмами для підвищення результативності їх функціонування.

Для створення комп'ютерної геометричної моделі дуальної системи «оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» використовується модель «хижак-жертва» Лотки-Вольтерри. Вона показує близький до реальності графік на засадах використання дійсних показників. При цьому вона водночас не є ані занадто громіздкою (складною у використанні), ані занадто простою (похибки лежать у межах допустимих значень).

Модель рівняння Лотки-Вольтерри отримала величезну популярність, тому іноді її називають класичною моделлю взаємодії популяцій хижака і жертви або просто моделлю «хижак-жертва».

Розв'язками системи диференціальних рівнянь першого порядку є інтегральні криві  $x = x(t)$  та  $y = y(t)$ , представлені на площинах  $Oxt$  та  $Oyt$  (рис. 4.32). Проекціюванням цих кривих на площину  $Oxy$  одержуємо криву  $y = y(x)$ , яка є фазовою траєкторією дуальної системи.



**Рисунок 4.32** – Простір стану та фазовий простір дуальної системи «оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації»

Для довільного значення часу  $t_1$  знаходимо значення  $x_1$  та  $y_1$ , для яких будемо точку 1 фазової траєкторії.

Розглянемо комп'ютерну реалізацію системи рівнянь першого порядку. Для розв'язування рівнянь обираємо табличний процесор EXCEL.

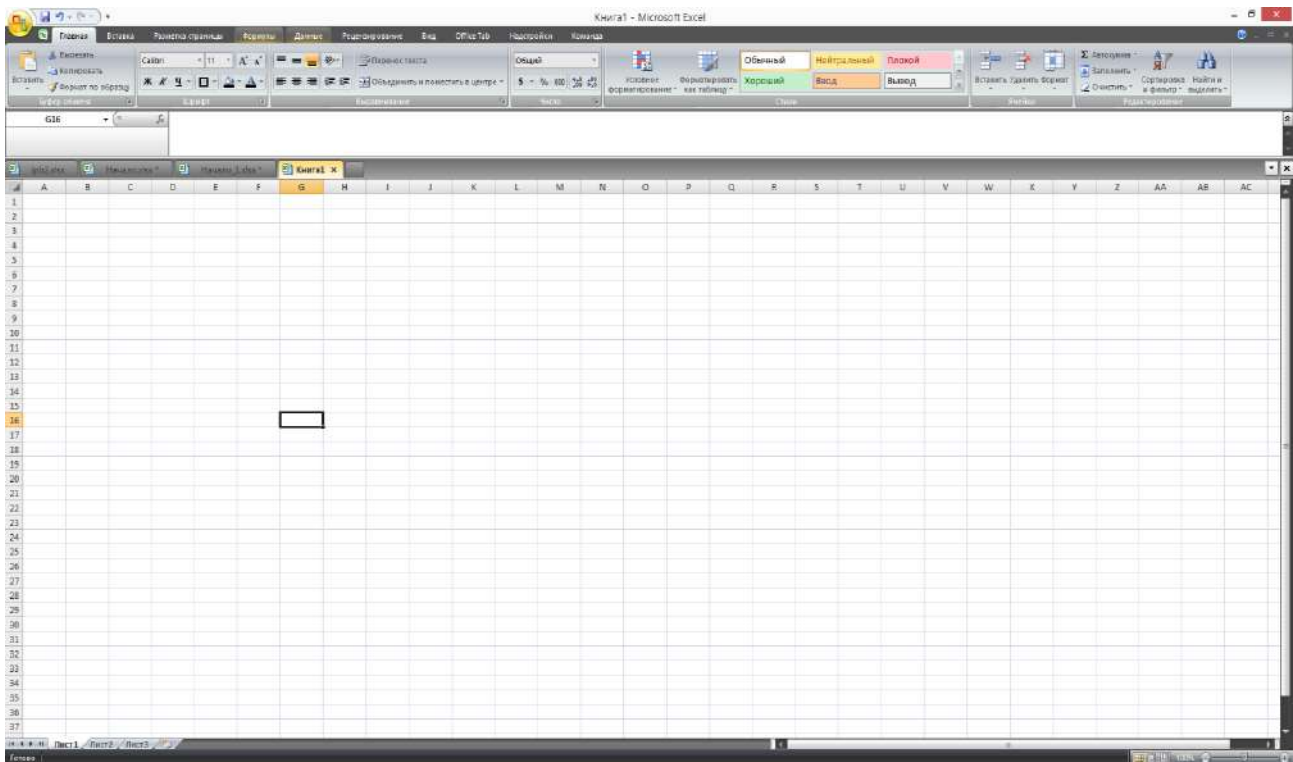
В табличному редакторі EXCEL використовуються рівняння досліджуваної системи, записані для певних умов створеної таблиці даних «покоління». В нашому випадку це час ліквідації надзвичайної ситуації або її наслідків. Модель Лотки-Вольтерри відтворює автоколивальний графік, тобто описує випадок, коли оперативно-рятувальний підрозділ ліквідує подію (надзвичайну ситуацію або її наслідки), але подія знову розвивається, якщо сили оперативно-рятувального підрозділу критично знижуються. Фактично це відображає реалістичний стан справ, тобто оперативно-рятувальний підрозділ використовує свої ресурси для ліквідації надзвичайної ситуації або її наслідків, але після ліквідації однієї надзвичайної

ситуації завжди виникає інша. Відповідно, якщо необхідно розглянути одну окрему операцію з ліквідації надзвичайної ситуації, то слід взяти тільки першу частину коливання до моменту, коли потужність надзвичайної ситуації набуває нульового значення або наближеного до нього.

Доволі часто можна помітити, що сила надзвичайної ситуації більша за можливості оперативно-рятувальних підрозділів. Використання розробленої моделі надає можливість з'ясувати як саме зміна параметрів рівняння, а саме методів і засобів проектно-орієнтованого управління, впливає на результативність ліквідації надзвичайної ситуації або її наслідків.

Розглянемо відтворення моделі дуальної системи в прикладному пакеті **Microsoft Office**, а саме в **EXCEL**.

Відкривши програму, бачимо чисту таблицю (рис.4.33), готову до роботи:



**Рисунок 4.33** – Чистий аркуш EXCEL

Побудуємо графік **рівняння Лотки-Вольтерри** для системи «транскордонний оперативно-рятувальний підрозділ – надзвичайні ситуації», Для цього передусім потрібно підготувати таблицю для запису початкових даних моделі.



Першим етапом створюємо основу для таблиці даних. Обираємо клітинку E2 та вписуємо туди «Сила оперативно-рятувального підрозділу», у G2 – «Сила надзвичайної ситуації» та у B2 – «Час» (рис.4.34).

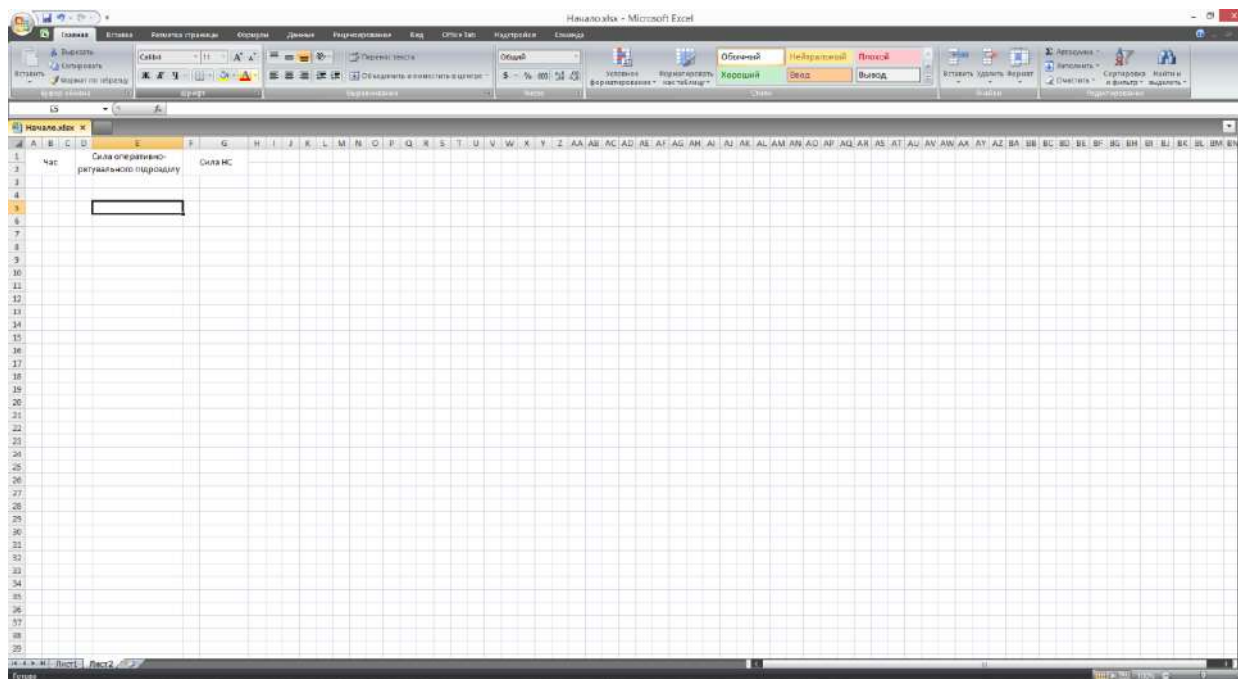
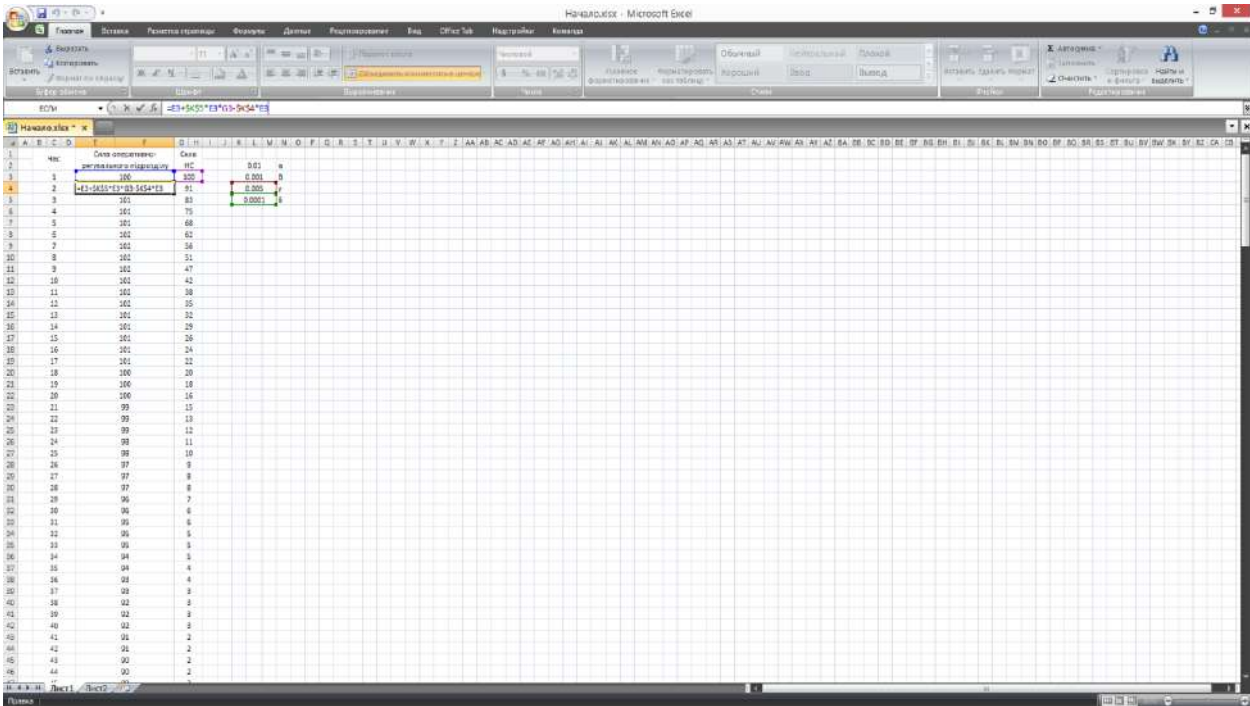


Рисунок 4.34 – Введення у таблицю найменувань

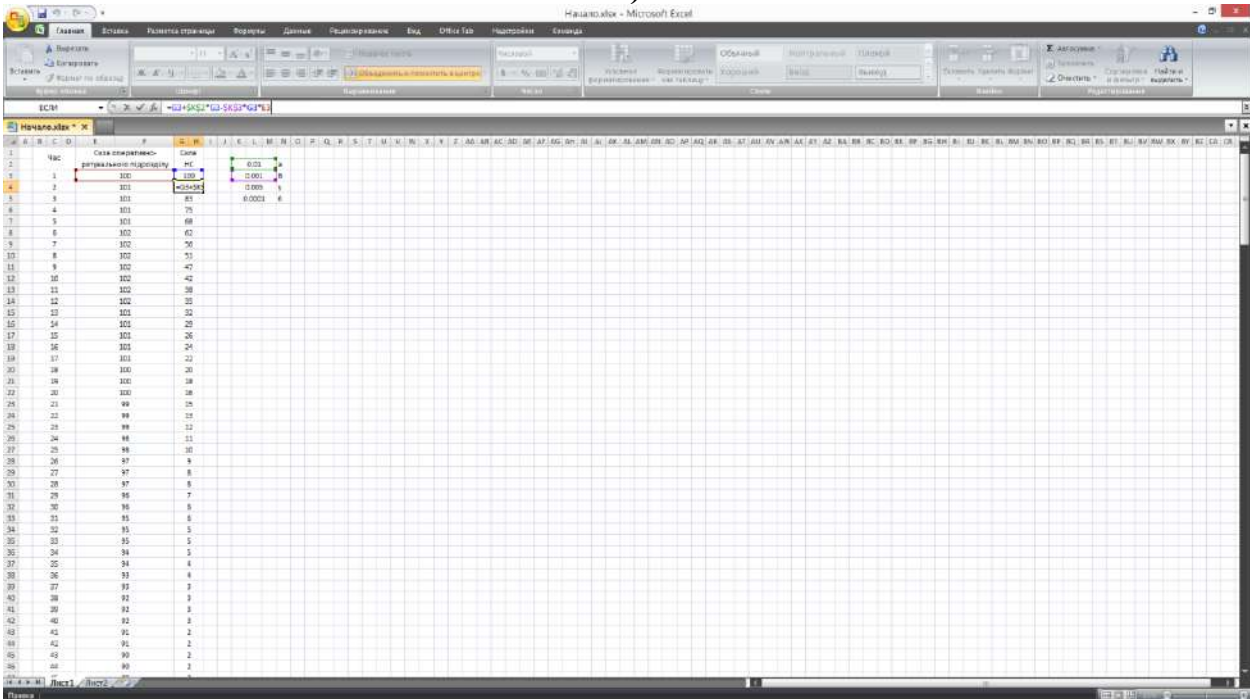
Після підготовки таблиці для її подальшого використання у розв’язуванні систем рівнянь моделі перше рівняння набуде вигляду  $=E3+\$K\$5*E3*G3-\$K\$4*E3$ , де E3 це x,  $\$K\$5$  – параметр  $\delta$ , G3 – y, і  $\$K\$4$  –  $\gamma$  для сили оперативно-рятувального підрозділу і  $=G3+\$K\$2*G3-\$K\$3*G3*E3$ , де  $+\$K\$2$  – це параметр рівняння  $\alpha$ ,  $\$K\$3$  – параметр рівняння  $\beta$  для сили надзвичайної ситуації. Маємо готовий вигляд першого та другого рівняння (рис. 4.35).

Обравши параметри системи (наприклад, 100 одиниць для надзвичайної ситуації – це умовне позначення 100% сили надзвичайної ситуації, а 100 одиниць для оперативно-рятувального підрозділу – відповідно, умовне позначення 100% сили підрозділу), приймемо параметри рівняння:  $\alpha = 0,01$ ,  $\beta = 0,001$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$ , які були підібрані для використання у якості початкових даних.

Тут коефіцієнти враховують:  $\beta$  – ефективність роботи оперативно-рятувального підрозділу,  $\gamma$  – сили та засоби оперативно-рятувального підрозділу,  $\delta$  – спорядження та можливість підкріплення і  $\alpha$  – розповсюдженість надзвичайної ситуації.



а)



б)

Рисунок 4.35 – Введення першого і другого рівняння моделі

Щоб одержати графік системи рівняння, треба у вкладці **Вставка** обрати дію **Графік** і після цього, натиснувши правою клав'яшею миші на вільне місце графіку, **обрати дані** (рис. 4.36).

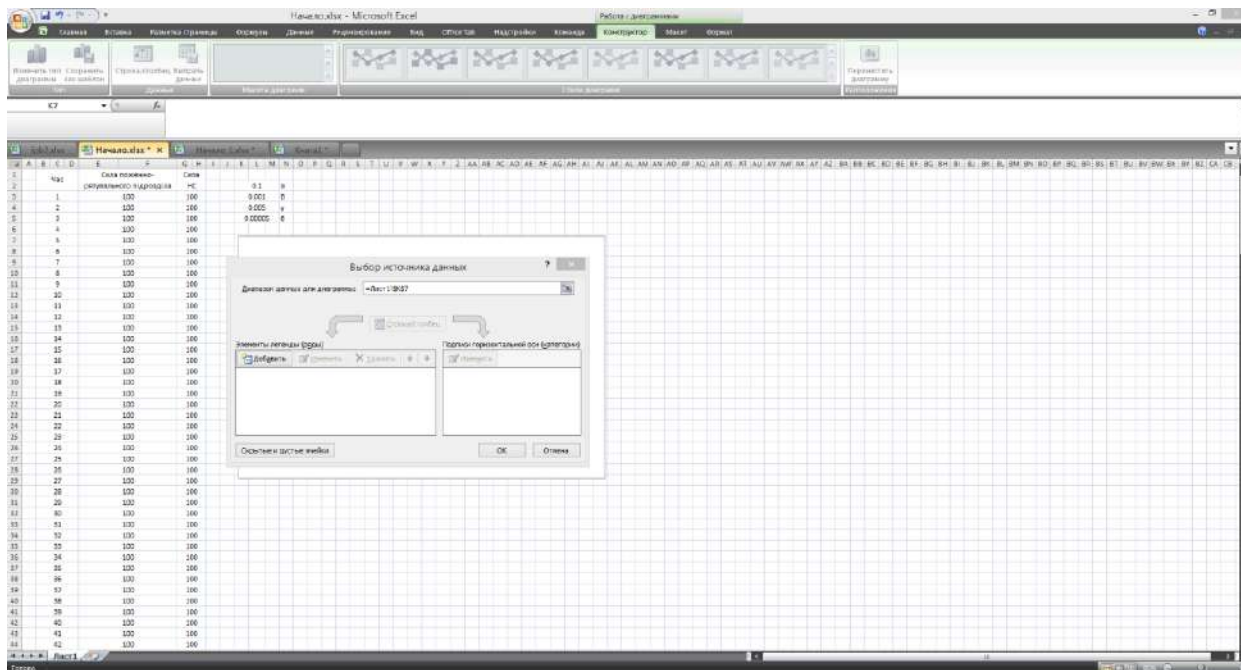


Рисунок 4.36 – Дані для графіка

Далі обираємо для параметрів  $x$ ,  $y$ ,  $t$  три стовпчики ліворуч (рис. 4.37).

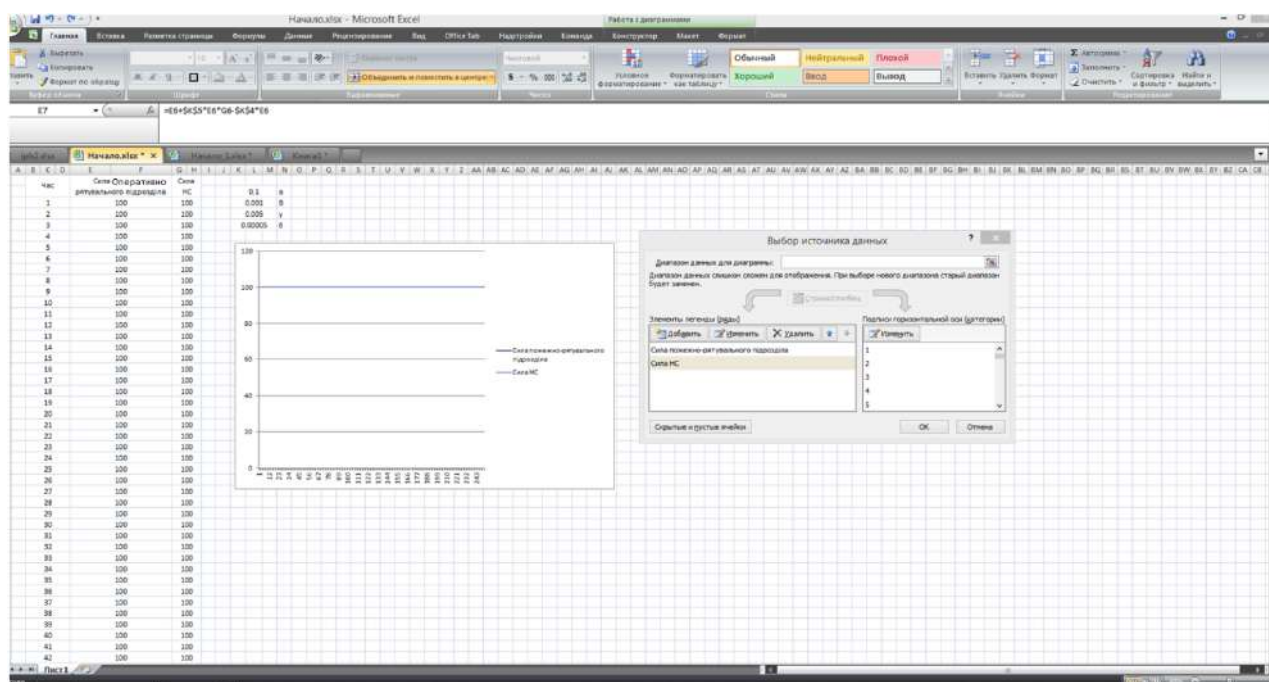


Рисунок 4.37 – Введення даних з таблиці

Щоб графіки знаходились на незалежних осях, залуцаємо додаткову вісь. Таке відображення допомагає точніше визначати модельні дані при різних змінах коефіцієнтів. Для цього, натискаючи на лінію графіка правою клавішею миші, обираємо пункт **Формат ряду даних** та опцію **по додатковій осі** (рис. 4.38, рис. 4.39).

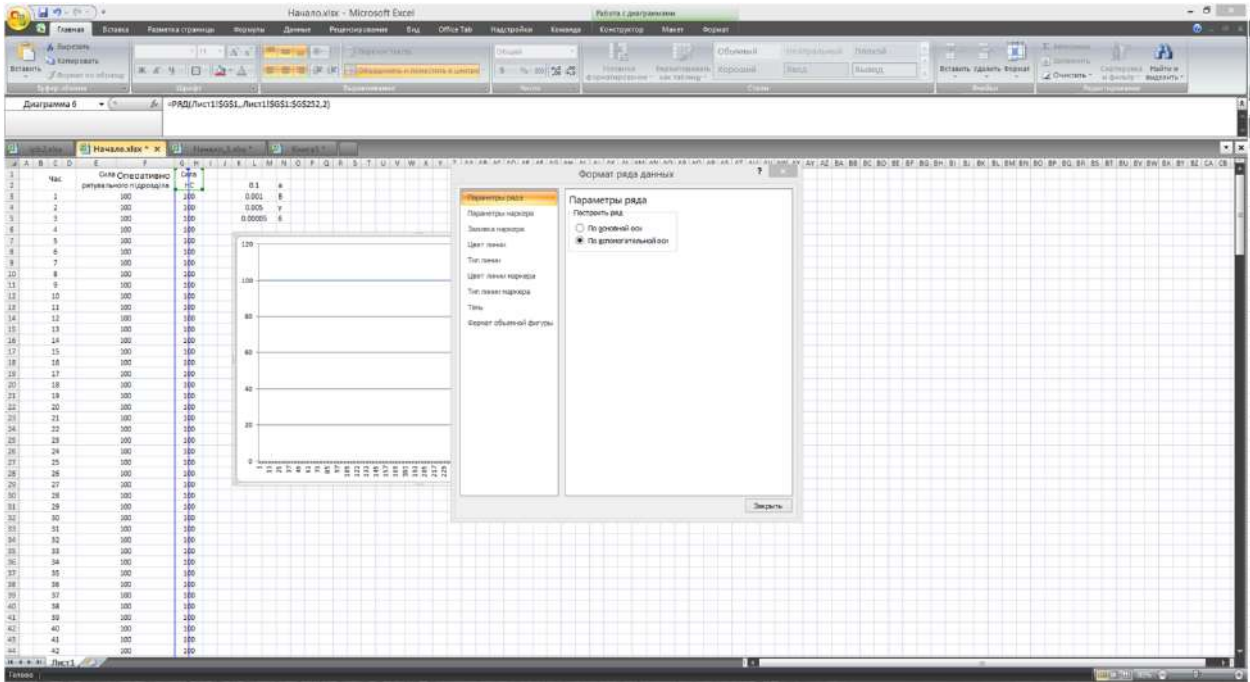


Рисунок 4.38 – Формування додаткової осі

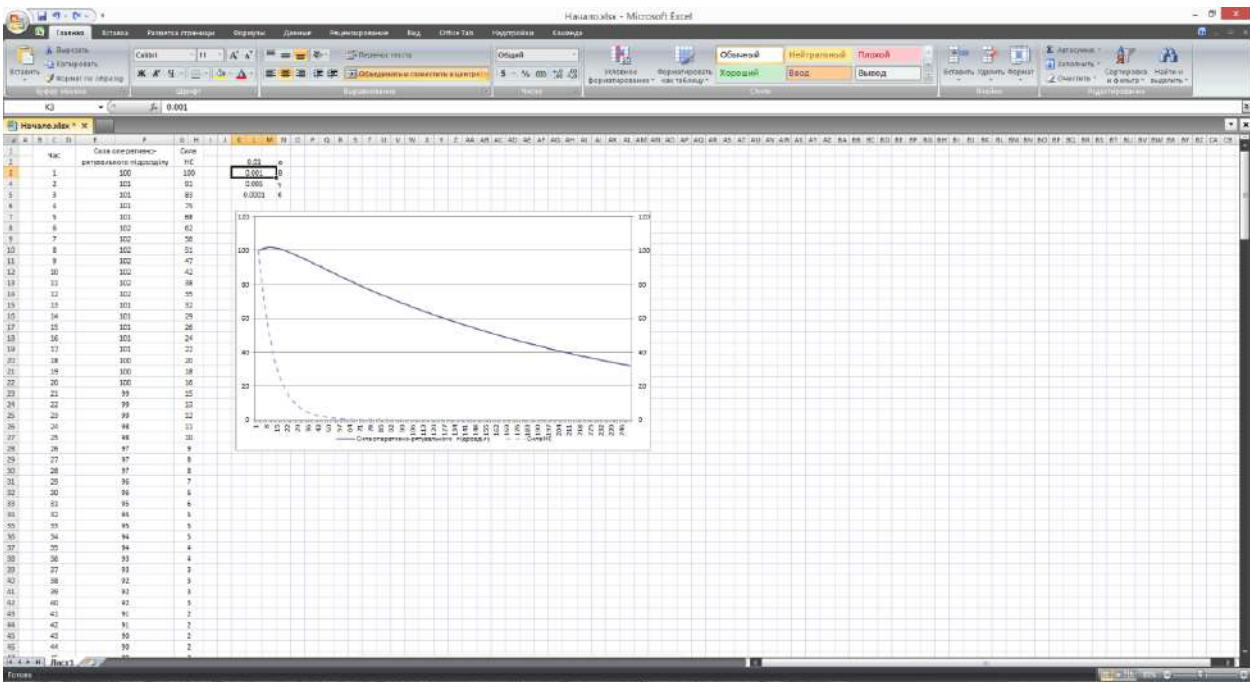


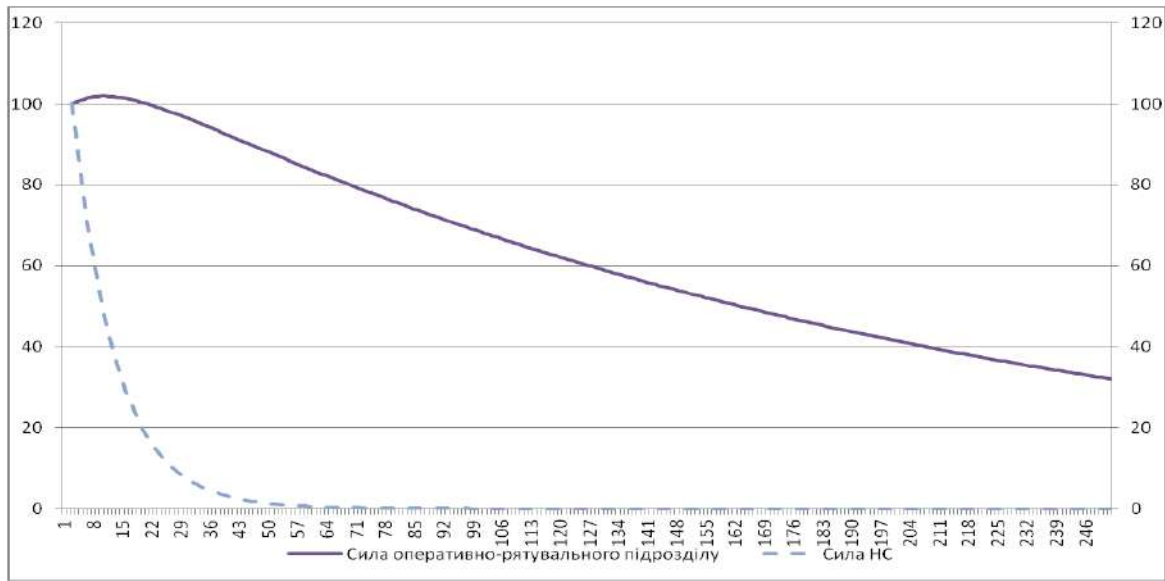
Рисунок 4.39 – Вигляд додаткової осі

Тепер, змінюючи коефіцієнти, проаналізуємо зміну графіка.

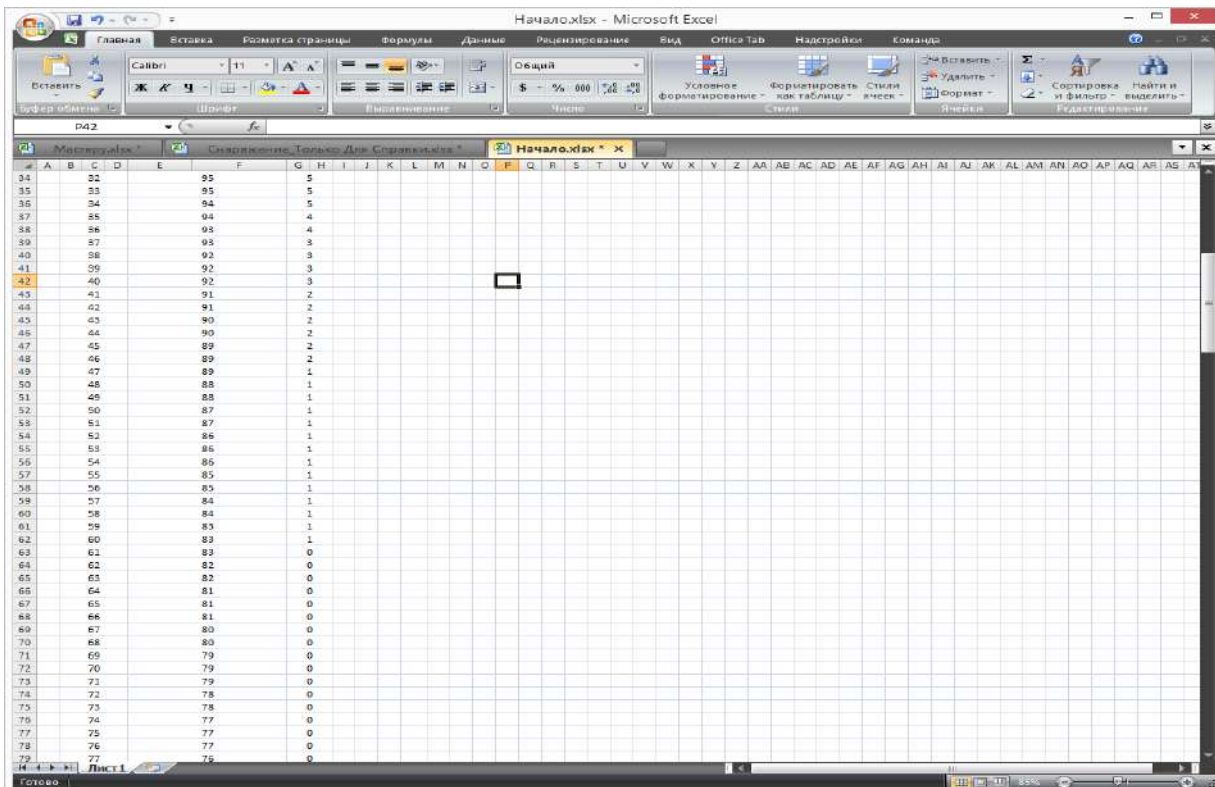
Ще раз зауважимо, що на усіх графіках для аналізу обирається лише перший цикл моделі, коли графік «сили НС» набуває нульового значення або приближеного до нього.

Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$  наведено на рисунку 4.40. Його ми приймемо за початковий графік, з яким будемо порівнювати інші графіки при зміні коефіцієнтів.

Щоб дізнатися точне значення часу ліквідації надзвичайної ситуації, необхідно звернутися до таблиці даних (рис. 4.41), створеної під час введення рівнянь моделі.



**Рисунок 4.40** – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$



**Рисунок 4.41** – Визначення значення часу.

На попередньому графіку надзвичайна ситуація була ліквідована на 61-у пункті часу.

Для порівняння побудуємо графік при  $\alpha = 0,02$  (рис. 4.42 та рис. 4.43).

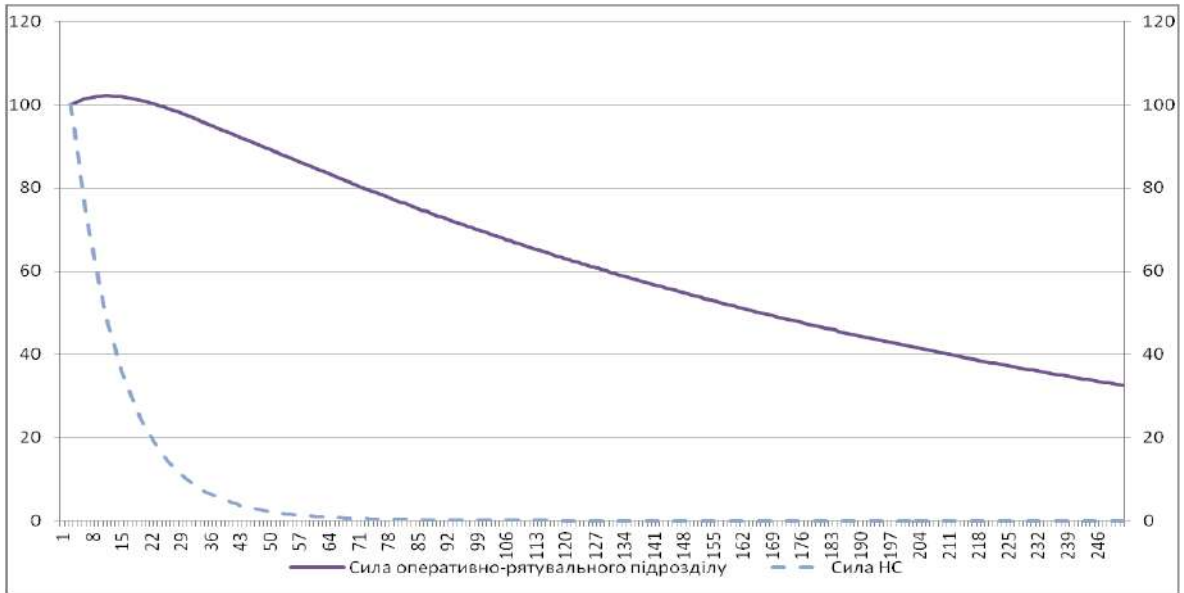


Рисунок 4.42 – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,02$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$

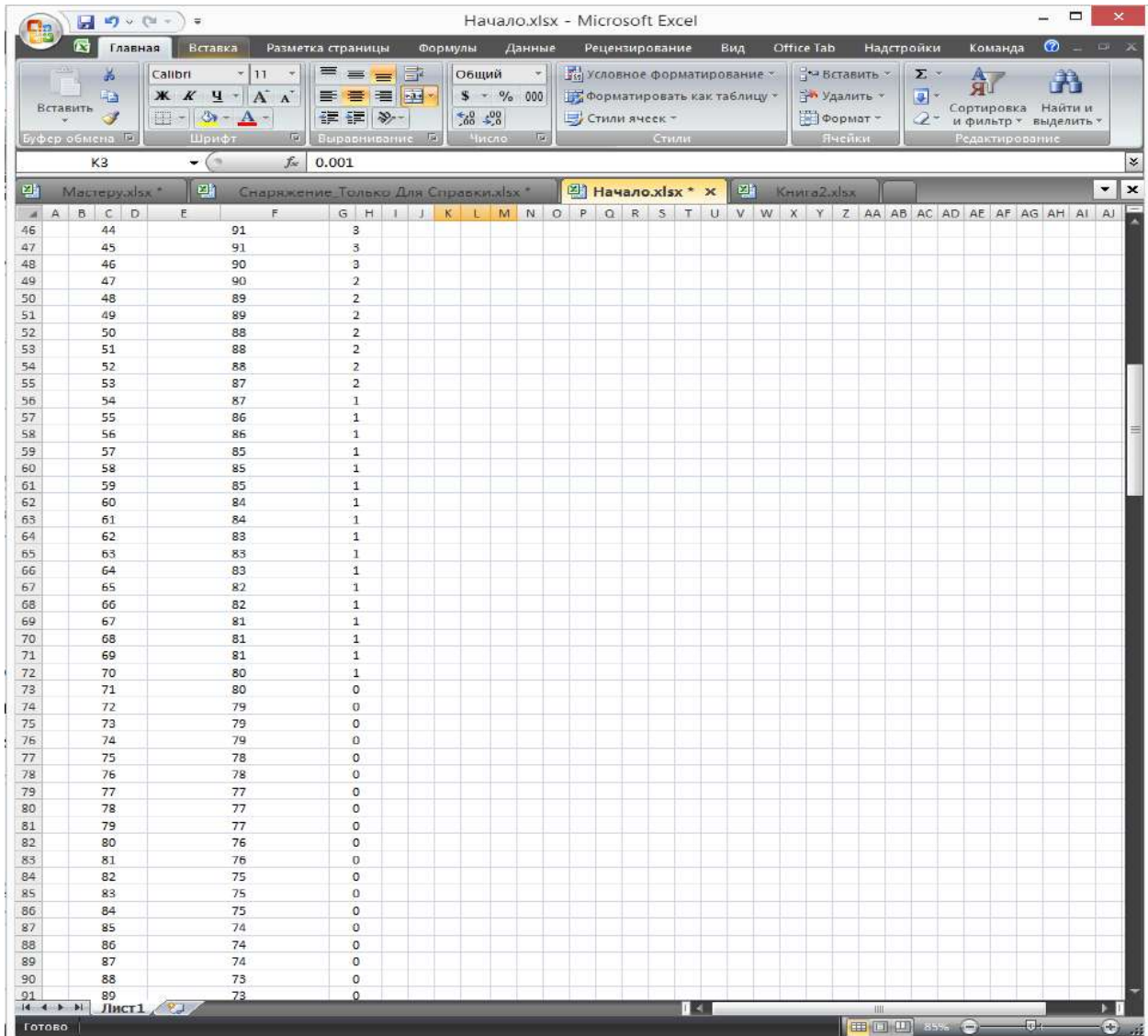
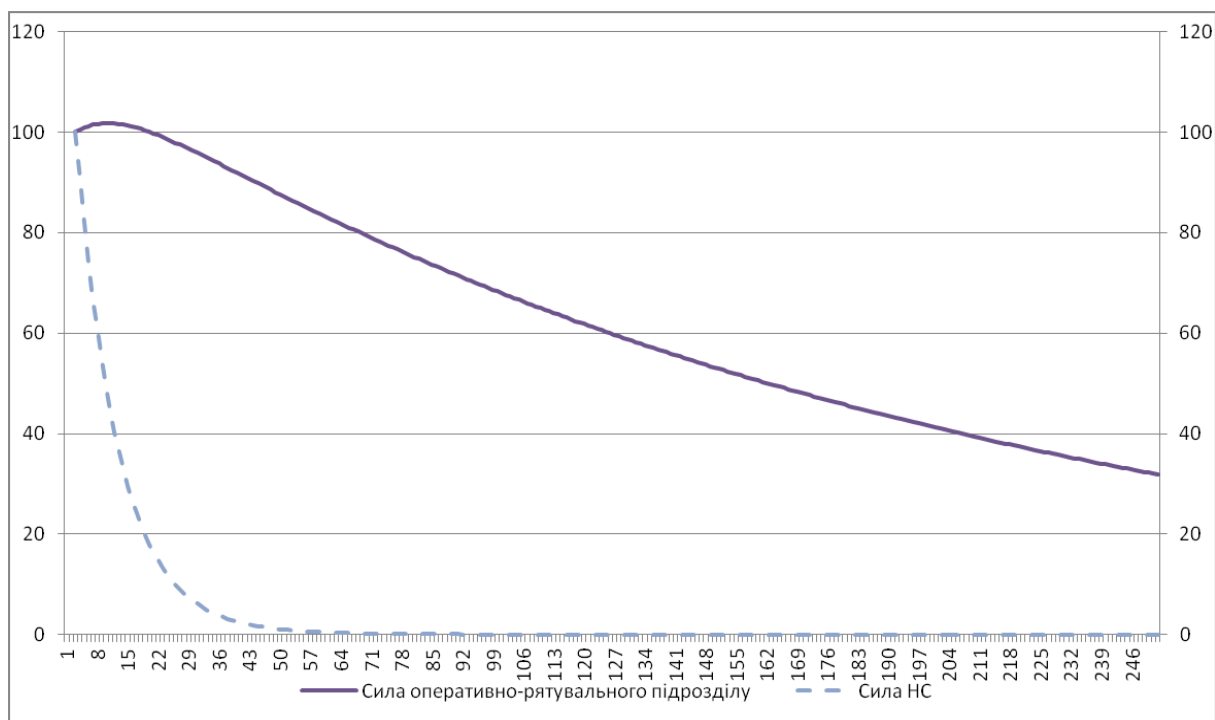


Рисунок 4.43 – Визначення значення часу для графіку при  $\alpha = 0,02$

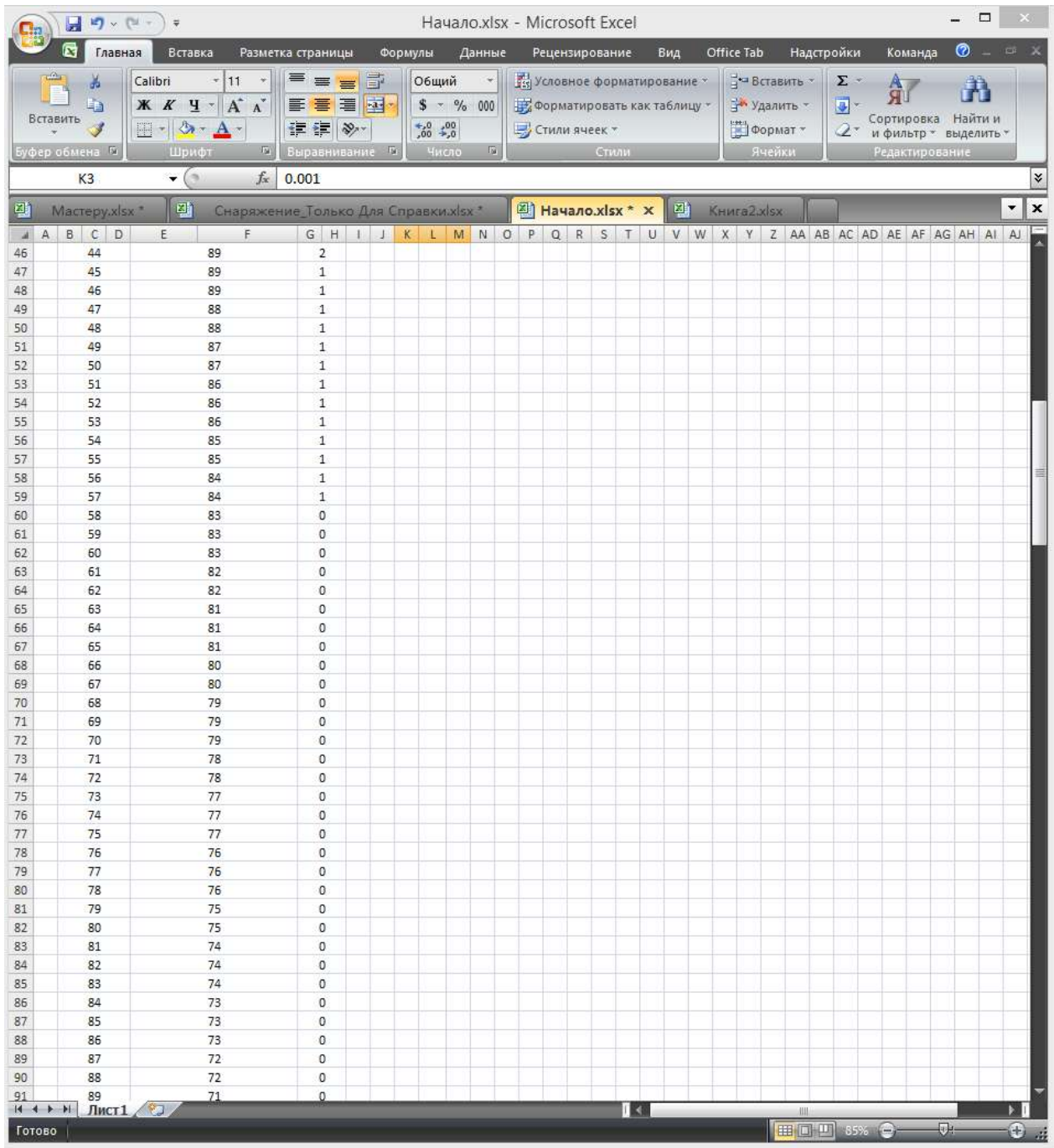
Порівнюючи обидва графіки, бачимо, що коефіцієнт  $\alpha$  – розповсюдженість надзвичайної ситуації – істотно впливає на швидкість ліквідації надзвичайної ситуації, або її наслідків. На графіку, наведеному на рис. 4.40, оперативно-рятувальний підрозділ ліквідує надзвичайну ситуацію на 61-му пункті часу, при цьому на графіку, відображеному на рис. 4.42, оперативно-рятувальний підрозділ ліквідує надзвичайну ситуацію на 71-му пункті часу. Це на 16% повільніше..

Побудуємо графік, встановивши коефіцієнти моделі  $\alpha = 0,005$  (рис. 4.44 та рис. 4.45).



**Рисунок 4.44** – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,005$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$

Проаналізувавши графік, бачимо, що зменшення коефіцієнта  $\alpha$  не впливає суттєво на час ліквідації надзвичайної ситуації оперативно-рятувальним підрозділом. На початковому графіку (рис. 4.40) оперативно-рятувальний підрозділ ліквідує надзвичайну ситуацію на 61-му пункті часу, тоді як на графіку, наведеному на рис. 4.44, надзвичайну ситуацію ліквідовано лише на 5% швидше – на 58-му пункті часу. Це пояснюється тим, що, хоча надзвичайна ситуація і була легшою, оперативно-рятувальному підрозділу все ж необхідно було послідовно виконати всі операції для її ліквідації.



**Рисунок 4.45** – Визначення значення часу для графіка при  $\alpha = 0,005$

З’ясуємо, як впливає коефіцієнт  $\gamma$  (сили та засоби оперативно-рятувального підрозділу) на час ліквідації надзвичайної ситуації. Приймаємо значення коефіцієнта моделі  $\gamma = 0,0025$  (рис. 4.46 та рис. 4.47), враховуючи, що зменшення коефіцієнта  $\gamma$  вказує на більш якісні сили та засоби, через що вони використовуються ефективніше.



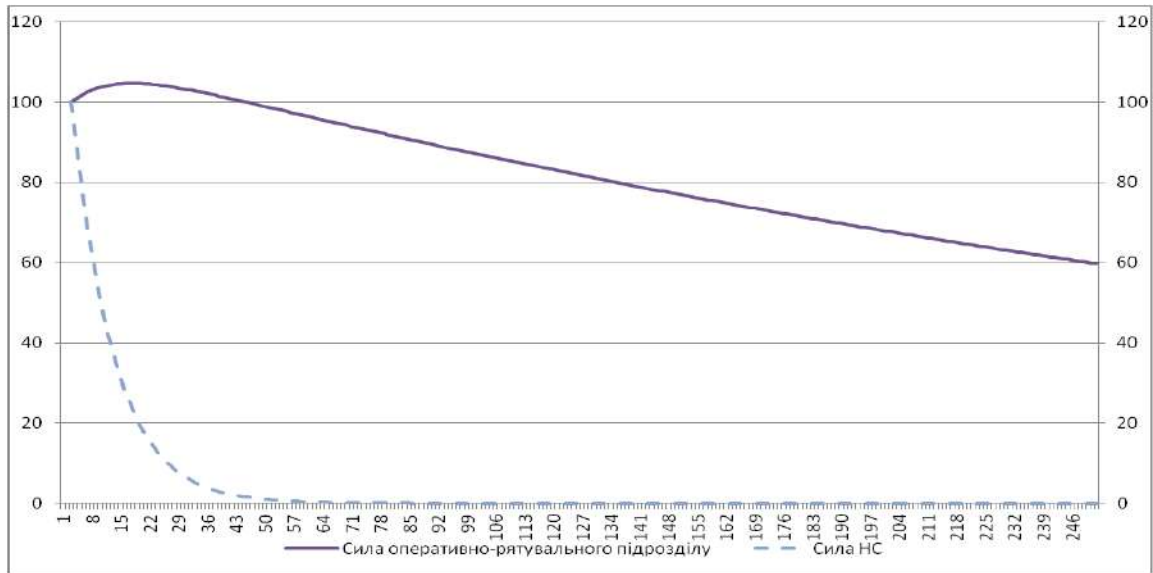


Рисунок 4.46 – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,0025$ ,  $\delta = 0,0001$

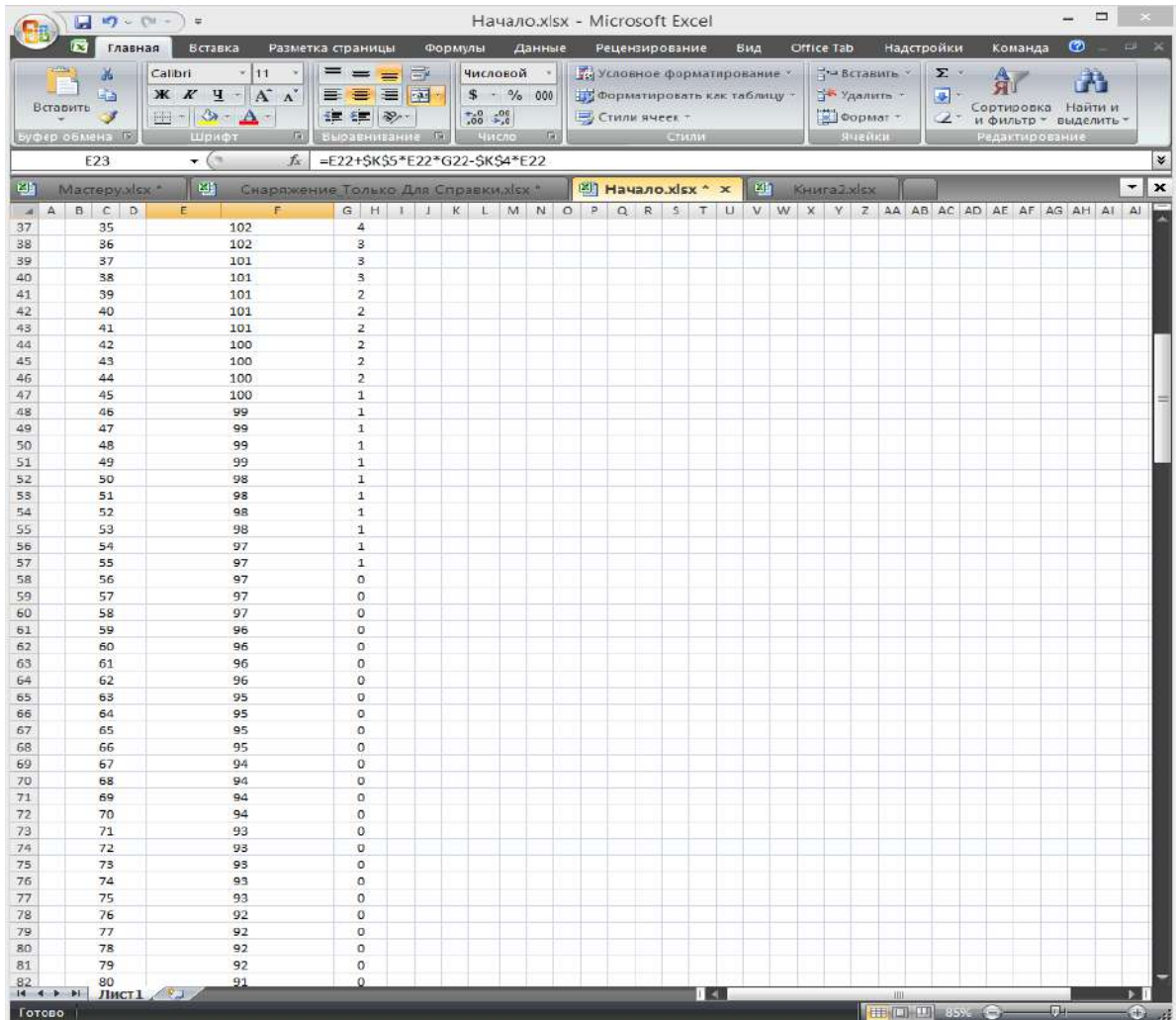
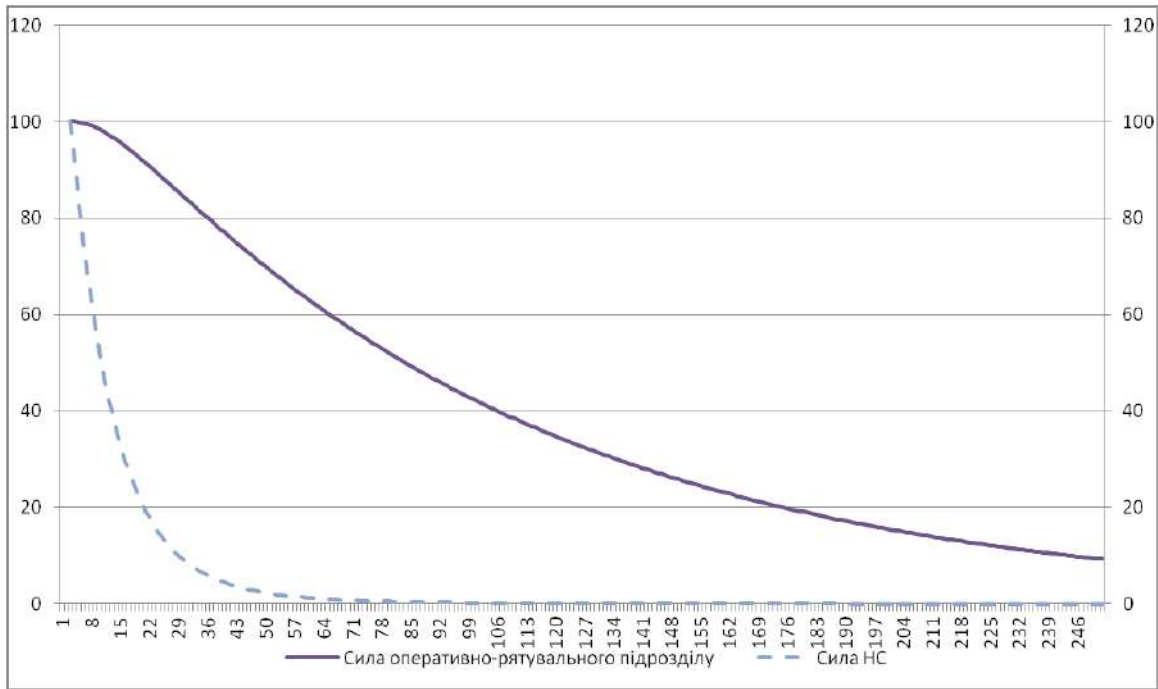


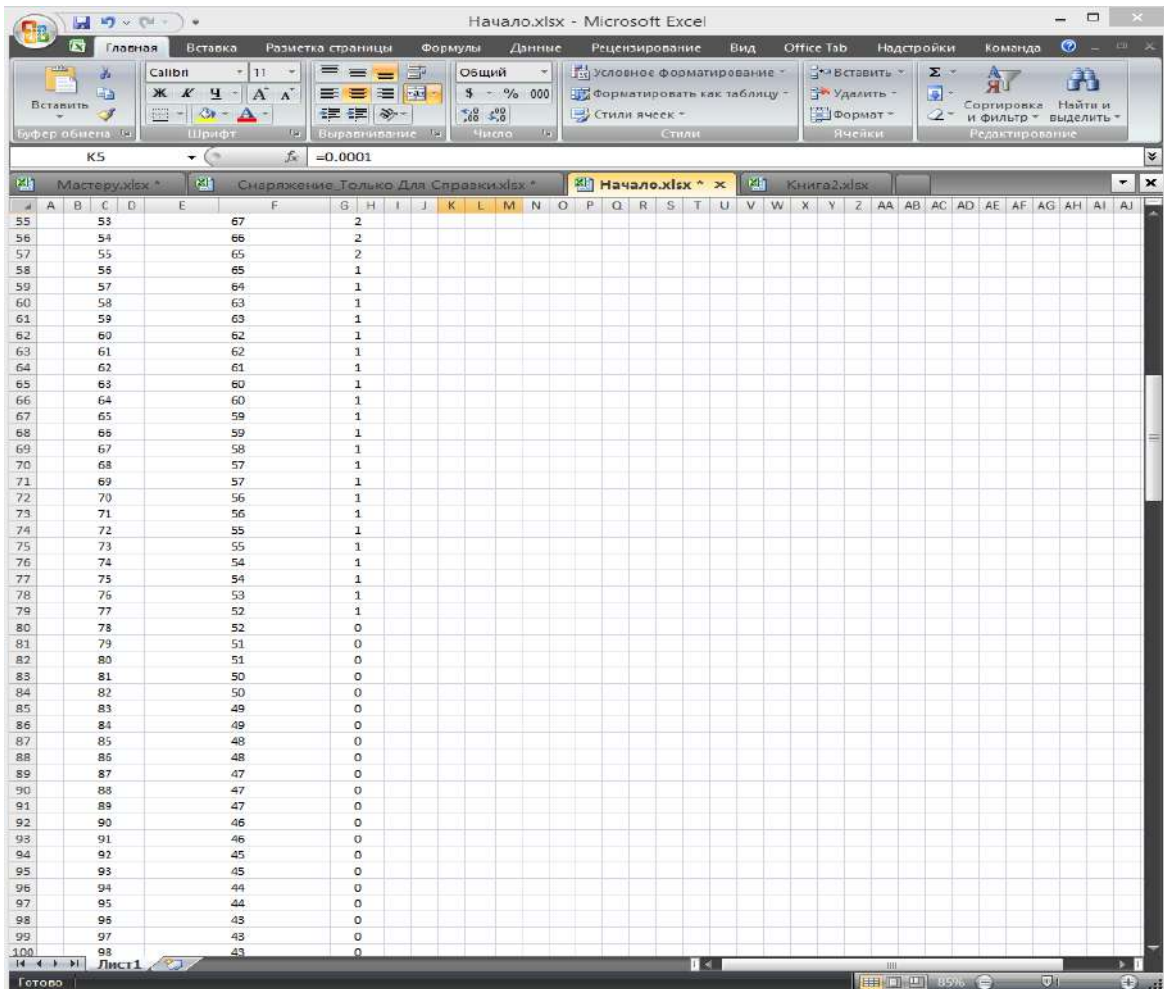
Рисунок 4.47 – Визначення значення часу для графіка при  $\gamma = 0,0025$

Проаналізувавши графік, бачимо, що зменшення коефіцієнта  $\gamma$  змінює час ліквідації з 61-го пункту часу до 56-го пункту часу – на 8%.

Побудуємо графік, встановивши коефіцієнт  $\gamma = 0,01$  (рис. 4.48 та рис. 4.49).



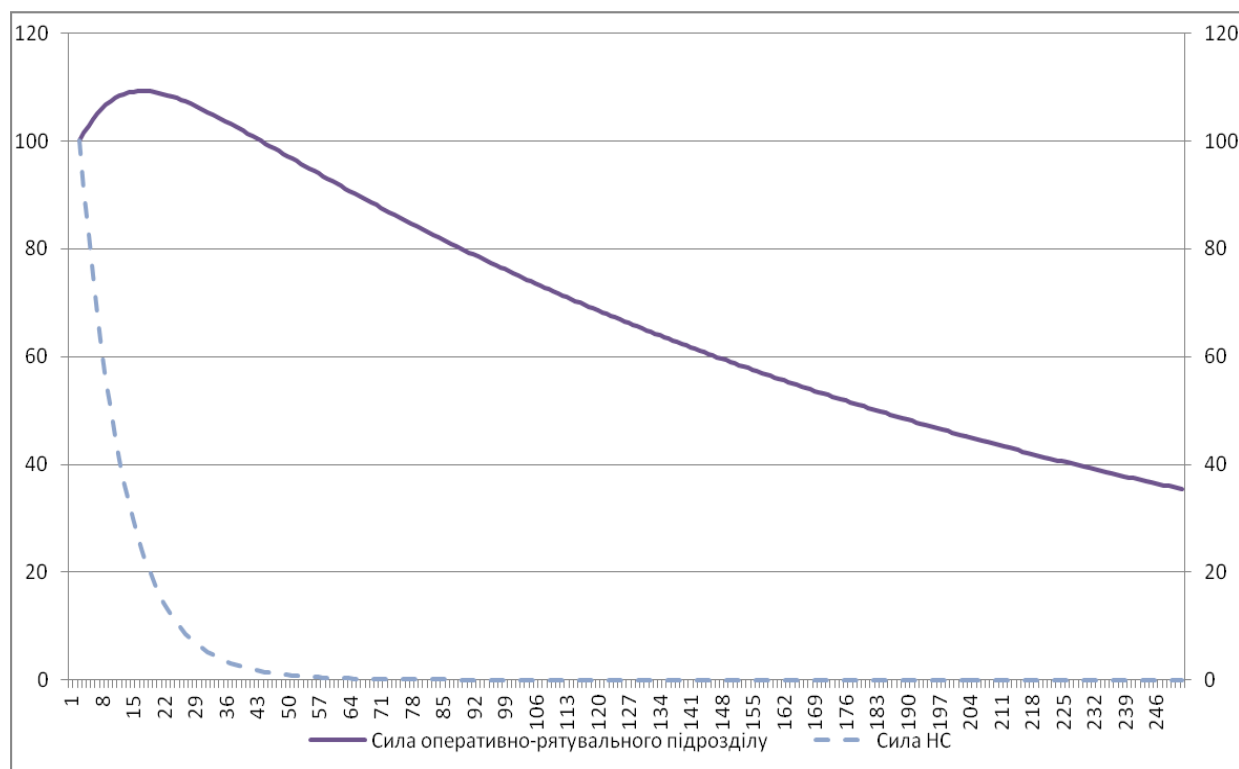
**Рисунок 4.48** – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,01$ ,  $\delta = 0,0001$



**Рисунок 4.49** – Визначення значення часу для графіка при  $\gamma = 0,01$

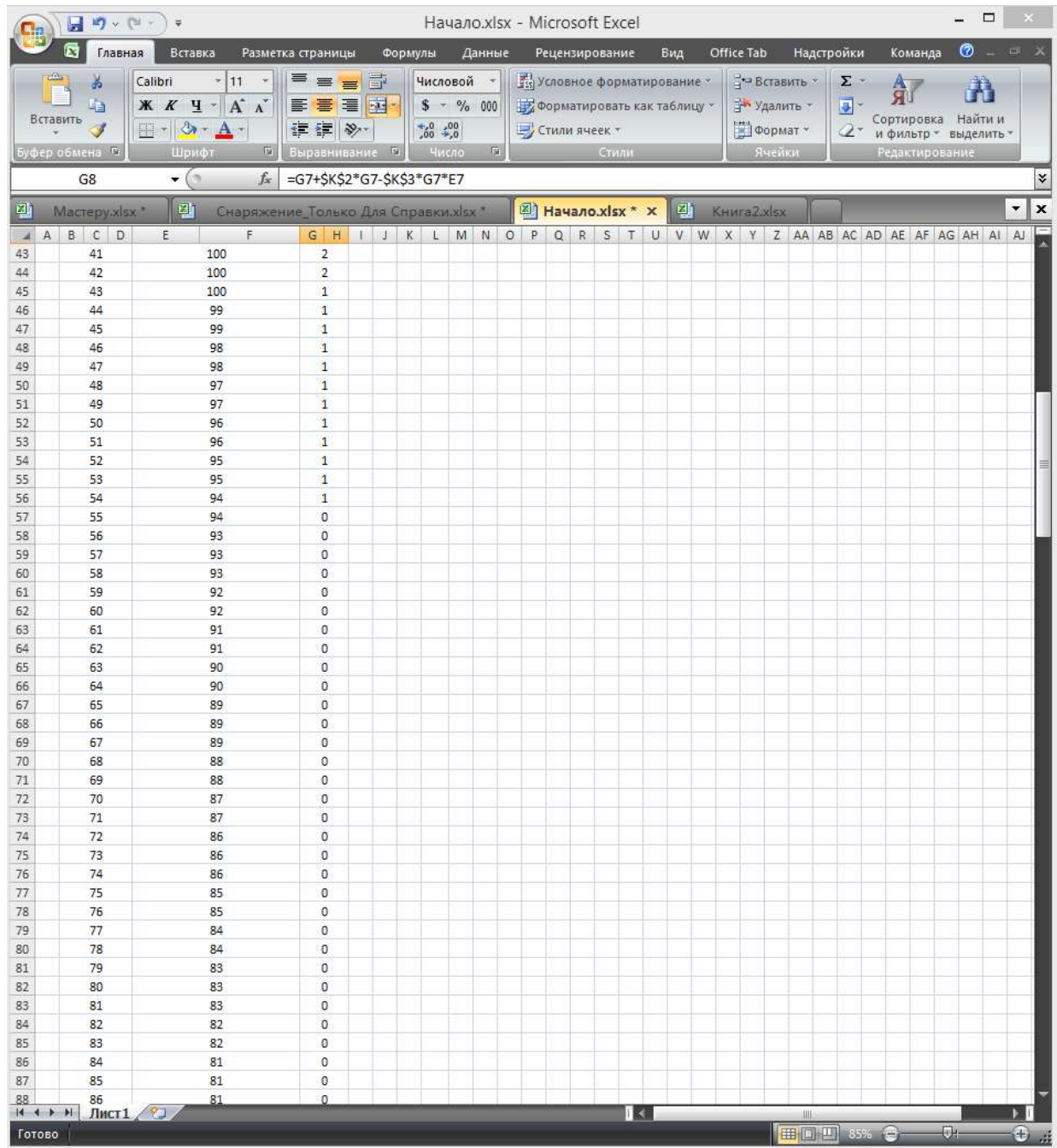
Проаналізувавши цей графік, з'ясуємо, що збільшення коефіцієнта  $\gamma$  істотно впливає на час ліквідації надзвичайної ситуації. Час змінюється з 61-го до 78-го пункту часу, тобто ліквідація відбувається на 28% повільніше, оскільки оперативно-рятувальному підрозділу не вистачає необхідних сил та засобів.

Визначимо, як впливає на час ліквідації надзвичайної ситуації коефіцієнт  $\delta$  – спорядження та можливість підкріплення, змінивши його з  $\delta = 0,0001$  на  $\delta = 0,0002$ , і враховуючи, що збільшення цього коефіцієнту вказує на наявність більш якісного спорядження та можливість швидкого підкріплення (рис. 4.50 та рис. 4.51).



**Рисунок 4.50** – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0002$

Надзвичайну ситуацію при  $\delta = 0,0002$  було ліквідовано на 55-му пункті часу, тоді як при  $\delta = 0,0001$  надзвичайну ситуацію було ліквідовано на 61-му пункті. Отже, краще спорядження та можливість підкріплення дають можливість ліквідувати надзвичайну ситуацію на 10% швидше.



**Рисунок 4.51** – Визначення значення часу для графіка при  $\delta = 0,0002$

Побудуємо графік, при якому коефіцієнт  $\delta = 0,00005$ , тобто за умови, що оперативно-рятувальний підрозділ має слабе забезпечення або не має можливості оперативно викликати підкріплення (рис. 4.52 та рис. 4.53).

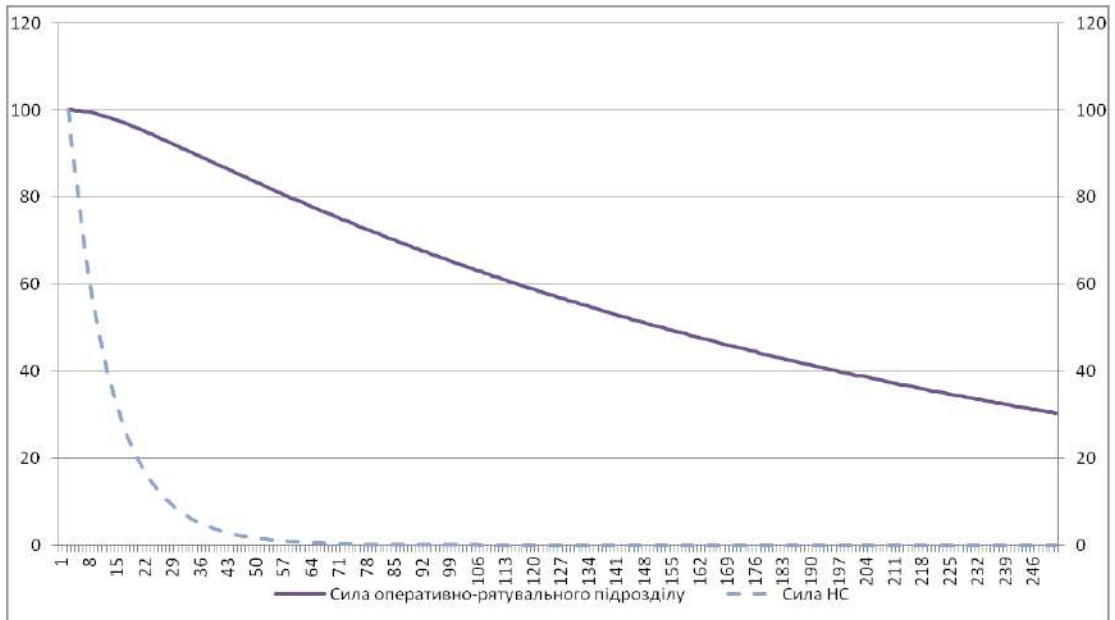


Рисунок 4.52 – Графік при  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,00005$

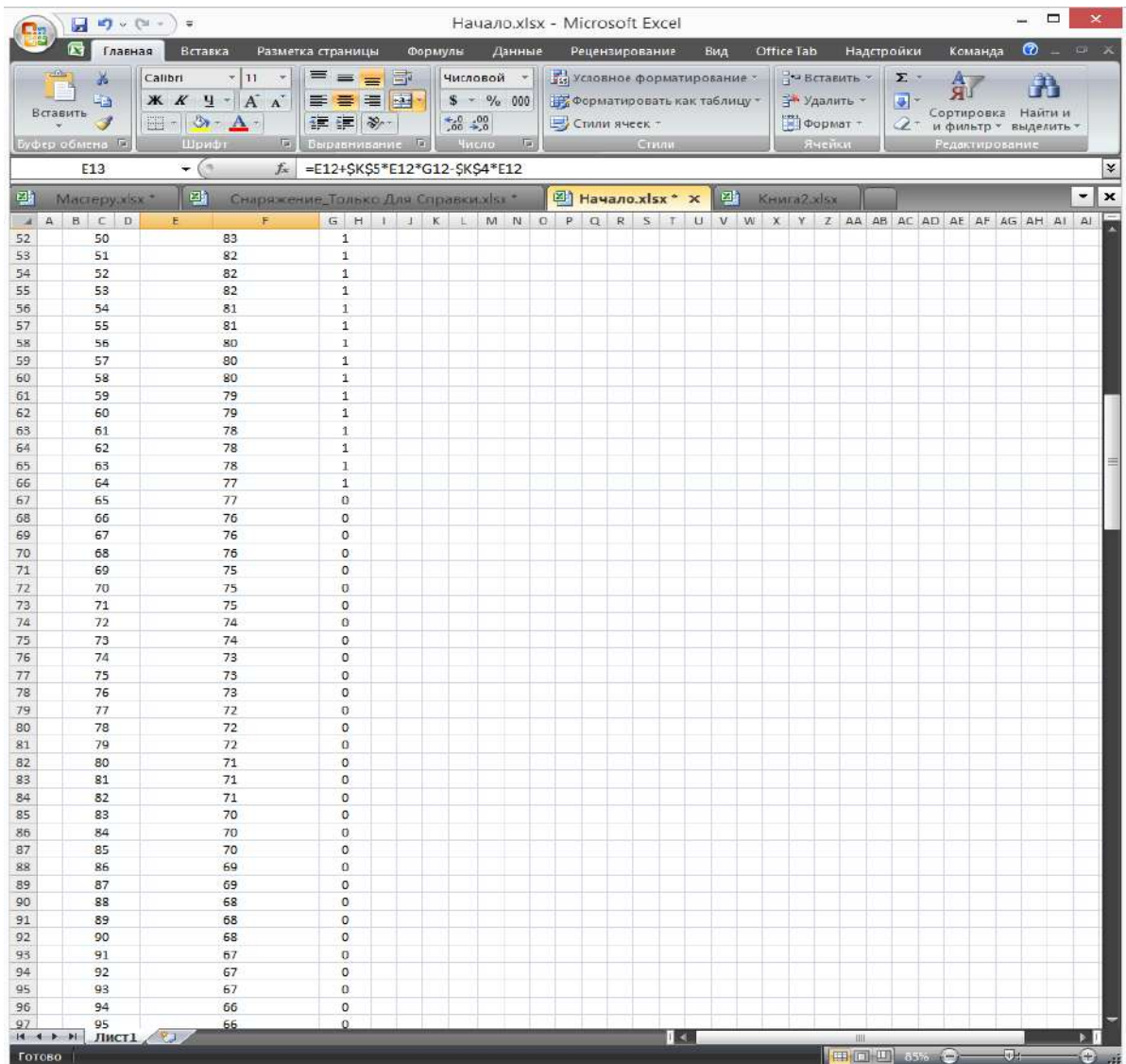


Рисунок 4.53 – Визначення значення часу для графіку при  $\delta = 0,00005$

На цьому графіку надзвичайну ситуацію було ліквідовано на 61-му пункті часу. Це вказуючи на те, що менш якісне спорядження не істотно впливає на час ліквідації надзвичайної ситуації.

Побудуємо графік при  $\beta = 0,002$  (рис. 4.54 та рис. 4.55).

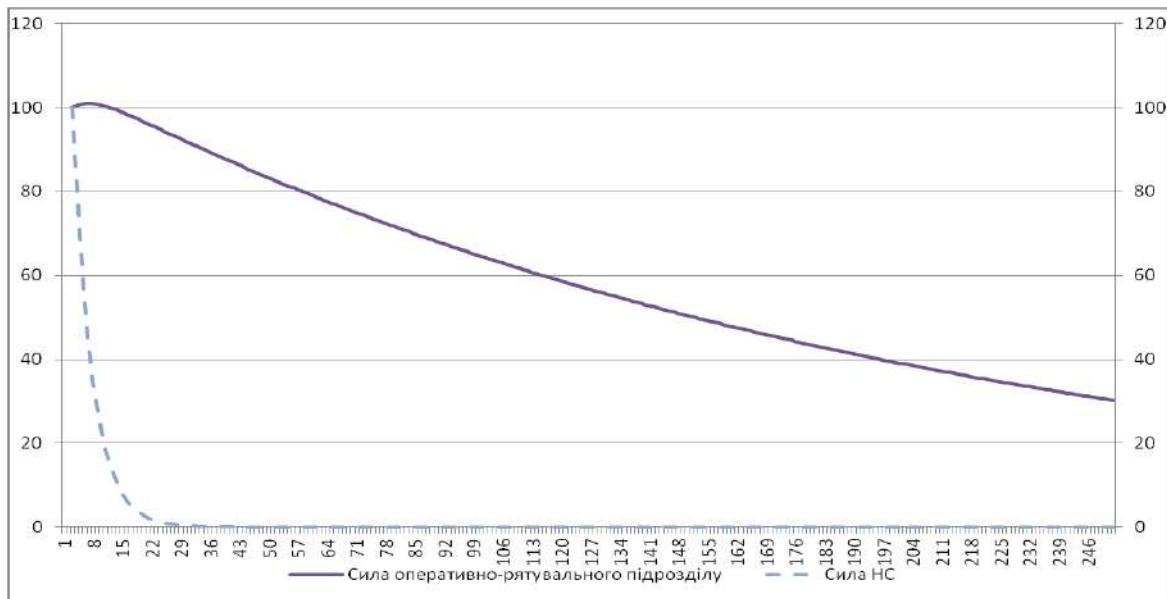


Рисунок 4.54 – Графік при  $\beta = 0,002$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$

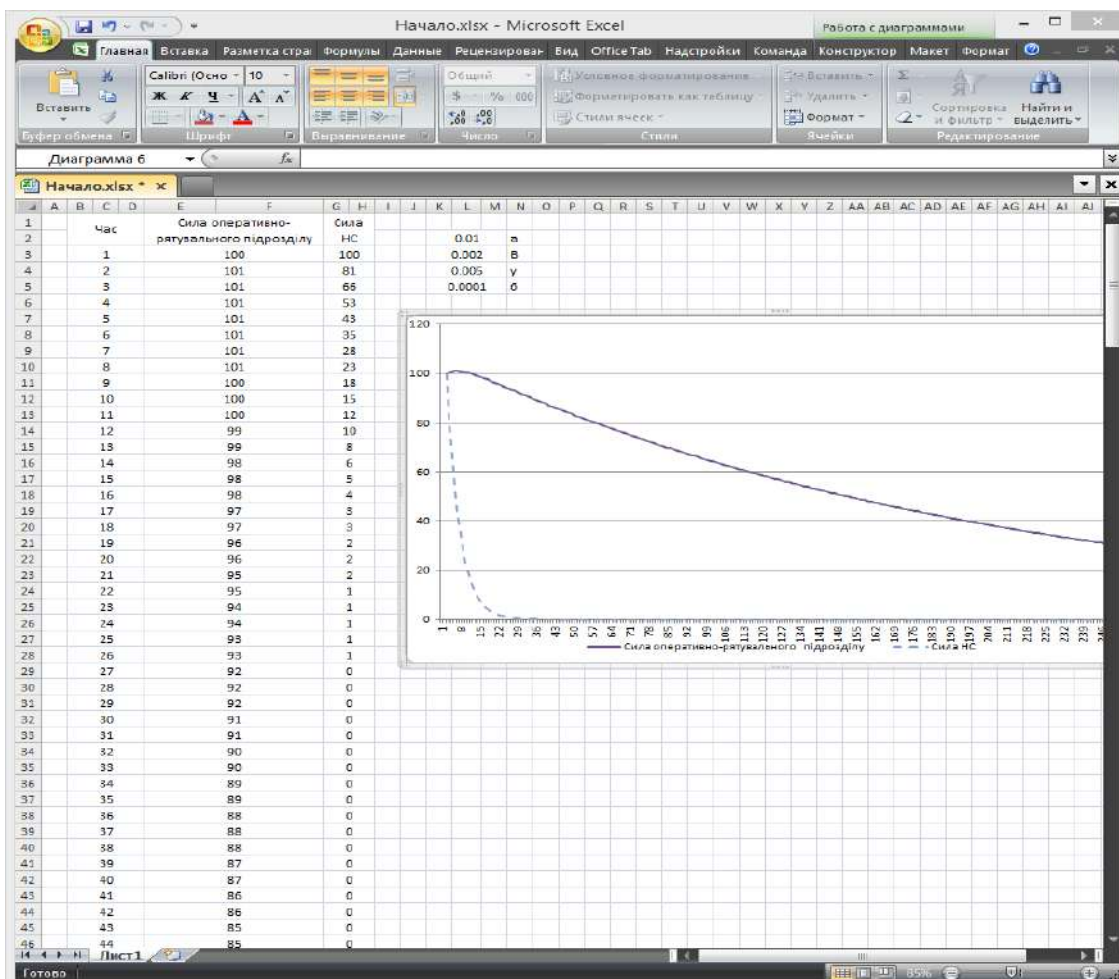


Рисунок 4.55 – Визначення значення часу для графіку при  $\beta = 0,002$

Проаналізувавши базовий графік і графік при  $\beta = 0,002$ , робимо висновок, що ефективність роботи оперативно-рятувального підрозділу істотно впливає на час ліквідації надзвичайної ситуації. Збільшення ефективності роботи оперативно-рятувального підрозділу вдвічі пришвидшує ліквідацію надзвичайної ситуації майже на 55%.

Для порівняння побудуємо графік при  $\beta = 0,0005$  (рис. 4.56 та рис. 4.57).

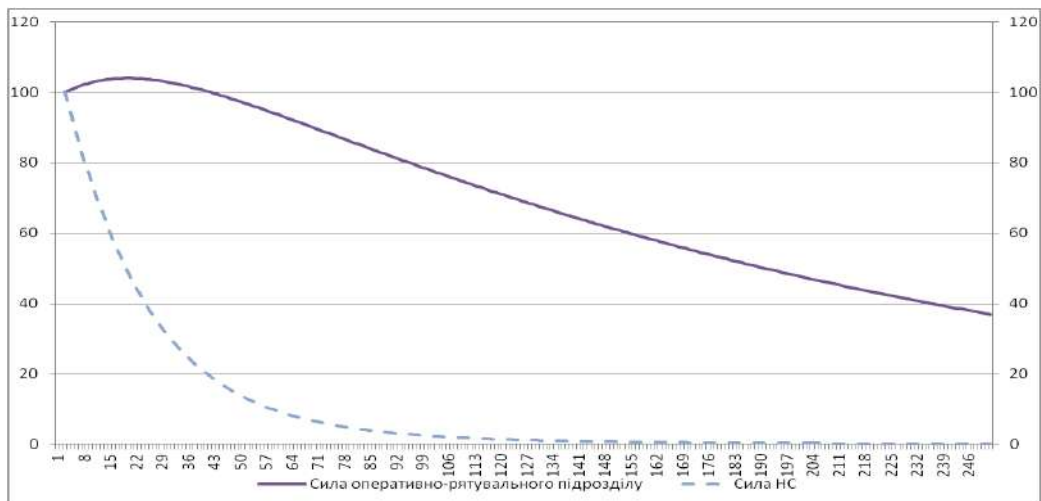


Рисунок 4.56 – Графік при  $\beta = 0,0005$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $\gamma = 0,005$ ,  $\delta = 0,0001$

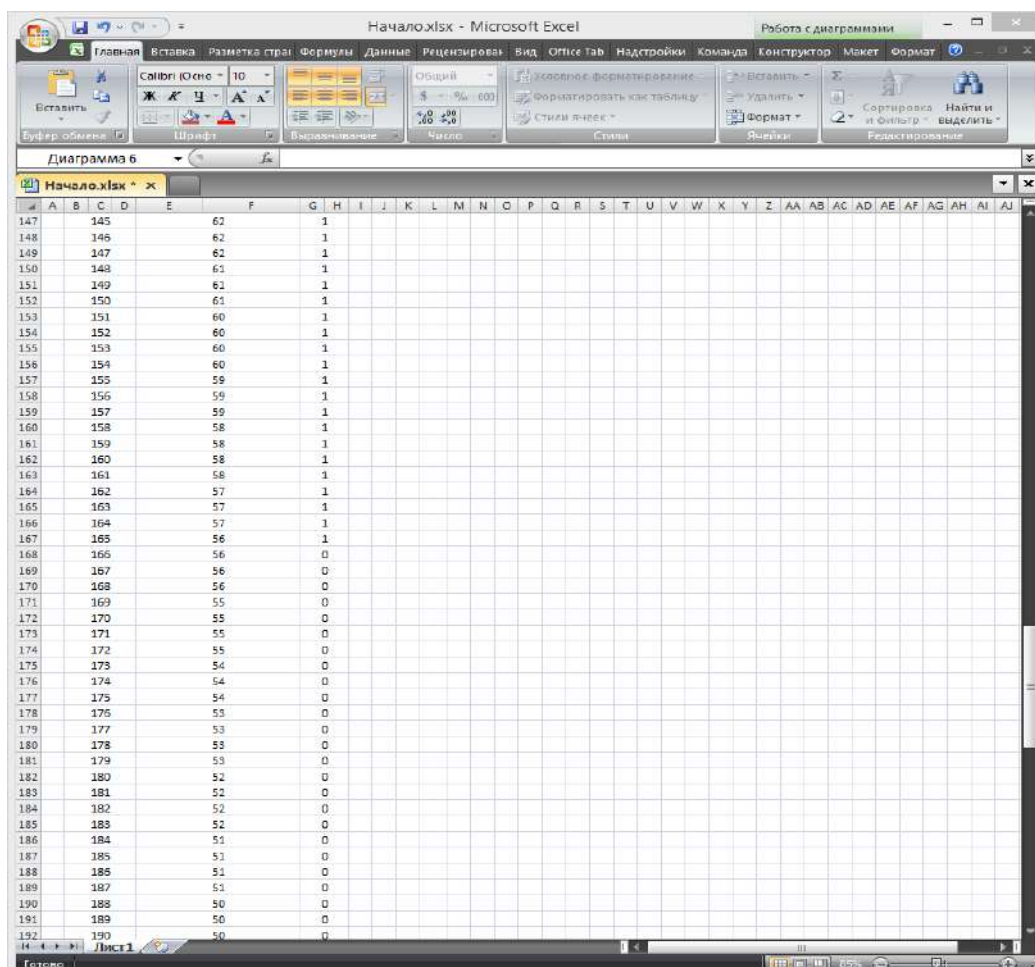


Рисунок 4.57 – Визначення значення часу для графіка при  $\beta = 0,0005$

Згідно з графіком, наведеним на рис. 4.56, ліквідація надзвичайної ситуації завершилась на 165-му пункті часу, тобто відбувалася на 170% повільніше, ніж на базовому графіку. Графіки, відображені на рис. 4.54 та рис. 4.56, подають загальну характеристику ефективності ліквідації надзвичайної ситуації.

Таким чином, зміна коефіцієнтів допомагає нам визначити найбільш оптимальний варіант розвитку подій.

Аналіз результатів дослідження моделі дуальної системи «оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації» показує наступне:

1. Зміни числових значень параметрів рівняння дозволяють моделювати різноманітні ситуації на пожежах та надзвичайних ситуаціях, враховуючи, що кожна подія має свою особливість. За допомогою цих моделей можна побудувати відносно точну статистику ефективності ліквідації надзвичайних ситуацій та їх наслідків.

2. Використовуючи різні умови взаємодії оперативно-рятувального підрозділу і надзвичайної ситуації, задані коефіцієнтами диференціальних рівнянь, можна побудувати графіки рівняння системи «транскордонні оперативно-рятувальні підрозділи – надзвичайні ситуації». Вони відображають процеси перебігу надзвичайної ситуації, враховуючи зміни коефіцієнтів системи.

3. Встановлено вплив коефіцієнтів диференціальних рівнянь дуальної системи на її поведінку. Зокрема, показано належний вплив сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів, у тому числі проектно-орієнтованого управління, на результативність їх реагування на надзвичайні ситуації (пожежі).

Проведені дослідження засвідчують нелінійність впливу коефіцієнтів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  на перебіг процесів у дуальній системі і є підставою встановити правдоподібний робочий діапазон їх зміни при побудові гіперповерхні як образної геометричної моделі процесів взаємодії елементів цієї системи.

#### **4.6. Моделювання часових компонент у проектах створення дуальних систем пожежогасіння**

Підвищення активності транскордонного співробітництва супроводжується зростанням ризиків виникнення надзвичайних ситуацій. Особливо це стосується пожеж як природного, так і техногенного походження. Водночас, зростання та ускладнення



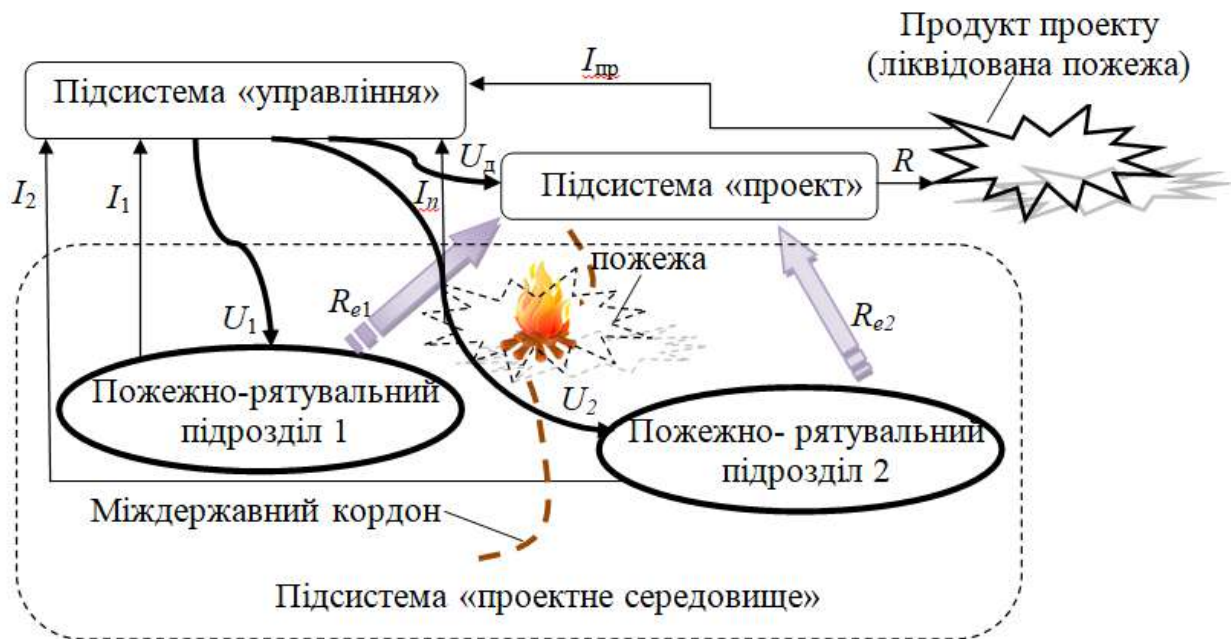
потенційних загроз виникнення надзвичайних ситуацій на кордонах потребує розв'язання проблеми забезпечення безпеки життєдіяльності по обидва боки кордону. Це відбувається завдяки взаємодії мобільних транскордонних пожежно-рятувальних підрозділів двох країн.

Зважаючи на значну кількість людей на кордоні, що мігрують в обмеженому просторі, головним збурюючим фактором виступає пожежна небезпека. Безперечно, кожна із двох сусідніх держав намагається самотужки розв'язувати задачі, пов'язані як із профілактикою, так із локалізацією та ліквідацією пожеж на своїй прикордонній території. Прикордонні території та їх об'єкти знаходяться під наглядом пожежно-рятувальних підрозділів, які охороняють прилеглі населені пункти та технічні об'єкти. Завдання, що покладені на пожежно-рятувальні підрозділи, в основному стосуються забезпечення належного рівня цивільного захисту населення як на прикордонних територіях, так і в прилеглих населених пунктах. Вони розв'язуються із врахуванням наявних сил і засобів, а також із урахуванням рівня пожежної захищеності як населених пунктів, так і прикордонних об'єктів. Особливості генеральних планів транскордонних територій із розташованими на них об'єктами та спорудами значно впливають на прийоми і методи роботи місцевого пожежно-рятувального підрозділу. За виникнення великомасштабних пожеж ліквідація їх ускладнюється, а то й неможлива через брак сил і засобів пожежно-рятувального підрозділу окремої країни.

Укомплектованість пожежно-рятувальних підрозділів силами і засобами здійснюється із урахуванням чинних вимог законодавства України. Це забезпечує належний рівень цивільного захисту на прикордонних територіях і прилеглих до них населених пунктах. Водночас, наявність на прикордонних територіях об'єктів особливого призначення та транспортування через кордон небезпечного обладнання і речовин є основними чинниками зниження рівня безпеки життєдіяльності на прикордонних територіях. Також вони зумовлюють переорієнтування пасажирських і товарних перевезень через інші, більш безпечні кордонні переходи. Вирішення цієї проблеми можливе за реалізації проектів створення тимчасових міждержавних пожежних формувань. При цьому зона дії цих формувань простягається по обидва боки кордону.

Для забезпечення ліквідації окремих пожеж на транскордонних територіях створюються тимчасові дуальні системи транскордонного пожежогасіння завдяки реалізації

відповідних проектів. Зазначені проекти мають ознаки неповторності, обмеженості у ресурсах та часі. Їх масштаби та життєвий цикл зумовлюються видом та масштабами пожеж на транскордонних територіях. Структурну модель та особливості ресурсного забезпечення проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння подано на рис. 4.58.



**Рисунок 4.58** – Структура проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння:  $R_{e1}$ ,  $R_{e2}$  – відповідно ресурси пожежно-рятувальних підрозділів однієї та другої держави;  $I_1$ ,  $I_2$  – відповідно інформація про стан пожежно-рятувальних підрозділів однієї та другої держави;  $I_n$ ,  $I_{пр}$  – відповідно інформація про виниклу транскордонну пожежу та результати реалізації проекту;  $U_1$ ,  $U_2$  – відповідно управлінські рішення про залучення пожежно-рятувальних підрозділів однієї та другої держави;  $U_d$  – управлінські рішення щодо дій у проекті;  $R$  – результативність проекту

Для того щоб забезпечити ліквідацію транскордонної пожежі, слід реалізувати проект створення дуальної системи транскордонного пожежогасіння, який розглядаються як організаційно-технічна система. Такі проекти належать до гібридних проектів, тобто проектів, які виникають під час функціонування транскордонних пожежно-рятувальних підрозділів [5]. Вони складаються із трьох взаємопов'язаних підсистем – «управління проектом», «проект» та «проектне середовище». Між ними існують інформаційні та матеріальні взаємозв'язки. Зокрема, інформація ( $I_n$ ) про виниклу на кордоні пожежу поступає у

підсистему «управління проектом». Після цього проектні менеджери аналізують інформацію про ( $I_1$ ,  $I_2$ ) стан пожежно-рятувальних підрозділів однієї та другої держави та на її підставі приймають управлінські рішення щодо ініціації проекту та залучення ресурсів ( $R_{e1}$ ,  $R_{e2}$ ) цих двох підрозділів для реалізації проекту. Окрім того, у підсистемі «управління проектом» обґрунтовуються управлінські рішення ( $U_d$ ) щодо дій у проекті, а також управлінські рішення ( $U_1$ ,  $U_2$ ) щодо залучення пожежно-рятувальних підрозділів однієї та другої держави.

Враховуючи укомплектованість пожежно-рятувальних підрозділів, що є достатньою для вирішення поточних завдань захисту прикордонних територій та їх об'єктів і прилеглих населених пунктів, виникає потреба у реалізації проектів ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях із врахуванням додаткових ризиків проектного середовища. Часову складову проектів ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях можна обґрунтувати з використанням моделей, які враховують мінливі складові проектного середовища. Вони лежать в основі визначення особливостей функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів.

Результати аналізу реалізації проектів у сфері цивільного захисту свідчать про те, що дослідження у напрямі розроблення результативного інструментарію для управління проектами створення і функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів відсутні. Проблема їх локалізації та ліквідації, зокрема на прикордонних територіях, все ж таки вирішується. Проводяться навчання для вдосконалення взаємодії представників пожежно-рятувальних формувань сусідніх держав. При цьому в законодавчих документах передбачені розділи щодо міжнародної співпраці в галузі безпеки життєдіяльності. Використовуються методи та моделі проектно-орієнтованого управління в галузі пожежного захисту населених пунктів і лісових масивів, покладені в основу прийняття якісних управлінських рішень у проектах створення пожежно-рятувальних формувань та їх функціонування. Деякі моделі означеного напрямку вирішують науково-прикладну задачу підвищення якості управління процесами розвитку систем пожежогасіння на регіональному рівні завдяки розробленню системно-ціннісних засад, інформаційних моделей, методів і засобів, що формують новий інструментарій управління проектами регіонального розвитку. Зустрічаються й наукові

дослідження, де вирішуються комплексні проблеми розроблення моделей управління проектами розвитку регіональних систем безпеки життєдіяльності, від визначення оптимальних місць дислокації рятувальних формувань до їх структури та особливостей комплектування. Результати моделювання свідчать про доцільність подальшого розвитку системи цивільного захисту в державі. Однак, це обґрунтовано на засадах використання постулату щодо відсутності потреби залучення додаткових сил і засобів для ліквідації пожеж. Розроблення моделей щодо обґрунтування особливостей формування часової компоненти у проектах ліквідації пожеж на транскордонних територіях із залученням додаткових сил і засобів можливе на підставі проведення відповідних досліджень. Зокрема, для цього слід розробити інструментарій, зокрема, геометричний, який базуватиметься на моделюванні дій щодо взаємодії пожежно-рятувальних формувань із залученням достатньої кількості додаткових сил і засобів.

Аналіз моделей щодо обґрунтування конфігурації систем пожежогасіння, в контексті кадрового забезпечення рятувальних формувань для ефективного функціонування системи свідчить про те, що існуючі методи та моделі обґрунтування конфігурації систем пожежогасіння, у тому числі і в прикордонних районах, характеризуються багатьма недоліками. Зокрема, ними не враховуються особливості мінливого проектного середовища, яке є специфічним для кожної адміністративно-територіальної одиниці. Це питання також широко окреслено при дослідженні з використанням моделей проблем належної організації евакуації населення у разі виникнення надзвичайних ситуацій та стихійних лих. Вони переважно стосуються міських систем пожежогасіння, що адекватно не відображає умов протипожежного захисту сільських або прикордонних територій.

Однак, що стосується обґрунтування часової компоненти у проектній реалізації дуальних систем пожежогасіння на засадах аналізу особливостей функціонування дуальних систем, відсутня інформація щодо розроблення відповідних моделей.

Водночас в процесі реалізації цих проектів не враховано особливості можливого залучення певної кількості додаткових сил і засобів майбутнього транскордонного пожежно-рятувального підрозділу. Також не здійснювалося оцінення ймовірного перебігу ліквідації надзвичайної ситуації (пожежі) різної масштабності. Отже, відсутність практичного досвіду щодо організації та проведення

заходів із цивільного захисту міжнародного масштабу для реалізації проектів ліквідації надзвичайних ситуацій на прикордонних територіях слід розробляти інструментарій управління ними. При цьому виникає задача прогнозування часових характеристик реалізації проектів створення і функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів із урахуванням впливу рівня їх забезпечення силами і засобами. Її вирішення можливе на підставі моделювання зазначених проектів із врахуванням ризику проектного середовища та існуючих здобутків щодо проектно-орієнтованого управління ними.

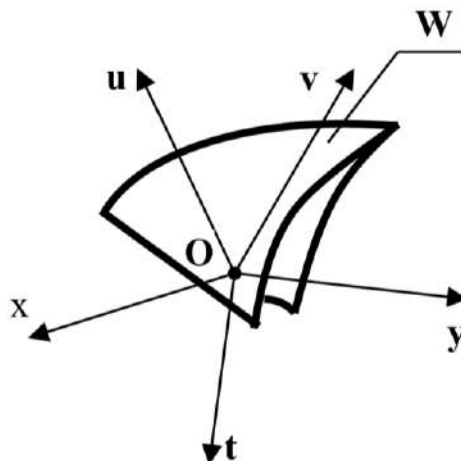
Приведені міркування свідчать про важливість обґрунтування часової компоненти у проектній реалізації дуальних систем пожежогасіння на засадах аналізу особливостей їх функціонування із використанням розроблених моделей. Для досягнення поставленої мети потрібно розв'язати дуальну задачу:

- запропонувати науково-методичні засади і розробити модель аналізу часової компоненти у проектній реалізації дуальних систем пожежогасіння;
- обґрунтувати часові компоненти у проектах створення дуальних систем пожежогасіння.

Результативність проектів функціонування пожежно-рятувальних підрозділів визначається і вимірюється часовою компонентою, яка стосується тривалості ліквідації пожеж. Час ліквідації пожежі формують дві його складові: час вільного горіння від моменту загоряння до початку ліквідації пожежно-рятувальним підрозділом, а також час ліквідації пожежі. В цілому перша його складова має об'єктивний характер і у більшій мірі визначається інформаційною та організаційною складовою підготовки (готовності) до ліквідації надзвичайних ситуацій. Час інформування про пожежу, час підготовки пожежно-рятувального підрозділу і час перебування в дорозі обґрунтовані нормативними документами, що скеровують на їх зменшення.

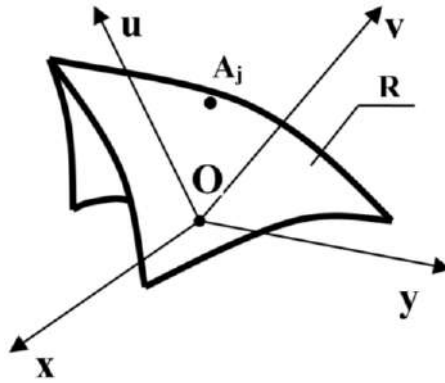
Друга складова в повній мірі визначається готовністю пожежно-рятувального підрозділу до гасіння пожежі, тобто достатністю сил і засобів з урахуванням масштабності пожежі. Під час виникнення пожежі на прикордонній території у об'єктах особливого призначення часто має місце брак сил і засобів у пожежно-рятувального підрозділу: процес гасіння пожежі може бути завершений із залученням додаткових сил і засобів у сусідньої держави. Для їх залучення має місце затримка  $\Delta t$  часу ліквідації

пожежі. Додаткові засоби можуть бути надані відповідно до проектної реалізації відразу і у повному обсязі, або ж поступово, за певним законом, у визначеному ситуацією порядку. Тільки від часу спільної взаємодії пожежно-рятувальних підрозділів сусідніх держав виникає організаційно транскордонний оперативно-рятувальний підрозділ. Очевидно, що результативність  $u$  та  $v$  кожного підрозділу являє складову результативності  $R$  ліквідації пожежі транскордонним оперативно-рятувальним підрозділом. Проведений аналіз вказує на наявність п'яти параметрів транскордонного оперативно-рятувального підрозділу, які визначають результат його діяльності: час  $t$  ліквідації пожежі, сили і засоби пожежно-рятувальних підрозділів одної  $x$  та другої  $y$  держави. Відповідно, складові  $u$  та  $v$  описують результативність  $R$  його діяльності. Взагалі такі параметри пов'язані графічною залежністю, многовидом  $w$  п'ятивимірного простору стану досліджуваної дуальної системи пожежогасіння (рис. 4.59).



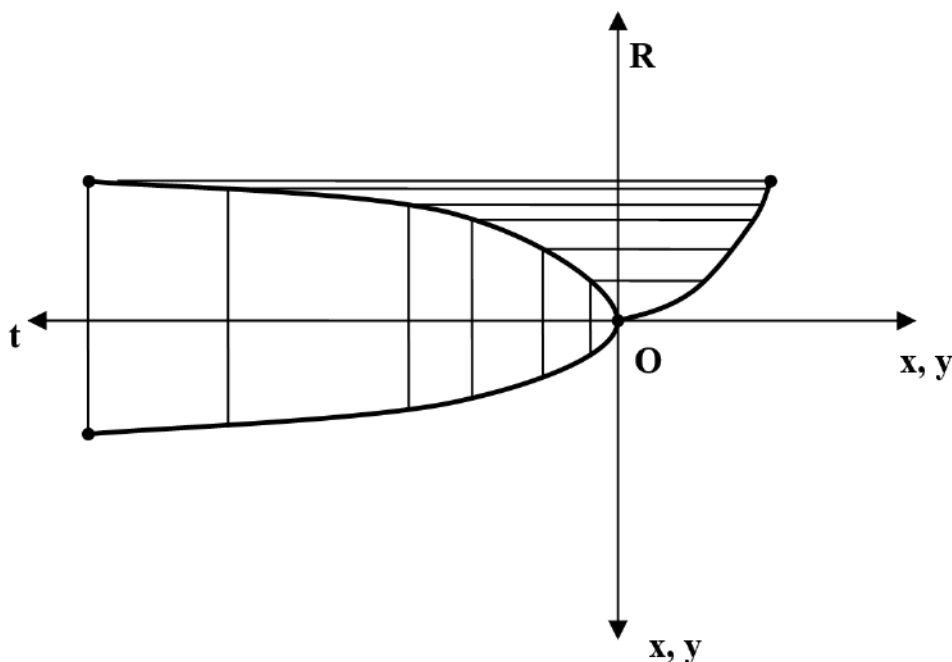
**Рисунок 4.59** – Графічна інтерпретація залежності параметрів дуальної системи

Зменшити вимірність простору можна проєкціюванням многовиду  $w$  у підпростір  $Oxuyv$  в напрямі, паралельному осі  $Ot$ . Отримуємо фазовий простір  $Oxuyv$  системи, кожна точка  $A_j$  багатовиду  $R$  якого визначена одразу для п'яти досліджуваних параметрів (рис. 4.60).



**Рисунок 4.60** – Фазовий простір параметрів дуальної системи

Чотиривимірність фазового простору параметрів дуальної системи дозволяє використати для досліджень геометрію двовимірного комплексного простору з урахуванням характеристик цієї системи. Тоді взаємозв'язки  $x$  та  $y$  сил і засобів подамо комплексним числом  $z = x + iy$  розширеної комплексної площини, де  $i^2 = -1$  – уява одиниця. Часові залежності результативності  $R$  та числа  $x$  чи  $y$  пожежно-рятувального підрозділу дають можливість побудувати і встановити взаємозв'язки результативності дуальної системи від числа сил і засобів (рис. 4.61). Залежність результативності  $R$  від числа сил і засобів є геометричним місцем точок площини параметрів, кожна з яких визначає числове значення результативності при відповідному рівні забезпечення підрозділів числом  $x$  чи  $y$  сил і засобів.



**Рисунок 4.61** – Взаємозв'язки параметрів діяльності пожежно-рятувальних підрозділів

Запишемо залежності результативності  $R$  діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу від числа сил і засобів  $Z = x + iy$ , а також апроксимуємо їх параболою вищих порядків, з урахуванням масштабності пожеж на підставі аналізу (рис. 4.60):

пожежі малої масштабності  $M_n$

$$R = u + iv = Z = x + iy; \quad (4.12)$$

– пожежі середньої масштабності  $C_n$

$$R = u + iv = (Z)^2 = (x + iy)^2; \quad (4.13)$$

– пожежі великої масштабності  $B_n$

$$R = u + iv = (Z)^3 = (x + iy)^3. \quad (4.14)$$

Зауважимо, що час  $t$  наростання пожежі до усталеного рівня різний і залежить від їх масштабності  $M$  (рис. 4.62).

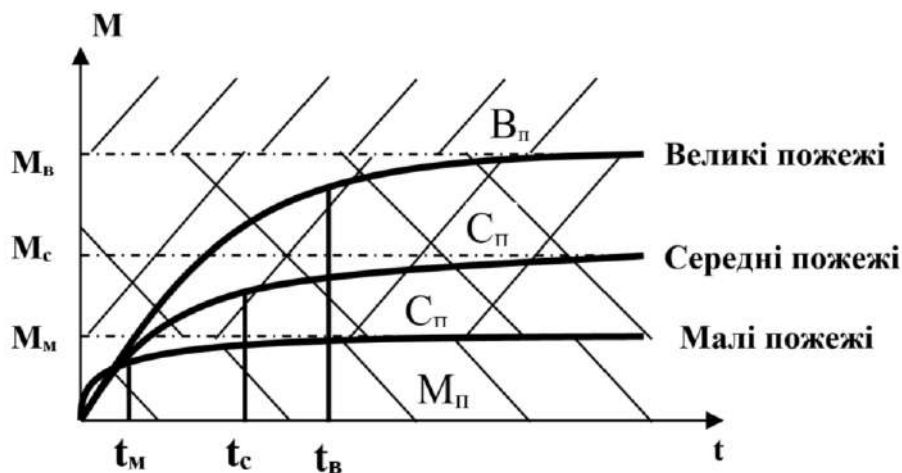


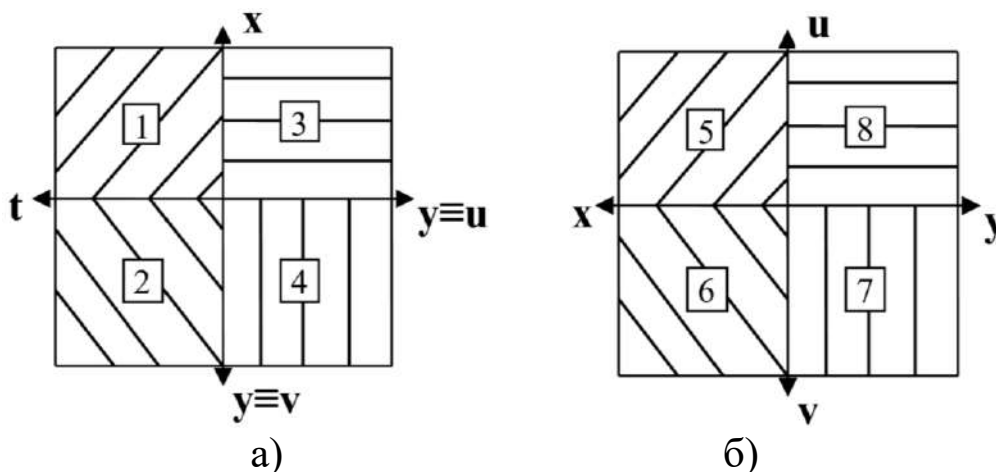
Рисунок 4.62 – Характер процесів розвитку пожеж

Залежно від значень параметрів масштабності  $M$  та часу  $t$  розвитку пожеж характер процесів їх розвитку умовно можна поділити на три зони: малі  $M_n$ , середні  $C_n$  та великі  $B_n$ . Врахування зазначених трьох зон є передумовою адекватного відображення моделлю перебігу процесів взаємодії дуальної системи «транскордонний оперативно-рятувальний підрозділ – пожежа».

Формуємо графічну модель результативності діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу на підставі будови фазового простору параметрів дуальної системи (рис. 4.63). Графічна модель містить взаємозв'язки основних параметрів



діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу з урахуванням часової компоненти у зонах 1, 2, 3, 4, що показано на рис. 4.63, а. Засоби геометричного моделювання надають ширші можливості щодо дослідження взаємозв'язків параметрів (рис. 4.63, б) у зонах 5, 6, 7, 8.



**Рисунок 4.63** – Графічна модель параметрів дуальної системи

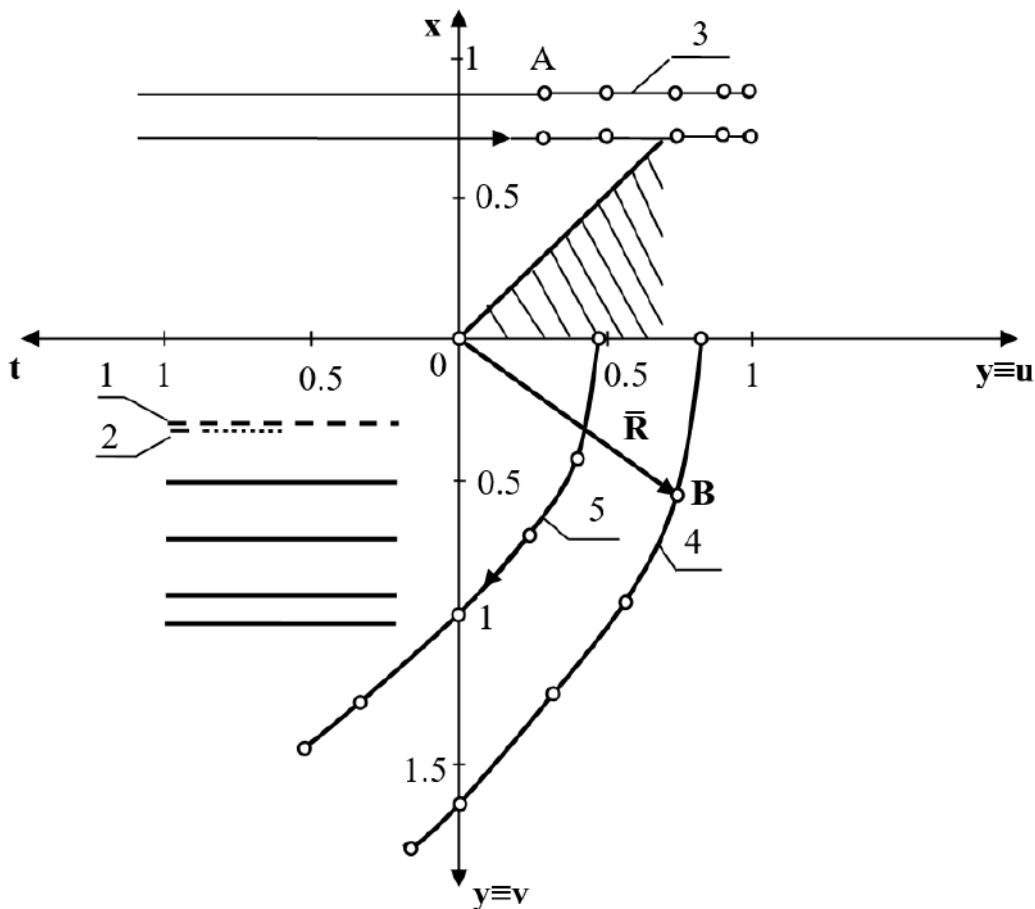
Зокрема, у площинах 1, 2 формуються часові залежності дії сил і засобів пожежно-рятувальних підрозділів одної  $x$  та другої  $y$  держави. Площина 3 подає фазові траєкторії взаємозалежностей  $x$ ,  $y$  дії сил і засобів одночасно обох пожежно-рятувальних підрозділів. Геометричні образи площини 3 є підставою для формування взаємної залежності складових  $u$ ,  $v$  у площині 4 комплексних змінних  $Ouv$ . Геометричний інструментарій багатовимірного простору дає можливість формувати додаткові залежності у площинах 7, 8 за попередньо побудованими залежностями у площинах 5, 6.

Під результативністю проектів створення пожежно-рятувального підрозділу розуміємо здатність його продукту (дуальної системи) виконувати у повному обсязі бойові завдання із ліквідації надзвичайних ситуацій за використання мінімального обсягу ресурсів. Результативність  $R$  проектів створення пожежно-рятувального підрозділу визначається числом сил і засобів. При цьому значення  $x$ ,  $y$  приймаємо рівними одиниці. Відповідно до залежностей (4.12-4.14) значення результативності для одного пожежно-рятувального підрозділу при нормативному числі сил і засобів у заданому проектному середовищі також рівні одиниці. Під час виконання досліджень приймається робочий діапазон зміни параметрів  $x$ ,  $y$  щодо числа сил і засобів, а також результативності  $R$ , як невід'ємних величин, що знаходяться в межах  $0 \dots 1$ .

Розглянемо вплив часової компоненти  $\Delta t$  запізнення прибуття додаткових сил і засобів другого пожежно-рятувального підрозділу на процес гасіння пожежі середньої масштабності та результативність  $R$  діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу. Приймаємо, наприклад, забезпечення першого оперативно-рятувального підрозділу силами і засобами  $x = 0,9$  від нормативного, а другого – в обсязі  $0,3$  від потрібної кількості (рис. 4.63). Часи затримки другого складають відповідно  $t_1 = 0,2$  і  $t_2 = 0,6$  для двох випадків ліквідації пожеж середньої масштабності (лінії 1, 2).

За умови відсутності затримки сил і засобів першого оперативно-рятувального підрозділу часові компоненти запізнення прибуття додаткових сил і засобів для обох випадків складають відповідно  $\Delta t_1 = 0,2$  і  $\Delta t_2 = 0,6$ .

Маємо (рис. 4.64) те, що залежність двох параметрів  $x, y$  сил і засобів, що належать до складових транскордонного оперативно-рятувального підрозділу, подається одною точкою  $A$  для обох значень часу  $t_1$  і  $t_2$ .



**Рисунок 4.64** – Графічні залежності параметрів діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу

Результативність  $R$  діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу можна записати:

$$R = u + iv = x^2 - y^2 + 2ixy = 0,9^2 - 0,3^2 + 2i \cdot 0,9 \cdot 0,3 = 0,72 + 0,54i.$$

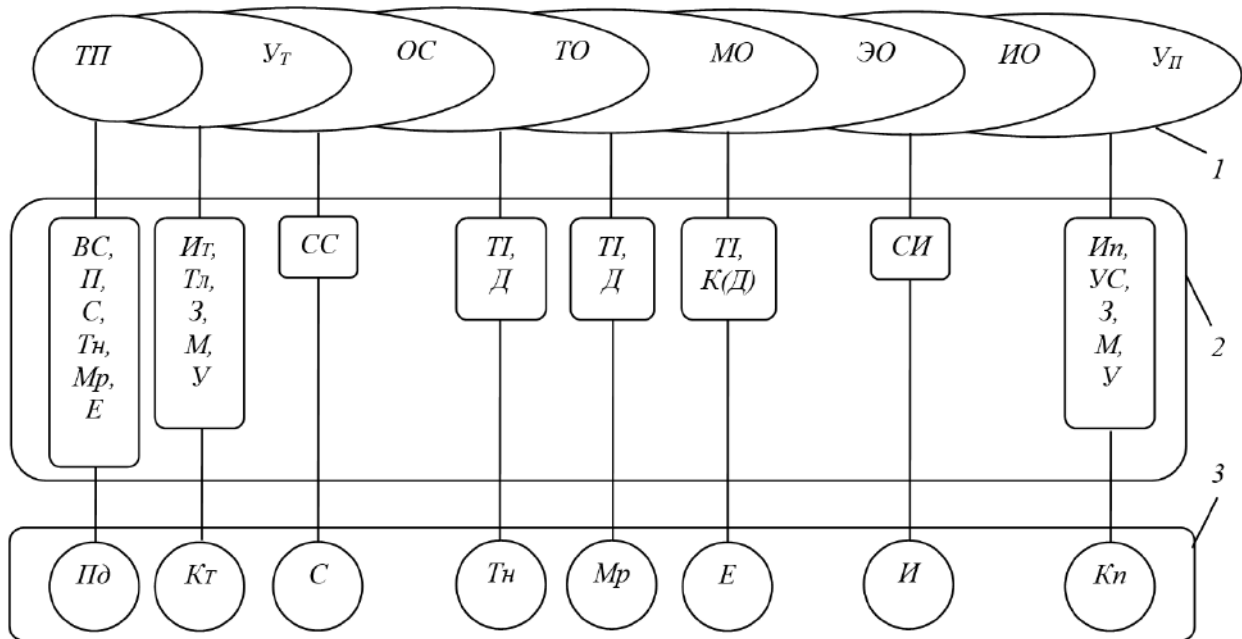
Вище зазначене подається точкою  $B$  площини  $Ouv$ . При цьому найбільше значення визначається за виразом:

$$|R| = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2} = \sqrt{x^4 + y^4 - 2x^2y^2 + 4x^2y^2} = \sqrt{(x^2 + y^2)^2} = x^2 + y^2.$$

Отже, найбільше значення результативності  $R$  діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу не залежить від часової затримки прибуття додаткових сил і засобів.

Відсутній вплив часу прибуття додаткових сил і засобів на результативність  $R$  транскордонного оперативно-рятувального підрозділу можна пояснити тим, що його діяльність розпочинається з моменту часу  $t_1$  чи  $t_2$  завдяки об'єднанню обох його складових.

Отже, дуже важливо, щоб час  $\Delta t$  і постійна часу  $t_c$  горіння для пожежі середньої масштабності були хоча б співвимірними. Це можна досягнути за рахунок удосконалення взаємозв'язків окремими етапами реалізації відповідних проектів. Важливими елементами зменшення  $\Delta t$  є реалізація організаційних та технічних заходів. З-поміж них слід виокремити задачу узгодження конфігурації створюваних транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів різних держав. Перший оперативно-рятувальний підрозділ укомплектований таким обсягом сил і засобів, що забезпечують ліквідацію пожеж на обслуговуваній ним прикордонній території. Можлива відсутність потрібних сил і засобів для ліквідації пожеж на окремих об'єктах та транспортних вантажів, що переміщуються через кордон, вимагає реалізації організаційних заходів на міжнародному рівні. При цьому слід узгоджувати наявні сили і засоби, що залучаються до реалізації проектів ліквідації пожеж. Стосовно проектного середовища, то слід прогнозувати інформаційну складову та транспортну інфраструктуру, зокрема, стану транскордонних шляхів, а також враховувати технічну оснащеність засобами пожежогасіння окремих об'єктів і вантажів, що переміщуються через кордон (рис. 4.65).



**Рисунок 4.65** – Орієнтовна структура проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння

Відповідно до рисунку 4.64 функціонування дуальних систем пожежогасіння (1), основні функціональні складові (2), що забезпечують відповідні процеси, і їх результатів (3):  $TP, Y_r, OC$  – відповідно технологічні процеси, процеси управління ними, процеси забезпечення виконавцями (пожежними-рятувальниками);  $TO, MO, EO, IO, Y_n$  – відповідно процеси забезпечення технікою, матеріальними, енергетичними, фінансовими і інформаційними ресурсами, а також процеси управління відповідним проектом (проектами);  $BC, П, С, Т_n$  – відповідно проектне середовище, продукти проекту, виконавці (пожежні-рятувальники) і технічні засоби;  $М_p, Е, I$  – відповідно матеріальні, енергетичні та інформаційні ресурси;  $К_m, К_n$  – команди по виконанню технологічних процесів і проекту (проектів);  $IT, I_n$  – відповідно інформація про хід технологічних процесів і виконання проекту (проектів);  $T_p, УС, З, М, У$  – відповідно технології, стандарти з управління проектами, управлінські завдання, методи їх вирішення та управлінці;  $СС, СИ, T_i$  – відповідно системи забезпечення виконавцями та інформацією, а також транспортна інфраструктура;  $Д, К$  – дороги і комунікації.

Розглянемо характер зміни результативності  $R$  проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння при зміні числа додаткових сил і засобів у межах  $0 \dots 1$  для  $x = 0,9$ . Залежність  $x = f(y)$  подається множиною точок, належною прямої 3 комплексної площини  $Oxy$ . Їй відповідає характер зміни результативності  $R$  кривою 4 у комплексній площині  $Ouv$ .

Збільшення кількості додаткових сил і засобів  $y$ , наприклад,  $y = 0,5$ ,  $y = 0,7$ ,  $y = 0,9$ ,  $y = 1$  (див. рис. 4.64), при постійному значенні  $x$ , зокрема  $x = 0,9$ , є причиною зменшення результативності  $u$  і збільшення результативності  $v$ . Підкреслимо, що при рівних значеннях  $x = y = 0,9$ , складова  $u = 0$ , а водночас складова  $v = 0$  при значенні  $y = 0$ . При значеннях  $x < y$  складова  $u < 0$ , а складова  $v$  зростає.

Зменшення числа  $x$  сил і засобів, які залучаються для реалізації проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння, наприклад,  $x = 0,7$  при  $y = 0,3, 0,5, 0,7, 0,9, 1$ , не впливає на характер зміни результативності (крива 5). Проте обидві складові результативності зменшуються, а перехід  $u$  у від'ємну область має місце при відповідних менших значеннях ( $x = 0,7$ ). Для забезпечення додатних значень  $u$  необхідно витримувати співвідношення  $x > y$ : для кожного значення  $x$  відповідні значення  $y$  обмежені прямою  $y = x$  (заштрихована область площини  $Oxy$ ). Зменшення  $x$ , числа сил і засобів пожежно-рятувального підрозділу, є підставою стверджувати про зменшення результативності  $R$  транскордонного оперативно-рятувального підрозділу при будь-яких значеннях  $y$ : модуль вектора  $|\bar{R}|$  зменшується, а перехід його у від'ємну область відбувається при менших значеннях  $x$ . При зростанні числа додаткових сил і засобів  $y$  і сталому  $x$ , наприклад,  $x = 0,7$ , вектор  $\bar{R}$  рухається за годинниковою стрілкою від найбільшого значення  $u$  до найбільшого значення  $v$  (див. стрілки на рис. 4.64).

Проведений числовий аналіз із використанням геометричної моделі дає підстави обґрунтувати наступні засади впливу проектного управління силами і засобами  $x$ ,  $y$  обох пожежно-рятувальних підрозділів на результативність  $R$  транскордонного оперативно-рятувального підрозділу:

$$R = u + iv = Z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi = (x - y)(x + y) + 2xyi.$$

Залучення додаткових сил і засобів  $y$  має двоякий вплив на результативність  $u = (x - y)(x + y)$  оперативного пожежного підрозділу: їх залучення як погіршує  $(x - y)$ , так і покращує  $(x + y)$  значення  $u$ : найбільшого значення  $u$  набуває при  $y = 0$ ,  $u = x^2$ , а найменшого при  $x = y$ :

$$u = (x - x)(x + x) = 2x \cdot 0 = 0.$$

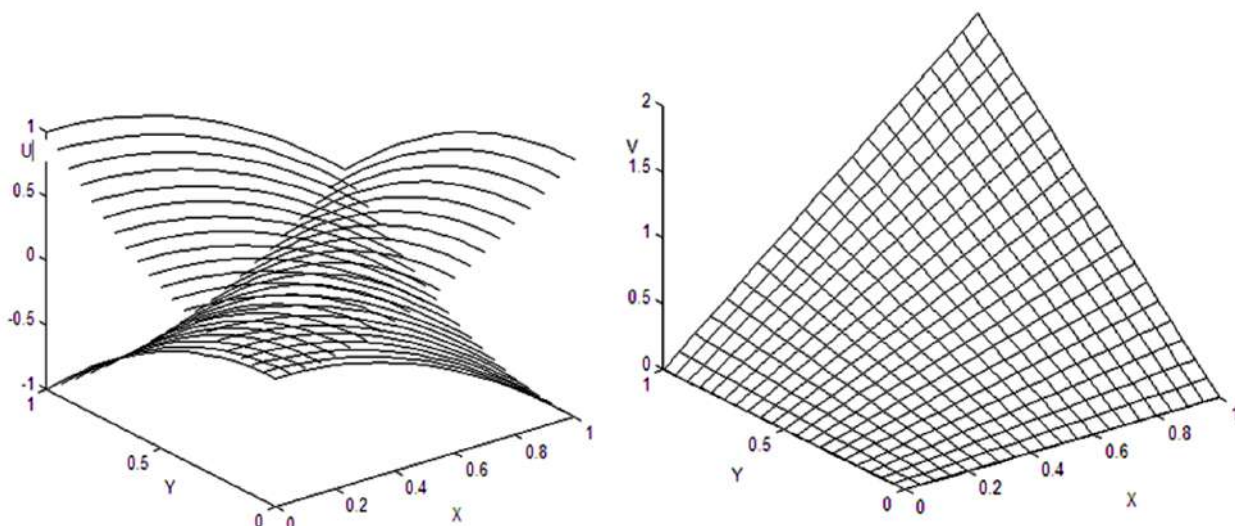
У свою чергу, результативність  $v = 2xy$  залучених додаткових сил і засобів  $y$  має зворотну властивість: максимального значення набуває при  $x = y$ ,  $v = 2xy = 2y^2$ , а мінімального – при  $x = 0$ .

Одержані результати свідчать про те, що результативність проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння значною мірою залежить від належної підготовки пожежно-рятувального підрозділу, наявності відповідних нормативних документів щодо формування сил і засобів, а також можливості залучення додаткових сил і засобів. Отже, належний рівень результативності можна одержати при відсутності одного з підрозділів:  $u = x^2$  або  $v = y^2$ , а другий варіант, очевидно, економічно не є оправданий, зважаючи також на часову компоненту  $\Delta t$  затримки додаткових сил і засобів. Проведений аналіз показує, що краще залучати додаткові сили і засоби у при максимальних значеннях укомплектованості першого пожежно-рятувального підрозділу силами і засобами  $x$ . Отже, проектно-орієнтоване управління повинно насамперед забезпечити узгодження ресурсів у проектах створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння, що забезпечують їх окремі держави, із прогнозованими характеристиками проектного середовища.

Для зручності прогнозування характеристик проектного середовища насамперед слід провести проектний аналіз ймовірних пожежних ситуацій у прикордонних зонах. Для цього слід виявити невластиві небезпечні об'єкти, вантажі, споруди, які потребують протипожежного захисту пожежно-рятувальними підрозділами, що обслуговують прикордонний район. З огляду на пожежну безпеку слід додатково реалізовувати проекти створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння. При цьому особливу увагу слід приділяти переміщенню через кордон пожежно-небезпечних речовин чи об'єктів. Пожежно-рятувальні підрозділи по шляху їх переміщення через кордон повинні заздалегідь бути сповіщені, а також мати достовірну інформацію. На їх підставі реалізуються зазначені проекти із залученням у разі потреби додаткових сил і засобів. З огляду на небезпечну відсутність впливу затримки часу (рис. 4.64) кращим варіантом слід вважати залучення власних додаткових сил і засобів без перетину кордону, а також узгодженість конфігурацій проекту із двома їх складовими (пожежно-рятувальними підрозділами двох держав).

Максимального значення  $|R|=2$ , результативність проекту створення дуальної системи транскордонного пожежогасіння набуває при нормативних значеннях  $x = y = 1$ . Одночасно має місце для функції результативності відсутність екстремуму як у тривимірних її проекціях  $u = f(x,y)$  (рис. 4.66, а),  $v = f(x,y)$  (рис. 4.66, б), так і в чотиривимірному просторі. Це у свою чергу, свідчить про відсутність можливості знайти оптимальні значення сил і засобів  $x$

та у в робочому діапазоні  $[0...1]$  зміни цих параметрів, або ж у межах нормативного їх забезпечення.



**Рисунок 4.66** – Проекції результативності  $R$  проекту створення дуальної системи транскордонного пожежогасіння

Аналізуючи взаємозв'язки складовими результативності проектів створення дуальної системи транскордонного пожежогасіння, бачимо, що конфігурація  $K_{np}$  проекту створення дуальної системи транскордонного пожежогасіння залежить від конфігурацій пожежно-рятувальних підрозділів однієї  $K_1$  та другої  $K_2$  держави:

$$K_{np} = f(K_1, K_2).$$

Водночас, конфігурація  $K_1$  окремого пожежно-рятувального підрозділу окремої держави зумовлюється конфігурацією проектного середовища  $K_{nc}$  та від конфігурації  $K_2$  іншого пожежно-рятувального підрозділу сусідньої держави:

$$K_1 = f(K_2, K_{nc}).$$

Зазначені конфігурації впливають на результативність  $u$  та  $v$  діяльності кожного пожежно-рятувального підрозділу:

$$u(v) = f(K_1, K_2, K_{np}, t, \Delta t),$$

де  $t$  – тривалість ліквідації пожежі.

Водночас, тривалість  $t$  ліквідації пожежі залежить від:

$$t = f(K_1, K_2, K_{np}, \Delta t), \quad (4.15)$$

де  $\Delta t$  – тривалість прибуття додаткових сил і засобів другого пожежно-рятувального підрозділу. Проведений модельний аналіз

підтверджує узгодженість складових конфігурації  $K_{np}$  проекту створення дуальної системи транскордонного пожежогасіння із залученням двох пожежно-рятувальних підрозділів з числом  $x$ ,  $y$  сил і засобів. Звідси витікає, що узгодженість конфігурацій проектів  $K_1$  та  $K_2$  чинить прямий вплив на часові компоненти (4.15) ліквідації пожежі відповідно до кортежу:

$$t^1 = R = f(u, v) = f(u(x, K_1, K_{np}, \Delta t), v(y, K_2, K_{np}, \Delta t)).$$

Виявлені взаємозв'язки (4.15), а також часова залежність є підставою для подальшого розвитку науково-методичних засад управління проектами створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння.

На засадах аналізу існуючої системи протипожежного захисту транскордонних територій із особливими об'єктами та спорудами на них і обґрунтованої доцільності створення транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів в умовах підвищеної пожежної небезпеки з боку транскордонних пожежонебезпечних об'єктів, споруд і вантажів, які переміщують через кордон, виділені три варіанти аналізу результативності діяльності таких транскордонних формувань. Вони покладені в основу розробленої геометричної моделі проектного середовища дуальної системи для обґрунтованого робочого діапазону зміни параметрів обох складових пожежно-рятувального підрозділу. Проведений геометричний аналіз дуальної системи пожежогасіння дав можливість обґрунтувати вплив часової компоненти запізнення додаткових сил і засобів на результативність діяльності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу. За результатами геометричного моделювання встановлена необхідність удосконалення матеріальної, інформаційної і транспортної складової в процесі реалізації проекту створення транскордонного оперативно-рятувального підрозділу.

Моделним аналізом впливу обох складових дуальної системи на результативність гасіння пожеж середньої масштабності обґрунтована важливість узгодження конфігурацій проектів для визначення кількості залучених сил і засобів пожежно-рятувального підрозділу. Доведена потреба зменшення числа додаткових сил і засобів у проектах створення дуальних систем. Встановлено відсутність екстремуму функціональної залежності результативності від кількості залучених сил і засобів двох сусідніх держав дуальної системи пожежогасіння. Встановлена залежність її максимального значення від обґрунтованих параметрів вказує на потребу врахування



характеристик мінливого проектного середовища, а також організаційних складових проектів функціонування транскордонного оперативно-рятувального підрозділу. Встановлено:

1. Розроблена геометрична модель обґрунтування результативності транскордонного оперативно-рятувального підрозділу для планування проектів створення дуальних систем транскордонного пожежогасіння враховує змінні, в межах нормативних значень  $0 \dots 1$ , щодо кількості  $x$  та  $y$  залучених сил і засобів транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів обох держав. Для врахування взаємного впливу на кожен із складових  $u$  та  $v$  результативності діяльності транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів використано проектно-орієнтований підхід та геометричне моделювання їх функціонування із використанням засобів багатовимірної прикладної геометрії.

2. Обґрунтований на підставі геометричного моделювання функціонування транскордонних оперативно-рятувальних підрозділів взаємний вплив п'яти показників їх діяльності вказує на потребу обмеженого використання додаткових сил і засобів. Зменшення часової компоненти можливе за набуття максимальних значень  $x$  забезпечення пожежно-рятувального підрозділу ресурсами, що належать до окремих складових транскордонного оперативно-рятувального підрозділу.

#### **4.7. Про точність комп'ютерних засобів відображення 1-багатовидів $n$ -вимірних фазових просторів**

Дослідження експлуатаційних характеристик пожежотехнічних систем зводиться до їх інтерполяції чи розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь одним із методів за допомогою розв'язувачів. Розв'язки систем диференціальних рівнянь можуть бути подані точними аналітичними виразами або наближеними. В останньому випадку при аналізі інтегральних кривих чи їх проєкцій у багатовимірних фазових просторах вибір тої чи іншої кількості кроків інтегрування суттєво впливає на точність чисельного розв'язку. Оцінка якості комп'ютерного подання проєкцій багатовидів та гіперповерхонь утворених числами різної розмірності просторів із використанням програмних алгоритмів [8] вказує на необхідність формування вимог до вибору тих чи інших розв'язувачів, виходячи з умов точності. Розроблення

комп'ютерних засобів аналізу оцінки точності з використанням різних типів розв'язувачів складає важливу умову щодо одержання якісної графічної інформації про поведінку системи.

Розглянемо диференціальне рівняння другого порядку

$$a_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_2 \frac{dx}{dt} + a_3 x = F_0 + F_1, \quad (4.16)$$

права частина якого містить постійну складову  $F_0$  і змінну складову  $F_1$  з амплітудним значенням  $F_m$  і частотою  $\omega$ . Рівняння такого вигляду описують процеси, що відбуваються в електричних чи механічних системах; вони слугують також модулями моментів навантаження на валу приводних електродвигунів. Розв'язок рівняння подамо у вигляді:

$$x(t) = e^{-\frac{a_2 t}{2a_1}} \left[ \frac{x_{01} + \frac{a_2}{2\sqrt{a_1 a_3}}(x_0 - A_0 - A_c) - A_s \omega \sqrt{\frac{a_1}{a_3}}}{\sqrt{1 - \frac{a_2^2}{4a_1 a_3}}} \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \sqrt{1 - \frac{a_2^2}{4a_1 a_3}} \cdot \sqrt{\frac{a_3}{a_1}} t \right) + (x_0 - A_0 - A_c) \cos \left( \sqrt{1 - \frac{a_2^2}{4a_1 a_3}} \cdot \sqrt{\frac{a_3}{a_1}} t \right) + \right. \\ \left. + A_0 + A_s \sin \omega t + A_c \cos \omega t \right], \quad (4.17)$$

де  $x_0, x_{01}$  – початкові умови,  $A_0 = \frac{F_0}{a_1}$ ;

$$A_s = (1 - a_3 \omega^2 / a_1) \times F_m / (((1 - a_3 \omega^2 / a_1)^2 + \omega^2 a_2^2 / a_3^2) a_1);$$

$$A_c = a_2 \omega \times F_m / (a_3^2 (1 - a_3 \omega^2 / a_1)^2 + \omega^2 a_2^2 / a_3^2).$$

Маючи аналітичний розв'язок (4.17), приведемо рівняння (4.16) до нормальної форми Коші, оскільки розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків передбачає їх підготовлення у вигляді окремих  $m$ -файлів. Ввівши позначення:

$$x = x_1; x_2 = \frac{dx}{dt},$$

подамо (1) системою двох диференціальних рівнянь першого порядку:

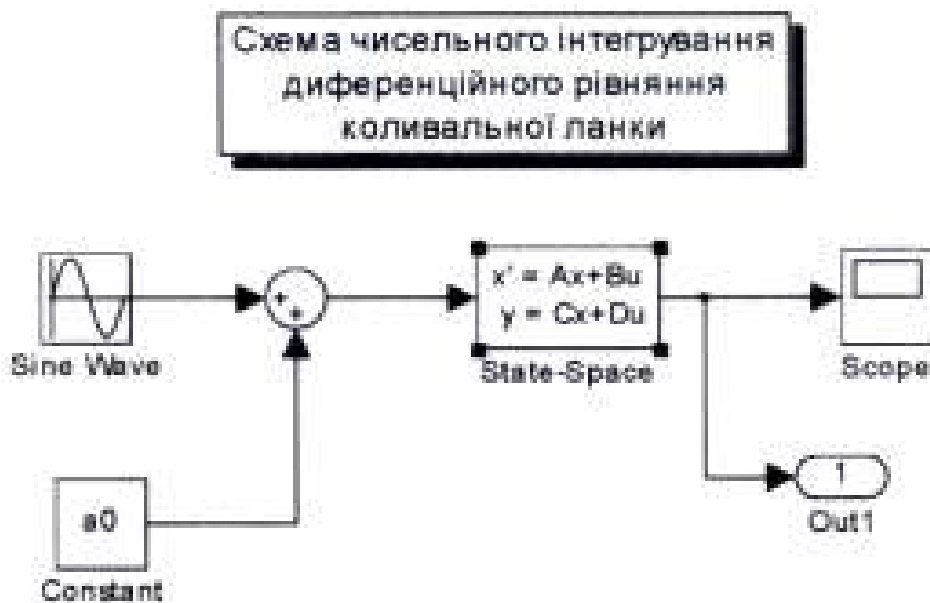
$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{a_2}{a_1}x_2 - \frac{a_3}{a_1}x_1 - \frac{F_0}{a_1} - \frac{F_m}{a_1}\sin \omega t. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Систему рівнянь (4.18) подамо у матричній формі

$$\frac{dx}{dt} = Ax + BU,$$

де  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ;  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -\frac{a_2}{a_1 a_3} \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ;  $U = \frac{F_0}{a_1} + \frac{F_m}{a_1} \sin \omega t$ .

Для дослідження похибок інтегрування диференціального рівняння (4.16) одним із однокрокових способів чисельного інтегрування використаємо графічні можливості пакета Simulink, який містить процедури однокрокових методів чисельного інтегрування. Використаємо блок State-Space (Простір станів) з розділу Continuous бібліотеки блоків для створення блок-схеми S-моделі (рис. 4.67), яка здійснює чисельне інтегрування диференціального рівняння (4.16).



**Рисунок 4.67** – Блок-схема S-моделі чисельного інтегрування диференціального рівняння

Диференціальне рівняння приведемо до матричної форми

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned}$$

де  $u$  – параметри, що подаються на вхід блоку;

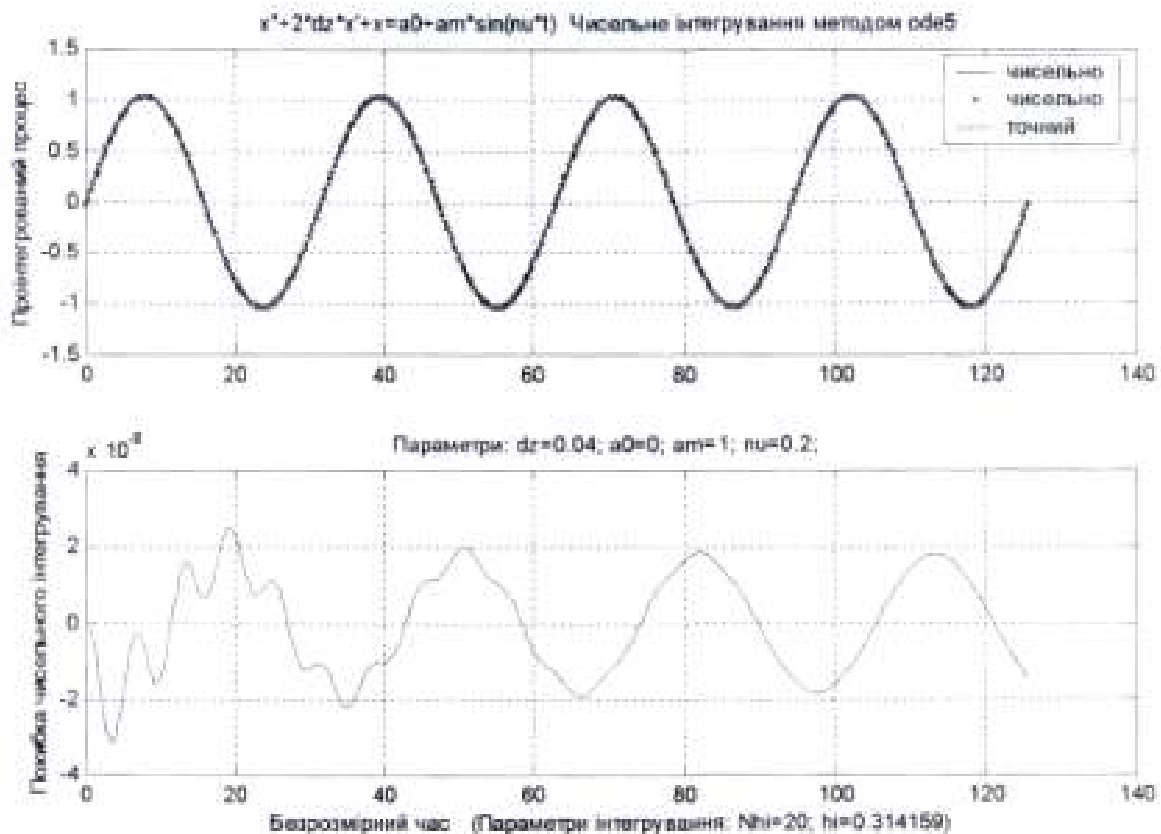
$y$  – вихідні змінні параметри блоку;

$A, B, C, D$  – матриці членів, які визначають взаємозв'язок змінних, вхідних і вихідних величин блоку.

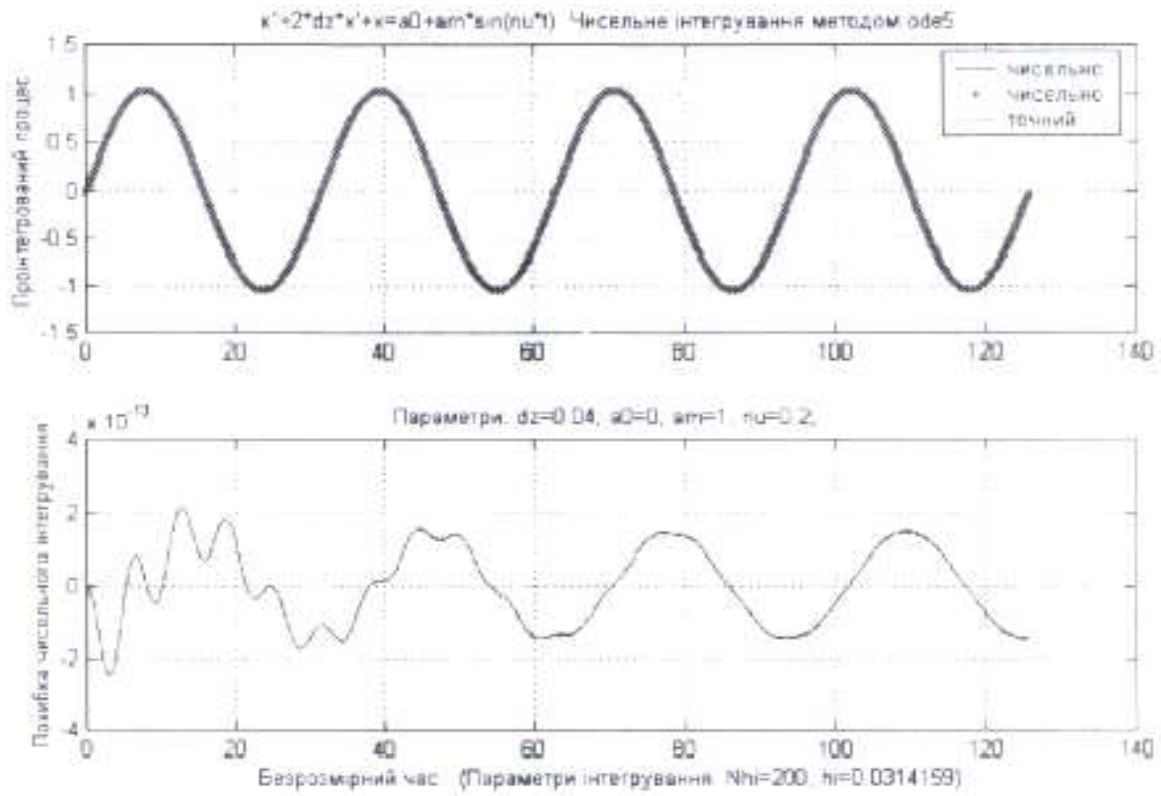
Для досліджуваного диференціального рівняння вихід блоку State – Space сформуємо так, щоб його утворювала змінна  $x$ :

$$y = x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times x.$$

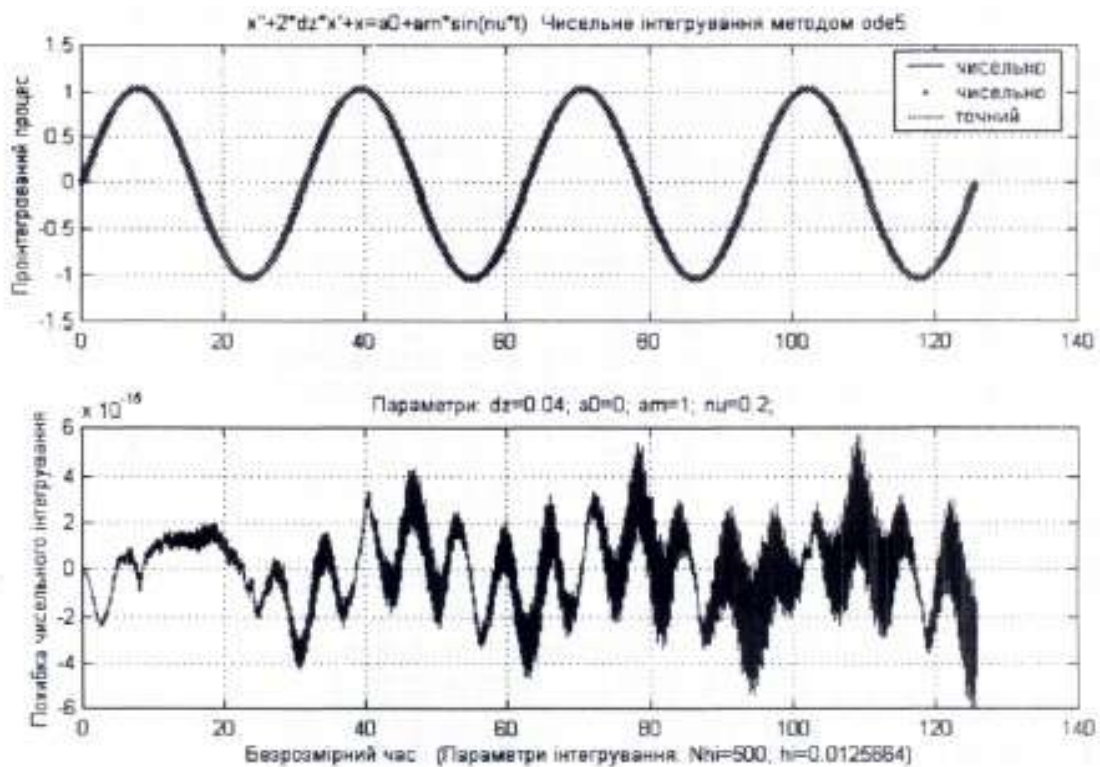
Встановлюємо параметри інтегрування, викликавши меню Simulation, підменю Parameters, де в розділі Solver встановлюємо режим Fixed step (вікно Type), заданий метод інтегрування, наприклад, ode5, значення ТК у вікні Stop time та  $h_i$  у вікні Fixed step size. Створюємо  $m$ -файл, в якому встановлюємо значення параметрів рівняння (1) і процесу чисельного інтегрування із зверненням до утвореної S-моделі з урахуванням можливості виведення у графічне вікно графіків точного розв'язку (2), проінтегрованого процесу і похибки чисельного інтегрування. На рис. 4.68 приведені графічні результати роботи програми при значеннях кроків інтегрування  $h_1=20$  (рис. 4.67, а),  $h_2=200$  (рис. 4.68, б),  $h_2=500$  (рис. 4.67, в).



а)



б)



в)

**Рисунок 4.68** – Інтегральні криві та похибки чисельного інтегрування рівняння (4.16)

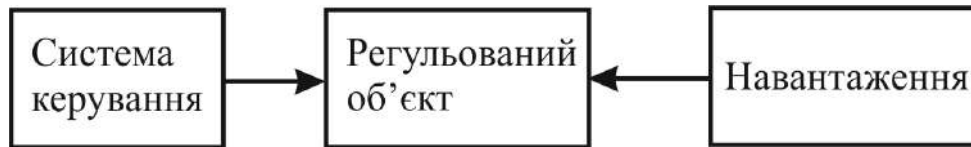
Отже, при зростанні кількості кроків інтегрування в межах 20...400 характер зміни похибки чисельного інтегрування відтворює характер зміни інтегрованої величини  $x = x(t)$  і складається з загасаючої складової і сталих вимушених коливань. Похибки чисельного інтегрування зменшуються зі зменшенням самого кроку. При зростанні кількості кроків інтегрування  $h \geq 500$  похибка інтегрування вже не зменшується, а, навпаки, збільшується; змінюється також характер похибки в часі, як видно з рис. 4.68, в, тут відсутні періодичні складові, зміна похибки відповідає випадковому процесові.

#### **4.8. Можливі практичні застосування прикладної багатовимірної геометрії у дослідженнях багатопараметричних технічних систем**

При створенні технічних систем на етапі розрахунків та вибору раціональних параметрів враховують їх критичні значення під час перебігу нестационарних процесів. Методи досліджень уможливають визначення якісних характеристик досліджуваної системи за допомогою інтегральних кривих чи фазового портрету. Засоби відображення, інтерпретації та аналізу процесів у технічних системах повинні враховувати багатопараметричність цієї системи. Викладене дає підстави вважати актуальним завдання створення геометричних засобів відображення фазових портретів багатопараметричних технічних систем з використанням багатовимірних просторів, вимірність яких визначається числом змінних незалежних параметрів досліджуваної технічної системи.

Отже, розширення можливостей практичного застосування геометричних засобів багатовимірних фазових просторів являє один із аргументів щодо покращення якості дослідження багатопараметричних технічних систем з нелінійними зв'язками параметрів.

У технічній системі має місце взаємозв'язок основних елементів: на об'єкт регулювання впливають одночасно збурююча і регулююча дії, система керування дозволяє підтримувати параметри відповідно до технологічного процесу (рис.4.69).



**Рисунок 4.69** – Система керування технічного об'єкта

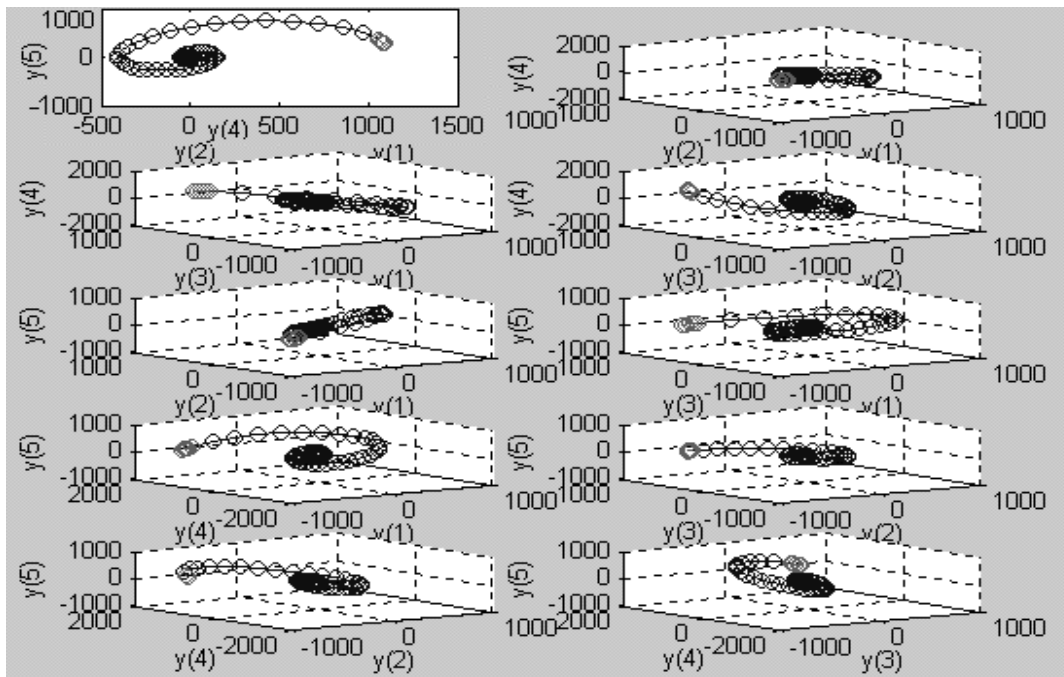
При врахуванні зміни декількох параметрів фазові траєкторії відображаються у багатовимірному просторі. Дослідження окремих систем вимагають врахування геометричних особливостей траєкторій руху зображуючої точки. Зокрема, для системи регулювання канатної дороги має місце рух зображуючої точки у вертикальній, горизонтальній площинах. Зазвичай такі системи досліджують з використанням двовимірної фазової площини. Врахування особливостей перебігу процесів у привідних двигунах і пружних зв'язків у елементах передачі суттєво збільшує порядок диференціальних рівнянь. Для системи регулювання наприкладі канатної дороги важливо визначати окремі ланки із коливним характером нестационарного процесу. Такі коливання негативно впливають на стійкість роботи усієї системи регулювання канатної дороги і надійність окремих її вузлів. Другим важливим моментом використання фазових траєкторій є визначення максимальних значень, яких набувають параметри в той чи інший момент перебігу нестационарного процесу. Максимальні напруження, які одночасно виникають в різних частинах устаткування, проявляють можливість виникнення нештатних ситуацій і повинні бути усунені.

Диференціальні рівняння, які описують поведінку окремої ланки системи керування підвісної канатної дороги, зведуть переважно до одного рівняння високого порядку, наприклад, порядку  $n = 5$  :

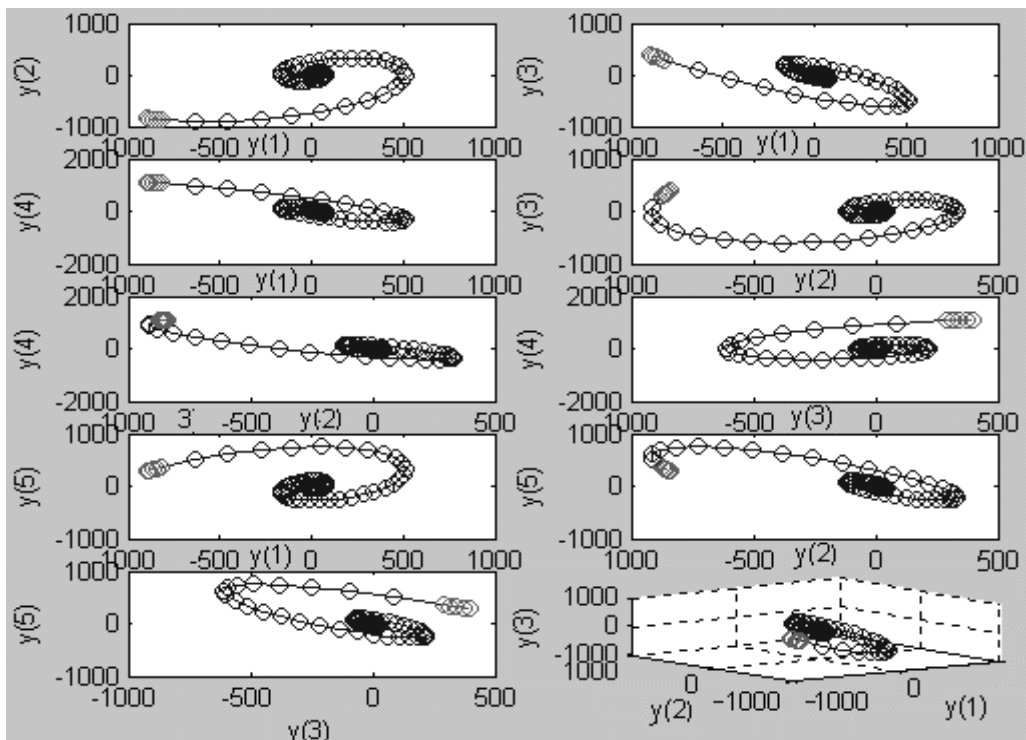
$$\frac{d^5 y}{dt^5} + \frac{d^4 y}{dt^4} + \frac{d^3 y}{dt^3} + \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = 0. \quad (4.19)$$

Фазова траєкторія може бути подана із залученням розроблених ешюрів багатовимірних просторів як на усі тривимірні (рис. 4.70), так і на двовимірні площини проєкцій. У системах керування багатопараметричних технічних об'єктів, проте, часто виникає необхідність аналізу процесів із залученням взаємопов'язаних не тільки двох чи трьох змінних параметрів (часто більшої кількості), але й також їх комбінацій. Засоби Matlab

уможливлюють одержання комбінацій проєкцій фазової траєкторії у тривимірних та двовимірній (чи кількох двовимірних) площинах проєкцій (рис. 4.70), а також у двовимірних та тривимірній (чи кількох тривимірних) площинах проєкцій (рис. 4.71) .



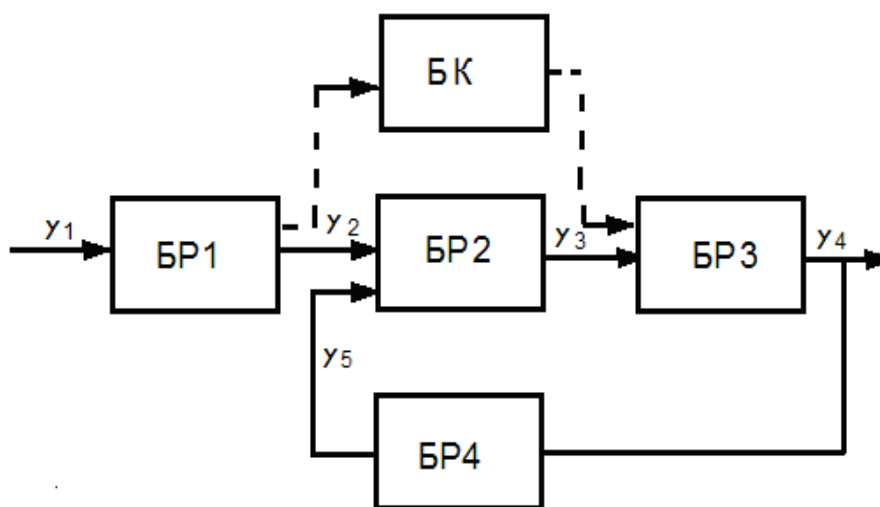
**Рисунок 4.70** – Фазові тривимірні площини системи (4.19)



**Рисунок 4.71** – Фазові двовимірні площини системи (4.19)



Для практичних застосувань аналізу взаємозв'язків параметрів окремих ланок досліджуваної системи важливим є можливість одержання проєкцій фазової траєкторії простору з усіма змінними параметрами  $y_i$  (рис.4.72).



**Рисунок 4.72** – Елемент блок-схеми досліджуваної системи

Відомі засоби формування фазових траєкторій у двовимірній площині передбачають одержання таких траєкторій для двох змінних параметрів одної ланки БР<sub>*i*</sub> системи керування. Пропонований спосіб вільний від такого обмеження, передбачає одержання проєкцій фазової траєкторії для довільної кількості змінних параметрів  $x_i$  і встановлює взаємозв'язок у вигляді таких проєкцій між довільними двома параметрами системи.

Аналіз загальної картини проєкцій фазової траєкторії дозволяє встановити такі проєкції як на двовимірні, так і на тривимірні площини проєкцій, які мають найбільшу змінну складову. Виявлення проблемних ланок у системі керування дозволяє встановити коректуючі блоки БК (рис. 4.72), які уможливають усунення або зменшення небажаних коливань. Можливе також відключення елемента системи на час виникнення нестационарного процесу.

Другим практично значущим застосуванням багатовимірних фазових просторів являє визначення максимальних значень параметрів у деякий момент часу. Задача зводиться до визначення компромісного екстремуму фазової траєкторії багатовимірного фазового простору і може бути розв'язана алгоритмічними засобами. Зауважимо, що  $k$  – багатовидом являє одновимірна крива

лінія ( $k=1$ ) багатовимірного фазового простору. Напрямна гіперплощина, паралельно якій проводиться дотична гіперплощина до 1 – багатовиду, тобто фазової траєкторії, задається рівнянням у відрізках на осях:

$$\lambda_1 y_1 + \dots + \lambda_i y_i + \dots + \lambda_n y_n = 1,$$

де  $\lambda_i$  – ваги оптимізації.

У прикладному використанні щодо визначення максимальних значень параметрів важливо, щоб критерії оптимізації, тобто коефіцієнти  $\lambda_i$ , були рівнозначними. Тоді гіперплощина (3) буде рівнонахиленою до всіх осей багатовимірного фазового простору.

Застосування багатовимірних фазових просторів у дослідженнях багатопараметричних технічних систем розширюють можливості аналізу взаємозв'язків параметрів і уможливають знаходження ланок із малим запасом стійкості, а також максимальних значень параметрів окремих ланок системи регулювання, яких вони набувають одночасно. Такі геометричні засоби можуть бути використані при дослідженні широкого кола технічних систем, динаміка яких описується системами нелінійних диференціальних рівнянь. Перспективними являють дослідження, направлені на створення проєкційних зображень траєкторій фазових  $n$  – просторів багатопараметричних технічних систем з пов'язаними однією проєкцією чотирьох і більше параметрів. Це обумовлено наявністю в системах блоків регулювання, де сумарна кількість вхідних і вихідних сигналів часто перевищує два чи три сигнали.

## ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций / А. Д. Базыкин. – М.: Наука, 1985. – 181 с.
2. Болтов В. А. Сборник задач по математике / В. А. Болтов, Н. В. Ефимов. – М.: Наука, 1996. – 326 с.
3. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование / Н. Н. Голованов. – М.: Изд. физ. мат. лит., 2002. – 472 с.
4. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.П Дубовик., П. Юрик. – 4-те вид. – К. : Ігнатекс-Україна., 2013. – 648 с.
5. Куценко Л. М. Методи геометричного моделювання в задачах пожежної безпеки / Л. М. Куценко, С. В. Бобов, С. В. Росоха – Харків, АЦЗУ. – 2004. – 175с.
6. Кодекс цивільного захисту України – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/5403-17>.
7. Зражевський Г. М. Застосування теорії аналітичних функцій в задачах механіки: навч. посіб. – К.: КНУ ім. Т. Шевченка 2005. – 61 с.
8. Моделювання електромеханічних систем / [Чорний О.П., Луговой А.В., Родькін А.Ю. та ін.]. – Кременчук: Видавництво ПП Щербатих О.В., 2001. – С. 114-139.
9. Кулик Г. М. Вища математика: Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння: навч. посіб / Г.М. Кулик, О.І. Кушлик-Дивульська, Н.В. Степаненко, Н.П. Ярема – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 278 с.
10. Ковальов С. М. Прикладна геометрія та інженерна графіка / С. М. Ковальов, М.С. Гумен, С. І. Пустюльга, В.Є. Михайленко, І. Н. Бурчак. – Луцьк: ЛДТУ, 2006. – С. 58-89.
11. Роджерс Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – М.: Мир, 2001. – С. 144-169.
12. Рудавський Ю. К. Математичні методи в хімії та хімічній технології: Навчальний посібник / Ю. К. Рудавський, Є. М. Мокрий, З. Г. Піх. – Львів: Світ, 1993. – 206 с.
13. Солтис М. М. Теоретичні основи процесів хімічної технології: Навчальний посібник / М. М. Солтис, В. П. Закордонський. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 430 с.
14. Сунден О. Пространственно-временной осциллятор как скрытый механизм в основаниях физики / О. Сунден. – СПбГУ. – 1999. – 154 с.

15. Пальчевський Б. О. Системи 3D моделювання: навчальний посібник / Б. О. Пальчевський, Б. П. Валецький, Т. Л. Вараніцький / Луцьк, 2016 – 176 с.

16. Штангрет Н. О. Підвищення ефективності ліквідування пожеж у підвальних приміщеннях комбінованим застосуванням димовсмоктувачів та струменів тонко розпиленої води. – Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня канд.. техн.. наук /21.06.02 – пожежна безпека. Науковий керівник к.т.н., доцент Луц В.І. – Л.:ЛДУБЖД, 2019. – с. 7-9.

17. The European Community Civil Protection Mechanism Training Programme. Luxembourg: Office for Official publications of the European Communities. – 2009. – 20 pp.

**Наукове видання**

**Олександр Придатко, Соломія Лясковська,  
Євген Мартин, Олександр Хлевной**

# **МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ**

**Монографія**

Літературний редактор: **Галина Падик**

Технічний редактор, верстка: **Маріанна Климус**

Підписано до друку 19.11.2021. Ум. друк. арк. 14,5  
Формат 60x84/16. Гарнітура Times New Roman.  
Друк на різнографі. Папір офсетний.

Друк ЛДУ БЖД  
79007, Україна, м. Львів, вул. Клепарівська, 35  
Тел./факс: (8-032) 233-32-40, 233-24-79  
e-mail: mail@ubgd.lviv.ua, ndr@ubgd.lviv.ua