Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

Лозинський Р.Я.

Збірник задач з пожежної теплофізики

Частина ІІ. Теплопередача

Навчальний посібник

Львів 2018

УДК 697.98
ББК 31+38
Л 72

Лозинський Р.Я.Збірник задач з пожежної теплофізики. Частина ІІ. Теплопередача. – Львів, ЛДУБЖД, 2018. –154 с.

Рецензенти: ***Й.С. Мисак,*** *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теплотехніки, теплових і атомних електричних станцій Національного університету «Львівська політехніка»;*
В.В.Ковалишин,*доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри пожежної тактики та аварійно-рятувальних робіт Львівського державного університету безпеки життєдіяльності*

В посібнику викладено теоретичні основи теплопередачі та їх використання в пожежній справі. Детально розглянуто методику розв’язання задач по конкретних темах, більшість яких складено автором і які стосуються практичної діяльності працівників оперативно-рятувальної служби. Розроблено завдання для практичних занять, а також задачі для самостійного розв’язування з конкретними відповідями.

Посібник призначено для курсантів, студентів та слухачів вищих навчальних закладів, які спеціалізуються в цій галузі. Він також може бути корисним фахівцям з пожежної безпеки для вирішення інженерних задач професійної діяльності.

Рекомендовано до друку Вченою радою Львівського державного університету безпеки життєдіяльності для внутрішнього користування (протокол №8 від «14» березня 2018р.)

ISBN

ВСТУП

Зважаючи на те, що технології виробничих процесів тісно перетинаються з науковими досягненнями, треба вважати, що теплопередача посідає чільне місце в комплексі тих дисциплін, які стають провідними. Справа в тому, що практично всі технологічні процеси відбуваються на засадах енергообміну, тобто енергообмін будь-яким способом (термічним, електромагнітним, механічним, хімічним, радіаційним тощо) є повселюдним явищем як в побуті, так і на виробництві. Тому потреба в посібнику, якщо ставити за мету навчити читача основам передачі теплової енергії та їх використання в пожежній справі, є доволі велика, оскільки бібліографія праць з цього предмету обмежена. Разом з тим термодинаміка і теплопередача належать до фундаментальних дисциплін і є основою для вивчення дисциплін пожежно-технічного профілю.

В цьому посібнику поєднуються теоретичні основи тем з теплопередачі та методика розв'язування задач з цих тем.

Курсантові (студентові, слухачеві) під час самостійного вивчення теми необхідно спочатку ознайомитись з теоретичним матеріалом, який викладено в посібнику, а потім вивчити методику розв'язування задач з цієї теми.

Задачі підібрані так, що дають можливість набути необхідних навиків у використанні загальних теорем і методів для розв'язування конкретних прикладних завдань. Автор намагався зробити викладення кожної конкретної теми незалежним від інших тем, що дозволяє читачеві здійснювати вибіркове вивчення окремих тем і методики розв'язування задач.

Посібник рекомендовано курсантам (студентам) вищих технічних навчальних закладів III-IV рівнів акредитації денної та заочної форми навчання, а також для самостійного вивчення основ теплопередачі та використання цих основ в пожежній справі.

ЧАСТИНАІІ. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Тема 1.Основні положення

Закономірності переносу теплоти та кількісні характеристики цього процесу є предметом дослідження теорії теплообміну (теплопередачі).

Вивчення теплопередачі в пожежній справі допомагає використовувати її закони для вирішення задач оперативно-рятувальної служби. Так, знання закономірностей тепло переносу дозволяє:

1) розрахувати температуру на зовнішній поверхні печі, що дозволяє визначити можливість спалахування пального при контакті з нею, або розрахувати необхідну товщину теплоізоляційного шару (профілактика процесів виробництва);
2) визначити межу вогнестійкості та безпечну глибину розташування арматури будівельних конструкцій або розрахувати протипожежні розриви між будівлями (профілактика в будівництві);
3) визначити безпечні відстані від факела пожежі до місця роботи особового складу (пожежна тактика);

Окрім цього, без знання теплопередачі неможливо зрозуміти закономірності явищ, які розглядає теорія розвитку та припинення горіння.

Таким чином, **теплопередача** (теплообмін) – наука про незворотні процеси обміну енергією у вигляді теплоти між взаємодіючими макроскопічними елементами термодинамічної системи при умовах, коли відсутня термічна рівновага. **Термічною рівновагою** називають стан термодинамічної системи в якій всі макроскопічні елементи системи мають однакову температуру.

Передача тепла відбувається від одного тіла до другого тільки при наявності різниці температур. У відповідності до **другого законутермодинаміки**: теплота сама по собі переходить від тіла з більш високою температурою до тіла з меншою температурою і не може самовільно рухатись в зворотньому напрямі. Якщо температура в тілі вирівнюється, то теплообмін припиняється і наступає термічна рівновага. Отже, для теплообміну необхідна неоднорідність температурного поля.

Температурним полем тіла називають сукупність значень температури tуфіксований момент часу τ для всіх точок простору, яке займає тіло, тобто температурне поле задається функцією, *наприклад* $t = f(x,y,z,\tau)$. Температурне поле називають **нестаціонарним**, якщо із плином часу воно змінюється, *наприклад* $t = f(x,y,z,\tau)$. Процеси теплопередачі, які відбуваються в нестаціонарному полі, називаються **нестаціонарними процесами**. Температурне поле називають **стаціонарним**, якщо із плином часу воно не змінюється, *наприклад* $t = f(x,y,z)$. Процеси теплопередачі, які відбуваються в стаціонарному полі, називаються **стаціонарними процесами**.

Температурне поле називають **одновимірним**, якщо зміна температури відбувається в одному напрямі, *наприклад* $t = f(x,\tau)$. Якщо температурне поле залежить від двох координат, то його називають **двовимірним**, *наприклад* $t = f(x,y,\tau)$. Аналогічно, температурне поле називають **трьох вимірним**, якщо воно залежить від трьох координат, *наприклад* $t = f(x,y,z,\tau)$.

Ізотермічною поверхнею називають поверхню в точках якої температура має однакове значення. Враховуючи другий закон термодинаміки можна твердити, що передача теплоти не може здійснюватись вздовж ізотермічних поверхонь. Передача теплоти може відбуватись лише від однієї ізотермічної поверхні до другої в сторону зменшення температури. Отже, при теплообміні потік теплоти перетинає ізотермічні поверхні. Теплоту q, яка передається за одиницю часу через одиницю площі ізотермічної поверхні, називають **густиною тепловогопотоку**, тобто

$$q = \frac{\partial^2 Q}{\partial F \partial \tau}. \quad (1)$$

Розмірність густини теплового потоку $[q] = \frac{Дж}{м^2 \cdot с}$.

Градієнт температур характеризує нерівномірність розподілу температур в температурному полі. **Градієнтом температур** називають границю відношення зміни температури Δt, вздовж нормалі ізотермічної поверхні, до величини віддалі Δn на якій фіксується ця зміна температур, коли $\Delta n \to 0$, тобто

$$qradt = \frac{lim}{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn}. \quad (2)$$

Фізичний зміст градієнту температур – це приріст температури в градусах на одиницю довжини вздовж нормалі до ізотермічної поверхні.

Теорія теплопередачі є одним із розділів термодинаміки незворотніх процесів. В теорії теплопередачі вважається, що:

– речовина розглядається як суцільне неперервне середовище;

– механізм передачі теплоти від однієї частини тіла до іншої не розглядається на мікроскопічному рівні;

– теорія теплопередачі базується на законах встановлених експериментальним шляхом;

– розглядається три види теплопередачі: теплопровідність, конвекційний теплообмін та теплове випромінювання.

Теплопровідність – це процес передачі енергії від більш нагрітої частини твердого тіла до менш нагрітої частини тіла зумовлений хаотичним рухом мікрочастин за умови відсутності макроскопічного руху одних частин тіла відносно інших.

Конвекційний теплообмін – це процес зумовлений сумісною дією конвекції теплоти і теплопровідності. **Конвекцією теплоти** називають процес переносу теплоти шляхом переміщення рідини або газу в просторі з однієї області та певною температурою, в іншу частину простору, з іншою температурою. При неоднорідному температурному полі потоку рухомого середовища між його сусідніми макрочастинами відбувається теплообмін шляхом теплопровідності. З багатьох задач конвекційного теплообміну найбільш практичний інтерес викликає задача про теплообмін між рухомою рідиною (газом) і поверхнею тіла. **Тепловіддачею** (теплообміном) називається явище теплообміну між рухомим середовищем і поверхнею, вздовж якої рухається середовище. Інтенсивність теплообміну характеризується коефіцієнтом теплообміну (тепловіддачі). Розглянемо деяку тверду поверхню площею F, вздовж якої ковзає рідина (газ). Позначимо температуру поверхні тіла t_m, а температуру потоку рідини – t_p. Виокремимо на поверхні елемент площею ∂F. За відсутності теплової рівноваги, тобто $t_m \neq t_p$, через елемент поверхні ∂F за час $\partial \tau$ проходить деяка кількість теплоти, котру позначимо $\partial^2 Q$. Поділивши кількість теплоти на величину площі ∂F і проміжок часу $\partial \tau$ отримуємо густину теплового потоку q_{m} через одиницю площі поверхні тіла. Отже, густина теплового потоку визначається за формулою $q = \dfrac{\partial^2 Q}{\partial F \partial \tau}$. Якщо розділити густину теплового потоку q_{m} на різницю температур $(t_p - t_m)$, то отримаємо густину теплового потоку за наявності одиничного перепаду температур між температурою рідини t_p і температурою на поверхні тіла t_m, тобто $\alpha = \dfrac{q}{t_p - t_m}$. α – називають коефіцієнтом теплообміну (тепловіддачі) та його розмірність $[\alpha] = \dfrac{Дж}{м^2 \cdot c \cdot K}$. В конвекційному теплообміні суттєвим є те, що чим ближче рідина (газ) до поверхні тіла, вздовж якого рідина ковзає, тим більше величина її температури наближається до температури поверхні тіла. Під час зовнішнього ковзання рідини (газу) по поверхні тіла за температуру потоку рідини (газу) t_p беруть температуру рідини на найбільшій віддалі від поверхні тіла, тобто за межами приповерхневого теплового шару. Якщо потік рідини (газу) рухається всередині циліндричного каналу, то за температуру рідини t_p беруть середнє значення температури рідини в каналі. В залежності від причин конвекцію поділяють на вільну та вимушену.

Вільна конвекція – це коли рух рідини (газу) обумовлений тільки зміною густини рідини (газу) викликаної нерівномірним розподілом температурного поля. **Вимушена конвекція** – це коли рух рідини (газу) викликаний зовнішніми силовими чинниками.

Теплове випромінювання – це процес в якому передача теплоти в просторі здійснюється електромагнітними хвилями, котрі випромінює тіло завдяки своїй внутрішній енергії внаслідок складних молекулярних та внутріатомних процесів. Електромагнітні хвилі, які випромінює тіло, частково поглинаються навколишніми тілами. Процес поглинання є процесом перетворення енергії електромагнітних хвиль у внутрішню енергію тіла.

Закон теплопровідності (закон Фур'є) поєднує між собою вектор густини теплового потоку $\vec{q}$ і градієнт температур $qradt$. **Закон Фур'є** стверджує, що **густина теплового потоку прямо пропорційна коефіцієнта теплопровідності та градієнта температур**, тобто

$$\vec{q} = -\lambda grad t, \qquad (3)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності тіла і його розмірність $[\lambda] = \frac{Bm}{м \cdot K}$. Знак «мінус» вказує на те, що напрями теплового потоку і градієнта температур протилежні.

Коефіцієнт теплопровідності

Враховуючи рівняння (1) – (3) отримаємо, що коефіцієнт теплопровідності речовини визначається за формулою:

$$\lambda = -\frac{\partial^2 Q}{\frac{\partial t}{\partial n} \partial F \partial n}.$$

Коефіцієнт теплопровідності речовини λ є його фізичною характеристикою і характеризує здатність речовини проводити теплоту. **Величина коефіцієнта теплопровідності** дорівнює кількості теплоти, яка проходить впродовж *1секунди* через *1м²* ізотермічної площі за умови, що градієнт температури дорівнює *1градусу* на *1метр* довжини вздовж нормалі до ізотермічної поверхні.

Величина коефіцієнта теплопровідності твердих тіл залежить від величини температури тіла та його вологості, а для рідин та газів – ще й від величини тиску. Для анізотропних матеріалів величина коефіцієнта теплопровідності залежить і від напряму теплового потоку. Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури інколи апроксимують лінійною функцією, тобто $\lambda = \lambda_0 (1 + \beta t)$, де λ_0 – коефіцієнт теплопровідності речовини з температурою 0^0C; β – коефіцієнт пропорційності, який визначається експериментальним шляхом; t – температура в ^0C.

Для газів коефіцієнт теплопровідності із збільшенням температури зростає, а для рідин – спадає. Для твердих пористих тіл використання закону Фур'є є умовним, оскільки наявність пор не дозволяє говорити про тіло як суцільне. Коефіцієнт теплопровідності речовини для таких тіл називають ефективним. Величина ефективного коефіцієнта теплопровідності пористих тіл суттєво залежить від рівня вологості тіла.

Рівняння теплопровідності Фур'є

Рівняннятеплопровідності Фур'є базується на законі теплопровідності Фур'є (3) та рівнянні балансу теплоти, в якому перетворення механічної енергії в теплову не враховується. Розглянемо тверде ізотропне тіло з коефіцієнтом теплопровідності λ і на зовнішніх поверхнях тіла задані довільні теплові умови. Виділимо в тілі елементарний об'єм розмірами $dx \times dy \times dz$ (рис.1). У виділений об’єм, в напрямку осі Ox, за час $d\tau$ із зовні поступає кількість теплоти

$$dQ_1 = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau .$$

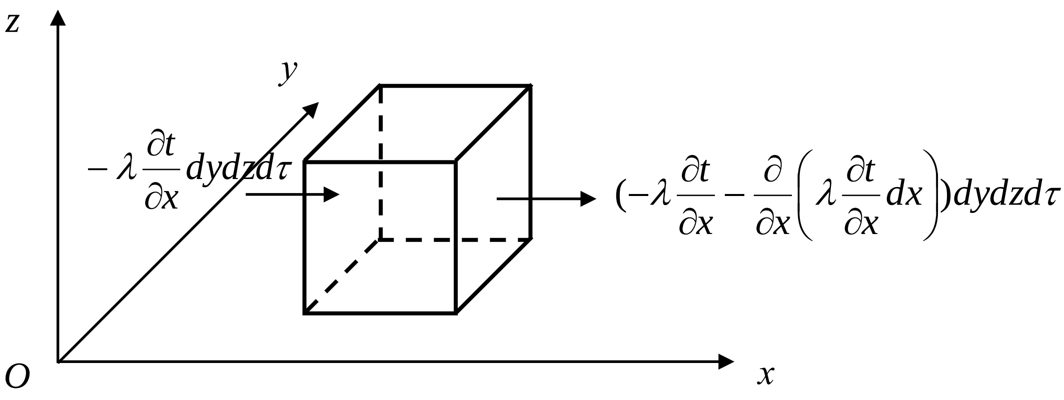

Рис. 1. Схема теплового потоку вздовж осі Ox

З цього елементарного об’єму за проміжок часу $d\tau$ в напрямку осі Ox витікає кількість теплоти

$$dQ_2 = \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right)dx\right)dydzd\tau .$$

Отже, в середині виділеного об’єму залишається кількість теплоти, яка дорівнює

$$\Delta Q_x = dQ_1 - dQ_2 = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right)dxdydzd\tau .$$

Аналогічно, завдяки рухові теплоти в напрямку осей Oy та Oz, в середині елементарного об’єму залишиться відповідно кількість теплоти

$$\Delta Q_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right)dxdydzd\tau$$

та

$$\Delta Q_z = \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right)dxdydzd\tau .$$

Отже, внаслідок руху теплоти через елементарний об’єм $dx \times dy \times dz$ за проміжок часу $d\tau$ в ньому залишиться кількість теплоти

$$\Delta Q = \Delta Q_x + \Delta Q_y + \Delta Q_z$$

або

$$\Delta Q = \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{dz}\right)\right)dxdydzd\tau .$$

Крім цього, в середині елементарного об’єму за проміжок часу $d\tau$ внутрішніми джерелами теплоти виділяється кількість теплоти

$$dQ_3 = q_V dV d\tau ,$$

де q_V – кількість теплоти, яка виділяється в одиничному об'ємі за одиницю часу; розмірність $[q_V] = \frac{Дж}{м^3 с}$; $dV = dxdydz$ – об'єм елементарного об'єму. Теплота, яка поступила в елементарний об'єм, частково йде на зміну внутрішньої енергії тіла, тобто

$$dU = c\rho dV \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau ,$$

де c – питома теплоємність речовини; ρ – питома густина речовини; $\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$ – зміна температури в елементарному об'ємі за проміжок часу $d\tau$. Записавши рівняння теплового балансу, отримаємо рівність

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{dz} \right) \right) dxdydzd\tau + q_V dxdydzd\tau = c\rho \frac{\partial t}{d\tau} dxdydzd\tau .$$

Враховуючи, що $dx \neq 0$, $dy \neq 0, dz \neq 0, d\tau \neq 0$ попереднє рівняння набере вигляду

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + q_V = c\rho \frac{\partial t}{d\tau} . \qquad (4)$$

Рівняння (4) називають **рівнянням теплопровідності**. Для випадку, якщо коефіцієнт теплопровідності речовини є сталою величиною, то рівняння теплопровідності (4) набере вигляду

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + q_V = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (5)$$

або

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q_V}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau} , \qquad (6)$$

де $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, його розмірність $[a] = \frac{м^2}{с}$.

Якщо температурне поле стаціонарне, тобто $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, то в рівняннях теплопровідності (4) – (6) права частина дорівнює нулеві, *наприклад* рівняння (6) набере вигляду:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q_V}{\lambda} = 0 .$$

Початкова та граничні умови

Диференціальне рівняння теплопровідності описує явище теплопровідності в загальному вигляді. Для повного формулювання задачі теплопровідності необхідно вказати рівняння теплопровідності, початкову та граничні умови для температурного поля.

Початкова умова вказує розподіл температурного поля в тілі у початковий момент часу. *Наприклад*, початкову умову в декартовій системі координат можна записати у вигляді:

$$t(x,y,z,0) = f(x,y,z). \tag{7}$$

Для **стаціонарного температурного поля** початкова умова **не потрібна**.

В математичній теорії теплопровідності використовуються граничні умови, які є ідеалізованою формою опису реальних фізичних процесів теплообміну між тілами.

Гранична умова першого типу. Задається розподіл температурного поля на поверхні тіла для кожного моменту часу. *Наприклад*,

$$t_m = f(x,y,z,\tau), \tag{8}$$ де

t_m – температура на поверхні тіла; x,y,z – координати точок поверхні тіла.

Гранична умова другого типу. Задається значення густини теплового потоку в кожній точці поверхні тіла в довільний момент часу. *Наприклад,*

$$q_m = f(x,y,z,\tau), \tag{9}$$ де

q_m – густина теплового потоку на поверхні тіла; x,y,z – координати точок поверхні тіла.

Гранична умова третього типу. Вказується температура навколишнього середовища t_p і коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі) α, який характеризує інтенсивність теплообміну між тілом та речовиною, яка омиває поверхню тіла:

$$-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_m = \alpha\left(t_p - t_m\right), \tag{10}$$

де $\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_m$ – градієнт температури на поверхні тіла; t_p – температура рідини (газу), яка омиває поверхню тіла, за межами при поверхневого теплового шару; t_m – температура поверхні тіла; α – коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі); λ – коефіцієнт теплопровідності речовини.

Граничні умови можуть задаватись і у вигляді комбінацій граничних умов першого, другого і третього типів.

Для математичної постановки задачі теплопровідності необхідно мати одне з рівнянь теплопровідності, початкову умову та одну з граничних умов.

Тема 2.Стаціонарне температурне поле в одношарових тілах

Температурне поле в плоскій однорідній стінці

Розглянемо необмежену плоску однорідну стінку товщиною l_1, зовнішні поверхні якої паралельні площині *Oyz* декартової системи координат, розташованої в межах $0 \le x \le l_1$. Вважаємо, що

– стінка ізотропне тіло;

– коефіцієнт теплопровідності речовини λ є сталою величиною у всіх точках стінки, тобто

$$\lambda(x) = \lambda = const,\ (0 \le x \le l_1); \qquad (11)$$

– внутрішні джерела теплоти відсутні

$$q_V = 0; \qquad (12)$$

– процес передачі теплоти в стінці є стаціонарним, тобто не залежить від часу і тому

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \qquad (13)$$

За умов, якщо зовнішні поверхні стінки є ізотермічними (тобто температура на цих поверхнях не залежить від координат), то температурне поле в стінці одновимірне, тому $\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0$ та $\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$. Отже, рівняння теплопровідності (2.8) для стінки з врахуванням (2.15) – (2.17) набере вигляду

$$\frac{d^2 t(x)}{dx^2} = 0,\ (0 < x < l_1). \qquad (14)$$

Зінтегрувавши двічі це рівняння отримаємо

$$t(x) = C_1 x + C_2. \qquad (15)$$

Сталі інтегрування C_1 та C_2 визначаємо з граничних умов.

Граничні умови першого типу. Нехай на зовнішніх поверхнях стінки задано температуру, тобто

$$t(0) = t_{m0} \text{ та } t(l_1) = t_{m1}. \qquad (16)$$

Підставляючи (15) в (16) отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування:

$$C_1 \cdot 0 + C_2 = t_{m0}; \qquad C_1 \cdot l_1 + C_2 = t_{m1}.$$

Розв’язуючи систему рівнянь отримаємо, що $C_2 = t_{m0}$ і $C_1 = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{l_1}$.

Отже, **розподіл температурного поля в плоскій стінці** за наявності граничних умов **першого типу** матиме вигляд:

$$t(x) = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{l_1} x + t_{m0}, \quad (0 \le x \le l_1). \qquad (17)$$

На рис.2 вказано розподіл температурного поля по товщині стінки.

Градієнт температури є сталою величиною по всій товщині стінки і дорівнює
$$gradt = \frac{dt}{dx} = -\frac{t_{m0} - t_{m1}}{l_1}.$$

Густину теплового потоку визначаємо, використовуючи закон Фур'є (3)
$$q = -\lambda gradt = \frac{\lambda}{l_1}(t_{m0} - t_{m1}).$$

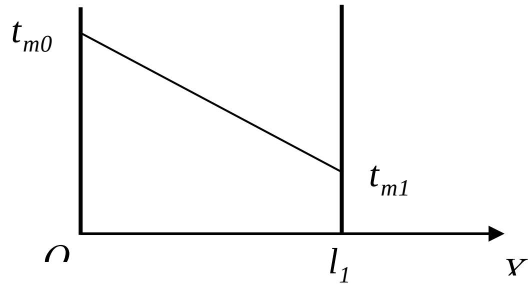

Рис. 2. Розподіл температурного поля в плоскій стінці

Кількість теплоти Q, яка проходить за проміжок часу τ через ділянку поверхні стінки площею F, дорівнює
$$Q = qF\tau = \frac{\lambda}{l_1}F(t_{m0} - t_{m1})\tau.$$

Граничні умови третього типу. Нехай рідина (газ) омивають ліву та праву поверхні стінки. Температури рідин (газу) на найбільшій віддалі від стінок, тобто за межами теплового приповерхневого шару, відповідно дорівнюють t_{p0} та t_{p1}. Коефіцієнти теплообміну від рідини (газу) до поверхні лівої стінки $-\alpha_0$, а від поверхні правої стінки до рідини (газу)– α_1. Гранична умова третього типу для цієї задачі набере вигляду:
$$-\lambda\frac{dt(0)}{dx} = \alpha_0(t_{p0} - t(0)) \text{ та } -\lambda\frac{dt(l_1)}{dx} = \alpha_1(t(l_1) - t_{p1}). \qquad (18)$$
Сталі інтегрування C_1 та C_2 рівняння (15) визначаємо з граничних умов (18). Підставляючи (15) в (18), отримуємо систему рівнянь для визначення сталих
$$-\lambda C_1 = \alpha_0(t_{p0} - C_2); \qquad -\lambda C_1 = \alpha_1(C_1 l_1 + C_2 - t_{p1}).$$
Розв'язуючи систему рівнянь, отримаємо, що
$$C_1 = \frac{(t_{p1} - t_{p0})\frac{\alpha_0}{\lambda}}{\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + l_1\frac{\alpha_0}{\lambda} + 1}; \qquad C_2 = \frac{\left(\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + \frac{l_1\alpha_0}{\lambda}\right)t_{p0} + t_{p1}}{\frac{\alpha_0}{\alpha_1} + l_1\frac{\alpha_0}{\lambda} + 1}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині плоскої стінки у випадку граничних умов **третього типу** матиме вигляд:

$$t(x)=\frac{(t_{p1}-t_{p0})\dfrac{\alpha_0}{\lambda}x+\left(\dfrac{\alpha_0}{\alpha_1}+\dfrac{l_1\alpha_0}{\lambda}\right)t_{p0}+t_{p1}}{\dfrac{\alpha_0}{\alpha_1}+l_1\dfrac{\alpha_0}{\lambda}+1}$$

або

$$t(x)=\frac{(t_{p1}-t_{p0})x+\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_1}+l_1\right)t_{p0}+\dfrac{\lambda}{\alpha_0}t_{p1}}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0}+l_1+\dfrac{\lambda}{\alpha_1}},\qquad (0\le x\le l_1). \quad (19)$$

Градієнт температури є сталою величиною по всій товщині стінки і дорівнює
$$gradt=\frac{dt}{dx}=\frac{(t_{p1}-t_{p0})}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0}+l_1+\dfrac{\lambda}{\alpha_1}}.$$

Густину теплового потоку визначаємо використовуючи закон Фур'є (3)

$$q=-\lambda gradt=-\frac{(t_{p1}-t_{p0})\lambda}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0}+l_1+\dfrac{\lambda}{\alpha_1}},\qquad q=\frac{(t_{p0}-t_{p1})}{\dfrac{1}{\alpha_0}+\dfrac{l_1}{\lambda}+\dfrac{1}{\alpha_1}}\qquad \text{або}\qquad q=k(t_{p0}-t_{p1}),$$

де величину $k=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_0}+\dfrac{l_1}{\lambda}+\dfrac{1}{\alpha_1}}$ називають **коефіцієнтом теплопередачі** плоскої стінки. Величину обернену до коефіцієнта теплопередачі називають **термічним опором** і позначають буквою R, тобто

$$R=\frac{1}{\alpha_0}+\frac{l_1}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_1}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за проміжок часу τ через ділянку поверхні стінки площею F, дорівнює

$$Q=qF\tau=\frac{(t_{p0}-t_{p1})}{\dfrac{1}{\alpha_0}+\dfrac{l_1}{\lambda}+\dfrac{1}{\alpha_1}}F\tau\qquad \text{або}\qquad Q=k(t_{p0}-t_{p1})F\tau.$$

Температурне поле в циліндричній однорідній стінці

Розглянемо безмежну кругову циліндричну стінку з внутрішнім радіусом r_0 і зовнішнім радіусом r_1 за умов, що стінка ізотропне тіло та коефіцієнт теплопровідності речовини λ є сталою величиною і не залежить від координати. Вісь симетрії порожнистої труби збігається з віссю Oz циліндричної системи координат (r,φ,z). Вважаємо, що внутрішня та зовнішня поверхні однорідної циліндричної стінки є ізотермічні поверхні та внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$. Оскільки, внутрішня та зовнішня поверхні порожнистого тіла є ізотермічними поверхнями, то температурне поле в стінці змінюється лише в радіальному напрямі. Отже, температурне поле є функцією тільки від $r - t(r)$.

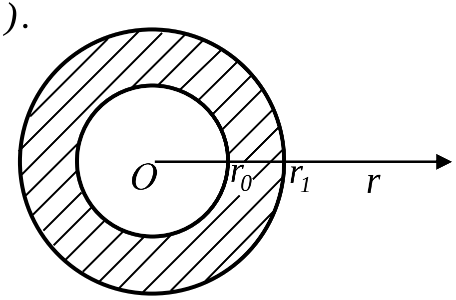

Рис. 3. Одношарова циліндрична стінка

Внаслідок цього справедливі рівності: $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$, $\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$, $\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0$, і тоді рівняння теплопровідності набере вигляду:

$$\frac{d^2 t(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dt(r)}{dr} = 0, \quad (r_0 < r < r_1). \tag{20}$$

Розв'язок даного диференціального рівняння такий:

$$t(r) = C_1 \ln r + C_2. \tag{21}$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 необхідно визначати з граничних умов.

Граничні умови першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях однорідної циліндричної стінки задано умови:

$$t(r_0) = t_{m0}; \quad t(r_1) = t_{m1}. \tag{22}$$

Підставляючи (21) в (22) отримаємо систему рівнянь для визначення C_1 і C_2:

$$C_1 \ln r_0 + C_2 = t_{m0}, \; C_1 \ln r_1 + C_2 = t_{m1}.$$

Розв'язуючи систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{\ln {}^{r_1}\!/_{r_0}} \text{ і } C_2 = \frac{t_{m0}\ln r_1 - t_{m1}\ln r_0}{\ln {}^{r_1}\!/_{r_0}}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині циліндричної стінки за наявності **граничних умовпершого типу** описується законом:

$$t(r) = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{\ln {}^{r_1}\!/_{r_0}}\ln r + \frac{t_{m0}\ln r_1 - t_{m1}\ln r_0}{\ln {}^{r_1}\!/_{r_0}}, \quad (r_0 \le r \le r_1). \tag{23}$$

Градієнт температури дорівнює $grad t = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{r \ln {}^{r_1}\!/_{r_0}}$.

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda grad t = \lambda \frac{t_{m0} - t_{m1}}{r \ln {}^{r_1}\!/_{r_0}}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через довільну кругову поверхню труби довжиною l, дорівнює

$$Q_l(r) = 2\pi r l q\tau = 2\pi l\tau\lambda \frac{t_{m0} - t_{m1}}{\ln r_1 / r_0}.$$

Граничні умови третього типу. Розглядаємо ту ж порожнисту циліндричну стінку. Вважаємо, що внутрішню поверхню порожнистого циліндра омиває рідина (газ) з температурою t_{p0}, а зовнішню поверхню – рідина (газ) з температурою t_{p1}. Нехай між рідинами (газами) та циліндричним тілом існує конвекційний теплообмін по закону

$$\lambda \frac{dt(r_0)}{dr} = \alpha_0(t(r_0) - t_{p0}); -\lambda \frac{dt(r_1)}{dr} = \alpha_1(t(r_1) - t_{p1}). \tag{24}$$

Підставляючи (21) в рівняння (24), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування C_1 і C_2:

$$\lambda \frac{C_1}{r_0} = \alpha_0(C_1 \ln r_0 + C_2 - t_{p0}); \quad -\lambda \frac{C_1}{r_1} = \alpha_1(C_1 \ln r_1 + C_2 - t_{p1}).$$

Розв’язуючи дану систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \dfrac{r_1}{r_0}}; \quad C_2 = \frac{t_{p0}\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln r_1\right) + t_{p1}\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} - \ln r_0\right)}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \dfrac{r_1}{r_0}}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині циліндричної стінки за наявності **граничних умовтретього типу** описується формулою:

$$t(r) = \frac{(t_{p1} - t_{p0})\ln r + t_{p0}\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln r_1\right) + t_{p1}\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} - \ln r_0\right)}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \dfrac{r_1}{r_0}} \; (r_0 \le r \le r_1). \tag{25}$$

Градієнт температури дорівнює
$$grad t = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{r\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \dfrac{r_1}{r_0}\right)}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур’є

$$q = -\lambda grad t = \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{r\left(\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \dfrac{r_1}{r_0}\right)}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через ділянку труби довжиною l, дорівнює

$$Q_l(r) = 2\pi r l q\tau = 2\pi l\tau\lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \dfrac{r_1}{r_0}}.$$

Температурне поле в сферичній однорідній стінці

Розглянемо сферичну стінку, радіуси внутрішньої та зовнішньоїповерхонь якої відповідно дорівнюють r_0 та r_1. Центр сферичних поверхонь стінки збігається з центром сферичної системи координат r,φ,ψ. Вважаємо, що внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$, та внутрішня і зовнішня поверхні сферичної стінки є ізотермічними поверхнями.

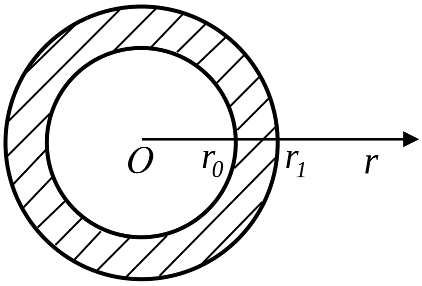

Рис. 4. Схема сферичної порожнистої стінки

Коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки λ величина стала та не залежить від координат точки. Оскільки внутрішня та зовнішня поверхні порожнистої сфери є ізотермічними поверхнями, то температурне поле в тілі змінюється тільки в радіальному напрямі. Отже, температурне поле є функцією тільки від координати $r - t(r)$.

Враховуючи попередні твердження, рівняння теплопровідності для сферичної стінки матиме вигляд

$$\frac{d^2(rt)}{dr^2} = 0, \quad \text{або} \quad \frac{d^2t(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dt(r)}{dr} = 0 \; (r_0 < r < r_1). \qquad (26)$$

Розв’язок рівняння теплопровідності (26) такий:

$$t(r) = \frac{C_1}{r} + C_2. \qquad (27)$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 необхідно визначати з граничних умов.

Граничні умови першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях однорідної сферичної стінки задано значення температур:

$$t(r_0) = t_{m0}; \quad t(r_1) = t_{m1}. \qquad (28)$$

Підставляючи (27) в (28), отримаємо систему рівнянь для визначення C_1 і C_2:

$$\frac{C_1}{r_0} + C_2 = t_{m0}, \qquad \frac{C_1}{r_1} + C_2 = t_{m1}.$$

Розв’язуючи дану систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0 r_1}{r_1 - r_0} \text{ а } C_2 = \frac{t_{m1}r_1 - t_{m0}r_0}{r_1 - r_0}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині сферичної стінки за наявності **граничних умовпершого типу** описується рівнянням

$$t(r) = \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0 r_1}{r(r_1 - r_0)} + \frac{t_{m1}r_1 - t_{m0}r_0}{r_1 - r_0}, \qquad (r_0 \le r \le r_1). \qquad (29)$$

Градієнт температури дорівнює

$$gradt = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{(t_{m1} - t_{m0})r_0 r_1}{r^2(r_1 - r_0)}.$$

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda gradt = \lambda \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0 r_1}{r^2(r_1 - r_0)}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через довільну сферичну поверхню тіла, дорівнює

$$Q(r) = 4\pi r^2 q\tau = 4\pi\tau\lambda \frac{(t_{m0} - t_{m1})r_0 r_1}{r_1 - r_0}.$$

Граничні умови третього типу. Розглядаємо ту ж сферичну стінку. Вважаємо, що внутрішню поверхню порожнистого циліндра омиває рідина (газ) з температурою t_{p0}, а зовнішню поверхню – рідина (газ) з температурою t_{p1}. Нехай між рідинами (газами) та внутрішньою і зовнішньою поверхнями сферичного тіла існують конвекційні теплообміни за законом

$$\lambda \frac{dt(r_0)}{dr} = \alpha_0(t(r_0) - t_{p0}); -\lambda \frac{dt(r_1)}{dr} = \alpha_1(t(r_1) - t_{p1}). \tag{30}$$

Підставляючи (27) в рівняння (30), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих інтегрування C_1 і C_2:

$$-\lambda \frac{C_1}{r_0^2} = \alpha_0\left(\frac{C_1}{r_0} + C_2 - t_{p0}\right); \quad \lambda \frac{C_1}{r_1^2} = \alpha_1\left(\frac{C_1}{r_1} + C_2 - t_{p1}\right).$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}; \quad C_2 = \frac{t_{p0}\left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} - \frac{1}{r_1}\right) + t_{p1}\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}.$$

Отже, **розподіл температурного поля** по товщині сферичної стінки за наявності **граничних умовтретього типу** описується формулою:

$$t(r) = \frac{\frac{t_{p0} - t_{p1}}{r} + t_{p0}\left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} - \frac{1}{r_1}\right) + t_{p1}\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}, \quad (r_0 \le r \le r_1). \tag{31}$$

Градієнт температури дорівнює $gradt = \frac{dt(r)}{dr} = \frac{t_{p1} - t_{p0}}{r^2\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right)}.$

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda gradt = \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{r^2\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right)}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через довільну сферичну поверхню тіла, дорівнює $Q(r) = 4\pi r^2 q\tau = 4\pi\tau\lambda \dfrac{t_{p0} - t_{p1}}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \dfrac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \dfrac{1}{r_0} - \dfrac{1}{r_1}}$.

Методика розв'язування задач

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в бетонній стінці товщиною 60 см і кількість теплоти, яка проходить через стінку площею $F = 8м^2$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні $t_{m0} = 15^0 C$ і на зовнішній поверхні $t_{m1} = -25^0 C$. Коефіцієнт теплопровідності бетону взяти

$$\lambda(t) = 1{,}42 - 11 \cdot 10^{-4} t \text{, де } [\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot К}.$$

Для випадку, коли між значенням коефіцієнта теплопровідності речовини і температурою існує лінійна залежність $\lambda(t) = a + bt$, усереднений коефіцієнт теплопровідності визначається за формулою $\lambda_{ср} = a + b\dfrac{t_{m0} + t_{m1}}{2}$.

Отже, усереднений коефіцієнт теплопровідності для бетонної стінки в температурних межах $\left[-25^0 C; 15^0 C\right]$ дорівнює

$$\lambda_{ср} = 1{,}42 - 11 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{-25 + 15}{2} = 1{,}4255 \frac{Вт}{м \cdot К}.$$

Розподіл температурного поля по товщині плоскої бетонної стінки за граничних умов першого типу, враховуючи (17), дорівнює

$$t_1(x) = \frac{-25 - 15}{0{,}6} x + 15 = -66{,}67x + 15,\ (0 \le x \le 0{,}6).$$

Градієнт температури дорівнює $grad t(x) = -66{,}67\ {}^0C/м$. Густина теплового потоку становить величину

$$q = -\lambda grad t(x) = -1{,}4255 \cdot (-66{,}67) = 95 \frac{Вт}{м^2}.$$

Кількість теплоти, яка проходить через стінку площею $F = 8м^2$ впродовж доби, дорівнює $Q = qF\tau = 95 \cdot 8 \cdot 24 \cdot 3600 = 65687кДж.$

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в цегляній стінці і кількість теплоти, яка проходить через стінку площею $F = 8{,}4м^2$ впродовж доби, якщо температура повітря всередині кімнати $t_{p0} = 23^0 C$, а зовні будинку – $t_{p1} = -17^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між повітрям всередині кімнати та стіною $\alpha_0 = 11{,}6 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою стіною та повітрям – $\alpha_1 = 5{,}8 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 380мм$. Коефіцієнт теплопровідності для червоної цегли $\lambda = 0{,}455 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Визначити який об'єм природного газу необхідно спалити, щоб компенсувати втрати теплоти через стінку, якщо теплота згорання газу $Q_{газ} = 34000 \dfrac{кДж}{м^3}$.

Розподіл температурного поля по товщині однорідної стінки описується формулою (19), тобто

$$t(x) = \frac{(t_{p1} - t_{p0})x + \dfrac{\lambda}{\alpha_0} t_{p1} + \left(\dfrac{\lambda}{\alpha_1} + l_1 \right) t_{p0}}{\dfrac{\lambda}{\alpha_0} + l_1 + \dfrac{\lambda}{\alpha_1}}, \quad (0 \le x \le l_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t(x) = \frac{(-17 - 23)x + \dfrac{0,455}{11,6}(-17) + \left(\dfrac{0,455}{5,8} + 0,38 \right) 23}{\dfrac{0,455}{11,6} + 0,38 + \dfrac{0,455}{5,8}} \text{ або}$$

$$t(x) = -80,374x + 19,847 \ (0 \le x \le 0,38).$$

Температура на лівій поверхні стінки дорівнює $t(0) = 19,8 - 80,4 \cdot 0 = 19,8^0 C$, а на правій поверхні стінки – $t(0,38) = -80,4 \cdot 0,38 + 19,8 = -10,7^0 C$.

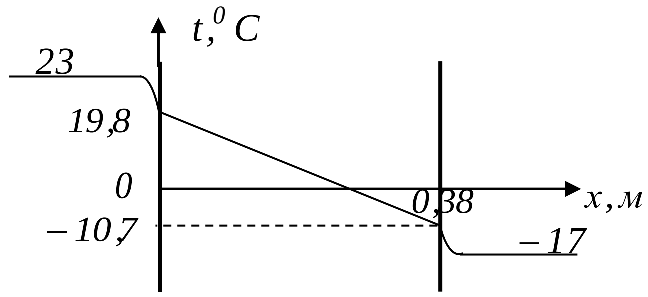

Рис. 5. Розподіл температурного поля по товщині цегляної стінки та в повітрі біля стінки

Густина теплового потоку через цегляну стінку визначається за формулою $q = -\lambda grad t(x)$, тобто $q = -0,455 \cdot (-80,374) = 36,6 \dfrac{Вт}{м^2}$.

Отже, кількість теплоти, яка проходить через цегляну стінку площею $F = 8,4 м^2$ впродовж доби, дорівнює $Q = qF\tau = 36,6 \cdot 8,4 \cdot 24 \cdot 3600 = 26542 кДж$.

Об'єм природного газу необхідного для спалення, щоб компенсувати втрати теплоти внаслідок теплопровідності через стінку, дорівнює

$$V = \frac{Q}{Q_{газ}} = 0,781 м^3.$$

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля і кількість теплоти, яка проходить через кругову поверхню паропроводу довжиною $l = 8 м$ впродовж доби, якщо температури на зовнішній і внутрішній поверхнях паропроводу відповідно дорівнюють $t_{m1} = 169^0 C$, $t_{m0} = 170^0 C$. Внутрішній радіус якого $r_0 = 17,5 см$ і зовнішній радіус – $r_0 = 19 см$. Коефіцієнт теплопровідності для вуглецевої сталі дорівнює $\lambda(t) = 58 - 0,042t$, $[\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot К}$.

Усереднений коефіцієнт теплопровідності сталі в температурних межах $(169^0 C; 170^0 C)$ дорівнює $\lambda_{ср} = 58 - 0,042 \cdot \frac{169 + 170}{2} = 50,88 \frac{Вт}{м \cdot К}$.

Розподіл температурного поля по товщині стального паропроводу за граничних умов першого типу визначаємо за формулою (23), тобто

$$t(r) = \frac{t_{m1} - t_{m0}}{\ln r_1 - \ln r_0} \ln r + \frac{t_{m0} \ln r_1 - t_{m1} \ln r_0}{\ln r_1 - \ln r_0}, \quad (r_0 \le r \le r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t(r) = \frac{169 - 170}{\ln 0,19 - \ln 0,175} \ln r + \frac{170 \ln 0,19 - 169 \ln 0,175}{\ln 0,19 - \ln 0,175}$$

або $$t(r) = -12,16 \ln r + 148,806, \quad (0,175 \le r \le 0,19).$$

Густина теплового потоку визначається за формулою $q(r) = -\lambda grad t(r)$,

тобто $$q(r) = -50,88 \cdot \frac{-12,16}{r} = \frac{618,7}{r}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через кругову поверхню труби довжиною l метрів, визначається за формулою $Q_l(r) = 2\pi r l q \tau$. Підставляючи значення величин отримаємо, що впродовж доби через стінки стального паропроводу в навколишнє середовище передається теплоти

$$Q_8(r) = 2\pi r 8 \frac{618,7}{r} 24 \cdot 3600 = 268693 кДж.$$

Задача 4. Визначити кількість теплоти, яка покидає стальну трубу довжиною $l = 6 м$ впродовж доби, якщо всередині труби тече газ середня температура якого $t_{p0} = 800^0 C$ і зовні труба обдувається повітрям, температура якого $t_{p1} = 15^0 C$. Коефіцієнт теплообміну від газу до стінки труби $\alpha_0 = 15 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і від стінки труби до повітря – $\alpha_1 = 5,8 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Внутрішній радіус труби $r_0 = 0,025 м$, зовнішній радіус – $r_1 = 0,055 м$. Коефіцієнт теплопровідності сталі $\lambda = 46,6 \frac{Вт}{м \cdot К}$.

Розподіл температурного поля в циліндричній трубі за наявності граничних умов третього типу визначається за формулою (25), тобто

$$t(r) = \frac{(t_{p1} - t_{p0}) \ln r + t_{p0}\left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln r_1\right) + t_{p1}\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} - \ln r_0\right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \ln \frac{r_1}{r_0}}, \qquad (r_0 \le r \le r_1).$$

Підставляючи значення величин, отримаємо

$$t_1(r)=\frac{(15-800)\ln r+800\left(\frac{46,6}{5,8\cdot 0,055}+\ln 0,055\right)+15\left(\frac{46,6}{15\cdot 0,025}-\ln 0,025\right)}{\frac{46,6}{15\cdot 0,025}+\frac{46,6}{5,8\cdot 0,055}+\ln\frac{0,055}{0,025}},$$

або $$t_1(r)=-2,895\ln r+429,54,\ (0,025\le r\le 0,055).$$

Температура на внутрішній та зовнішній стінках труби відповідно дорівнює $t_1(0,025)=-2,895\ln 0,025+429,54=440,22^0C$ і $t_1(0,055)=437,94^0C$.

Густина теплового потоку визначається за формулою $q(r)=-\lambda grad t(r)$,

тобто $$q(r)=-46,6\cdot\frac{-2,895}{r}=\frac{134,92}{r}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через кругову поверхню труби довжиною l метрів, визначається за формулою $Q_l(r)=2\pi rlq\tau$. Підставляючи значення величин отримаємо, що впродовж доби через стінки стального паропроводу в навколишнє середовище передається теплоти

$$Q_6(r)=2\pi r6\frac{134,92}{r}24\cdot 3600=439452кДж.$$

Задача 5. Визначити розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки виготовленої із залізобетону та теплові втрати впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0}=240^0C$ і на зовнішній – $t_{m1}=20^0C$. Сферична стінка має розміри $r_0=2м$ і $r_1=2,25м$. Коефіцієнт теплопровідності залізобетону $\lambda=1,55\frac{Вт}{м\cdot K}$.

Розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки за наявності граничних умов першого типу описується рівнянням (29), тобто

$$t(r)=\frac{(t_{m0}-t_{m1})r_0r_1}{r(r_1-r_0)}+\frac{t_{m1}r_1-t_{m0}r_0}{r_1-r_0},\qquad (r_0\le r\le r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки дорівнює

$$t(r)=\frac{(240-20)\cdot 2\cdot 2,25}{r(2,25-2)}+\frac{20\cdot 2,25-240\cdot 2}{2,25-2}$$ або $$t(r)=\frac{3960}{r}-1740,$$

$(2\le r\le 2,25)$.

Градієнт температури дорівнює $grad t(r)=\frac{dt(r)}{dr}=\frac{(t_{m1}-t_{m0})r_0r_1}{r^2(r_1-r_0)}$ або враховуючи значення величин, отримаємо $grad t(r)=-\frac{3960}{r^2}$.

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є $q(r)=-\lambda grad t(r)=\lambda\frac{(t_{m0}-t_{m1})r_0r_1}{r^2(r_1-r_0)}$ або враховуючи умову задачі, отримаємо

$$q(r)=\frac{6138}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q, яка проходить за час τ через сферичну поверхню радіуса r, дорівнює $Q(r)=4\pi r^2 q\tau=4\pi\tau\lambda\frac{(t_{m0}-t_{m1})r_0 r_1}{r_1-r_0}$. Підставляючи значення величин, отримаємо втрату теплоти за добу

$$Q(r)=4\pi\cdot 6138\cdot 24\cdot 3600=6664232 кДж.$$

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля по товщині залізобетонної сферичної стінкита теплові втрати впродовж доби, якщо середня температура газу всередині сферичної стінки $t_{p0}=90^0 C$ і температура повітря зовні сферичної стінки $t_{p1}=-20^0 C$. Коефіцієнт теплообміну від газу до внутрішньої стінки $\alpha_0=12\frac{Вт}{м^2\cdot K}$ і від зовнішньої поверхні стінки до повітря – $\alpha_1=6{,}2\frac{Вт}{м^2\cdot K}$. Розміри залізобетонної сферичної стінки $r_0=2 м$ і $r_1=2{,}25 м$. Коефіцієнт теплопровідності залізобетону $\lambda=1{,}55\frac{Вт}{м\cdot K}$.

Розподіл температурного поля по товщині сферичної стінки за граничних умов третього типу описується формулою (31), тобто

$$t(r)=\frac{\frac{t_{p0}-t_{p1}}{r}+t_{p0}\left(\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2}-\frac{1}{r_1}\right)+t_{p1}\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_1}}, \qquad (r_0\le r\le r_1).$$

Підставляючи дані отримаємо, що розподіл температурного поля в сферичній стінці дорівнює

$$t(r)=\frac{\frac{90-(-20)}{r}+90\left(\frac{1{,}55}{6{,}2\cdot 2{,}25^2}-\frac{1}{2{,}25}\right)+(-20)\left(\frac{1{,}55}{12\cdot 2^2}+\frac{1}{2}\right)}{\frac{1{,}55}{12\cdot 2^2}+\frac{1{,}55}{6{,}2\cdot 2{,}25^2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2{,}25}} \text{ або}$$

$$t(r)=\frac{570{,}58}{r}-239{,}65, \quad (2\le r\le 2{,}25).$$

Температура на внутрішній та зовнішній поверхнях сферичної стінки відповідно дорівнює:

$$t(2)=\frac{570{,}58}{2}-239{,}65=45{,}64^0 C \text{ і } t(2{,}25)=-13{,}94^0 C.$$

Градієнт температури дорівнює

$$grad t(r)=\frac{dt(r)}{dr}=\frac{t_{p1}-t_{p0}}{r^2\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_1}\right)},$$

а враховуючи значення величин, отримаємо $grad t(r)=-\frac{570{,}58}{r^2}$.

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q(r) = -\lambda grad t(r) = \lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{r^2\left(\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right)}.$$

Підставляючи значення величин, отримаємо $q(r) = \frac{884{,}4}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню радіуса r,дорівнює $Q(r) = 4\pi r^2 q\tau = 4\pi\tau\lambda \frac{t_{p0} - t_{p1}}{\frac{\lambda}{\alpha_0 r_0^2} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}$. Враховуючи значення величин отримаємо, що впродовж доби через зовнішню поверхню сфери в навколишнє середовище переходить теплоти

$$Q(r) = 4\pi \cdot 884{,}4 \cdot 24 \cdot 3600 = 960223 кДж.$$

Завдання для проведення практичного заняття

Варіант 1.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 80^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 79{,}9^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з алюмінію, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 205 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 80^0 C$ і на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 20^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 8 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з алюмінію, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 205 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 60^0 C$ і $t_{p1} = 12^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 150 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 10 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з алюмінію, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 205 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5 см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7 см$.

Варіант 2.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 76^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 75{,}6^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з дюралюмінію, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 170 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 3{,}7 см$ і зовнішній – $r_1 = 5 см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 76^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 9 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з дюралюмінію, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 170 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 3{,}7 см$ і зовнішній – $r_1 = 5 см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1 м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 50^0 C$ і $t_{p1} = 19^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінкиі навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 164 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з дюралюмінію, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 170 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 1{,}25 см$ і зовнішній – $r_1 = 2{,}5 см$.

Варіант 3.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}2м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 85^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 84{,}8^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з міді, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 392 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}2м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 85^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 16^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 10 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з міді, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 392 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25м$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1м$ впродовж доби, якщо на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 64^0 C$ і $t_{p1} = 16^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 180 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 13 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з міді, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 392 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7см$.

Варіант 4.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5{,}6м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 20^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 19{,}6^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з сталі, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 58 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5{,}6м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 81^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 19^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 9{,}2 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з сталі, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 58 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5 см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7 см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1 м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 68^0 C$ і $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 200 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 14 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з сталі, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 58 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 1{,}25 см$ і зовнішній – $r_1 = 1{,}75 см$.

Варіант 5.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}8 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 18^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 17{,}8^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з чавуну, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 52 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5 см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25 см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}8 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 78^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 8{,}8 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з чавуну, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 52 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5 см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25 см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1 м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 42^0 C$ і $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 210 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндричнастінка виготовлена з чавуну, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 52 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 10 см$ і зовнішній – $r_1 = 12{,}5 см$.

Варіант 6.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}4 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 15^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 15{,}2^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з азбесту, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}14 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5 см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25 см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}4 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 75^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 12^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 8{,}2 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з азбесту, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}14 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5 см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25 см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1 м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 32^0 C$ і $t_{p1} = -8^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінкиі навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 220 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 11 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з азбесту, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}14 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5 см$ і зовнішній – $r_1 = 6 см$.

Варіант 7.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5{,}2\,м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 20^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 19{,}7^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з бетону, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}05 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 20\,см$ і зовнішній – $r_1 = 25\,см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5{,}2\,м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 60^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 15^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 8{,}4 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з бетону, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}05 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 20\,см$ і зовнішній – $r_1 = 25\,см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1\,м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 19^0 C$ і $t_{p1} = -11^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінкиі навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 205 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 9 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з бетону, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}05 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 20\,см$ і зовнішній – $r_1 = 25\,см$.

Варіант 8.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 6{,}2\,м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 9^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 9{,}3^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена із скла, коефіцієнт теплопровідності якого

$\lambda = 0{,}75 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 6{,}2м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 40^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 9^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 9{,}9 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінкавиготовлена із скла, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}75 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}25см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 39^0 C$ і $t_{p1} = 14^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 230 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 9{,}6 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з скла, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}75 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5см$ і зовнішній – $r_1 = 6см$.

Варіант 9.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5{,}1м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 26^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 25{,}6^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з поліетилену, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}29 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 5{,}1м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 26^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = -4^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 11{,}2 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з поліетилену, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}29 \frac{Вт}{м \cdot К}$,внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 2{,}5 см$ і зовнішній – $r_1 = 3{,}7 см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 42^0 C$ і $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінкиі навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 240 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 8{,}5 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндричнастінка виготовлена з поліетилену, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 0{,}29 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 1{,}25 см$ і зовнішній – $r_1 = 1{,}5 см$.

Варіант 10.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}3 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 15^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 14{,}8^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з гуми, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 0{,}146 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 1{,}25 см$ і зовнішній – $r_1 = 2{,}5 см$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4{,}3 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній стінці $t_{m0} = 24^0 C$ а на зовнішній стінці існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = -1^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 7{,}8 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з гуми, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 0{,}146 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 1{,}25 см$ і зовнішній – $r_1 = 2{,}5 см$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 1м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого відповідно дорівнює $t_{p0} = 20^0 C$

і $t_{p1} = 2^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 190 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 8 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з гуми, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 0{,}146 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 1{,}25 см$ і зовнішній – $r_1 = 1{,}5 см$.

Відповіді до завдання для проведення практичного заняття

Варіант	Задача 1	Задача 2	Задача 3
1	$t(r) = -0{,}255 \ln r + 79{,}059$; $Q_5 = 141933 кДж$	$t(r) = -0{,}088 \ln r + 79{,}676$; $Q_5 = 48829 кДж$	$t(r) = -0{,}0788 \ln r + 55{,}402$; $Q_1 = 8770 кДж$
2	$t(r) = -1{,}328 \ln r + 71{,}62$; $Q_4 = 490393 кДж$	$t(r) = -0{,}1534 \ln r + 75{,}494$; $Q_4 = 56630 кДж$	$t(r) = -0{,}0477 \ln r + 45{,}838$; $Q_1 = 4399 кДж$
3	$t(r) = -0{,}89 \ln r + 82{,}315$; $Q_{4,2} = 801078 кДж$	$t(r) = -0{,}11 \ln r + 84{,}67$; $Q_{4,2} = 98292 кДж$	$t(r) = -0{,}0532 \ln r + 59{,}171$; $Q_1 = 11318 кДж$
4	$t(r) = -1{,}02 \ln r + 16{,}236$; $Q_{5,6} = 179902 кДж$	$t(r) = -0{,}363 \ln r + 79{,}661$; $Q_{5,6} = 64012 кДж$	$t(r) = -0{,}141 \ln r + 64{,}115$; $Q_5 = 4435 кДж$
5	$t(r) = -0{,}896 \ln r + 15{,}315$; $Q_{4,8} = 135459 кДж$	$t(r) = -0{,}633 \ln r + 76{,}103$; $Q_{4,8} = 85788 кДж$	$t(r) = -0{,}642 \ln r + 38{,}931$; $Q_1 = 18131 кДж$
6	$t(r) = -0{,}896 \ln r + 17{,}685$; $Q_{4,4} = -300 кДж$	$t(r) = -126{,}94 \ln r - 305{,}265$; $Q_{4,4} = 42448 кДж$	$t(r) = -98{,}24 \ln r - 263{,}548$; $Q_1 = 7466 кДж$
7	$t(r) = 1{,}344 \ln r + 21{,}864$; $Q_{5,2} = -3985 кДж$	$t(r) = -62{,}228 \ln r - 40{,}153$; $Q_{5,2} = 184448 кДж$	$t(r) = -41{,}93 \ln r - 49{,}563$; $Q_1 = 23902 кДж$
8	$t(r) = 1{,}344 \ln r + 13{,}028$; $Q_{6,2} = -3394 кДж$	$t(r) = -21{,}6 \ln r - 24{,}704$; $Q_{6,2} = 54523 кДж$	$t(r) = -16{,}133 \ln r - 10{,}382$; $Q_1 = 6569 кДж$
9	$t(r) = -1{,}02 \ln r + 22{,}236$; $Q_{5,1} = 819 кДж$	$t(r) = -27{,}476 \ln r - 75{,}357$; $Q_{5,1} = 22061 кДж$	$t(r) = -9{,}399 \ln r - 0{,}0947$; $Q_1 = 1480 кДж$
10	$t(r) = -0{,}288 \ln r + 13{,}736$; $Q_{4,3} = 98 кДж$	$t(r) = -17{,}339 \ln r - 51{,}978$; $Q_{4,3} = 5909 кДж$	$t(r) = -12{,}325 \ln r - 34{,}766$; $Q_1 = 977 кДж$

Задачі для контрольного завдання

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля, значення температури в точці $r = 0{,}24 м$ і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4 м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 64^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 58^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з піщаного бетону, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}05 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки $r_0 = 20 см$ і зовнішній – $r_1 = 30 см$.

Відповідь: $t(r) = -14{,}7978 \ln r + 40{,}1838, \quad (0{,}2 \le r \le 0{,}3); \quad t(0{,}24) = 61{,}3^0 C$, $Q_4 = 33740 \, кДж$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля, значення температури на зовнішній поверхні стінки і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 82^0 C$ а на зовнішній – існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого – $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 9 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з чавуну, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 52 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 15см$ і зовнішній – $r_1 = 20см$.

Відповідь: $t(r) = -2{,}1935 \ln r + 77{,}8386, \quad (0{,}15 \le r \le 0{,}2); \quad t(0{,}2) = 81{,}37^0 C$, $Q_4 = 247687 \, кДж$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля, значення температур на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки, і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 3м$ впродовж доби, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 82^0 C$ і $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею стінкиі навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 210 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 8 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена зі сталі, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 58 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 15см$ і зовнішній – $r_1 = 20см$.

Відповідь: $t(r) = -1{,}6676 \ln r + 75{,}7659, \quad t(0{,}15) = 78{,}93^0 C, \quad t(0{,}2) = 78{,}45^0 C$, $Q_3 = 157518 \, кДж$.

Задача 4. Визначити розподіл температурного поля, значення температури в точці $r = 0{,}3м$ і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 23^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 19{,}2^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з бетону на гранітному заповнювачі, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}42 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки $r_0 = 25см$ і зовнішній – $r_1 = 35см$.

Відповідь: $t(r) = -11{,}2937\ln r + 7{,}3437, \quad (0{,}25 \le r \le 0{,}35); \quad t(0{,}3) = 20{,}94^0 C$, $Q_4 = 34824\,кДж$.

Задача 5. Визначити розподіл температурного поля, значення температури на зовнішній поверхні стінки і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 59^0 C$ а на зовнішній – існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого $t_{p1} = 16^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 10\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з чавуну, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 52\frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 20см$ і зовнішній – $r_1 = 25см$.

Відповідь: $t(r) = -2{,}0454\ln r + 55{,}7081, \quad (0{,}2 \le r \le 0{,}25). \quad t(0{,}25) = 58{,}54^0 C$, $Q_4 = 230955\,кДж$.

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля, значення температур на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки, та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 3м$ впродовж доби, якщо на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 82^0 C$ і $t_{p1} = 18^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 230\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 12\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена зі сталі, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 58\frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 5см$ і зовнішній – $r_1 = 6{,}5см$.

Відповідь: $t(r) = -0{,}8034\ln r + 75{,}5416, \quad t(0{,}05) = 77{,}95^0 C, \quad t(0{,}065) = 77{,}74^0 C$, $Q_3 = 75885\,кДж$.

Задача 7. Визначити розподіл температурного поля, значення температури в точці $r = 0{,}4м$ і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 10^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 7^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з бетону на вапняковому заповнювачі, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}25\frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки $r_0 = 30см$ і зовнішній – $r_1 = 45см$.

Відповідь: $t(r) = -7{,}3989 \ln r + 1{,}0919, (0{,}3 \le r \le 0{,}45)$; $t(0{,}4) = 7{,}87^0 C$, $Q_4 = 20083 \, кДж$.

Задача 8. Визначити розподіл температурного поля, значення температури на зовнішній поверхні стінки і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 36^0 C$ а на зовнішній – існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого $t_{p1} = -4^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем $\alpha_1 = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена з чавуну, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 52 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 20см$ і зовнішній – $r_1 = 25см$.

Відповідь: $t(r) = -2{,}2784 \ln r + 32{,}3331, \quad (0{,}2 \le r \le 0{,}25)$; $t(0{,}25) = 35{,}49^0 C$, $Q_4 = 257264 \, кДж$.

Задача 9. Визначити розподіл температурного поля, значення температур на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки, та кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 3м$ впродовж доби, якщо на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температура якого дорівнює $t_{p0} = 62^0 C$ і $t_{p1} = 16^0 C$. Коефіцієнт теплообміну між внутрішньою поверхнею циліндричної стінки і навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_0 = 250 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, а між зовнішньою – і навколишнім середовищем – $\alpha_1 = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Циліндрична стінка виготовлена зі сталі, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = 58 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки – $r_0 = 15см$ і зовнішній – $r_1 = 17см$.

Відповідь: $t(r) = -1{,}5281 \ln r + 56{,}7376$, $t(0{,}15) = 59{,}64^0 C$, $t(0{,}17) = 59{,}45^0 C$, $Q_3 = 144340 \, кДж$.

Задача 10. Визначити розподіл температурного поля, значення температури в точці $r = 0{,}4м$ і кількість теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною $l = 4м$ впродовж доби, якщо температура на внутрішній поверхні стінки $t_{m0} = 28^0 C$ і на зовнішній – $t_{m1} = 25^0 C$. Циліндрична стінка виготовлена з бетону на гранітному заповнювачі, коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda = 1{,}2 \frac{Вт}{м \cdot К}$, внутрішній радіус циліндричної стінки $r_0 = 30см$ і зовнішній – $r_1 = 45см$.

Відповідь: $t(r) = -7{,}3989 \ln r + 19{,}0919, (0{,}25 \le r \le 0{,}35)$; $t(0{,}4) = 25{,}87^0 C$, $Q_4 = 19280\, кДж$.

Завдання для проведення практичного заняття

Варіант 1.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 7{,}5 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює $t_{m0} = 24^0 C$ і $t_{m1} = -8^0 C$. Стінкавиготовлена з червоноїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, який об'єм природного газу треба спалити, теплота згорання якого $Q = 34000 \frac{кДж}{м^3}$, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}5 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з червоної цеглиі коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 20^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 38^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з пустотілої цеглиі коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 24^0 C$ і $t_{p1} = -9^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 8 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 14 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 2.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює $t_{m0} = 20^0 C$ і $t_{m1} = -4^0 C$. Стінкавиготовлена з силікатноїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$.Визначити, який об'єм природного газу треба спалити, теплота згорання якого $Q = 34000 \frac{кДж}{м^3}$, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}4 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з силікатної цегли і коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 22^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 42^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 16 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}2 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}25 м$, виготовлена з соснового бруса коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}174 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 22^0 C$ і $t_{p1} = -15^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 7 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 13 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 3.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}4 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{m0} = 18^0 C$ і $t_{m1} = 2^0 C$. Стінкавиготовлена з пустотілоїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, який об’єм природного газу, теплота згорання якого $Q = 34000 \frac{кДж}{м^3}$ треба спалити, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9 м^2$ за одну добу. Стінка,товщиною $l_1 = 0{,}16 м$, виготовлена з пінопласту коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}125 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 20^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 43^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 12 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з бетону коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 1{,}5 \frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 25^0 C$ і $t_{p1} = -7^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 6\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 15\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 4.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}6 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{m0} = 24^0 C$ і $t_{m1} = -10^0 C$. Стінкавиготовлена з соснового бруса, коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}174\frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}25 м$. Визначити, який об'єм природного газу, теплота згорання якого $Q = 34000\frac{кДж}{м^3}$ треба спалити, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 6{,}8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з пустотілої цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44\frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 23^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 44^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 8\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}7 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з червоної цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455\frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 27^0 C$ і $t_{p1} = -2^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 9\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 18\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 5.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}2 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{m0} = 21^0 C$ і $t_{m1} = 4^0 C$. Стінкавиготовлена з бетону, коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 1{,}5\frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, який об'єм природного газу, теплота згорання якого $Q = 34000\frac{кДж}{м^3}$ треба спалити, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}1 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}25 м$, виготовлена з пінобетону коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}14\frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 22^0 C$, а на другій– існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 39^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 6\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}3 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з червоної цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455\frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 24^0 C$ і $t_{p1} = -3^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 6{,}5\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 21\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 6.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 7{,}8 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{m0} = 20^0 C$ і $t_{m1} = 38^0 C$. Стінкавиготовлена з червоноїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455\frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, яку кількість електроенергії треба спожити кондиціонером, щоб компенсувати надходження теплоти від навколишнього середовища внаслідок теплопровідності плоскої стінки враховуючи, що *1кВт год=3600кДж*.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з червоної цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455\frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 20^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = -12^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 12\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 10 м^2$ за одну добу.

Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}16\,м$, виготовлена з пінопласту коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}125\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 20^0 C$ і $t_{p1} = -17^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 7{,}2\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 18\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 7.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 7{,}2м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{т0} = 23^0 C$ і $t_{т1} = 37^0 C$. Стінкавиготовлена з силікатноїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4м$. Визначити, яку кількість електроенергії треба спожити кондиціонером, щоб компенсувати надходження теплоти від навколишнього середовища внаслідок теплопровідності плоскої стінки враховуючи, що *1кВт год=3600кДж.*

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}2м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4м$, виготовлена з силікатної цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{т0} = 21^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = -15^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 10\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}1м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4м$, виготовлена з пустотілої цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 22^0 C$ і $t_{p1} = -16^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 6{,}4\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 20\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 8.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 7{,}6м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{т0} = 22^0 C$ і $t_{т1} = 40^0 C$. Стінкавиготовлена з пінопласту, коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює

$\lambda = 0{,}125 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}16 м$. Визначити, яку кількість електроенергії треба спожити кондиціонером, щоб компенсувати надходження теплоти від навколишнього середовища внаслідок теплопровідності плоскої стінки враховуючи, що *1кВт год=3600кДж.*

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з пустотілої цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{т0} = 22^0 C$, а на другій – існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = -8^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 11 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 9{,}4 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}25 м$, виготовлена з пінобетону коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}14 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температур навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 25^0 C$ і $t_{p1} = -11^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 7{,}1 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 19 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 9.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 7{,}4 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{т0} = 19^0 C$ і $t_{т1} = 39^0 C$. Стінкавиготовлена з пустотілоїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, яку кількість електроенергії треба спожити кондиціонером, щоб компенсувати надходження теплоти від навколишнього середовища внаслідок теплопровідності плоскої стінки враховуючи, що *1кВт год=3600кДж.*

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}6 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}25 м$, виготовлена з соснового бруса коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}174 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{т0} = 20^0 C$, а на другій –

існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = -8^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 14\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}9 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з червоної цегли і коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455\frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 22^0 C$ і $t_{p1} = -8^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 6{,}9\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 14\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Варіант 10.

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}1 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює$t_{m0} = 20^0 C$ і $t_{m1} = 36^0 C$. Стінкавиготовлена з пінобетону, коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}14\frac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}25 м$. Визначити, яку кількість електроенергії треба спожити кондиціонером, щоб компенсувати надходження теплоти від навколишнього середовища внаслідок теплопровідності плоскої стінки враховуючи, що *1кВт год=3600кДж.*

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}1 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з бетону і коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 1{,}5\frac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 19^0 C$, а на другій–існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = -7^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 16\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 8{,}8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з силікатної цегли і коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79\frac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 23^0 C$ і $t_{p1} = -11^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 7{,}2\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 16\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Відповіді до завдання для проведення практичного заняття

Варіант	Задача 1	Задача 2	Задача 3
1	$t(x) = -80x + 24$; $Q = 23587 кДж$; $V = 0{,}694 м^3$	$t(x) = 41{,}104x + 20$; $Q = -13735 кДж$	$t(x) = -67{,}841x + 20{,}268$; $Q = 25275 кДж$
2	$t(x) = -60x + 20$; $Q = 32763 кДж$; $V = 0{,}964 м^3$	$t(x) = 44{,}506x + 22$; $Q = -28555 кДж$	$t(x) = -128{,}364x + 18{,}809$; $Q = 17754 кДж$
3	$t(x) = -40x + 18$; $Q = 12773 кДж$; $V = 0{,}376 м^3$	$t(x) = 134{,}96x + 20$; $Q = -13118 кДж$	$t(x) = -42{,}67x + 14{,}33$; $Q = 48664 кДж$
4	$t(x) = -136x + 24$; $Q = 17583 кДж$; $V = 0{,}517 м^3$	$t(x) = 46{,}154x + 23$; $Q = -11931 кДж$	$t(x) = -60{,}946x + 23{,}92$; $Q = 20844 кДж$
5	$t(x) = -42{,}5x + 21$; $Q = 45166 кДж$; $V = 1{,}328 м^3$	$t(x) = 62{,}195x + 22$; $Q = -6094 кДж$	$t(x) = -54{,}915x + 20{,}156$; $Q = 20077 кДж$
6	$t(x) = 45x + 24$; $Q = -13798 кДж$; $N = 3{,}8 кВтгод$	$t(x) = -73{,}073x + 20$; $Q = 22981 кДж$	$t(x) = -200{,}75x + 16{,}515$; $Q = 21681 кДж$
7	$t(x) = 35x + 23$; $Q = -17201 кДж$; $N = 4{,}8 кВтгод$	$t(x) = -75{,}156x + 21$; $Q = 47195 кДж$	$t(x) = -77{,}432x + 16{,}676$; $Q = 26787 кДж$
8	$t(x) = 112{,}5x + 22$; $Q = -9234 кДж$; $N = 2{,}6 кВтгод$	$t(x) = -68{,}182x + 22$; $Q = 22810 кДж$	$t(x) = -129{,}92x + 23{,}91$; $Q = 14773 кДж$
9	$t(x) = 50x + 19$; $Q = -14066 кДж$; $N = 3{,}9 кВтгод$	$t(x) = -106{,}7x + 20$; $Q = 13795 кДж$	$t(x) = -60{,}187x + 18{,}031$; $Q = 21058 кДж$
10	$t(x) = 64x + 20$; $Q = -6271 кДж$; $N = 1{,}7 кВтгод$	$t(x) = -52{,}658x + 19$; $Q = 55278 кДж$	$t(x) = -60{,}812x + 16{,}327$; $Q = 36527 кДж$

Задачі для контрольного завдання

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 12 м^2$ за одну добу. Температуризовнішніх поверхоньстінкидорівнюють $t_{m0} = 25^0 C$ і $t_{m1} = -12^0 C$. Стінкавиготовлена з силікатноїцегли, коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, який об'єм природного газу треба спалити, теплота згорання якого $Q = 34000 \dfrac{кДж}{м^3}$, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.
Відповідь: $t(x) = -67{,}5x + 25$; $V = 1{,}626\, м^3$; $Q = 55287 кДж$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 10{,}5 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з пустотілої цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 27^0 C$, а на другій– існуєконвекційнийтеплообмінзнавколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = -13^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 21 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.
Відповідь: $t(x) = -95{,}023x + 27$; $Q = 37930 кДж$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 14 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з червоної цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 18^0 C$ і $t_{p1} = -12^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 9 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 24 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.
Відповідь: $t(x) = -63{,}896x + 14{,}769$; $Q = 35166 кДж$.

Задача 4. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 11{,}2 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює $t_{m0} = 28^0 C$ і $t_{m1} = 6^0 C$. Стінкавиготовлена з соснового бруса коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}174 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}25 м$. Визначити, який об'єм

природного газу, теплота згорання якого $Q = 34000\dfrac{кДж}{м^3}$ треба спалити, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.
Відповідь: $t(x) = -88x + 28$; $V = 0{,}436\,м^3$; $Q = 14817\,кДж$.

Задача 5. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 12{,}6\,м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}16\,м$, виготовлена з пінопласту коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 0{,}125\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніх поверхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 29^0C$, а на другій – існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 7^0C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 20\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.
Відповідь: $t(x) = -132{,}33x + 29$; $Q = 18007\,кДж$.

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 12{,}4\,м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4\,м$, виготовлена з бетону коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 1{,}5\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 28^0C$ і $t_{p1} = 4^0C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнюють $\alpha_0 = 9\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 15\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.
Відповідь: $t(x) = -36x + 22$; $Q = 57853\,кДж$.

Задача 7. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 11{,}5\,м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхонь стінки дорівнюють $t_{m0} = 32^0C$ і $t_{m1} = 8^0C$. Стінка виготовлена з червоної цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}455\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4\,м$. Визначити, який об'єм природного газу, теплота згорання якого $Q = 34000\dfrac{кДж}{м^3}$ треба спалити, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.
Відповідь: $t(x) = -60x + 32$; $V = 0{,}798\,м^3$; $Q = 27125\,кДж$.

Задача 8. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 10{,}8\,м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4\,м$, виготовлена з силікатної цегли коефіцієнт

теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}79\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Температура на одній із зовнішніхповерхонь стінки дорівнює $t_{m0} = 26^0 C$, а на другій – існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища $t_{p1} = 4^0 C$ і коефіцієнт теплообміну $\alpha_1 = 18\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.
Відповідь: $t(x) = -49{,}562x + 26$; $Q = 36535 кДж$.

Задача 9. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 11{,}8 м^2$ за одну добу. Стінка, товщиною $l_1 = 0{,}4 м$, виготовлена з пустотілої цегли коефіцієнт теплопровідності якої дорівнює $\lambda = 0{,}44\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Між стінкою та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Температура навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 31^0 C$ і $t_{p1} = 5^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і стінкою дорівнює $\alpha_0 = 10\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_1 = 16\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.
Відповідь: $t(x) = -55{,}143x + 28{,}574$; $Q = 24737 кДж$.

Задача 10. Визначити розподіл температурного поля в плоскій стінці та кількість теплоти, яка переходить через поверхню стінки площею $F = 12{,}4 м^2$ за одну добу. Температура зовнішніх поверхоньстінкидорівнює $t_{m0} = 30^0 C$ і $t_{m1} = 6^0 C$. Стінкавиготовлена з бетону, коефіцієнт теплопровідності якого дорівнює $\lambda = 1{,}5\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Товщина стінки $l_1 = 0{,}4 м$. Визначити, який об’єм природного газу, теплота згорання якого $Q = 34000\dfrac{кДж}{м^3}$ треба спалити, щоб компенсувати втрату теплоти внаслідок теплопровідності плоскої стінки.
Відповідь: $t(x) = -60x + 30$; $V = 2{,}836 м^3$; $Q = 96422 кДж$.

Тема 3. Стаціонарне температурне поле в багатошарових тілах

Температурне поле плоскої багатошарової стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами

Розглядаємо задачу визначення стаціонарного одновимірного температурного поля в плоскій багатошаровій стінці (рис. 6) за наявності ідеального теплового контакту між шарами.

Нехай товщини ізотропних шарів стінки відповідно дорівнюють: l_1, $l_2 - l_1$, $l_3 - l_2$, …, $l_n - l_{n-1}$, рис. 6.

Рівняння теплопровідності для i – ого шару, у випадку стаціонарного температурного поля, таке:

$$\frac{d^2 t_i(x)}{dx^2} = 0, (i = \overline{1,n}; l_{i-1} < x < l_i), \qquad (32)$$

де $t_i(x)$ – температурне поле в i – ому шарі; x – координата; $l_0 = 0$; n – кількість шарів.

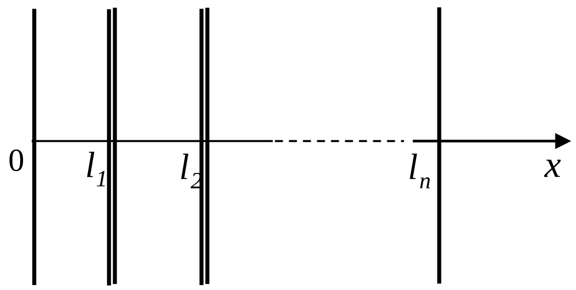

Рис. 6. Схема багатошарової стінки

Вважаємо, що між шарами існує **ідеальний тепловий контакт**, тобто існує рівність температур та теплових потоків в зоні контакту шарів:

$$t_i(l_i) = t_{i+1}(l_i), \; \lambda_i \frac{dt_i(l_i)}{dx} = \lambda_{i+1} \frac{dt_{i+1}(l_i)}{dx} (i = \overline{1,n-1}), \qquad (33)$$

де λ_i – коефіцієнт теплопровідності i – ого шару.

Необхідно визначити розподіл стаціонарного температурного поля в плоскій багатошаровій стінці за наявності граничних умов першого типу

$$t_1(0) = t_{m0}; t_n(l_n) = t_{mn} \quad (34)$$

або третього типу

$$\lambda_1 \frac{dt_1(0)}{dx} - \alpha_0 \left(t_1(0) - t_{p0}\right) = 0; \lambda_n \frac{dt_n(l_n)}{dx} + \alpha_n \left(t_n(l_n) - t_{pn}\right) = 0, \quad (35)$$

де t_{m0} і t_{mn} – температури зовнішніх поверхонь багатошарової стінки; α_0 і α_n – коефіцієнти тепловіддачі (теплообміну); t_{p0}, t_{pn} – температури зовнішнього середовища, яке омиває поверхні стінок, за межами теплового при поверхневого шару.

Величину **узагальненого коефіцієнта теплопровідності** λ_y для багатошарової стінки визначаємо за формулою:

$$\frac{l_n}{\lambda_y}=\frac{l_1}{\lambda_1}+\frac{l_2-l_1}{\lambda_2}+\cdots+\frac{l_n-l_{n-1}}{\lambda_n}.$$ (36)Введемо нову змінну для кожного шару стінки

$$x_{iy}=\frac{\lambda_y}{\lambda_i}(x-l_{i-1})+l_{i-1,y},\quad (l_{i-1}\le x\le l_i;i=\overline{1,n}),\tag{37}$$

де $l_0=0$ і $l_{0y}=0$. З даної залежності отримаємо, що:

$$l_{1y}=\frac{l_1\lambda_y}{\lambda_1},\ldots,\; l_{iy}-l_{i-1,y}=\frac{(l_i-l_{i-1})\lambda_y}{\lambda_i},\ (i=\overline{2,n}).\tag{38}$$

Сумуючи співвідношення (38) отримаємо, що

$$l_{ny}=l_n \text{ та } l_{i-1,y}=\frac{l_1\lambda_y}{\lambda_1}+\frac{(l_2-l_1)\lambda_y}{\lambda_2}+\cdots+\frac{(l_{i-1}-l_{i-2})\lambda_y}{\lambda_{i-1}}.\tag{39}$$

Враховуючи співвідношення (37) отримаємо диференціальну залежність між координатою x і приведеною координатою x_{iy}, а саме:

$$dx=\frac{\lambda_i}{\lambda_y}dx_{iy}.\tag{40}$$

Рівняння теплопровідності в приведених координатах матиме вигляд:

$$\frac{d^2t_i(x_{iy})}{dx_{iy}^2}=0,\quad (l_{i-1,y}<x_{iy}<l_{iy};i=\overline{1,n}).\tag{41}$$

Умови ідеального теплового контакту між шарами (33) наберуть вигляду:

$$t_i(l_{iy})=t_{i+1}(l_{iy}),\quad \frac{dt_i(l_{iy})}{dx_{iy}}=\frac{dt_{i+1}(l_{iy})}{dx_{i+1,y}},\ (i=\overline{1,n-1}).\tag{42}$$

Розв’язки рівнянь теплопровідності (41) за умов (42) такі:

$$t_i(x_{iy})=C_1x_{iy}+C_2,\quad (i=\overline{1,n}).\tag{43}$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 визначаємо з граничних умов (34) або (35), які в приведених координатах, враховуючи (37) і (39), наберуть вигляду:

$$t_1(0)=t_{m0},\qquad t_n(l_n)=t_{mn},\tag{44}$$

та $$\lambda_y\frac{dt_1(0)}{dx_{1y}}-\alpha_0\left[t_1(0)-t_{p0}\right]=0;\;\lambda_y\frac{dt_n(l_n)}{dx_{ny}}+\alpha_n\left[t_n(l_n)-t_{pn}\right]=0.\tag{45}$$

Граничні умови першого типу. Використовуючи рівняння (43) та граничну умову (44) отримаємо, що сталі інтегрування C_1 і C_2 дорівнюють:

$$C_1 = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{l_n} \text{ і } C_2 = t_{m0}.$$

Отже, розподіл температурного поля за наявності граничної умови першого типу(44) в приведених координатах такий:

$$t_i(x_{iy}) = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{l_n} x_{iy} + t_{m0} \qquad (i = \overline{1,n}).$$

(46)Замінюючи приведену координату x_{iy} на координату x з врахуванням (37), отримаємо:

$$t_i(x) = \frac{t_{mn} - t_{m0}}{l_n} \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_i}(x - l_{i-1}) + l_{i-1,y} \right) + t_{m0}.$$

Отже, враховуючи (39),**розподіл стаціонарного одновимірноготемпературного поля** в багатошаровій стінціза наявностіі**деального тепловогоконтакту** між шарами і**граничних умов першого типу**, тобто умов (34), має вигляд:

$$t_i(x) = \frac{(t_{mn} - t_{m0})\lambda_y}{l_n} \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \cdots + \frac{l_{i-1} - l_{i-2}}{\lambda_{i-1}} + \frac{x - l_{i-1}}{\lambda_i} \right) + t_{m0}, (47)$$

$$(l_{i-1} \le x \le l_i; i = \overline{1,n}).$$

Градієнт температури в i – ому шарі стінки дорівнює

$$gradt_i(x) = \frac{dt_i(x)}{dx} = \frac{(t_{mn} - t_{m0})\lambda_y}{l_n \lambda_i}, \quad (l_{i-1} \le x \le l_i; i = \overline{1,n}).$$

Густину теплового потоку визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda_i gradt_i(x) = -\frac{(t_{mn} - t_{m0})\lambda_y}{l_n}, \text{ або } q = \frac{(t_{m0} - t_{mn})\lambda_y}{l_n}.$$

Густина теплового потоку не залежить від координати x.

Величину $k = \frac{\lambda_y}{l_n}$ називають **коефіцієнтом теплопередачі багатошарової плоскої стінки**. Величину обернену до коефіцієнта теплопередачі, називають **термічним опором** і позначають буквою R, тобто

$$R = \frac{l_n}{\lambda_y}.$$

Кількість теплоти Q, яка переходить за проміжок часу τ через поверхню стінки площею F, дорівнює

$$Q = qF\tau = \frac{(t_{m0} - t_{mn})\lambda_y}{l_n} F\tau \text{ або } Q = k(t_{m0} - t_{mn})F\tau .$$

Граничні умови третього типу. Якщо на границях багатошарової стінки задано умови теплообміну (35), то використовуючи запис цієї граничної умови в приведених координатах (45), визначаємо сталі C_1 і C_2 з системи рівнянь

$$\lambda_y C_1 - \alpha_0 (C_2 - t_{p0}) = 0;\ \lambda_y C_1 + \alpha_n (C_1 l_n + C_2 - t_{pn}) = 0 .$$

Розв'язуючи систему рівнянь, отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{pn} - t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n},\ C_2 = \frac{t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n\right) + t_{pn}\frac{\lambda_y}{\alpha_0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n} .$$

Отже, розподіл температурного поля в багатошаровій стінці в приведених координатах за наявностіграничних умов третього типу (45) матиме вигляд:

$$t_i(x_{iy}) = \frac{(t_{pn} - t_{p0})x_{iy} + t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n\right) + t_{pn}\frac{\lambda_y}{\alpha_0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n}, \qquad (l_{i-1,y} \le x_i \le l_{iy}; i = \overline{1,n}). \quad (48)$$

Здійснюючи перехід від приведених координат до реальних, тобто враховуючи залежності (37) та (39), отримаємо, що**розподіл стаціонарного одновимірноготемпературного поля** в плоскій багатошаровій стінціза наявності**ідеального тепловогоконтакту** між шарами (33) та **граничних умов третього типу**, тобто умов (35), має такий вигляд:

$$t_i(x) = \left((t_{pn} - t_{p0})\lambda_y \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \cdots + \frac{l_{i-1} - l_{i-2}}{\lambda_{i-1}} + \frac{x - l_{i-1}}{\lambda_i} \right) + \frac{\lambda_y t_{pn}}{\alpha_0} + \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n \right) t_{p0} \right)$$
$$\times \left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} + l_n \right)^{-1},\ (l_{i-1} \le x \le l_i; i = \overline{1,n}). \qquad (49)$$

Градієнт температури в i – ому шарі стінки дорівнює

$$grad t_i(x) = \frac{dt_i(x)}{dx} = \frac{(t_{pn} - t_{p0})\lambda_y}{\lambda_i\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \frac{\lambda_y}{\alpha_n} \right)},\quad (l_{i-1} \le x \le l_i; i = \overline{1,n}).$$

Густину теплового потоку визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q = -\lambda_i \, grad t_i(x) = -\frac{(t_{pn} - t_{p0})\lambda_y}{\left(\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \dfrac{\lambda_y}{\alpha_n}\right)}, \text{ або } q = \frac{(t_{p0} - t_{pn})\lambda_y}{\left(\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \dfrac{\lambda_y}{\alpha_n}\right)},$$

де величину $k = \dfrac{\lambda_y}{\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \dfrac{\lambda_y}{\alpha_n}}$ називають коефіцієнтом теплопередачі багатошарової плоскої стінки за наявності граничних умов третього типу. Густина теплового потоку не залежить від координати *x*.

Величину, обернену коефіцієнту теплопередачі, називають термічним опором і позначають буквою R, тобто $R = \dfrac{\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \dfrac{\lambda_y}{\alpha_n}}{\lambda_y}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за проміжок часу τ через поверхню стінки площею F, дорівнює

$$Q = qF\tau = \frac{(t_{m0} - t_{mn})\lambda_y}{\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0} + l_n + \dfrac{\lambda_y}{\alpha_n}} F\tau \quad \text{або} \quad Q = k(t_{m0} - t_{mn})F\tau .$$

Температурне поле в багатошаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами

Розглядаємо безмежну циліндричну стінку, яка складається з n ізотропних шарів (рис. 7). Вважаємо, що багатошаровий циліндр порожнистий, тобто $r_0 \neq 0$. Товщини шарів відповідно дорівнюють $r_1 - r_0; r_2 - r_1; ...; r_n - r_{n-1}$. Нехай внутрішня та зовнішня поверхні багатошарової циліндричної стінки є ізотермічними поверхнями та внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$. Температурне поле за цих умов є функцією тільки координати $r - t(r)$. Рівняння теплопровідності для i – ого шару має вигляд:

$$\frac{d^2 t_i(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dt_i(r)}{dr} = 0, \quad (r_{i-1} < r < r_i; i = \overline{1,n}). \qquad (50)$$

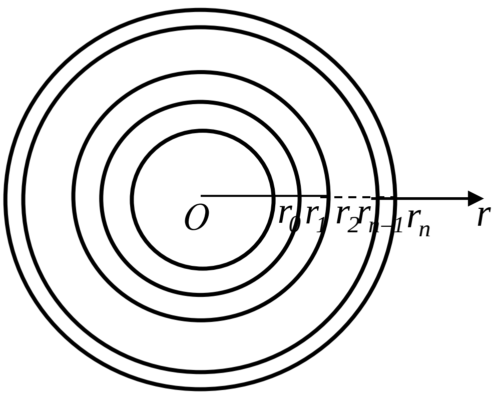

Рис. 7. Багатошарова циліндрична стінка

Вважаємо, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт, тобто

$$t_i(r_i) = t_{i+1}(r_i); \quad \lambda_i \frac{dt_i(r_i)}{dr} = \lambda_{i+1} \frac{dt_{i+1}(r_i)}{dr}, \quad (i = \overline{1, n-1}). \tag{51}$$

Граничні умови першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях багатошарової стінки задано граничні умови:

$$t(r_0) = t_{m0}; \; t(r_n) = t_{mn}. \tag{52}$$

Величину **узагальненого коефіцієнта теплопровідності** для n – шарового циліндра визначаємо за формулою:

$$\frac{\ln r_1 - \ln r_0}{\lambda_1} + \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\ln r_n - \ln r_{n-1}}{\lambda_n} = \frac{\ln r_n - \ln r_0}{\lambda_y}. \tag{53}$$

Приведені товщини шарів циліндричної стінки дорівнюють:

$$\frac{\ln r_1 - \ln r_0}{\lambda_1} = \frac{\ln r_{1y} - \ln r_0}{\lambda_y}; \quad \frac{\ln r_2 - \ln r_1}{\lambda_2} = \frac{\ln r_{2y} - \ln r_{1y}}{\lambda_y}; \ldots;$$

$$\frac{\ln r_n - \ln r_{n-1}}{\lambda_n} = \frac{\ln r_{ny} - \ln r_{n-1,y}}{\lambda_y}. \tag{54}$$

Просумувавши ліві та праві частини рівнянь (54), отримаємо, що $r_n = r_{ny}$. Вводимо нову змінну для кожного шару циліндра:

$$\frac{\ln r - \ln r_0}{\lambda_1} = \frac{\ln r_y - \ln r_0}{\lambda_y}; \; \frac{\ln r - \ln r_1}{\lambda_2} = \frac{\ln r_y - \ln r_{1y}}{\lambda_y}; \; \ldots;$$

$$\frac{\ln r - \ln r_{n-1}}{\lambda_n} = \frac{\ln r_y - \ln r_{n-1,y}}{\lambda_y}. \tag{55}$$

Із співвідношень (55) отримаємо, що координата r_y для кожного шару залежить від координати r таким чином:

$$\ln r_y = \ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \ln \frac{r}{r_0}; \; \ln r_y = \ln r_{1y} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} \ln \frac{r}{r_1}; \; \ldots;$$

$$\ln r_y = \ln r_{n-1,y} + \frac{\lambda_y}{\lambda_n} \ln \frac{r}{r_{n-1}}. \tag{56}$$

Диференціальні залежності між координатою r та координатою r_y на основі залежностей (55) матимуть вигляд:

$$dr = \frac{\lambda_1}{\lambda_y} r_0^{1-\frac{\lambda_1}{\lambda_y}} r_y^{\frac{\lambda_1}{\lambda_y}-1} dr_y; \; dr = \frac{\lambda_2}{\lambda_y} r_1 r_{1y}^{-\frac{\lambda_2}{\lambda_y}} r_y^{\frac{\lambda_2}{\lambda_y}-1} dr_y; \; \ldots \; ; \; dr = \frac{\lambda_n}{\lambda_y} r_{n-1} r_{n-1,y}^{-\frac{\lambda_n}{\lambda_y}} r_y^{\frac{\lambda_n}{\lambda_y}-1} dr_y. \tag{57}$$

Умови ідеального теплового контакту між шарами стінок (51), враховуючи (53) – (57), наберуть вигляду:

$$t_i(r_{iy}) = t_{i+1}(r_{iy}), \; \frac{dt_i(r_{iy})}{dr_y} = \frac{dt_{i+1}(r_{iy})}{dr_y}; \quad (i = \overline{1, n-1}). \tag{58}$$

Рівняння теплопровідності (50) в приведених координатах будуть наступні:

$$\frac{d^2t_i(r_y)}{dr_y^2}+\frac{1}{r_y}\frac{dt_i(r_y)}{dr_y}=0, \quad (r_{i-1,y}<r_y<r_{iy};i=\overline{1,n}). \tag{59}$$

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (59) матиме вигляд:

$$t_i(r_y)=C_{1i}\ln r_y+C_{2i}, \quad (r_{i-1,y}\le r\le r_{iy};i=\overline{1,n}). \tag{60}$$

Враховуючи умови ідеального теплового контакту між приведеними шарами (58) та рівняння (60), отримаємо, що

$$C_{1i}=C_{1,i+1},\ C_{2i}=C_{2,i+1};(i=\overline{1,n-1}).$$

Отже, температура в приведеному багатошаровому циліндрі розподіляється за законом:

$$t_i(r_y)=C_1\ln r_y+C_2, \quad (r_{i-1,y}\le r_y\le r_{iy};i=\overline{1,n}). \tag{61}$$

Підставляючи рівняння (61) в граничні умови (52), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих C_1 та C_2:

$$C_1\ln r_0+C_2=t_{m0}, \quad C_1\ln r_n+C_2=t_{mn}.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, визначаємо сталі інтегрування

$$C_1=\frac{t_{mn}-t_{m0}}{\ln r_n-\ln r_0},\ C_2=\frac{t_{m0}\ln r_n-t_{mn}\ln r_0}{\ln r_n-\ln r_0}.$$

Тепер рівняння (61) набере вигляду:

$$t_i(r_y)=\frac{(t_{mn}-t_{m0})\ln r_y+t_{m0}\ln r_n-t_{mn}\ln r_0}{\ln r_n-\ln r_0}, \quad (r_{i-1,y}\le r_y\le r_{iy};i=\overline{1,n}). \tag{62}$$

Переходячи від приведеної координати r_y до координати r, із врахуванням (56), отримаємо:

$$t_i(r)=\frac{(t_{mn}-t_{m0})\left(\ln r_0+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\ln\frac{r_1}{r_0}+\ldots+\frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}}\ln\frac{r_{i-1}}{r_{i-2}}+\frac{\lambda_y}{\lambda_i}\ln\frac{r}{r_{i-1}}\right)+t_{m0}\ln r_n-t_{mn}\ln r_0}{\ln r_n-\ln r_0},$$

$$(r_{i-1}\le r\le r_i;i=\overline{1,n}). \tag{63}$$

Отже, **розподіл стаціонарного температурного поля** в багатошаровій циліндричній стінці за наявності **ідеального теплового контакту** між шарами і **граничних умов першого типу** матиме вигляд (63).

Градієнт температури дорівнює:

$$gradt_i(r)=\frac{dt_i(r)}{dr}=\frac{\lambda_y}{\lambda_i}\frac{(t_{mn}-t_{m0})}{r(\ln r_n-\ln r_0)},\ (r_{i-1}\le r\le r_i;i=\overline{1,n}).$$

Густину теплового потоку q визначаємо використовуючи закон Фур'є

$$q=-\lambda_i gradt_i(r)=\lambda_y\frac{t_{m0}-t_{mn}}{r(\ln r_n-\ln r_0)},\ (r_{i-1}\le r\le r_i;i=\overline{1,n}).$$

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через ділянку труби довжиною l, дорівнює

$$Q_l(r)=2\pi rlq\tau=2\pi l\tau\lambda_y\frac{t_{m0}-t_{mn}}{\ln r_n-\ln r_0}.$$

Граничні умови третього типу. Визначаємо розподіл температурного поля в багатошаровому циліндрі, якщо рівняння теплопровідності для i – ого шару має вигляд (50) і між шарами існує ідеальний тепловий контакт (51). Нехай внутрішню поверхню порожнистого багатошарового циліндра омиває рідина (газ) з температурою t_{p0} і зовнішню поверхню – рідина (газ) з температурою t_{pn}, тобто на границях порожнистого багатошарового циліндра існує конвекційний теплообмін між рідинами (газами) та тілом за законом:

$$\lambda_1 \frac{dt_1(r_0)}{dr} = \alpha_0(t_1(r_0) - t_{p0}); - \lambda_n \frac{dt_n(r_n)}{dr} = \alpha_n(t_n(r_n) - t_{pn}). \qquad (64)$$

Переходячи до приведеного n – шарового циліндра, з використанням результатів (53) – (61) отримаємо, що температурне поле в приведеному n – шаровому циліндрі описується рівняннями:

$$t_i(r_y) = C_1 \ln r_y + C_2, \quad (r_{i-1,y} \le r_y \le r_{iy}; i = \overline{1,n}). \qquad (65)$$

Граничні умови (64), враховуючи (53) і (57), в приведених координатах наберуть вигляд:

$$\lambda_y \frac{dt_1(r_0)}{dr_y} = \alpha_0(t_1(r_0) - t_{p0}); - \lambda_y \frac{dt_n(r_n)}{dr_y} = \alpha_n(t_n(r_n) - t_{pn}). \qquad (66)$$

Підставляючи рівняння (65) в граничні умови (66), отримаємо систему рівнянь для визначення сталих C_1 та C_2:

$$\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} - \ln r_0\right)C_1 - C_2 = -t_{m0}; \qquad \left(\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n} + \ln r_n\right)C_1 + C_2 = t_{mn}.$$

Розв’язуючи цю систему рівнянь отримаємо, що

$$C_1 = \frac{t_{pn} - t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n} + \ln\frac{r_n}{r_0}}, \quad C_2 = \frac{t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n} + \ln r_n\right) + t_{pn}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} - \ln r_0\right)}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n} + \ln\frac{r_n}{r_0}}.$$

Отже, температурне поле в приведеному багатошаровому циліндрі описується співвідношеннями:

$$t_i(r_y) = \frac{(t_{pn} - t_{p0})\ln r_y + t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n} + \ln r_n\right) + t_{pn}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} - \ln r_0\right)}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n} + \ln\frac{r_n}{r_0}}, \qquad (67)$$

$(r_{i-1,y} \le r_y \le r_{iy}; i = \overline{1,n})$.Використовуючи співвідношення (56) здійснимо перехід від приведеної координати r_y до координати r, тобто врахуємо, що

$$\ln r_y = \ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2}\ln\frac{r_2}{r_1} + \ldots + \frac{\lambda_y}{\lambda_i}\ln\frac{r}{r_{i-1}},$$

тоді **розподіл стаціонарного температурного поля** в багатошаровій циліндричній стінці за наявності **ідеального теплового контакту** між шарами і **граничних умов третього типу** матиме вигляд:

$$t_i(r)=\frac{(t_{pn}-t_{p0})\left(ln\,r_0+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}ln\frac{r_1}{r_0}+...+\frac{\lambda_y}{\lambda_i}ln\frac{r}{r_{i-1}}\right)+t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n}+ln\,r_n\right)+t_{pn}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}-ln\,r_0\right)}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}+\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n}+ln\frac{r_n}{r_0}},$$

$$(r_{i-1}\le r\le r_i;\,i=\overline{1,n}). \qquad (68)$$

Градієнт температури дорівнює

$$grad\,t_i(r)=\frac{dt_i(r)}{dr}=\frac{\lambda_y}{\lambda_i}\frac{(t_{pn}-t_{p0})}{r\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}+\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n}+ln\frac{r_n}{r_0}\right)},\ (r_{i-1}\le r\le r_i;\,i=\overline{1,n}).$$

Густину теплового потоку q визначаємо, використовуючи закон Фур'є

$$q=-\lambda_i\,grad\,t_i(r)=\lambda_y\frac{t_{p0}-t_{pn}}{r\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}+\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n}+ln\frac{r_n}{r_0}\right)},\ (r_{i-1}\le r\le r_i;\,i=\overline{1,n}).$$

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через ділянку труби довжиною l, дорівнює

$$Q_l(r)=2\pi rlq\tau=2\pi l\tau\lambda_y\frac{t_{p0}-t_{pn}}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}+\frac{\lambda_y}{r_n\alpha_n}+ln\frac{r_n}{r_0}}.$$

Теплова ізоляція труб. Критичний радіус ізоляції

В практичній діяльності людини виникає проблема енергозбереження, тобто потреба зменшення теплопередачі між речовиною, яка рухається всередині циліндричної труби, і навколишнім середовищем. Для цього використовують теплову ізоляцію. Покриття труби, яке збільшує термічний опір,називають**тепловою ізоляцією**. Для теплової ізоляції використовують матеріали з низьким коефіцієнтом теплопровідності.

Дослідимо вплив товщини шару ізоляційного матеріалу та його характеристик на повний термічний опір ізольованої труби. Вважаємо, що між циліндричною трубою та ізоляційним матеріалом існує ідеальний тепловий контакт. Враховуючи результати (2.89) отримаємо, що розподіл температурного поля в другому шарі циліндричної стінки описується рівнянням

$$t_2(r)=\left((t_{p2}-t_{p0})\left(ln\,r_0+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}ln\frac{r_1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_2}ln\frac{r}{r_1}\right)+t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_2\alpha_2}+ln\,r_2\right)+\right.$$
$$\left.+t_{p2}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}-ln\,r_0\right)\right)\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0}+ln\frac{r_2}{r_0}+\frac{\lambda_y}{r_2\alpha_2}\right)^{-1}.$$

Густина теплового потоку, що переходить через зовнішню поверхню двошарової циліндричної стінки дорівнює

$$q_2 = -\lambda_2 gradt_2(r_2) \text{ або } q_2 = \frac{t_{p0} - t_{p2}}{r_2\left(\frac{1}{\alpha_0 r_0} + \frac{1}{\lambda_y} ln\frac{r_2}{r_0} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}\right)}.$$

Оскільки $\frac{ln\frac{r_2}{r_0}}{\lambda_y} = \frac{ln\frac{r_1}{r_0}}{\lambda_1} + \frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{\lambda_2}$, то отримаємо, що густина теплового потоку дорівнює

$$q_2 = \frac{t_{p0} - t_{p2}}{r_2\left(\frac{1}{r_0\alpha_0} + \frac{1}{r_2\alpha_2} + \frac{1}{\lambda_1} ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\lambda_2} ln\frac{r_2}{r_1}\right)}.$$

Кількість теплоти, що покидає двошарову циліндричну стінку довжиною *1* метр визначаємо за формулою

$$Q_1 = 2\pi r_2 1 q\tau .$$

Підставляючи значення густини теплового потоку, отримаємо

$$Q_1 = \frac{2\pi(t_{p0} - t_{p2})\tau}{\frac{1}{r_0\alpha_0} + \frac{1}{r_2\alpha_2} + \frac{1}{\lambda_1} ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\lambda_2} ln\frac{r_2}{r_1}}.$$

Величину термічного опору запишемо як функцію зовнішнього радіуса ізоляції, тобто $R(r_2) = \frac{1}{r_0\alpha_0} + \frac{1}{r_2\alpha_2} + \frac{1}{\lambda_1} ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{1}{\lambda_2} ln\frac{r_2}{r_1}$. Дослідимо цю функцію на екстремум. Візьмемо похідну по r_2 і отримаємо $\frac{dR(r_2)}{dr_2} = -\frac{1}{r_2^2\alpha_2} + \frac{1}{\lambda_2 r_2}$. Ця похідна матиме нульове значення якщо $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$. Друга похідна від цієї функції в точці $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$ матиме значення $\frac{d^2R(r_2)}{dr_2^2} = \frac{2}{r_2^3\alpha_2} - \frac{1}{r_2^2\lambda_2} = \frac{\alpha_2^3}{\lambda_2^4} > 0$. Оскільки $R''\left(\frac{\lambda_2}{\alpha_2}\right) > 0$, то термічний опір в точці $r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}$ матиме мінімальне значення і тепловий потік досягає максимальної величини. Зовнішній радіус теплоізоляційної труби, який дорівнює величині

$$r_2 = \frac{\lambda_2}{\alpha_2}, \tag{69}$$

називають **критичним радіусом**.

Отже, можна зробити такі висновки:

– якщо зовнішній радіус теплоізольованої труби менший від критичного радіуса для вибраного ізоляційного матеріалу, то під час збільшення товщини теплоізоляційного шару теплові втрати зростають;

– якщо зовнішній радіус теплоізольованої труби дорівнює або більший від критичного радіуса для вибраного теплоізоляційного матеріалу, то під час збільшенні товщини теплоізоляційного шару теплові втрати зменшуються.

Температурне поле в багатошаровій сферичній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами

Розглядаємо сферичну стінку яка складається з n шарів (рис. 8). Товщини шарів відповідно дорівнюють $r_1 - r_0; r_2 - r_1; ...; r_n - r_{n-1}$. Вважаємо, що багатошарова сферична стінка порожниста, тобто $r_0 \neq 0$. Нехай внутрішня та зовнішня поверхні багатошарової сферичної стінки є ізотермічними поверхнями і внутрішні джерела теплоти відсутні, тобто $q_V = 0$, тоді температурне поле є функцією тільки від координати r – $t(r)$. Рівняння теплопровідності для i – ого шару сферичної стінки має вигляд:

$$\frac{d^2(rt_i(r))}{dr^2} = 0 \quad \text{або} \quad \frac{d^2 t_i(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dt_i(r)}{dr} = 0 \; (r_{i-1} < r < r_i; i = \overline{1,n}). \qquad (70)$$

Вважаємо, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт, тобто

$$t_i(r_i) = t_{i+1}(r_i); \quad \lambda_i \frac{dt_i(r_i)}{dr} = \lambda_{i+1}\frac{dt_{i+1}(r_i)}{dr}, \quad (i = \overline{1,n-1}). \qquad (71)$$

Гранична умова першого типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях багатошарової сферичної стінки задано умови:

$$t(r_0) = t_{m0}; \; t(r_n) = t_{mn}. \qquad (72)$$

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності λ_y для n – шарової сфери

визначаємо за формулою

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} + \cdots + \frac{r_n - r_{n-1}}{\lambda_n r_n r_{n-1}} = \frac{r_n - r_0}{\lambda_y r_n r_0}. \qquad (73)$$

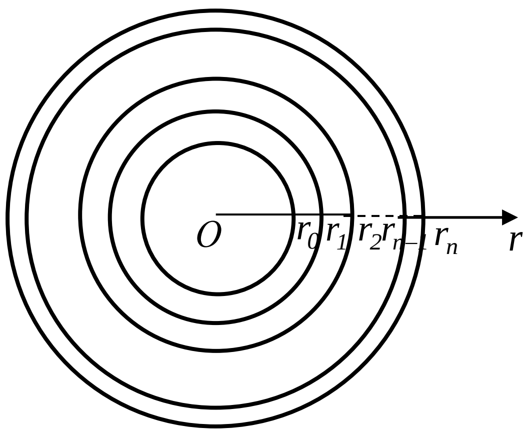

Рис. 8. Схема багатошарової сферичної стінки

Використовуючи узагальнений коефіцієнт теплопровідності λ_y визначаємо приведені товщини багатошарової порожнистої сфери через співвідношення:

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} = \frac{r_{1y} - r_0}{\lambda_y r_{1y} r_0}; \; \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} = \frac{r_{2y} - r_{1y}}{\lambda_y r_{2y} r_{1y}}; \cdots; \frac{r_n - r_{n-1}}{\lambda_n r_n r_{n-1}} = \frac{r_{ny} - r_{n-1,y}}{\lambda_y r_n r_{n-1}}. \tag{74}$$

Склавши окремо ліві і праві частини рівностей (74),та враховуючи (73), отримаємо, що $\frac{r_n - r_0}{\lambda_y r_n r_0} = \frac{r_{ny} - r_0}{\lambda_y r_{ny} r_0}$, тобто

$$r_n = r_{ny}. \tag{75}$$

Вводимо нову координату для кожного приведеного шару сфери:

$$\frac{r - r_0}{\lambda_1 r r_0} = \frac{\rho_{1y} - r_0}{\lambda_y \rho_{1y} r_0}; \; \frac{r - r_1}{\lambda_2 r r_1} = \frac{\rho_{2y} - r_{1y}}{\lambda_y \rho_{2y} r_{1y}}; \cdots; \frac{r - r_{n-1}}{\lambda_n r r_{n-1}} = \frac{\rho_{ny} - r_{n-1,y}}{\lambda_y \rho_{ny} r_{n-1,y}}, \tag{76}$$

де ρ_{iy} приведена координата для i – ого приведеного шару.

Із цих співвідношень отримаємо залежність між приведеною координатою ρ_{iy} і біжучою координатою r, тобто

$$\rho_{iy} = \frac{\lambda_i r_{i-1} r_{i-1,y} r}{(\lambda_i r_{i-1} - \lambda_y r_{i-1,y})r + \lambda_y r_{i-1} r_{i-1,y}}, \; (i = \overline{1,n}). \tag{77}$$

Диференціальна залежність між біжучою координатою r і приведеною координатою ρ_{iy} така:

$$dr = \frac{\lambda_i}{\lambda_y} \frac{r^2}{\rho_{iy}^2} d\rho_{iy} \; (i = \overline{1,n}). \tag{78}$$

Умови ідеального теплового контакту (71) для приведеної сфери запишуться у вигляді:

$$t_i(r_{iy}) = t_{i+1}(r_{iy}), \; (i = \overline{1,n-1}), \tag{79}$$

а іншу умову ідеального теплового контакту (71), враховуючи (78), запишемо у вигляді

$$\frac{\lambda_i dt_i(r_{iy})}{\frac{\lambda_i}{\lambda_y}\frac{r_i^2}{r_{iy}^2}d\rho_{iy}} = \frac{\lambda_{i+1} dt_{i+1}(r_{iy})}{\frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_y}\frac{r_i^2}{r_{iy}^2}d\rho_{i+1,y}} \text{ або } \frac{dt_i(r_{iy})}{d\rho_{iy}} = \frac{dt_{i+1}(r_{iy})}{d\rho_{i+1,y}} (i=\overline{1,n-1}). \quad (80)$$

Рівняння теплопровідності для кожного приведеного шару сфери набирає вигляду:

$$\frac{d^2 t_i(\rho_{iy})}{d\rho_{iy}^2} + \frac{2}{\rho_{iy}}\frac{dt_i(\rho_{iy})}{d\rho_{iy}} = 0 (r_{i-1,y} < \rho_{iy} < r_{iy}; i=\overline{1,n}). \quad (81)$$

Розв’язок системи диференціальних рівнянь (81) такий:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{C_{1i}}{\rho_{iy}} + C_{2i}, \qquad (r_{i-1,y} \le \rho_{iy} \le r_{iy}; i=\overline{1,n}). \quad (82)$$

Враховуючи умови ідеального теплового контакту між шарами (79), (80) отримаємо $2(n-1)$ рівнянь для встановлення залежностей між сталими C_{1i} та C_{2i}

$$\frac{C_{1i}}{r_{iy}} + C_{2i} = \frac{C_{1,i+1}}{r_{iy}} + C_{2,i+1}; \qquad -\frac{C_{1i}}{r_{iy}^2} = \frac{C_{1,i+1}}{r_{iy}^2}; (i=\overline{1,n-1}).$$

Із цієї системи рівнянь отримаємо, що $C_{1i} = C_{1,i+1}$ та $C_{2i} = C_{2,i+1}$, $(i=\overline{1,n-1})$.

Отже, можна вважати, що $C_{1i} = C_1; C_{2i} = C_2$ $(i=\overline{1,n})$.

Тепер розподіл температурного поля в приведеній *n*-шаровій сфері матиме вигляд:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{C_1}{\rho_{iy}} + C_2, \quad (r_{i-1,y} \le \rho \le r_{iy}; i=\overline{1,n}). \quad (83)$$

Сталі C_1 та C_2 визначаємо із граничних умов (72), котрі враховуючи (83) запишуться у вигляді системи рівнянь:

$$\frac{C_1}{r_0} + C_2 = t_{m0}; \ \frac{C_1}{r_n} + C_2 = t_{mn}.$$

Розв’язуючи дану систему рівнянь отримаємо, що сталі дорівнюють:

$$C_1 = \frac{(t_{mn} - t_{m0})r_0 r_n}{r_0 - r_n}; C_2 = \frac{t_{m0}r_0 - t_{mn}r_n}{r_0 - r_n}.$$

Враховуючи значення сталих C_1 та C_2, розподіл температурного поля в приведеній сфері такий:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{(t_{mn} - t_{m0})r_0 r_n}{(r_0 - r_n)\rho_{iy}} + \frac{t_{m0} r_0 - t_{mn} r_n}{r_0 - r_n}; (r_{i-1,y} \le \rho_{iy} \le r_{iy}; i = \overline{1,n}).$$

Залежність між приведеною координатою ρ_{iy} та біжучою координатою r, враховуючи співвідношення (76) та (77), наступна:

$$\frac{1}{\rho_{iy}} = \frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right) + \cdots + \frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}}\left(\frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_{i-2}}\right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{i-1}}\right). \quad (84)$$

Отже,розподіл **стаціонарного температурного поля** в n-шаровій сфері, якщоміж шарами існує **ідеальний тепловий контакт** та задано **граничні умови першого типу**, матиме вигляд:

$$t_i(r) = \frac{r_0 r_n (t_{mn} - t_{m0})}{r_0 - r_n}\left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right) + \ldots + \frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}}\left(\frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_{i-2}}\right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{i-1}}\right)\right) +$$

$$+ \frac{t_{m0} r_0 - t_{mn} r_n}{r_0 - r_n}. \; (r_{i-1} \le r \le r_i; i = \overline{1,n}). \quad (85)$$

Гранична умова третього типу. Нехай на внутрішній та зовнішній поверхнях багатошарової стінки задано конвекційний теплообмін із навколишнім середовищем, тобто:

$$\lambda_1 \frac{dt_1(r_0)}{dr} - \alpha_0 \left[t_1(r_0) - t_{p0}\right] = 0; \; \lambda_n \frac{dt_n(r_n)}{dr} + \alpha_n \left[t_n(r_n) - t_{pn}\right] = 0. \quad (86)$$

Як показано вище, розподіл температурного поля в приведеній сфері має вигляд (83), тобто:

$$t_i(\rho_{iy}) = \frac{C_1}{\rho_{iy}} + C_2, \; (r_{i-1,y} \le \rho_i \le r_{iy}, i = \overline{1,n}).$$

Сталі C_1, C_2 необхідно визначити з граничних умов (86). Ці умови в приведених координатах, враховуючи (78), наберуть вигляду:

$$\lambda_y \frac{dt_1(r_0)}{d\rho_{1y}} - \alpha_0 \left[t_1(r_0) - t_{p0}\right] = 0; \; \lambda_y \frac{dt_n(r_n)}{d\rho_{ny}} + \alpha_n \left[t_n(r_n) - t_{pn}\right] = 0. \quad (87)$$

Підставляючи (83) в (87) отримаємо систему алгебраїчних рівнянь для визначення C_1 і C_2:

$$\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)C_1+C_2=t_{p0};\ \left(-\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}+\frac{1}{r_n}\right)C_1+C_2=t_{pn}.$$

Розв'язуючи цю систему відносно C_1 і C_2 отримаємо:

$$C_1=\frac{t_{p0}-t_{pn}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_n}};\ C_2=\frac{t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}-\frac{1}{r_n}\right)+t_{pn}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_n}}.$$

Підставляючи значення сталих C_1 та C_2 в (83), отримаємо розподіл температурного поля в приведеній сфері:

$$t_i(\rho_{iy})=\frac{(t_{p0}-t_{pn})\frac{1}{\rho_{iy}}+t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}-\frac{1}{r_n}\right)+t_{pn}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_n}},(r_{i-1,y}\le\rho_i\le r_{iy},i=\overline{1,n}) \quad (88)$$

Враховуючи співвідношення (84), розподіл **стаціонарного температурного поля** в n-шаровій сфері за наявності **ідеального теплового контакту** між шарами та **граничних умов третього типу** матиме вигляд:

$$t_i(r)=\frac{1}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_n}}\left\{(t_{p0}-t_{pn})\left[\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_0}\right)+\cdots+\frac{\lambda_y}{\lambda_{i-1}}\left(\frac{1}{r_{i-1}}-\frac{1}{r_{i-2}}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\lambda_y}{\lambda_i}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_{i-1}}\right)\right]+t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_n r_n^2}-\frac{1}{r_n}\right)+t_{pn}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)\right\};(r_{i-1}\le r\le r_i;i=\overline{1,n}). \quad (89)$$

Методика розв'язування задач

Задача 1. Чотиришарова плоска стінка складається з важкого бетону на гранітному заповнювачі, глини, червоної цегли і пінопласту, товщини яких відповідно дорівнюють: $l_1=20см$, $l_2-l_1=10см$, $l_3-l_2=25см$ і $l_4-l_3=5см$. Температура на одній зовнішній поверхні стінки $t_{m0}=800^0C$, а на другій – $t_{m4}=25^0C$. Коефіцієнти теплопровідності важкого бетону $\lambda_1=1{,}2\frac{Вт}{м\cdot К}$, глини – $\lambda_2=1{,}4\frac{Вт}{м\cdot К}$, червоної цегли – $\lambda_3=0{,}455\frac{Вт}{м\cdot К}$ і пінопласту – $\lambda_4=0{,}04\frac{Вт}{м\cdot К}$.

Визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій плоскій стінці та густину теплового потоку. Розв'язати цю задачу враховуючи, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для чотиришарової плоскої стінки визначаємо за формулою (36), тобто $\frac{l_4}{\lambda_y} = \frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{l_3 - l_2}{\lambda_3} + \frac{l_4 - l_3}{\lambda_4}$.

Підставляючи значення величин отримаємо $\frac{0{,}6}{\lambda_y} = \frac{0{,}2}{1{,}2} + \frac{0{,}1}{1{,}4} + \frac{0{,}25}{0{,}455} + \frac{0{,}05}{0{,}04}$, тобто

$\lambda_y = 0{,}2945\, {}^{Вт}\!/_{м \cdot K}$.

Розподіл температурного поля в шарах плоскої стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов першого типу визначаємо за формулою (47).

Отже, розподіл температурного поля по товщині першого шару стінки дорівнює: $t_1(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y x}{l_4 \lambda_1} + t_{m0}$, $(0 \le x \le l_1)$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(x) = \frac{(25 - 800) \cdot 0{,}2945x}{0{,}6 \cdot 1{,}2} + 800 \quad \text{або} \quad t_1(x) = -316{,}97x + 800, \quad (0 \le x \le 0{,}2).$$

Температура на граничних поверхнях першого шару дорівнює $t_1(0) = 800^0 C$, $t_1(0{,}2) = 736{,}6^0 C$. Густина теплового потоку дорівнює $q_1 = -\lambda_1 gradt_1(x)$, тобто

$$q_1 = -1{,}2 \cdot (-316{,}97) = 380{,}36 \frac{Вт}{м^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині другого шару стінки такий: $t_2(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y}{l_4}\left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{x - l_1}{\lambda_2}\right) + t_{m0}$, $(l_1 \le x \le l_2)$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(x) = \frac{(25 - 800) \cdot 0{,}2945}{0{,}6}\left(\frac{0{,}2}{1{,}2} + \frac{x - 0{,}2}{1{,}4}\right) + 800$$

або $$t_2(x) = -271{,}38x + 790{,}94, \ (0{,}2 \le x \le 0{,}3).$$

Температура на граничних поверхнях другого шару дорівнює $t_2(0{,}2) = 736{,}6^0 C$, $t_2(0{,}3) = 709{,}44^0 C$. Густина теплового потоку дорівнює $q_2 = -\lambda_2 gradt_2(x)$, тобто

$$q_2 = -1{,}4 \cdot (-271{,}68) = 380{,}36 \frac{Вт}{м^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині третього шару стінки такий: $t_3(x) = \frac{(t_{m4} - t_{m0})\lambda_y}{l_4}\left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2 - l_1}{\lambda_2} + \frac{x - l_2}{\lambda_3}\right) + t_{m0}$, $(l_2 \le x \le l_3)$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(x)=\frac{(25-800)\cdot 0{,}2945}{0{,}6}\left(\frac{0{,}2}{1{,}2}+\frac{0{,}1}{1{,}4}+\frac{x-0{,}3}{0{,}455}\right)+800,$$

або $\quad t_3(x)=-835{,}955x+960{,}22,\ (0{,}3\le x\le 0{,}55)$.

Температура на граничних поверхнях третього шару стінки дорівнює $t_3(0{,}3)=709{,}44^0C$, $t_3(0{,}55)=500{,}45^0C$. Густина теплового потоку $q_3=-\lambda_3 gradt_3(x)$, тобто $q_3=-0{,}455\cdot(-835{,}95)=380{,}36\frac{Вт}{м^2}$.

Розподіл температурного поля по товщині четвертого шару стінки такий: $\quad t_4(x)=\frac{(t_{m4}-t_{m0})\lambda_y}{l_4}\left(\frac{l_1}{\lambda_1}+\frac{l_2-l_1}{\lambda_2}+\frac{l_3-l_2}{\lambda_3}+\frac{x-l_3}{\lambda_4}\right)+t_{m0}. \quad (l_3\le x\le l_4)$.

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_4(x)=\frac{(25-800)\cdot 0{,}2945}{0{,}6}\left(\frac{0{,}2}{1{,}2}+\frac{0{,}1}{1{,}4}+\frac{0{,}25}{0{,}455}+\frac{x-0{,}55}{0{,}04}\right)+800,$$ або

$$t_4(x)=-9508{,}99x+5730{,}39,\ (0{,}55\le x\le 0{,}6).$$

Температура на граничних поверхнях четвертого шару стінки дорівнює $t_4(0{,}55)=500{,}45^0C$, $t_4(0{,}6)=25^0C$.

Густина теплового потоку $q_4=-\lambda_4 gradt_4(x)$, тобто

$$q_4=-0{,}04\cdot(-9508{,}99)=380{,}36\frac{Вт}{м^2}.$$

Задача 2. Чотиришарова плоска стінка складається з важкого бетону на гранітному заповнювачі, керамзитобетону, пустотілої цегли і вапняної штукатурки. Товщини яких відповідно дорівнюють: $l_1=25см$, $l_2-l_1=20см$, $l_3-l_2=25см$ і $l_4-l_3=5см$. Коефіцієнти теплопровідності важкого бетону $\lambda_1=1{,}42\frac{Вт}{м\cdot K}$, керамзитобетону – $\lambda_2=0{,}39\frac{Вт}{м\cdot K}$, пустотілої цегли – $\lambda_3=0{,}44\frac{Вт}{м\cdot K}$ івапняної штукатурки – $\lambda_4=0{,}7\frac{Вт}{м\cdot K}$. На зовнішніх поверхнях чотиришарової стінки існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, температури яких дорівнюють $t_{p0}=375^0C$ і $t_{p4}=20^0C$, а коефіцієнти теплообміну – $\alpha_0=16\frac{Вт}{м^2\cdot K}$ і $\alpha_4=8\frac{Вт}{м^2\cdot K}$. Визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій плоскій стінці та густину теплового потоку. Розв'язати цю задачу враховуючи, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для чотиришарової стінки визначаємо за формулою (36), тобто $\frac{l_4}{\lambda_y}=\frac{l_1}{\lambda_1}+\frac{l_2-l_1}{\lambda_2}+\frac{l_3-l_2}{\lambda_3}+\frac{l_4-l_3}{\lambda_4}$.

Підставляючи значення величин отримаємо $\frac{0{,}75}{\lambda_y}=\frac{0{,}25}{1{,}42}+\frac{0{,}2}{0{,}39}+\frac{0{,}25}{0{,}44}+\frac{0{,}05}{0{,}7}$, тобто $\lambda_y=0{,}5646\,{Вт}/{м\cdot K}$.

Розподіл температурного поля по шарах плоскої стінки за наявності ідеальному тепловому контакті між шарами та граничних умов третього типу визначаємо за формулою (49).

Отже, розподіл температурного поля по товщині першого шару стінки дорівнює:
$$t_1(x)=\frac{(t_{p4}-t_{p0})\dfrac{\lambda_y x}{\lambda_1}+\dfrac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0}+\left(\dfrac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4\right)t_{p0}}{\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0}+\dfrac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4}, \qquad (0\le x\le l_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо
$$t_1(x)=\frac{(20-375)\dfrac{0{,}5646x}{1{,}42}+\dfrac{0{,}5646\cdot 20}{16}+\left(\dfrac{0{,}5646}{8}+0{,}75\right)375}{\dfrac{0{,}5646}{16}+\dfrac{0{,}5646}{8}+0{,}75},$$

або
$$t_1(x)=-164{,}913x+360{,}37,\ (0\le x\le 0{,}25).$$

Температура на граничних поверхнях першого шару дорівнює $t_1(0)=360{,}37^0C$, $t_1(0{,}25)=319{,}14^0C$. Густина теплового потоку дорівнює $q_1=-\lambda_1 gradt_1(x)$, тобто
$$q_1=-1{,}42\cdot(-164{,}913)=234{,}17\frac{Вт}{м^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині другого шару стінки дорівнює:
$$t_2(x)=\frac{(t_{p4}-t_{p0})\lambda_y\left(\dfrac{l_1}{\lambda_1}+\dfrac{x-l_1}{\lambda_2}\right)+\dfrac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0}+\left(\dfrac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4\right)t_{p0}}{\dfrac{\lambda_y}{\alpha_0}+\dfrac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4},\ (l_1\le x\le l_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо
$$t_2(x)=\frac{(20-375)\cdot 0{,}5646\left(\dfrac{0{,}25}{1{,}42}+\dfrac{x-0{,}25}{0{,}39}\right)+\dfrac{0{,}5646\cdot 20}{16}+\left(\dfrac{0{,}5646}{8}+0{,}75\right)375}{\dfrac{0{,}5646}{16}+\dfrac{0{,}5646}{8}+0{,}75},$$

або
$$t_2(x)=-600{,}438x+469{,}25,\ (0{,}25\le x\le 0{,}45).$$

Температура на граничних поверхнях другого шару дорівнює $t_2(0{,}25)=319{,}14^0C$, $t_2(0{,}45)=199{,}05^0C$. Густина теплового потоку дорівнює $q_2=-\lambda_2 gradt_2(x)$, тобто
$$q_2=-0{,}39\cdot(-600{,}438)=234{,}17\frac{Вт}{м^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині третього шару стінки такий:

$$t_3(x)=\frac{(t_{p4}-t_{p0})\lambda_y\left(\frac{l_1}{\lambda_1}+\frac{l_2-l_1}{\lambda_2}+\frac{x-l_2}{\lambda_3}\right)+\frac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0}+\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4\right)t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4},\qquad (l_2\le x\le l_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(x)=-532{,}206x+438{,}54,\ (0{,}45\le x\le 0{,}7).$$

Температура на граничних поверхнях третього шару дорівнює $t_3(0{,}45)=199{,}05^0C$, $t_3(0{,}7)=66^0C$. Густина теплового потоку дорівнює $q_3=-\lambda_3 gradt_3(x)$, тобто

$$q_3=-0{,}44\cdot(-532{,}2)=234{,}17\frac{Вт}{м^2}.$$

Розподіл температурного поля по товщині четвертого шару стінки такий:

$$t_4(x)=\frac{(t_{p4}-t_{p0})\lambda_y\left(\frac{l_1}{\lambda_1}+\frac{l_2-l_1}{\lambda_2}+\frac{l_3-l_2}{\lambda_3}+\frac{x-l_3}{\lambda_4}\right)+\frac{\lambda_y t_{p4}}{\alpha_0}+\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4\right)t_{p0}}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4}+l_4},$$

$$(l_3\le x\le l_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_4(x)=-334{,}53x+300{,}17,\ (0{,}7\le x\le 0{,}75).$$

Температура на граничних поверхнях четвертого шару така $t_4(0{,}7)=66^0C$, $t_4(0{,}75)=49{,}27^0C$. Густина теплового потоку дорівнює $q_4=-\lambda_4 gradt_4(x)$, тобто

$$q_4=-0{,}7\cdot(-334{,}53)=234{,}17\frac{Вт}{м^2}.$$

Задача 3. Тришарова циліндрична стінка складається з шару бетону піщаного, стального шару та шару мінеральної вати. Розміри яких відповідно дорівнюють $r_0=0{,}25м$, $r_1=0{,}35м$, $r_2=0{,}4м$, $r_3=0{,}6м$. Коефіцієнти теплопровідності бетону піщаного – $\lambda_1=1{,}25\frac{Вт}{м\cdot K}$, сталі – $\lambda_2=52\frac{Вт}{м\cdot K}$ і мінеральної вати $\lambda_3=0{,}056\frac{Вт}{м\cdot K}$. Між шарами існує ідеальний тепловий контакт.Визначити розподіл температурного поля по товщині тришарової циліндричної стінки та кількість теплоти, яка передається за добу в навколишнє середовище з циліндричної стінки довжиною $l=8м$, якщо температура на внутрішній стінці стінки $t_{m0}=170^0C$ і на зовнішній – $t_{m3}=16^0C$.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для циліндричної стінки за наявності ідеального теплового контакту між шарами визначається за формулою (53). Для випадку тришарової циліндричної стінки він дорівнює:

$$\frac{ln\,r_3 - ln\,r_0}{\lambda_y} = \frac{ln\,r_1 - ln\,r_0}{\lambda_1} + \frac{ln\,r_2 - ln\,r_1}{\lambda_2} + \frac{ln\,r_3 - ln\,r_2}{\lambda_3}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{ln0{,}6 - ln0{,}25}{\lambda_y} = \frac{ln0{,}35 - ln0{,}25}{1{,}25} + \frac{ln0{,}4 - ln0{,}35}{52} + \frac{ln0{,}6 - ln0{,}4}{0{,}056} \text{ і } \lambda_y = 0{,}1165\frac{Вт}{м \cdot К}.$$

Розподіл температурного поля в багатошаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов першого типу визначаємо за формулою (63).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі циліндричної стінки такий:

$$t_1(r) = \frac{(t_{m3} - t_{m0})\left(ln\,r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} ln\frac{r}{r_0}\right) + t_{m0}\,ln\,r_3 - t_{m3}\,ln\,r_0}{ln\,r_3 - ln\,r_0}, \qquad (r_0 \le r \le r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(r) = \frac{(16 - 170)\left(ln0{,}25 + \frac{0{,}1165}{1{,}25} ln\frac{r}{0{,}25}\right) + 170\,ln0{,}6 - 16\,ln0{,}25}{ln0{,}6 - ln0{,}25}$$

або $$t_1(r) = -16{,}4\,ln\,r + 147{,}265,\ (0{,}25 \le r \le 0{,}35).$$

Температура на граничних поверхнях шару з бетону піщаного дорівнює

$$t_1(0{,}25) = -16{,}4ln0{,}25 + 147{,}265 = 170^0 C \text{ і } t_1(0{,}35) = 164{,}5^0 C.$$

Густина теплового потоку в першому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_1(r) = -\lambda_1 grad t_1(r) = -1{,}25\frac{(-16{,}4)}{r}$, тобто $q_1(r) = \frac{20{,}5}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за час τ через перший шар циліндричної стінки довжиною l,визначається за формулою $Q_l = 2\pi r l q \tau$. Отже, за добу через перший шар циліндричної труби довжиною $l = 8м$ переходить така кількість теплоти: $Q_8 = 2\pi r 8\frac{20{,}5}{r} 24 \cdot 3600 = 89030кДж$.

Розподіл температурного поля в другому шарі циліндричної стінки визначається за формулою

$$t_2(r) = \frac{(t_{m3} - t_{m0})\left(ln\,r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1} ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2} ln\frac{r}{r_1}\right) + t_{m0}\,ln\,r_3 - t_{m3}\,ln\,r_0}{ln\,r_3 - ln\,r_0}, \qquad (r_1 \le r \le r_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(r) = \frac{(16 - 170)\left(ln0{,}25 + \frac{0{,}1165}{1{,}25} ln\frac{0{,}35}{0{,}25} + \frac{0{,}1165}{52} ln\frac{r}{0{,}35}\right) + 170ln0{,}6 - 16\,ln0{,}25}{ln0{,}6 - ln0{,}25}$$

або $$t_2(r) = -0{,}394ln\,r + 164{,}06835, \qquad (0{,}35 \le r \le 0{,}4).$$

Температури на граничних поверхнях стального шару дорівнюють

$$t_2(0{,}35) = 164{,}5^0 C \text{ і } t_2(0{,}4) = 164{,}43^0 C.$$

Густина теплового потоку в другому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_2(r) = -\lambda_2 gradt_2(r) = -52\frac{(-0{,}394)}{r}$, тобто $q_2(r) = \frac{20{,}5}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за добу через другий шар циліндричної стінки довжиною $l = 8м$, така

$$Q_8 = 2\pi r 8\frac{20{,}5}{r}24 \cdot 3600 = 89030кДж.$$

Розподіл температурного поля в третьому шарі циліндричної стінки визначається за формулою

$$t_3(r) = \frac{(t_{m3} - t_{m0})\left(ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2}ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda_y}{\lambda_3}ln\frac{r}{r_2}\right) + t_{m0}\, ln r_3 - t_{m3}\, ln r_0}{ln r_3 - ln r_0},$$

$(r_1 \le r \le r_2)$. Підставляючи значення величин отримаємо $t_3(r) = -366 ln r - 171\ (0{,}4 \le r \le 0{,}6)$. Температура на граничних поверхнях шару з мінеральної вати дорівнює $t_2(0{,}4) = 164{,}43^0 C$ і $t_2(0{,}6) = 16^0 C$.

Густина теплового потоку в третьому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_3(r) = -\lambda_3 gradt_3(r) = -0{,}056\frac{(-366)}{r}$, тобто $q_3(r) = \frac{20{,}5}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за добу через третій шар циліндричної стінки довжиною $l = 8м$, дорівнює

$$Q_8 = 2\pi r 8\frac{20{,}5}{r}24 \cdot 3600 = 89030кДж.$$

Задача 4. Визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій циліндричній стінці, якщо середня температура газу в середині циліндра $t_{p0} = 800^0 C$, а зовні – стінка обдувається повітрям температура якого $t_{p4} = 20^0 C$. Перший шар – стальна труба розміри якої $r_0 = 0{,}2м$ і $r_1 = 0{,}25м$; другий шар – сухий пісок, розміри якого $r_1 = 0{,}25м$ і $r_2 = 0{,}3м$; третій шар виготовлено з міді, розміри якого $r_2 = 0{,}3м$ і $r_3 = 0{,}35м$; четвертий шар виготовлено із мінеральної вати, розміри якого $r_3 = 0{,}35м$ і $r_4 = 0{,}4м$. Коефіцієнт тепловіддачі від газу до внутрішньої чотиришарової циліндричної стінки $\alpha_0 = 35\frac{Вт}{м^2 \cdot K}$, а від зовнішньої поверхні мінеральної вати до повітря – $\alpha_4 = 5{,}8\frac{Вт}{м^2 \cdot K}$. Між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Коефіцієнт теплопровідності для сталі описується законом $\lambda_1(t) = 58 - 0{,}042t$ і тому теплопровідність сталі з температурою 800^0C дорівнює $\lambda_1(800) = 58 - 0{,}042 \cdot 800 = 24{,}4\frac{Вт}{м \cdot K}$. Коефіцієнти теплопровідності сухого піску – $\lambda_2 = 0{,}35\frac{Вт}{м \cdot K}$, міді – $\lambda_3 = 393\frac{Вт}{м \cdot K}$ і мінеральної вати – $\lambda_4 = 0{,}056\frac{Вт}{м \cdot K}$.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності для багатошарової циліндричної стінки, враховуючи (53), визначається за формулою $\frac{\ln\frac{r_4}{r_0}}{\lambda_y} = \frac{\ln\frac{r_1}{r_0}}{\lambda_1} + \frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{\lambda_2} + \frac{\ln\frac{r_3}{r_2}}{\lambda_3} + \frac{\ln\frac{r_4}{r_3}}{\lambda_4}$. Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{\ln\frac{0,4}{0,2}}{\lambda_y} = \frac{\ln\frac{0,25}{0,2}}{24,4} + \frac{\ln\frac{0,3}{0,25}}{0,35} + \frac{\ln\frac{0,35}{0,3}}{393} + \frac{\ln\frac{0,4}{0,35}}{0,056} \text{ або } \lambda_y = 0,23779\frac{Вт}{м \cdot К}.$$

Розподіл температурного поля в багатошаровій циліндричній стінці за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов третього типу визначаємо за формулою (68).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі такий

$$t_1(r) = \frac{(t_{p4} - t_{p0})\left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\ln\frac{r}{r_0}\right) + t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_4\alpha_4} + \ln r_4\right) + t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} - \ln r_0\right)}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_4\alpha_4} + \ln\frac{r_4}{r_0}}, \quad (r_0 \le r \le r_1).$$

Підставляючи дані отримаємо $t_1(r) = -9,163\ln r + 753,315,\ (0,2 \le r \le 0,25)$.

Температури на граничних поверхнях стального шару дорівнюють $t_1(0,2) = 768,06^0 C$ і $t_1(0,25) = 766,02^0 C$.

Густина теплового потоку в першому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_1(r) = -\lambda_1 grad t_1(r) = -24,4\frac{(-9,163)}{r}$, тобто $q_1(r) = \frac{223,57}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через перший шар циліндричної стінки довжиною $l = 1м$, така $Q_1 = 2\pi r 1\frac{223,57}{r} \cdot 3600 = 5057кДж$.

Розподіл температурного поля в другому шарі $(r_1 \le r \le r_2)$ циліндричної стінки визначається за формулою

$$t_2(r) = \frac{(t_{p4} - t_{p0})\left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2}\ln\frac{r}{r_1}\right) + t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_4\alpha_4} + \ln r_4\right) + t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} - \ln r_0\right)}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_4\alpha_4} + \ln\frac{r_4}{r_0}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_2(r) = -638,772\ln r - 119,509, \qquad (0,25 \le r \le 0,3).$$

Температури на граничних поверхнях шару виконаного з піску дорівнюють $t_2(0,25) = 766,02^0 C$ і $t_2(0,3) = 649,555^0 C$.

Густина теплового потоку в другому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_2(r) = -\lambda_2 grad t_2(r) = -0,35\frac{(-638,772)}{r}$, тобто $q_2(r) = \frac{223,57}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через другий шар циліндричної стінки довжиною $l = 1м$, наступна $Q_1 = 2\pi r 1 \frac{223{,}57}{r} \cdot 3600 = 5057кДж$.

Розподіл температурного поля в третьому шарі визначається за формулою

$$t_3(r) = \frac{(t_{p4} - t_{p0})\left(\ln r_0 + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\ln\frac{r_1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_2}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda_y}{\lambda_3}\ln\frac{r}{r_2}\right) + t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{r_4\alpha_4} + \ln r_4\right) + t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} - \ln r_0\right)}{\frac{\lambda_y}{r_0\alpha_0} + \frac{\lambda_y}{r_4\alpha_4} + \ln\frac{r_4}{r_0}}$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_3(r) = -0{,}569\ln r + 648{,}87, \quad (0{,}3 \le r \le 0{,}35).$$

Температури на граничних поверхнях шару виконаного з міді дорівнюють

$$t_3(0{,}3) = 649{,}555^0 C \text{ і } t_3(0{,}35) = 649{,}467^0 C.$$

Густина теплового потоку в третьому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_3(r) = -\lambda_3 grad t_3(r) = -393\frac{(-0{,}56888)}{r}$, тобто $q_3(r) = \frac{223{,}57}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через третій шар циліндричної стінки довжиною $l = 1м$, така $Q_1 = 2\pi r 1 \frac{223{,}57}{r} \cdot 3600 = 5057кДж$.

Розподіл температурного поля в четвертому шарі дорівнює

$$t_4(r) = -3992{,}32\ln r - 3541{,}76, \ (0{,}35 \le r \le 0{,}4).$$

Температура на граничних поверхнях шару виконаного з мінеральної вати дорівнює

$$t_4(0{,}35) = 649{,}47^0 C \text{ і } t_4(0{,}4) = 116{,}37^0 C.$$

Густина теплового потоку в четвертому шарі циліндричної стінки дорівнює $q_4(r) = -\lambda_4 grad t_4(r) = -0{,}056\frac{(-3992{,}32)}{r}$, тобто $q_4(r) = \frac{223{,}57}{r}$.

Кількість теплоти, яка переходить за одну годину через четвертий шар циліндричної стінки довжиною $l = 1м$, така $Q_1 = 2\pi r 1 \frac{223{,}57}{r} \cdot 3600 = 5057кДж$.

Характерною особливістю цієї циліндричної чотиришарової стінки є те, що зміна величини температури в шарі виконаному з міді незначна.

Задача 5. Визначити критичний радіус теплоізоляції, виготовленої з різних матеріалів, яка накладається на циліндричну трубу. Коефіцієнт теплообміну між зовнішньою поверхнею теплоізоляції та навколишнім середовищем дорівнює $\alpha_2 = 5{,}81\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Коефіцієнт теплопровідності азбесту $\lambda_2 = 0{,}157\frac{Вт}{м \cdot К}$; глини – $\lambda_2 = 0{,}93\frac{Вт}{м \cdot К}$; вати мінеральної $-\lambda_2 = 0{,}056\frac{Вт}{м \cdot К}$; гуми технічної – $\lambda_2 = 0{,}146\frac{Вт}{м \cdot К}$.

Тепловий потік досягає максимального значення, якщо зовнішній радіус теплоізоляційного шару дорівнює критичному радіусу (69), тобто величині $r_2 = \dfrac{\lambda_2}{\alpha_2}$.

Величина критичного радіуса для азбесту $r_2 = \dfrac{0,157}{5,81} = 0,027 м$; для глини $r_2 = \dfrac{0,93}{5,81} = 0,16 м$; для мінеральної вати $r_2 = \dfrac{0,056}{5,81} = 0,0096 м$; для гуми технічної $r_2 = \dfrac{0,146}{5,81} = 0,025 м$.

Отже, якщо зовнішній радіус ізольованої труби менший від критичного радіуса, для вибраного теплоізоляційного матеріалу, то при збільшенні товщини ізоляційного шару теплові втрати зростають; якщо зовнішній радіус ізольованої труби дорівнює або більший від критичного радіуса, для вибраного теплоізоляційного матеріалу, то при збільшенні товщини ізоляційного шару теплові втрати спадають.

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля та густину теплового потоку в чотиришаровій сферичній стінці, якщо температура на внутрішній поверхні $t_{m0} = 500^0 C$ і на зовнішній – $t_{m4} = 20^0 C$. Перший шар стінки виготовлений із бетону піщаного і його розміри $r_0 = 1,2 м$, $r_1 = 1,5 м$; другий шар –сталь і його розміри $r_1 = 1,5 м$, $r_2 = 1,65 м$; третій шар – мінеральна вата і його розміри $r_2 = 1,65 м$, $r_3 = 1,9 м$; четвертий шар виготовлено з глини, розміри якого $r_3 = 1,9 м$, $r_4 = 2 м$. Між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Коефіцієнти теплопровідності матеріалів дорівнюють: бетон піщаний – $\lambda_1 = 1,25 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, сталь – $\lambda_2 = 42 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, мінеральна вата – $\lambda_3 = 0,056 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, глина – $\lambda_4 = 1,4 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності багатошарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами визначаємо за формулою (73). Для чотиришарової сфери формула набере вигляду:

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} + \frac{r_3 - r_2}{\lambda_3 r_3 r_2} + \frac{r_4 - r_3}{\lambda_4 r_4 r_3} = \frac{r_4 - r_0}{\lambda_y r_4 r_0}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$\frac{1,5 - 1,2}{1,25 \cdot 1,5 \cdot 1,2} + \frac{1,65 - 1,5}{42 \cdot 1,65 \cdot 1,5} + \frac{1,9 - 1,65}{0,056 \cdot 1,9 \cdot 1,65} + \frac{2 - 1,9}{1,4 \cdot 2 \cdot 1,9} = \frac{2 - 1,2}{\lambda_y 2 \cdot 1,2}$$ або

$$\lambda_y = 0,2113 \frac{Вт}{м \cdot К}.$$

Розподіл температурного поля по товщині багатошарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов першого типу визначаємо за формулою (85).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі матиме вигляд:

$$t_1(r)=\frac{r_0r_4(t_{m4}-t_{m0})}{r_0-r_4}\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)\right)+\frac{t_{m0}r_0-t_{m4}r_4}{r_0-r_4},\qquad (r_0\le r\le r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо

$$t_1(r)=\frac{1{,}2\cdot 2(20-500)}{1{,}2-2}\left(\frac{1}{1{,}2}+\frac{0{,}2113}{1{,}25}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{1{,}2}\right)\right)+\frac{500\cdot 1{,}2-20\cdot 2}{1{,}2-2}\ \text{або}$$

$$t_1(r)=\frac{243{,}409}{r}+297{,}159,\qquad (1{,}2\le r\le 1{,}5).$$

Значення температур на граничних поверхнях першого шару дорівнює

$$t_1(1{,}2)=\frac{243{,}409}{1{,}2}+297{,}159=500^0C,\quad t_1(1{,}5)=459{,}432^0C.$$

Густину теплового потоку в першому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_1(r)=-\lambda_1 gradt_1(r)$ або $q_1(r)=-1{,}25\dfrac{(-243{,}409)}{r^2}=\dfrac{304{,}26}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню першого шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r)=4\pi r^2q_1\tau=4\pi\tau\cdot 304{,}26\,\dfrac{Дж}{с}$.

Розподіл температурного поля в другому шарі описується формулою:

$$t_2(r)=\frac{r_0r_4(t_{m4}-t_{m0})}{r_0-r_4}\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_0}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\right)+\frac{t_{m0}r_0-t_{m4}r_4}{r_0-r_4},\quad (r_1\le r\le r_2).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_2(r)=\frac{7{,}244}{r}+454{,}602,\qquad (1{,}5\le r\le 1{,}65).$$

Значення температур на граничних поверхнях другого шару дорівнює

$$t_2(1{,}4)=459{,}432^0C,\quad t_2(1{,}65)=458{,}993^0C.$$

Густину теплового потоку в другому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_2(r)=-\lambda_2 gradt_2(r)$ або $q_2(r)=-42\dfrac{(-7{,}244)}{r^2}=\dfrac{304{,}26}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню другого шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r)=4\pi r^2q_1\tau=4\pi\tau\cdot 304{,}26\,\dfrac{Дж}{с}$.

Розподіл температурного поля в третьому шарі визначається формулою:

$$t_3(r)=\frac{r_0r_4(t_{m4}-t_{m0})}{r_0-r_4}\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_0}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_3}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+$$

$$+\frac{t_{m0}r_0-t_{m4}r_4}{r_0-r_4},\qquad (r_2\le r\le r_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_3(r)=\frac{5433{,}249}{r}-2833{,}886,\qquad (1{,}65\le r\le 1{,}9).$$

Значення температур на граничних поверхнях третього шару дорівнює

$$t_3(1{,}65)=458{,}993^0C,\ \ t_3(1{,}9)=25{,}719^0C.$$

Густину теплового потоку в третьому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_3(r) = -\lambda_3 gradt_3(r)$ або $q_3(r) = -0{,}056\frac{(-5433{,}249)}{r^2} = \frac{304{,}26}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню третього шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r) = 4\pi r^2 q_1\tau = 4\pi\tau\cdot 304{,}26\,\frac{Дж}{с}$.

Розподіл температурного поля в четвертому шарі визначається за формулою:

$$t_4(r) = \frac{r_0 r_4(t_{m4} - t_{m0})}{r_0 - r_4}\left(\frac{1}{r_0} + \frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\lambda_y}{\lambda_3}\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{\lambda_y}{\lambda_4}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3}\right)\right) + \frac{t_{m0}r_0 - t_{m4}r_4}{r_0 - r_4},\ (r_3 \le r \le r_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_4(r) = \frac{217{,}33}{r} - 88{,}665, \qquad (1{,}9 \le r \le 2).$$

Значення температур на граничних поверхнях четвертого шару дорівнює

$$t_4(1{,}9) = 25{,}72^0 C,\ \ t_4(2) = 20^0 C.$$

Густину теплового потоку в четвертому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_4(r) = -\lambda_4 gradt_4(r)$ тоді

$$q_4(r) = -1{,}4\frac{(-217{,}33)}{r^2} = \frac{304{,}26}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню четвертого шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r) = 4\pi r^2 q_1\tau = 4\pi\tau\cdot 304{,}26\,\frac{Дж}{с}$.

Задача 7. Враховуючи умову задачі 6, визначити розподіл температурного поля в чотиришаровій сферичній стінці, якщо на внутрішній і зовнішній поверхнях сфери існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем. Температура навколишнього середовища всередині сфери $t_{p0} = 500^0 C$ і зовні – $t_{p4} = 20^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між навколишнім середовищем і поверхнями сфери дорівнюють $\alpha_0 = 18\frac{Вт}{м^2\cdot K}$ і $\alpha_4 = 8\frac{Вт}{м^2\cdot K}$.

Узагальнений коефіцієнт теплопровідності багатошарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами визначаємо за формулою (73). Для чотиришарової сфери формула набере вигляду:

$$\frac{r_1 - r_0}{\lambda_1 r_1 r_0} + \frac{r_2 - r_1}{\lambda_2 r_2 r_1} + \frac{r_3 - r_2}{\lambda_3 r_3 r_2} + \frac{r_4 - r_3}{\lambda_4 r_4 r_3} = \frac{r_4 - r_0}{\lambda_y r_4 r_0}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо $\lambda_y = 0{,}2113 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Розподіл температурного поля по товщині багатошарової сфери за наявності ідеального теплового контакту між шарами та граничних умов третього типу визначаємо за формулою (89).

Отже, розподіл температурного поля в першому шарі сфери описується формулою:

$$t_1(r)=\frac{(t_{p0}-t_{p4})\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)\right)+t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}-\frac{1}{r_4}\right)+t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_4}},\ (r_0 \le r \le r_1).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_1(r)=\frac{233{,}092}{r}+294{,}516, \qquad (1{,}2 \le r \le 1{,}5).$$

Значення температур на граничних поверхнях першого шару дорівнює

$$t_1(1{,}2)=\frac{233{,}092}{1{,}2}+294{,}516=488{,}759^0 C,\ \ t_1(1{,}5)=449{,}91^0 C.$$

Густину теплового потоку в першому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_1(r)=-\lambda_1 gradt_1(r)$ тоді $q_1(r)=-1{,}25\dfrac{(-233{,}092)}{r^2}=\dfrac{291{,}365}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню першого шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r)=4\pi r^2 q_1\tau=4\pi\tau\cdot 291{,}365\dfrac{Дж}{с}$.

Розподіл температурного поля в другому шарі сфери описується формулою:

$$t_2(r)=\frac{(t_{p0}-t_{p4})\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_0}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\right)+t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}-\frac{1}{r_4}\right)+t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_4}}$$

$(r_1 \le r \le r_2)$. Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_2(r)=\frac{6{,}937}{r}+445{,}286, \qquad (1{,}5 \le r \le 1{,}65).$$

Значення температур на граничних поверхнях другого шару дорівнює

$$t_2(1{,}5)=449{,}91^0 C,\ \ t_2(1{,}65)=449{,}49^0 C.$$

Густину теплового потоку в другому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_2(r)=-\lambda_2 gradt_2(r)$ тоді $q_2(r)=-42\dfrac{(-6{,}937)}{r^2}=\dfrac{291{,}365}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню другого шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r)=4\pi r^2 q_1\tau=4\pi\tau\cdot 291{,}365\dfrac{Дж}{с}$.

Розподіл температурного поля в третьому шарі сфери описується формулою:

$$t_3(r)=\frac{(t_{p0}-t_{p4})\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_0}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_3}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_2}\right)\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_4}}+$$

$$+\frac{t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}-\frac{1}{r_4}\right)+t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_4}}, \qquad (r_2 \le r \le r_3).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_3(r)=\frac{5202{,}947}{r}-2703{,}811, \qquad (1{,}65 \le r \le 1{,}9).$$

Значення температур на граничних поверхнях третього шару дорівнює

$$t_3(1{,}65)=449{,}49^0\,C, \;\; t_3(1{,}9)=34{,}582^0\,C.$$

Густину теплового потоку в третьому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_3(r)=-\lambda_3 grad t_3(r)$ або $q_3(r)=-0{,}056\frac{(-5202{,}947)}{r^2}=\frac{291{,}365}{r^2}$.

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню третього шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r)=4\pi r^2 q_1\tau=4\pi\tau\cdot 291{,}365\frac{Дж}{c}$.

Розподіл температурного поля в четвертому шарі сфери описується формулою:

$$t_4(r)=\frac{(t_{p0}-t_{p4})\left(\frac{1}{r_0}+\frac{\lambda_y}{\lambda_1}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_0}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_3}\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{\lambda_y}{\lambda_4}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_4}}+$$

$$+\frac{t_{p0}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}-\frac{1}{r_4}\right)+t_{p4}\left(\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{1}{r_0}\right)}{\frac{\lambda_y}{\alpha_0 r_0^2}+\frac{\lambda_y}{\alpha_4 r_4^2}+\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_4}}, \qquad (r_3 \le r \le r_4).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_4(r)=\frac{208{,}118}{r}-74{,}954, \qquad (1{,}9 \le r \le 2).$$

Значення температур на граничних поверхнях четвертого шару дорівнює

$$t_4(1{,}9)=34{,}582^0\,C, \;\; t_4(2)=29{,}105^0\,C.$$

Густину теплового потоку в четвертому шарі визначаємо використовуючи закон Фур'є $q_4(r)=-\lambda_4 grad t_4(r)$ тоді

$$q_4(r) = -1{,}4\frac{(-208{,}118)}{r^2} = \frac{291{,}365}{r^2}.$$

Кількість теплоти Q, яка переходить за час τ через сферичну поверхню четвертого шару радіуса *r*, дорівнює $Q(r) = 4\pi r^2 q_1\tau = 4\pi\tau\cdot 291{,}365\frac{Дж}{с}$.

Завдання для проведення практичного заняття

Задача 1. Визначити розподіл температурного поля і густину теплового потоку в двошаровій плоскій стінці, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 20^0C$ і $t_{p2} = -10^0C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями стінки і навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 8\frac{Вт}{м^2\cdot К}$ та $\alpha_2 = 16\frac{Вт}{м^2\cdot К}$. Перший шар плоскої стінки виготовлений з червоної цегли товщиною $l_1 = 38см$ і коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 0{,}455\frac{Вт}{м\cdot К}$. Другий шар плоскої стінки виготовлено з пінопласту товщиною $l_2 - l_1 = 5см$ і коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_2 = 0{,}041\frac{Вт}{м\cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}209278633\frac{Вт}{м\cdot К}$, $t_1(x) = -29{,}40627x + 18{,}32752$, $(0 \le x \le 0{,}38)$,

$q_1 = -0{,}455\cdot(-29{,}40627) = 13{,}3798\frac{Вт}{м^2}$, $t_2(x) = -326{,}33789x + 131{,}16153$,

$(0{,}38 \le x \le 0{,}43)$, $q_2 = -0{,}041\cdot(-326{,}33789) = 13{,}3798\frac{Вт}{м^2}$.

Задача 2. Визначити розподіл температурного поля і густину теплового потоку в двошаровій плоскій стінці, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 20^0C$ і $t_{p2} = -10^0C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 8\frac{Вт}{м^2\cdot К}$ і $\alpha_2 = 16\frac{Вт}{м^2\cdot К}$. Перший шар плоскої стінки виготовлений з силікатної цегли товщиною $l_1 = 38см$ коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 0{,}79\frac{Вт}{м\cdot К}$. Другий шар плоскої стінки виготовлено з пінопласту товщиною $l_2 - l_1 = 5см$ коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_2 = 0{,}041 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_у = 0{,}252863108 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, $t_1(x) = -20{,}11344x + 18{,}0138$, $(0 \le x \le 0{,}38)$,

$q_1 = -0{,}79 \cdot (-20{,}11344) = 15{,}8896 \dfrac{Вт}{м^2}$, $t_2(x) = -387{,}55174x + 157{,}64035$,

$(0{,}38 \le x \le 0{,}43)$, $q_2 = -0{,}041 \cdot (-387{,}55174) = 15{,}8896 \dfrac{Вт}{м^2}$.

Задача 3. Визначити розподіл температурного поля і густину теплового потоку в двошаровій плоскій стінці, якщо між поверхнями стінки і навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температура навколишнього середовища відповідно дорівнює $t_{p0} = 20^0 C$ і $t_{p2} = -10^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 8 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_2 = 16 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Перший шар плоскої стінки виготовлений з бетону на гранітному заповнювачі товщиною $l_1 = 38см$ і коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_1 = 1{,}2 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Другий шар плоскої стінки виготовлено з пінопласту товщиною $l_2 - l_1 = 5см$ і коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_2 = 0{,}041 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_у = 0{,}279915322 \dfrac{Вт}{м \cdot К}$, $t_1(x) = -14{,}50386x + 17{,}8244$, $(0 \le x \le 0{,}38)$,

$q_1 = -1{,}2 \cdot (-14{,}50386) = 17{,}4046 \dfrac{Вт}{м^2}$, $t_2(x) = -424{,}50327x + 173{,}6242$,

$(0{,}38 \le x \le 0{,}43)$, $q_2 = -1{,}2 \cdot (-424{,}50327) = 17{,}4046 \dfrac{Вт}{м^2}$.

Задача 4. Визначити розподіл температурного поля і густину теплового потоку в двошаровій плоскій стінці, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 20^0 C$ і $t_{p2} = -10^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 8 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_2 = 16 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Перший шар плоскої стінки виготовлений з бетону на гранітному заповнювачі товщиною $l_1 = 25см$ і коефіцієнт теплопровідності якого

$\lambda_1 = 1{,}2\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Другий шар плоскої стінки виготовлено з пінопласту товщиною $l_2 - l_1 = 5см$ і коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_2 = 0{,}041\dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}210106762\dfrac{Вт}{м \cdot К}$, $t_1(x) = -15{,}476565x + 17{,}6785$, $(0 \le x \le 0{,}25)$, $q_1 = -1{,}2 \cdot (-15{,}476565) = 18{,}5719\dfrac{Вт}{м^2}$, $t_2(x) = -452{,}9726x + 127{,}0525$, $(0{,}25 \le x \le 0{,}3)$, $q_2 = -1{,}2 \cdot (-452{,}9726) = 18{,}5719\dfrac{Вт}{м^2}$.

Задача 5. Визначити розподіл температурного поля і густину теплового потоку в двошаровій плоскій стінці, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 20^0C$ і $t_{p2} = -10^0C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 8\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_2 = 16\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Перший шар плоскої стінки виготовлений з червоної цегли товщиною $l_1 = 25см$ і коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 0{,}455\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Другий шар плоскої стінки виготовлено з пінопласту товщиною $l_2 - l_1 = 5см$ і коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_2 = 0{,}041\dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}169590909\dfrac{Вт}{м \cdot К}$, $t_1(x) = -33{,}70065x + 18{,}0833$, $(0 \le x \le 0{,}25)$, $q_1 = -0{,}455 \cdot (-33{,}70065) = 15{,}3338\dfrac{Вт}{м^2}$, $t_2(x) = -373{,}995x + 103{,}1569$, $(0{,}25 \le x \le 0{,}3)$, $q_2 = -0{,}041 \cdot (-373{,}995) = 15{,}3338\dfrac{Вт}{м^2}$.

Задача 6. Визначити розподіл температурного поля в двошаровій циліндричній стінці та величину теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною *1 м*, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 74^0C$ і $t_{p2} = 16^0C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями циліндричної стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 250\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_2 = 10\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Внутрішній радіус порожнистої стінки $r_0 = 5см$. Перший шар циліндричної стінки виготовлений з сталі товщиною $r_1 - r_0 = 1см$ і коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 58\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Другий шар циліндричної стінки виготовлено з мінеральної вати товщиною $r_2 - r_1 = 5см$ і коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_2 = 0{,}056\dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}072823272\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. $t_1(r) = -0{,}08463\ln r + 73{,}3538$, $(0{,}05 \le r \le 0{,}06)$,

$Q_1 = 2\pi(-58)\cdot(-0{,}08463)\tau = 30{,}8414\tau\dfrac{Вт}{м^2}$,

$t_2(r) = -87{,}65289\ln r - 173{,}0117$, $(0{,}06 \le r \le 0{,}11)$,

$Q_1 = 2\pi(-0{,}056)\cdot(-87{,}65289)\tau = 30{,}8414\tau Вт$.

Задача 7. Визначити розподіл температурного поля в двохшаровій циліндричній стінці та величину теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною *1 м*, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 74^0C$ і $t_{p2} = 16^0C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями циліндричної стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 250\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_2 = 10\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Внутрішній радіус порожнистої стінки $r_0 = 5см$. Перший шар циліндричної стінки виготовлений з сталі товщиною $r_1 - r_0 = 1см$ і коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 58\dfrac{Вт}{м \cdot К}$. Другий шар циліндричної стінки виготовлено з мінеральної вати товщиною $r_2 - r_1 = 10см$ і коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_2 = 0{,}056\dfrac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}06639765\dfrac{Вт}{м \cdot К}$, $t_1(r) = -0{,}05488\ln r + 73{,}581$, $(0{,}05 \le r \le 0{,}06)$,

$Q_1 = 2\pi(-58)\cdot(-0{,}054876)\tau = 20\tau Вт$, $t_2(r) = -56{,}8357\ln r - 86{,}1668$, $(0{,}06 \le r \le 0{,}16)$, $Q_1 = 2\pi(-0{,}056)\cdot(-56{,}8357)\tau = 20\tau Вт$.

Задача 8. Визначити розподіл температурного поля в двошаровій циліндричній стінці та величину теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною *1 м*, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температури навколишнього середовища відповідно дорівнюють $t_{p0} = 74^0C$ і $t_{p2} = 16^0C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями циліндричної стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 250\dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і

$\alpha_2 = 10\dfrac{Bm}{м^2 \cdot K}$. Внутрішній радіус порожнистої стінки $r_0 = 10см$. Перший шар циліндричної стінки виготовлений з сталі товщиною $r_1 - r_0 = 1см$ коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 58\dfrac{Bm}{м \cdot K}$. Другий шар циліндричної стінки виготовлено з мінеральної вати товщиною $r_2 - r_1 = 5см$ коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_2 = 0{,}056\dfrac{Bm}{м \cdot K}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}0702273837\dfrac{Bm}{м \cdot K}$, $t_1(r) = -0{,}1359\ln r + 73{,}3717$, $(0{,}1 \le r \le 0{,}11)$, $Q_1 = 2\pi(-58)\cdot(-0{,}135914)\tau = 49{,}53\tau Bm$, $t_2(r) = -140{,}768\ln r - 237{,}042$, $(0{,}11 \le r \le 0{,}16)$, $Q_1 = 2\pi(-0{,}056)\cdot(-140{,}768)\tau = 49{,}53\tau Bm$.

Задача 9. Визначити розподіл температурного поля в двошаровій циліндричній стінці та величину теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною *1 м*, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температура навколишнього середовища дорівнює $t_{p0} = 74^0 C$ і $t_{p2} = 16^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями циліндричної стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 250\dfrac{Bm}{м^2 \cdot K}$ і $\alpha_2 = 12\dfrac{Bm}{м^2 \cdot K}$. Внутрішній радіус порожнистої стінки $r_0 = 2{,}5см$. Перший шар циліндричної стінки виготовлений з бронзи товщиною $r_1 - r_0 = 1{,}25см$ коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_1 = 64\dfrac{Bm}{м \cdot K}$. Другий шар циліндричної стінки виготовлено з пінополіуретану товщиною $r_2 - r_1 = 2см$ коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_2 = 0{,}041\dfrac{Bm}{м \cdot K}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}07984328\dfrac{Bm}{м \cdot K}$,
$t_1(r) = -0{,}07526\ln r + 72{,}9517$, $(0{,}025 \le r \le 0{,}0375)$,
$Q_1 = 2\pi(-64)\cdot(-0{,}0752632)\tau = 30{,}265\tau Bm$, $t_2(r) = -117{,}484\ln r - 312{,}55$, $(0{,}0375 \le r \le 0{,}0575)$, $Q_1 = 2\pi(-0{,}041)\cdot(-117{,}484)\tau = 30{,}265\tau Bm$.

Задача 10. Визначити розподіл температурного поля в двошаровій циліндричній стінці та величину теплоти, яка переходить через циліндричну стінку довжиною *1 м*, якщо між поверхнями стінки та навколишнім середовищем існує конвекційний теплообмін. Вважати, що між шарами існує ідеальний тепловий контакт. Температури навколишнього середовища дорівнюють $t_{p0} = 58^0 C$ і $t_{p2} = 10^0 C$. Коефіцієнти теплообміну між поверхнями циліндричної стінки та навколишнім середовищем дорівнюють $\alpha_0 = 250\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ і $\alpha_2 = 15\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Внутрішній радіус порожнистої стінки $r_0 = 25см$. Перший шар циліндричної стінки виготовлений з бетону товщиною $r_1 - r_0 = 5см$ коефіцієнт теплопровідності якого $\lambda_1 = 1{,}5\frac{Вт}{м \cdot К}$. Другий шар циліндричної стінки виготовлено з мінеральної вати товщиною $r_2 - r_1 = 10см$ коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_2 = 0{,}056\frac{Вт}{м \cdot К}$.

Відповідь: $\lambda_y = 0{,}08937592\frac{Вт}{м \cdot К}$, $t_1(r) = -5{,}8808 \ln r + 49{,}7062$, $(0{,}25 \le r \le 0{,}3)$, $Q_1 = 2\pi(-1{,}5)\cdot(-5{,}880846)\tau = 55{,}426\tau Вт$, $t_2(r) = -157{,}52265 \ln r - 132{,}866$, $(0{,}3 \le r \le 0{,}4)$, $Q_2 = 2\pi(-0{,}056)\cdot(-157{,}52265)\tau = 55{,}4257\tau Вт$.

Тема 4. Нестаціонарна теплопровідність

Нестаціонарною теплопровідністю називають процес поширення теплоти внаслідок безпосереднього контакту частинок з різною температурою і характер поширення теплоти змінюється із плином часу. Нестаціонарна теплопровідність характеризується зміною температурного поля в тілі. У практиці пожежної справи частіше доводиться вирішувати задачі пов'язані з нагріванням тіл, оскільки процес пожежі супроводжується значним тепловиділенням. Значний прогрів будівельних конструкцій може привести до втрати їх функціональних обов'язків або руйнування. Розподіл температурного поля в ізотропному тілі, коли відсутні внутрішні джерела теплоти і коефіцієнт теплопровідності є величиною сталою, описується відповідними диференціальними рівняннями. В залежності від вибору системи координат диференціальні рівняння матимуть вигляд:

$$\frac{\partial^2 t(x,y,z,\tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x,y,z,\tau,)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t(x,y,z,\tau)}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial t(x,y,z,\tau)}{\partial \tau} \tag{90}$$

в декартовій системі координат;

$$\frac{\partial^2 t(r,\varphi,z,\tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t(r,\varphi,z,\tau)}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t(r,\varphi,z,\tau,)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t(r,\varphi,z,\tau)}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial t(r,\varphi,z,\tau)}{\partial \tau} \tag{91}$$

в циліндричній системі координат;

$$\frac{\partial^2 t(r,\varphi,\psi,\tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial t(r,\varphi,\psi,\tau)}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\varphi \frac{\partial t(r,\varphi,\psi,\tau)}{\partial \varphi}\right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2\psi}\frac{\partial^2 t(r,\varphi,\psi,\tau)}{\partial \psi^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial t(r,\varphi,\psi,\tau)}{\partial \tau} \tag{92}$$

в сферичній системі координат,

де t – температура, $[t]=K$ або $[t]={}^0C$; x,y,z,r,φ,ψ – координати, $[x]=м$, $[y]=м$, $[z]=м$; $[r]=м$; $[\varphi]=радіан$; $[\psi]=радіан$; τ – час, $[\tau]=c$; a – коефіцієнт температуропровідності, $[a]=\frac{м^2}{c}$.

Коефіцієнт температуропровідності є фізичним параметром речовини і його значення визначається за формулою

$$a(t)=\frac{\lambda(t)}{c_p(t)\rho},$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності речовини, $[\lambda]=\frac{Вт}{м\cdot K}$; ρ – питома густина речовини, $[\rho]=\frac{кг}{м^3}$; c_p – питома теплоємність речовини, $[c_p]=\frac{Дж}{кг\cdot K}$.

Коефіцієнт температуропровідності характеризує швидкість зміни температури в тілі. Чим більший коефіцієнт температуропровідності, тим швидше тіло нагрівається. Значення коефіцієнта температуропровідності залежить від температури тіла, оскільки із зміною температури тіла змінюється значення коефіцієнта теплопровідності та теплоємності. Теплоємність тіл, переважно, зростає із збільшенням середньої температури за лінійним законом

$$c_p(t_{cp})=c_0+\beta t_{cp},$$

де: c_0 – теплоємність тіла з температурою 0^0C; β – коефіцієнт встановлений експериментальним шляхом; $t_{cp}=\frac{t_{m,\tau}+t_{x,\tau}}{2}$ – середня температура тіла в момент часу τ; $t_{m,\tau}$ – температура на поверхні тіла в момент часу τ; $t_{x,\tau}$ – температура в шуканій точці тіла в момент часу τ.

Коефіцієнт температуропровідності залежить від вологості речовини. Для вологих тіл коефіцієнт температуропровідності менший і тіло повільніше нагрівається, оскільки частина теплоти витрачається на нагрівання та випаровування рідини. Врахування впливу вологості речовини на зміну фізичних параметрів тіла в нестаціонарному тепловому режимі значно ускладнює розрахунки і тому розглядається окремо.

Розв’язання задачі нестаціонарної теплопровідності означає визначення розподілу температурного поля в тілі $t(x,y,z,\tau)$, яке задовольняє одне з диференціальних рівняння (90) – (92) та відповідні початкову і граничні умови.

Початкова умова – вказується розподіл температурного поля в тілі в момент часу $\tau=0$. *Наприклад,*

$$t(x,y,z,0)=f_0(x,y,z), \tag{93}$$

де $f_0(x,y,z)$відома функція і координати *x, y, z* задовольняють рівняння яке описує зовнішню поверхню тіла.

Окрім початкової умови наподальший розподіл температурного поля суттєвий вплив мають граничні умови. **Граничні умови** – це відомості про характер зовнішнього теплового впливу на тіло. Граничні умови переважно поділяють на три типи.

Гранична умова першого типу. В цьому випадку задається розподіл температури на поверхні тіла в довільний момент часу. *Наприклад*,

$$t_m(x,y,z,\tau) = f_1(x,y,z,\tau), \tag{94}$$

де $f_1(x,y,z,\tau)$ відома функція.

Гранична умова другого типу. На поверхні тіла задаються відомості про величину теплового потоку, який впливає на розподіл температурного поля в тілі. *Наприклад*,

$$-\lambda \frac{\partial t_m(x,y,z,\tau)}{\partial n} = q(x,y,z,\tau), \tag{95}$$

де $\frac{\partial t_m}{\partial n}$ – градієнт температури на поверхні тіла, $q(x,y,z,\tau)$ – густина теплового потоку і вона є відома функція.

Гранична умова третього типу. В цьому випадку на поверхні тіла задається конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем. *Наприклад*,

$$-\lambda \frac{\partial t_m(x,y,z,\tau)}{\partial n} = \alpha(t_m(x,y,z,\tau) - t_p(x,y,z,\tau)). \tag{96}$$

Функція $t_p(x,y,z,\tau)$, яка описує розподіл температури в навколишньому середовищі за межами теплового пограничного шару, відома; α – коефіцієнт теплообміну між навколишнім середовищем і поверхнею тіла.

Інколи граничну умову задають як інтерпретацію ідеально теплоізольованої поверхні. **Ідеально теплоізольованою** поверхнею називають поверхню через яку не переходить тепловий потік, тобто виконується рівняння

$$\frac{\partial t_m(x,y,z,\tau)}{\partial n} = 0. \tag{97}$$

Опис контакту тіл з навколишнім середовищем

Тепловий контакт між твердими тілами вважають **ідеальним**, якщо виконуються умови рівності температур на поверхні контакту тіл та рівність теплових потоків через поверхню контакту тіл, тобто виконуються рівняння

$$t_{1m}(x,y,z,\tau) = t_{2m}(x,y,z,\tau); \quad \lambda_1 \frac{\partial_{1m}(x,y,z,\tau)}{\partial n} = \lambda_2 \frac{\partial t_{2m}(x,y,z,\tau)}{\partial n}, \tag{98}$$

де $t_{im}(x,y,z,\tau)$ – температури на поверхні контакту *1* і *2* тіл; λ_i – коефіцієнти теплопровідності *1* і *2* тіл.

Тепловий контакт між твердими тілами вважають **неідеальним**, якщо виконується умова рівності теплового потоку через поверхню контакту тіл, але не виконується умова рівності температур на поверхні контакту тіл і має місце конвекційний теплообмін на поверхні контакту тіл, тобто виконуються рівняння

$$\lambda_1 \frac{\partial_{1m}(x,y,z,\tau)}{\partial n} = \lambda_2 \frac{\partial t_{2m}(x,y,z,\tau)}{\partial n},$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_{1m}(x,y,z,\tau)}{\partial n} = \alpha(t_{2m}(x,y,z,\tau) - t_{1m}(x,y,z,\tau)); \qquad (99)$$

де α – коефіцієнт теплообміну (тепловіддачі) між тілами.

Для випадку якщо тверде тіло омивається рідиною то гранична умова подається у вигляді:

$$-\lambda \frac{\partial t_m(x,y,z,\tau)}{\partial n} = \alpha(t_m(x,y,z,\tau) - t_p(x,y,z,\tau)), \qquad (100)$$

де коефіцієнт теплообміну α залежить від багатьох факторів, але для спрощення його вважають сталою величиною; $t_p(x,y,z,\tau)$ – температура рідини за межами теплового приповерхневого шару.

Для розв'язування задач нестаціонарної теплопровідності використовують аналітичні методи (метод відокремлення змінних, перетворення Лапласа та інші інтегральні перетворення) і чисельні методи (метод сіток та інші). Ці розрахунки є надто ускладненими і розглядаються окремо.

Тема 5. Конвекційний теплообмін

Конвекційний перенос теплоти – це перенос теплоти викликаний переміщенням маси рідини від однієї області простору до іншої. Рідиною в термодинаміці вважають як крапельні рідини – воду, гас, нафту, бензин та інші, так і гази – метан, азот, повітря та інші. Конвекція теплоти завжди супроводжується теплопровідністю оскільки під час руху рідини або газу відбувається контакт між частинками рідини з різною температурою внаслідок чого відбувається передача теплоти від більш нагрітої частинки до менш нагрітої. Отже, **конвекційний теплообмін** поєднує конвекцію теплоти та теплопровідність. Залежно від сил, що викликають рух рідини, конвекцію поділяють на вільну та вимушену. **Вільна конвекція** виникає внаслідок різниці питомого об'єму гарячих і холодних частинок рідини, що викликає появу виштовхуючої сили, тобто вільна конвекція обумовлена неоднорідністю температурного поля. **Вимушена конвекція** відбувається завдяки дії зовнішніх чинників, які спричиняють рух рідини.

Диференціальне рівняння тепловіддачі

Тепловіддачею називають процес теплообміну між рухомою рідиною та поверхнею нерухомого тіла.

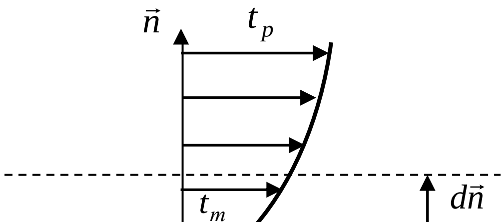

Рис. 9. Розподіл температурного поля в околі поверхні тіла

Розглядаємо поверхню тілаFпо якій ковзає рідина. Виокремимо на цій поверхні тіла малий елемент *dF*, нормаль до якого $\vec{n}$. Температуру поверхні тіла позначимо t_m, а температуру рідини на великій віддалі від поверхні тіла, тобто за межами теплового приповерхневого шару, – t_p. На поверхні тіла упродовж усього часу ковзання рідини перебуває доволі тонкий шар рідини, що є нерухомим, мовби приклеєний до поверхні тіла. За ним міститься тонкий шар рідини, яка здійснює ламінарний рух. Передача теплоти через цих два шари може здійснюватись лише шляхом теплопровідності. Інтенсивність теплообміну між рідиною і тілом визначається в основному теплопровідністю через тепловий при поверхневий шар, товщина якого може дорівнювати *1 – 2 мм*. Отже, густина теплового потоку через ці шари в елемент поверхні *dF*, згідно закону теплопровідності Фур'є, дорівнює

$$q = -\lambda_p \frac{dt_p}{dn}, \qquad (101)$$

де λ_p – коефіцієнт теплопровідності рідини, $\frac{dt_p}{dn}$ – градієнт температури в при поверхневому тепловому шарі рідини. Визначити градієнт температури доволі важко, тому вводиться поняття коефіцієнта тепловіддачі (теплообміну)α, який визначається з рівняння

$$\alpha = \frac{q}{t_p - t_m}. \qquad (102)$$

Коефіцієнт тепловіддачі α мало залежить від температурного перепаду $t_p - t_m$, якщо теплофізичні характеристики тіла та рідини суттєво не змінюються в цьому діапазоні температур. **Коефіцієнттеплообміну** (тепловіддачі) α чисельно дорівнює густині теплового потоку між рідиною та поверхнею тіла, якщо перепад температур 1К. Розмірність коефіцієнта тепловіддачі $[\alpha] = \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Коефіцієнт тепловіддачі залежить від багатьох факторів: фізичних властивостей рідини (в'язкість, густина, теплопровідність, теплоємність); швидкості руху рідини, із збільшенням швидкості руху рідини коефіцієнт тепловіддачі зростає; форми тіла по якому ковзає рідина; ступінь нерівностей поверхні тіла; ламінарний чи турбулентний рух рідини. Коефіцієнт тепловіддачі не є фізичним параметром рідини на відміну, *наприклад*, від коефіцієнта теплопровідності рідини. Рідинарухається л**амінарно**, якщо шари рідини під час руху не перемішуються. Під час ламінарного руху рідини теплообмін між рідиною та тілом здійснюється лише завдяки теплопровідності. Рідина рухається**турбулентно,**якщо існує вихровий неупорядкований рух частинок рідини. Під час турбулентного руху рідини існує: тонкий шар рідини, який не рухається і він мовби приклеєний до поверхні тіла; шар рідини, який рухається ламінарно вздовж поверхні тіла; і на певній віддалі від поверхні тіла рідина рухається турбулентно. Від сумарної товщини нерухомого та ламінарного шарів залежить величина термоопору. Під час турбулентного руху теплота всередині потоку в основному поширюється перемішуванням рідини, а в околі поверхні тіла – теплопровідністю. Отже, тепловіддача під час турбулентного руху рідини відбувається більш інтенсивно ніж під час ламінарного руху рідини.

Враховуючи залежності (101) і (102) отримаємо, що $-\lambda_p \frac{dt_p}{dn} = \alpha(t_p - t_m)$. Оскільки величина теплового потоку, який вливається в тіло, дорівнює величині теплового потоку, що покидає рідину, то справедлива рівність $\lambda_p \frac{dt_p}{dn} = \lambda_m \frac{dt_m}{dn}$. Отже, попереднє рівняння набере вигляду

$$-\lambda_m \frac{dt_m}{dn} = \alpha(t_p - t_m). \qquad (103)$$

Це рівняння називають **рівнянням тепловіддачі (теплообміну)**. Оскільки визначити градієнт температури в тепловому приповерхневому шарі тіла доволі проблематично, то коефіцієнт тепловіддачі α, величина якого залежить від багатьох факторів,визначають експериментально за допомогою теорії подібності.

Теорія подібності

Під час вивчення конвекційного теплообміну основною задачею є визначення величини коефіцієнта тепловіддачі α. Визначення величини коефіцієнта тепловіддачі теоретичним шляхом пов’язане з великими труднощами і тому його переважно визначають експериментальним шляхом або використовують теорію подібності. **Теорія подібності** – наука про подібність фізичних явищ. Вона являє собою теорію опрацювання та узагальнення результатів експериментів. Вона дозволяє проводити дослідження не на самих об’єктах а на їх моделях і результати дослідів переносити на об’єкт. Подібності бувають: геометрична, кінематична, динамічна і теплова. Геометрична подібність розглядає подібність геометричних фігур. В таких об’єктах відповідні сторони пропорційні, а відповідні кути рівні. Кінематична подібність – це подібність полів швидкостей руху двох потоків. Динамічна подібність – подібність сил, що формують подібний розподіл швидкостей та пришвидшень руху об’єктів. **Теплова подібність** – подібність температурних полів та теплових потоків.

Необхідні умови подібності:

– подібні явища повинні відноситись до одного й того ж класу (типу) явищ;

– мати однакову фізичну природу та описуватися однаковими за формою та змістом диференціальними рівняннями. Якщо математичний опис двох явищ однаковий за формою, але різний за фізичним змістом, то такі явища називають аналогічними.

– подібні явища завжди відбуваються в геометрично подібних областях;

– під час аналізу подібних явищ можна порівнювати між собою тільки однорідні фізичні величини і лише у відповідні моменти часу та у відповідних просторових координатах.

Однорідними величинами називають такі величини, котрі мають один і той самий фізичний зміст та однакову розмірність.

Числа подібності

Теорія подібності стверджує, що для довільного теплообміну існує однозначна залежність між певними безрозмірними комплексами величин, котрі характеризують процеси теплообміну. Ці комплекси величин і параметрів мають однакове значення для всіх подібних процесів і називаються числами подібності. **Числа подібності** – це безрозмірні комплекси, які поєднують величини, що характеризують те чи інше явище.

Число Нуссельта – $Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$, де α – коефіцієнт тепловіддачі, $[\alpha] = \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$; λ – коефіцієнт теплопровідності, $[\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot К}$; l – характерний розмір тіла, $[l] = м$. Число Нуссельта характеризує тепловіддачу на границі рідина – тверде тіло. Воно характеризує відношення кількості теплоти, переданої конвекцією, до кількості теплоти, переданої теплопровідністю через шар рідини товщиною l. Чим більше число Nu тим інтенсивніший процес конвекційного теплообміну.

Число Рейнольдса – $Re = \frac{wl}{\nu}$ або $Re = \frac{\rho l w}{\mu}$, де w – швидкість руху рідини, $[w] = \frac{м}{с}$; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – коефіцієнт кінематичної в’язкості рідини, $[\nu] = \frac{м^2}{с}$; ρ – питома густина рідини, $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$; μ – коефіцієнт динамічної в’язкості рідини, $[\mu] = \frac{Па}{с}$. Якщо рідина рухається всередині каналу, то число Рейнольдса визначається за формулою – $Re = \frac{wd}{\nu}$, де d внутрішній діаметр каналу. Для випадку коли переріз каналу не круглий підставляється значення ефективного діаметра, який визначається за формулою $d_{еф} = \frac{4F}{P}$. F – площа поперечного перерізу каналу в якому рухається рідина. P – внутрішній периметр перерізу каналу. Число Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в’язкості в потоці рідини, та вказує на гідродинамічний режим руху рідини. Якщо $Re < 2300$ то рух рідини ламінарний, при $Re > 10^4$ рух рідини турбулентний.

При $2300 < Re < 10^4$ рух рідини включає елементи ламінарного та турбулентного рухів.

Число Прандтля – $Pr = \frac{\nu}{a}$, де ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, $[\nu] = \frac{м^2}{с}$; a – коефіцієнт температуропровідності рідини, $[a] = \frac{м^2}{с}$. Це число є параметром стану речовини і для нього можуть бути складені таблиці. Число Прандтля характеризує відношення величини гідродинамічного до величини теплового приповерхневих шарів. Для газів число Прандтля змінюється в межах $Pr = 0{,}67 - 1{,}0$ і залежить від атомності газу та незначнозмінюєтьсяпід час змінитемператури. Для рідин число Прандтля лежить в межах $Pr = 1{,}0 - 2500$ і залежність від температури суттєва.

Число Грасгофа $- Gr = \frac{g\beta \cdot l^3 \Delta t}{\nu^2}$, де β – температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини (газу) під сталим тиском, $[\beta] = K^{-1}$; для ідеального газу $\beta = T^{-1}$; $\Delta t = t_p - t_m$, t_p – температура рідини за межами теплового при поверхневого шару, t_m – температура на поверхні тіла; g – пришвидшення вільного падіння тіла, $g = 9{,}81 \frac{м}{с^2}$. Число Грасгофа – відношення сил тяжіння, у нерівномірному нагрітому середовищі, до сил в'язкості. Чим більше значення числа Gr тим інтенсивніший вільний рух рідини. Під час вимушеного руху рідини вплив вільної конвекції незначний і критерій Грасгофа можна не враховувати.

Критерій Пекле – $Pe = \frac{wl}{a}$. Це відношення теплоти, яка переноситься конвекцією до теплоти, яка передається теплопровідністю.

У всіх формулах наведених чисел (критеріїв) буквою l позначається лінійний параметр поверхні теплообміну, $[l] = м$. Під час руху рідини всередині циліндричного каналу замість l підставляють значення діаметра d або $d_{еф}$.

Для визначення коефіцієнта тепловіддачі використовують рівняння типу $Nu = C \cdot Re^n \, Pr^m$ або $Nu = C(Gr \cdot Pr)^m$. Перше рівняння характеризує конвекційний теплообмін під час вимушеного руху рідини або газу всередині або зовні труби. Друге – під час вільного руху, який виникає внаслідок нерівномірного температурного поля. C, m, n – сталі величини, які визначаються внаслідок опрацювання експериментальних даних і залежать від характеру руху рідини.

Визначення коефіцієнта теплообміну

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається ламінарно. Середнє значення коефіцієнта тепловіддачі для пластини довжиною l обчислюється використовуючи формулу, отриману аналітичним способом

$$Nu_l = 0{,}66\sqrt{Re_l}\sqrt[3]{Pr}\,, \tag{104}$$

де $Nu_l = \dfrac{\alpha l}{\lambda}$ і $Re_l = \dfrac{wl}{\nu}$, $Pr = \dfrac{\nu}{a}$, α – середнє значення коефіцієнта тепловіддачі (теплообміну); λ – коефіцієнт теплопровідності рідини; w – швидкість рідини за межами гідродинамічного приповерхневого шару; ν –коефіцієнт кінематичної в'язкості; a – коефіцієнт температуропровідності рідини. У формулі (104) фізичні параметри вважаються незалежними від температури.

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається турбулентно. Внаслідок узагальнення численних досліджень тепловіддачі під час повздовжнього обтікання пластини різними рідинами була отримана формула для визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі

$$Nu_{lp} = 0{,}037\,Re_{lp}^{0,8}\,Pr_p^{0,43}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}. \tag{105}$$

Індекс «p» вказує, що фізичні параметри рідини необхідно брати при температурі з якою рідина починає омивати пластину. Індекс «m» – при температурі поверхні пластини. Індекс l вказує, що за характерний розмір тіла необхідно взяти довжину пластини, по якій ковзає рідина. Для повітря та інших двоатомних газів число Прандтля не суттєво залежить від температури і тому можна вважати, що $Pr_p / Pr_m = 1$

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається ламінарно в прямолінійних трубах. Під час руху рідини в трубі коефіцієнт тепловіддачі по довжині труби є змінною величиною і зменшується в напрямку руху рідини. Для визначення середнього по довжині коефіцієнта тепловіддачі з ламінарним рухом рідини в прямих трубах використовується емпірична формула:

$$Nu_{dp} = 0{,}17\,Re_{dp}^{0,33}\,Pr_p^{0,43}\,Gr_{dp}^{0,1}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}\varepsilon_l\,. \tag{106}$$

В цьому рівнянні індекс «p» вказує, що фізичні параметри необхідно вибирати залежно від середньої температури рідини t_p, де $t_p = 0{,}5(t_1 + t_2)$, t_1 і t_2 температури рідини на вході та виході з труби. Індекс «d» вказує, що в якості характерного розміру тіла необхідно брати внутрішній діаметр труби. Для випадків коли переріз каналу не круглий, підставляється значення ефективного діаметра, який визначається за формулою $d_{еф} = \dfrac{4F}{P}$. F – площа поперечного перерізу каналу по якому рухається рідина. P – внутрішній периметр перерізу каналу. Відношення $\dfrac{Pr_p}{Pr_m}$ характеризує напрямок теплового потоку. Значення Pr_m береться з таблиць фізичних властивостей рідини з середньою температурою внутрішньої поверхні труби.

У формулі (106) $Nu_{dp} = \dfrac{\alpha d}{\lambda_p}$, $Re_{dp} = \dfrac{wd}{\nu_p} = \dfrac{4G}{\pi d\mu_p}$, $Gr_{dp} = \dfrac{g\beta\Delta t d^3}{\nu_p^2}$, де G – секундна масова витрата рідини, μ_p – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, α –

середній коефіцієнт тепловіддачі, ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини. Множник ε_l враховує відношення довжини труби до її діаметра. Значення ε_l залежно від величини l/d вказані в таблиці:

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50 і >
ε_l	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,0

Для повітря та інших двоатомних газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $Pr_p/Pr_m = 1$, тоді число Нуссельта визначається за формулою

$$Nu_{dp} = 0{,}15\,Re_{dp}^{0,33}\,Gr_{dp}^{0,1}\varepsilon_l\,. \tag{107}$$

Тепловіддача під час вимушеного руху рідини, якщо рідина рухається турбулентно в прямолінійних трубах. Внаслідок численних експериментів отримано формулу, яка описує тепловіддачу в гладкій трубі з турбулентним рухом рідини:

$$Nu_{dp} = 0{,}021\,Re_{dp}^{0,8}\,Pr_p^{0,43}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}\varepsilon_l\,. \tag{108}$$

В цій залежності $Nu_{dp} = \dfrac{\alpha d}{\lambda_p}$, $Re_{dp} = \dfrac{wd}{\nu_p} = \dfrac{4G}{\pi d\mu_p}$. Індекс «*p*» вказує, що фізичні параметри необхідно вибирати залежно від середньої температури рідини t_p, де $t_p = 0{,}5(t_1 + t_2)$, t_1 і t_2 температури рідини на вході та виході з труби. Індекс «*m*» вказує, що параметр рідини необхідно взяти при середній температурі поверхні тіла. Індекс «d» вказує, що в якості характерного розміру тіла необхідно брати внутрішній діаметр труби. G – секундна масова витрата рідини через канал. α – середній коефіцієнт тепловіддачі. Значення ε_l залежно від величини числа Рейнольдса і l/d вказані в таблиці:

Re_d	Значення ε_l при відношенні l/d				
	10	20	30	40	50
10^4	1,23	1,13	1,07	1,03	1
10^5	1,10	1,06	1,03	1,02	1
10^6	1,05	1,03	1,02	1,01	1

Для газів, при малих швидкостях руху $(M < 0{,}3)$, число Нуссельта дорівнює

$$Nu_{dp} = 0{,}021\,Re_{dp}^{0,8}\,Pr_p^{0,43}\,\varepsilon_l\,. \tag{109}$$

Тепловіддача під час вільного руху рідини вздовж вертикальної стінки та наявності ламінарного приповерхневого шару. Середнє значення числа Нуссельта, для ділянки поверхні довжиною l, дорівнює

$$Nu_{lp} = \frac{2{,}032}{3}\left(\frac{Pr_p}{0{,}952 + Pr_p}\right)^{0,25} \left(Gr_{lp}\,Pr_p\right)^{0,25}. \qquad (110)$$

Ця формула використовується, якщо $10^3 \le Gr_{lp}\,Pr_p \le 10^9$, де $Pr_p = \frac{\nu}{a}$, $Nu_{lp} = \frac{\alpha l}{\lambda_p}$,

$Gr_{lp} = \frac{\beta g(t_p - t_m)l^3}{\nu_p^2}$, t_p – температура рідини за межами теплового приповерхневого шару, t_m – температура поверхні тіла. Індекс «*p*» вказує, що значення фізичних параметрів рідини вибираються при температурі рідини за межами теплового приповерхневого шару. Індекс «*l*» вказує, що за характерний розмір тіла взято висоту вертикальної стінки.

Тепловіддача під час вільного руху рідини вздовж вертикальної стінки та наявності турбулентного приповерхневого шару. Внаслідок опрацювання результатів численних дослідів отримано формули для визначення числа Нуссельта під час вільного турбулентного руху рідини вздовж вертикальної стінки. Якщо $10^3 < Gr_p\,Pr_p < 10^9$ і температура на поверхні тіла стала, то

$$Nu_{lp} = 0{,}73\left(Gr_{lp}\,Pr_p\right)^{0,25}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}. \qquad (111)$$

Якщо $Gr_p\,Pr_p \ge 6 \cdot 10^{10}$, то число Нуссельта визначається за формулою:

$$Nu_{lp} = 0{,}15\left(Gr_{lp}\,Pr_p\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}, \qquad (112)$$

де $Gr_{lp} = \frac{\beta g(t_p - t_m)l^3}{\nu^2}$, $Pr_p = \frac{\nu}{a}$, $Nu_{lp} = \frac{\alpha l}{\lambda_p}$, t_p – температура рідини за межами приповерхневого теплового шару; t_m – температура поверхні тіла. Індекс «*p*» вказує, що значення фізичних параметрів рідини вибираються при температурі рідини за межами теплового приповерхневого шару. Індекс «*l*» вказує, що за характерний розмір тіла взято висоту вертикальної стінки.

Формули для визначення числа Нуссельта, при тепловіддачі вздовж вертикальних стінок, можна використати якщо рідина ковзає вздовж вертикальних циліндричних стінок.

Орієнтовні межі зміни коефіцієнтів тепловіддачі (теплообміну) вказано в таблиці:

Умови конвекції	Границі значень α.

	$[\alpha]=\frac{Вт}{м^0C}$
Рух газів під час вільної конвекції	6 – 120
Рух вода під час вільної конвекції	120 – 1160
Рух газів в трубах або між трубами	12 – 360
Рух води в трубах або між трубами	60 – 11600
Кипіння води в трубах	2300 – 30000
Плівкова конденсація водяної пари	4600 – 17500

Методика розв'язування задач

Задача 1. Зовні будинку рухається повітря з швидкістю $w=1{см}/{с}$. Температура повітря $t_p=20^0C$. Довжина стіни, яку обдуває повітря, $l=2{,}8м$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стіною.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p=20^0C$ такі: $\lambda=2{,}59\cdot10^{-2}\frac{Вт}{м\cdot К}$, $\nu=15{,}06\cdot10^{-6}\frac{м^2}{с}$, $Pr=0{,}703$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_l=\frac{wl}{\nu}$. Підставляючи значення величин отримаємо $Re_l=\frac{0{,}01\cdot2{,}8}{15{,}06\cdot10^{-6}}=1859$. Оскільки число Рейнольдса $Re_l\le2300$, то рух повітря вздовж стіни ламінарний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного ламінарного руху рідини, тому число Нуссельта визначаємо за формулою $Nu_l=0{,}66\sqrt{Re_l}\sqrt[3]{Pr}$ або $Nu_l=0{,}66\sqrt{1859}\sqrt[3]{0{,}703}$, $Nu_l=25{,}303$. Коефіцієнт тепловіддачі (теплообміну) між стіною та повітрям визначаємо за формулою $\alpha=\frac{\lambda Nu_l}{l}$. Підставляючи значення величин отримаємо, що $\alpha=\frac{2{,}59\cdot10^{-2}\cdot25{,}303}{2{,}8}$ або $\alpha=0{,}234\frac{Вт}{м^2\cdot К}$.

Задача 2. Вітер обдуває стіну довжиною $l=3м$ з швидкістю $w=0{,}2{м}/{с}$, температура повітря $t_p=-20^0C$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стіною.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p=-20^0C$ такі: $\lambda=2{,}28\cdot10^{-2}\frac{Вт}{м\cdot К}$, $\nu=12{,}79\cdot10^{-6}\frac{м^2}{с}$, $Pr=0{,}716$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_l=\frac{wl}{\nu}$, тоді $Re_l=\frac{0{,}2\cdot3}{12{,}79\cdot10^{-6}}=46912$. Оскільки число Рейнольдса $Re_l\ge10000$, то рух повітря вздовж стіни турбулентний.

Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного турбулентного руху рідини, тому число Нуссельта визначаємо за формулою $Nu_l = 0{,}037\,Re_{lp}^{0,8}\,Pr_p^{0,43}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}$. Для повітря та інших двоатомних газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Отже, попередня формула набере вигляду $Nu_l = 0{,}037\,Re_{lp}^{0,8}\,Pr_p^{0,43}$. Підставляючи дані отримаємо $Nu_l = 0{,}037 \cdot 46912^{0,8} \cdot 0{,}716^{0,43}$ або $Nu_l = 174{,}92$. Коефіцієнт тепловіддачі між стіною та повітрям дорівнює $\alpha = \frac{\lambda Nu_l}{l}$ або $\alpha = \frac{2{,}28 \cdot 10^{-2} \cdot 174{,}92}{3}$, $\alpha = 1{,}33\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 3. Водяна пара рухається в середині паропроводу із швидкістю $w = 0{,}1\,м/с$. Температура пари $t_p = 180^0 C$ і температура внутрішньої стінки паропроводу $t_m = 160^0 C$. Внутрішній діаметр паропроводу $d = 5см$. Визначити значення коефіцієнта тепловіддачі між парою і стінкою паропроводу, якщо $l/d > 50$.

Фізичні параметри пари при температурі $t_p = 180^0 C$ такі: $\lambda = 3{,}27 \cdot 10^{-2}\frac{Вт}{м \cdot К}$, $\nu_p = 2{,}93 \cdot 10^{-6}\frac{м^2}{с}$, $Pr_p = 1{,}25$, $Pr_m = 1{,}18$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_{dp} = \frac{wd}{\nu_p}$, тоді $Re_{dp} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}05}{2{,}93 \cdot 10^{-6}} = 1706$. Оскільки число Рейнольдса $Re_l < 2300$, то рух газу всередині паропроводу ламінарний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного ламінарного руху рідини, тому число Нуссельта визначаємо за формулою $Nu_{dp} = 0{,}17\,Re_{dp}^{0,33}\,Pr_p^{0,43}\,Gr_{dp}^{0,1}\left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25}\varepsilon_l$. Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Визначаємо число Грасгофа $Gr_{dp} = \frac{g\beta\Delta t d^3}{\nu_p^2}$, де: $\Delta t = t_p - t_m$ і $\beta = \frac{1}{273 + 180}$ (коефіцієнт об’ємного розширення длягазів). Підставляючи дані отримаємо

$$Gr_{dp} = \frac{9{,}81 \cdot \frac{1}{453} \cdot 20 \cdot 0{,}05^3}{(2{,}93 \cdot 10^{-6})^2} = 6306300.$$

Число Нуссельта враховуючи значення величин дорівнює $Nu_{dp} = 0,17 \cdot 1706^{0,33} \cdot 1,25^{0,43} \cdot 6306300^{0,1} \cdot \left(\frac{1,25}{1,18}\right)^{0,25}$ або $Nu_{dp} = 10,591$. Коефіцієнт тепловіддачі між стіною та парою дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{dp}}{d}$, тому $\alpha = \frac{3,27 \cdot 10^{-2} \cdot 10,591}{0,05}$, $\alpha = 6,93 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 4. Димові гази рухаються всередині циліндричного каналу діаметром $d = 0,2 м$ із швидкістю $w = 4,2 \, м/с$. Температура димових газів $t_p = 200^0 C$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між димовими газами і стінкою циліндричного каналу, якщо $l/d = 30$.

Фізичні параметри димових газів при температурі $t_p = 200^0 C$ такі: $\rho = 0,748 \, кг/м^3$, $\lambda = 0,04 \frac{Вт}{м \cdot К}$, $\nu_p = 32,8 \cdot 10^{-6} \frac{м^2}{с}$, $Pr_p = 0,67$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_{dp} = \frac{wd}{\nu_p}$, тоді $Re_{dp} = \frac{4,2 \cdot 0,2}{32,8 \cdot 10^{-6}} = 25610$. Оскільки число Рейнольдса $Re_{dp} > 10000$, то рух димових газів всередині циліндричного каналу турбулентний. Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного турбулентного руху рідини в трубі, тому число Нуссельта визначаємо за формулою $Nu_{dp} = 0,021 Re_{dp}^{0,8} Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0,25} \varepsilon_l$. Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Згідно з даними таблиць поправочний коефіцієнт ε_l при $l/d = 30$ і $Re_{dp} = 25610$ дорівнює $\varepsilon_l = 1,03$. Підставляючи дані отримаємо, що число Нуссельта дорівнює $Nu_{dp} = 0,021 \cdot 25610^{0,8} \cdot 0,67^{0,43} \cdot 1,03$ або $Nu_{dp} = 61,2345$. Коефіцієнт тепловіддачі між стінкою циліндричного каналу та димовими газами дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{dp}}{d}$. тому $\alpha = \frac{0,04 \cdot 61,2345}{0,2}$, $\alpha = 12,2 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача 5. Температура повітря $t_p = 30^0 C$ і температура поверхні стіни $t_m = 24^0 C$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стіною, якщо висота стіни $l = 6,2 м$.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p = 30^0 C$ такі:

$\lambda = 2{,}67 \cdot 10^{-2} \dfrac{Вт}{м \cdot K}$, $\nu_p = 16{,}01 \cdot 10^{-6} \dfrac{м^2}{с}$, $Pr_p = 0{,}701$.

Визначаємо число Грасгофа $Gr_{lp} = \dfrac{g\beta\Delta t l^3}{\nu_p^2}$, де $\Delta t = t_p - t_m$ і $\beta = \dfrac{1}{273+30}$ (коефіцієнт об’ємного розширення длягазів). Підставляючи дані отримаємо, що

$$Gr_{lp} = \frac{9{,}81 \cdot \dfrac{1}{303} \cdot (30-24) \cdot 6{,}2^3}{(16{,}01 \cdot 10^{-6})^2} = 180{,}622 \cdot 10^9$$

Оскільки $Gr_{lp} Pr_p = 180{,}622 \cdot 10^9 \cdot 0{,}701 = 12{,}66 \cdot 10^{10}$, тобто $Gr_{lp} Pr_p > 6 \cdot 10^{10}$, то число Нуссельта обчислюємо по формулі $Nu_{lp} = 0{,}15 \left(Gr_{lp} Pr_p\right)^{\frac{1}{3}} \left(\dfrac{Pr_p}{Pr_m}\right)^{0{,}25}$. Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\dfrac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Підставляючи дані отримаємо, що число Нуссельта дорівнює $Nu_{lp} = 0{,}15 \cdot \left(180{,}622 \cdot 10^9 \cdot 0{,}701\right)^{\frac{1}{3}}$ або $Nu_{lp} = 753{,}22$. Коефіцієнт тепловіддачі між поверхнею стіни і повітрям дорівнює $\alpha = \dfrac{\lambda_p Nu_{lp}}{l}$, тому $\alpha = \dfrac{2{,}67 \cdot 10^{-2} \cdot 753{,}22}{6{,}2}$, $\alpha = 3{,}24 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot K}$.

Задача 6. В трубі прямокутного перерізу розмірами $0{,}2 \times 0{,}3 \times 0{,}2 \times 0{,}3 м$ та довжиною 3 метри тече повітря з середньою швидкістю $w = 3 \, м/с$. Середня температура повітря по довжині труби $t_p = 50^0 C$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі між повітрям і стінкою прямокутного каналу.

Фізичні параметри повітря при температурі $t_p = 50^0 C$ такі:

$\lambda = 2{,}82 \cdot 10^{-2} \dfrac{Вт}{м \cdot K}$, $\nu = 17{,}96 \cdot 10^{-6} \dfrac{м^2}{с}$, $Pr = 0{,}698$.

Визначаємо еквівалентний діаметр поперечного перерізу за формулою $d_{еф} = \dfrac{4F}{P}$, де: F – площа поперечного перерізу січення; P – периметр поперечного січення. Підставляючи дані отримаємо $d_{еф} = \dfrac{4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3}{0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}3} = 0{,}24 м$. Визначаємо число Рейнольдса за формулою $Re_{dp} = \dfrac{wd}{\nu_p}$, тоді $Re_{dp} = \dfrac{3 \cdot 0{,}24}{17{,}96 \cdot 10^{-6}} = 40089$. Оскільки число Рейнольдса $Re_{dp} > 10000$, то рух повітря всередині прямокутного каналу турбулентний.

Отже, тепловіддача відбувається під час вимушеного турбулентного руху рідини в трубі, тому число Нуссельта визначаємо за формулою $Nu_{dp} = 0{,}021 Re_{dp}^{0,8} \, Pr_p^{0,43} \left(\frac{Pr_p}{Pr_m} \right)^{0,25} \varepsilon_l$. Для газів число Прандтля не залежить суттєво від температури і тому $\frac{Pr_p}{Pr_m} = 1$. Поправочний коефіцієнт ε_l визначається з таблиць. Оскільки $\frac{l}{d} = \frac{3}{0{,}24} = 12{,}5$ і $Re_{dp} = 40089$, то $\varepsilon_l = 1{,}1$. Підставляючи дані отримаємо, що число Нуссельта дорівнює $Nu_{dp} = 0{,}021 \cdot 40089^{0,8} \cdot 0{,}698^{0,43} \cdot 1{,}1$ або $Nu_{dp} = 95{,}26$. Коефіцієнт тепловіддачі між стінкою прямокутного каналу та повітрям дорівнює $\alpha = \frac{\lambda_p Nu_{dp}}{d}$, тому $\alpha = \frac{2{,}82 \cdot 10^{-2} \cdot 95{,}26}{0{,}24}$, $\alpha = 11{,}2 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Тема 6. Променевий теплообмін

Передача тепла відбувається теплопровідністю, конвекційним теплообміном та променевим теплообміном. **Променевий теплообмін** – складний процес передачі теплоти, який характеризується перетворенням внутрішньої енергії речовини в енергію електромагнітних хвиль, розповсюдженням хвиль та поглинанням їх речовиною, що приводить до зростання внутрішньої енергії тіла. Носіями променевої енергії є електромагнітні хвилі, які характеризуються довжиною хвилі λ і поширюються у вакуумі з швидкістю $c_0 = 300 \cdot 10^6 \, м/с$. В залежності від довжини хвилі випромінювання поділяються: γ –випромінювання ($5 \cdot 10^{-11} мм \le \lambda \le 10^{-9} мм$); рентгенівське ($10^{-9} мм \le \lambda \le 2 \cdot 10^{-5} мм$); ультрафіолетове ($2 \cdot 10^{-5} мм \le \lambda \le 4 \cdot 10^{-4} мм$); світлове (видиме) ($4 \cdot 10^{-4} мм \le \lambda \le 8 \cdot 10^{-4} мм$); інфрачервоне (теплове) ($8 \cdot 10^{-4} мм \le \lambda \le 0{,}8 мм$) та радіохвилі ($0{,}2 мм \le \lambda$). Теплове випромінювання – випромінювання, якщо електромагнітні хвилі мають довжину в діапазоні ($4 \cdot 10^{-4} мм \le \lambda \le 2 \cdot 10^{-1} мм$). Закони розповсюдження, заломлення і відбиття, які встановлені в оптиці для світлових променів, справедливі також для теплових променів. Теплове випромінювання є властивістю всіх тіл. Кількість випроміненої тілом енергії залежить від фізичних властивостей тіла та його температури. Залежно від спектра, випромінювання поділяють на неперервне та селективне (вибіркове). Більшість твердих тіл та рідин мають неперервний спектр випромінювання. Вони випромінюють хвилі всіх довжин, від малих до великих. Гази мають селективний спектр випромінювання. Їх випромінювання характеризується певним діапазоном довжини хвиль.

Потоком випромінювання Q – називають променеву енергію, яка проходить через довільну поверхню за одиницю часу, $[Q] = Вт$. Потік теплового випромінювання, що виходить з одиниці площі за всіма напрямками напівсферичного простору, називають **поверхневою густиною потокувипромінювання** E, $[E] = Вт/м^2$. Вона описується формулою $E = \frac{dQ}{dF}$, де dQ – величина променевого потоку, dF – величина площі поверхні з якої випромінюється променева енергія. Променевий потік, який виходить з усієї поверхні дорівнює $Q = \int_F EdF$. Розподіл променевої енергії за довжинами хвиль випромінювання характеризується спектральною інтенсивністю випромінювання E_λ, яка визначається за формулою $E_\lambda = \frac{dE(\lambda)}{d\lambda}$, де $E(\lambda)$ – спектральна густина теплового випромінювання.

При попаданні теплових променів на тіло частина їх поглинається, частина – відбивається і частина теплових променів проходить крізь тіло. Та частина енергії, яка поглинається, перетворюється в теплову. Для всякого тіла, яке отримує променеву енергію, дійсне рівняння теплового балансу

$$Q_{пад} = Q_A + Q_R + Q_D, \tag{113}$$

де $Q_{пад}$ – кількість теплової енергії, яка опромінила тіло; Q_A – кількість променевої енергії яку поглинуло тіло; Q_R – кількість променевої енергії яка відбилась від тіла; Q_D – кількість променевої енергії яка пройшла крізь тіло. Поділивши всі члени рівняння (113) на $Q_{пад}$ отримаємо, що

$$A + R + D = 1, \tag{114}$$

де A, R, D відповідно коефіцієнти поглинальної, відбивної і пропускної здатності тіла.

Абсолютно чорним тілом називають тіло яке повністю поглинає променеву енергію, що потрапляє на нього, тобто тіло для якого $A = 1, R = 0, D = 0$.

Дзеркальним тілом називають тіло яке повністю, згідно з законами геометричної оптики, відбиває всю променеву енергію яка падає на нього, тобто тіло для якого $A = 0, R = 1, D = 0$.Для дзеркальних поверхонь відбитий промінь залишається в площині падіння і кути падіння та відбиття рівні між собою.

Абсолютно білим тілом називають тіло, яке здійснює повне дифузійне відбиття променевої енергії яка падає на нього, тобто тіло для якого $A = 0, R = 1, D = 0$. В дифузійному відбитті падаючий промінь після відбиття розпадається на безліч променів.

Абсолютно прозорим тілом (**діатермічним**) називають тіло яке повністю пропускає променеву енергію, яка падає на нього, тобто тіло для якого $A = 0, R = 0, D = 1$.

В природі абсолютно чорних, білих та прозорих тіл не буває. Більшість твердих тіл, практично, через себе променевої енергії не пропускають, тобто $D = 0$. Велику поглинальну здатність мають *наприклад*: нафтова сажа (чорного кольору), сніг (білого кольору), оксамит (довільних кольорів) для яких $A = 0{,}97$. Поглинальній здатності тіла сприяє нерівність його поверхні. Відполіровані метали мають велику відбивну здатність променевої енергії, для них $R = 0{,}97$. Одноатомні та двоатомні гази практично є діатермічними. Сонячну енергію повітря пропускає без його поглинання. Існують тіла, які прозорі тільки для променів певної довжини, *наприклад* віконне скло, яке пропускає світлові промені але поглинає ультрафіолетові та інфрачервоні.

Випромінювання з елементарної площі dF поверхні тіла може бути нерівномірним за різними напрямками в просторі. Кількість променевої енергіївипроміненої з одиниці площі dF поверхні тіла за одиницю часу в одиниці елементарного просторового кута $d\Omega$, побудованого біля заданого напрямку $\vec{l}$, який утворює кут φ з нормаллю $\vec{n}$до площадки dF, характеризується кутовою густиною випромінення E_φ ,

де

$$E_\varphi = \frac{d^2Q_\varphi}{dFd\Omega}. \tag{115}$$

Отже, поверхнева густина потоку випромінення дорівнює $E = \int\limits_{2\pi} E_\varphi d\Omega$.

Величину $\dfrac{E_\varphi}{cos\varphi}$ називають **яскравістю випромінення**. Якщо яскравість у всіх напрямках однакова, то таке **випромінення** називають **дифузійним**. Для

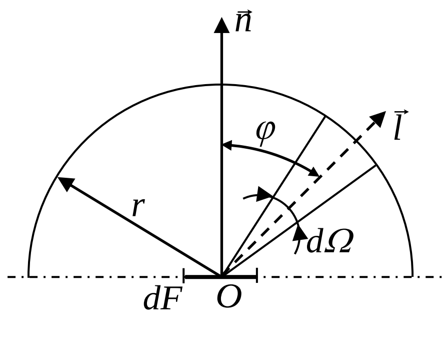

Рис. 10. .Кутова густина випромінення

дифузійного випромінення поверхнева густина потоку випромінювання дорівнює $E = \pi E_n$, де E_n кутова густина випромінення в напрямку нормалі до поверхні.

Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

Формула Планка.Ця формула встановлює залежність спектральної інтенсивності випромінення абсолютно чорного тіла $E_{\lambda 0}$ від довжини хвилі λ і температури *T*. Індекс «0», тут і надалі в цій темі, вказуватиме, що характеристики відносяться до абсолютно чорного тіла.

Аналітична залежність спектральної інтенсивності випромінення від довжини хвилі і температури була отримана Планком на основі квантової теорії і має вигляд:

$$E_{\lambda 0}(\lambda, T) = c_1 \lambda^{-5} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1}, \qquad (116)$$

де $c_1 = 0{,}374 \cdot 10^{-15}\, Вт \cdot м^2$, $c_2 = 1{,}4388 \cdot 10^{-2}\, м \cdot К$, λ – довжина хвилі $[\lambda] = м$, T – абсолютна температура. Випромінення абсолютно чорного тіла характеризується неперервним спектром з діапазоном хвиль від $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$.

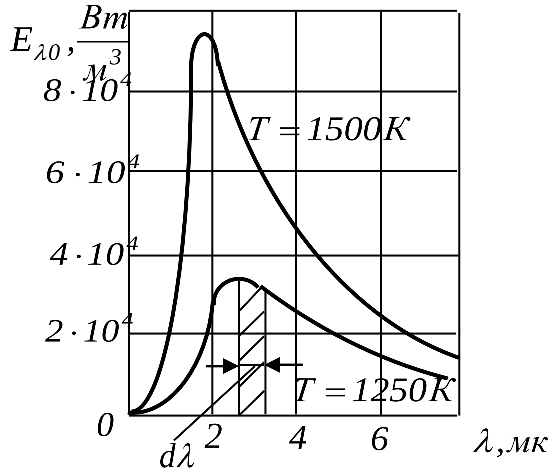

Рис. 11. Залежність спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла від довжини хвилі і температури

Криві спектральної інтенсивності випромінення характеризуються наявністю максимуму з різким спадом в сторону коротких хвиль і більш повільного спаду в сторону довгих хвиль. Площа елементарної площадки обмеженої зверху кривою спектральної інтенсивності випромінення (рис. 11), для даної температури, а знизу – шириною $d\lambda$, характеризує величину променевого випромінення з довжиною хвилі λ. З графіків (рис. 11) можна стверджувати, якщо $T < 1000K$, то майже вся променева енергіяпереноситься інфрачервоними променями ($8 \cdot 10^{-4}\, мм \le \lambda \le 0{,}8 мм$). Із збільшенням температури зростає частка променевої енергії яку переносить світлове випромінення ($4 \cdot 10^{-4}\, мм \le \lambda \le 8 \cdot 10^{-4}\, мм$). Величина поверхневої густини випромінення E чисельно дорівнює площі фігури розміщеної нижче спектральної кривої та вище осі абсцис.

Закон Віна. Він встановлює залежність положення максимуму спектральної інтенсивності випромінення від абсолютної температури та вказує, що максимальна величина променевого випромінення абсолютно чорного тіла буде для довжини хвилі яка визначається за формулою

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{T}\, м \cdot К. \qquad (117)$$

Для реальних тіл залежність густини випромінювання $E(\lambda, T)$ від довжини хвиль та температури може бути встановлена на основі експериментального визначення їх спектра. Для реальних газів дана формула справедлива якщо $T \le 1000K$.

Закон Стефана-Больцмана. Він встановлює залежність сумарного потоку випромінення абсолютного чорного тіла E_0 від температури. Величина потоку може бути отримана з формули Планка шляхом її інтегрування, тобто

$$E_0(T)=\int_0^\infty E_{\lambda 0}(\lambda,T)d\lambda,\ E_0(T)=\int_0^\infty c_1\lambda^{-5}(e^{\frac{c_2}{\lambda T}}-1)^{-1}d\lambda$$

або
$$E_0(T)=\sigma_0 T^4, \tag{118}$$

де $\sigma_0=5{,}67\cdot 10^{-8}\,\frac{Вт}{м^2\cdot K^4}$ коефіцієнт випромінення абсолютно чорного тіла. Формула (118) виражає закон Стефана-Больцмана. Дана залежність вказує, що кількість променевої енергії випромінювальної абсолютно чорним тілом пропорціональна четвертій степені абсолютної температури. В технічних розрахунках використовують формулу у вигляді

$$E_0=5{,}67\left(\frac{T}{100}\right)^4\frac{Вт}{м^2}. \tag{119}$$

Інтенсивність випромінення $E(\lambda,T)$ всіх твердих, рідких і газоподібних тіл суттєво залежить від довжини хвилі випромінювання та температури. Вона завжди менша спектральної інтенсивності випромінення абсолютно чорного тіла $E_0(\lambda,T)$ при тій же довжині хвилі та температурі. Деякі тіла випромінюють енергію лише в невеликих інтервалах довжин хвиль. Це явище особливо властиве газам. Для характеристики реальних тіл використовується **спектральний ступінь чорноти** $\varepsilon(\lambda,T)$, яка характеризує відношення спектральної інтенсивності випромінювання реального тіла до спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла при тій же довжині хвилі та температури, тобто $\varepsilon(\lambda,T)=\dfrac{E(\lambda,T)}{E_0(\lambda,T)}$. Для більшості реальних тіл спектральний ступінь чорноти $\varepsilon(\lambda,T)$ залежить від довжини хвилі і температури. В реальному житті дослідження променевого випромінювання і поглинання пов'язане з поняттям "сіре тіло". **Сірим тілом** називають таке тіло, спектр випромінення якого неперервний і повністю подібний до спектра випромінення абсолютно чорного тіла при тій же температурі, а спектральний ступінь чорноти $\varepsilon(\lambda,T)$ не залежить від величини довжини хвилі, тобто $\varepsilon(T)$ є функцією тільки температури. Очевидно, величини спектрального та інтегрального ступенів чорноти для сірого тіла однакові і тому $\varepsilon(\lambda,T)=\varepsilon(T)$. Ступінь чорноти тіла $\varepsilon(T)$ характеризує відношення енергії випромінювання тілом до енергії випромінювання абсолютно чорним тілом за тої ж температури, тобто $\dfrac{E(T)}{E_0(T)}=\varepsilon(T)$. Значення ступеня чорноти ε залежить від матеріалу, стану поверхні і температури поверхні тіла, що випромінює.

Для сірих тіл енергія випромінювання обчислюється за формулою

$$E(\lambda,T)=5{,}67\varepsilon\left(\frac{T}{100}\right)^4. \tag{120}$$

Закон Ламберта. Цей закон характеризує розподіл енергіївипромінення абсолютно чорноготіла по напрямках. Закон Ламберта стверджує, що випромінення абсолютно чорного тіла є дифузійним, тобто яскравість випромінення у всіх напрямках однакова, тоді максимальне випромінення одиниці площі поверхні тіла буде за напрямком нормалі до неї. Отже, якщо вузький пучок променів напрямлено під кутом φ до нормалі, то кількість випроміненої енергії дорівнює $E_{0\varphi} = E_{0n} cos\varphi = \frac{E_0}{\pi} cos\varphi$, де $E_0 = 5{,}67\left(\frac{T}{100}\right)^4$ – густина потоку випромінення абсолютно чорного тілаз температурою *T*.

Закон Кірхгофа

Різні тіла мають різні поверхневі густини випромінення *E* та поглинальні властивості *A* при даній температурі. Залежність між цими величинами встановлює закон Кірхгофа. Розглянемо систему, яка складається з двох плоских безмежних паралельних стінок, які перебувають в тепловій рівновазі, тобто температури стінок рівні за величиною. Поверхня однієї стінки абсолютно чорна $(A_0=1)$, а поверхня другої стінки – сіра $(\varepsilon < 1; A < 1)$, де ε – ступінь чорноти тіла; *A* – коефіцієнт який характеризує поглинальну здатність сірого тіла. Кількість енергії, яку випромінює абсолютно чорна стінка з одиниці площі поверхні за одиницю часу, дорівнює $E_0 = \sigma_0 T^4$. Частину енергії AE_0 поглинає сіра стінка, а частина енергії $(1 - A)E_0$ відбивається від сірої сінки і поглинається абсолютно чорним тілом. Сіре тіло випромінює енергію E, яку поглинає абсолютно чорне тіло. З умови теплової рівноваги отримуємо рівність $E_0 = E + (1 - A)E_0$. Звідки отримуємо $E = AE_0$ або $\frac{E}{A} = E_0$.

Отже, **закон Кірхгофа** стверджує: за термодинамічної рівноваги відношення густини потоку випромінювальної здатності сірого тіла до його поглинальної здатності не залежить від фізичних властивостей сірого тіла і для всіх тіл однакове та дорівнює густині потоку випромінювання абсолютно чорного тіла за такої самої температури, тобто

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \ldots = \frac{E_0}{A_0} = E_0(T).$$

Оскільки $E_i = \varepsilon_i E_0$, то попередня залежність матиме вигляд

$$\frac{\varepsilon_1 E_0}{A_1} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{A_2} = \frac{\varepsilon_3 E_0}{A_3} = \ldots = \frac{E_0}{A_0} = E_0(T)$$

або

$$\frac{\varepsilon_1}{A_1} = \frac{\varepsilon_2}{A_2} = \frac{\varepsilon_3}{A_3} = \ldots = \frac{1}{1} = 1.$$

Отже, за термодинамічної рівноваги коефіцієнт поглинання та ступінь чорноти сірого тіла чисельно збігаються, тобто $\varepsilon_i = A_i$. Ця рівність дозволяє стверджувати, що випромінювальна здатність сірого тіла тим більша чим більша його поглинальна здатність. Випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла за будь-якої температури є максимальною і більшою від випромінювальної здатності сірого тіла.

Теплообмін випромінюванням між плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем

Розглянемо дві паралельні плоскі сірі стінки безмежної протяжності, які мають різну температуру і відокремлені діатермічним середовищем. Перша стінка з температурою T_1 має власну густину потоку випромінювання E_1 і поглинальну здатність A_1. Друга стінка з температурою T_2 характеризується густиною потоку випромінювання E_2 та поглинальною здатністю A_2. Вважаємо, що $T_1 > T_2$. Отже, стінки будуть обмінюватись променевою енергією, в результаті чого встановиться стаціонарний променевий тепловий потік скерований від більш гарячої стінки до менш гарячої. Якщо на тверде тіло не падає тепловий промінь, то з одиниці площі поверхні тіла випромінюється променевий потік *E*. Це власне випромінювання тіла. Однак на тіло падає випромінювання і $E_{пад}$ – величина променевої енергії яка падає на тіло. $AE_{пад}$ – величина падаючої енергії, яка поглинається тілом. $(1-A)E_{пад}$ – величина променевої енергії, яку тверде тіло не поглинуло а відбило. $E_{еф} = E + (1-A)E_{пад}$ – величина променевої енергії яка фактично відходить від твердого тіла (тут враховується як особисте випромінювання так і відбита променева енергія). Ефективне випромінювання залежить від фізичних властивостей тіла, його температури, форми тіла, його розмірів та теплофізичної поведінки навколишніх твердих тіл. Ефективне випромінювання $E_{еф}$ відчувається людиною та фіксується приладами.

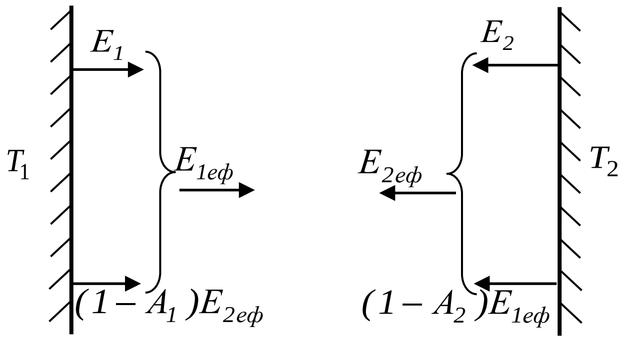

Рис. 12. Схема променевого теплообміну між двома сірими плоскими паралельними поверхнями

Отже, сумарне випромінювання від першої стінки складається з власного випромінювання E_1 і випромінювання внаслідок відбиття променевого потоку від другої стінки $(1-A_1)E_{2еф}$, тобто ефективне випромінення першого тіла дорівнює

$$E_{1ef} = E_1 + (1 - A_1)E_{2ef}. \qquad (121)$$

Друга стінка випромінює тепловий потік E_2, та відбиває величину теплового потоку $(1 - A_2)E_{1ef}$ від випромінювання першої стінки. Отже, сумарне випромінювання від другої стінки, тобто ефективне випромінення другого тіла дорівнює

$$E_{2ef} = E_2 + (1 - A_2)E_{1ef}. \qquad (122)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (121), (122) отримаємо $E_{1ef} = \dfrac{E_1 + (1 - A_1)E_2}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)}$ та $E_{2ef} = \dfrac{E_2 + (1 - A_2)E_1}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)}$. Результуюче випромінення дорівнює різницiміж ефективним випроміненням, яке йде від першого тіла до другого, тобто густина теплового потоку від першої стінки до другої дорівнює різниці густин ефективного випромінення

$$q_{1,2} = E_{1ef} - E_{2ef} = \frac{E_1 A_2 - E_2 A_1}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}. \qquad (123)$$

Для сірого тіла густина випромінювання дорівнює $E_i = 5{,}67\varepsilon_i \left(\dfrac{T_i}{100}\right)^4$.

Враховуючи, що поглинальна здатність тіла дорівнює ступеневі чорноти, тобто $A_i = \varepsilon_i$, співвідношення (123) набере вигляду

$$q_{1,2} = \frac{5{,}67\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1\varepsilon_2}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)$$

або

$$q_{1,2} = \frac{5{,}67}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right). \qquad (124)$$

Величину $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$ називають узагальненим ступенем чорноти системи тіл *1* і *2*. Отже, густину теплового потоку випромінювання між плоскими безмежними паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем визначають за формулою:

$$q_{1,2} = 5{,}67\varepsilon_{1,2}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right). \qquad (125)$$

Теплообмін випромінюванням між твердими тілами, одне з яких розміщене всередині іншого

Розглядаємо стаціонарний теплообмін між твердим тілом *1* з випуклою поверхнею площею F_1, яке розміщене всередині другого тіла *2*, площа поверхні якого F_2. Нехай температура на поверхні першого тіла T_1 і його ступінь чорноти ε_1. T_2 – температура внутрішньої поверхні тіла *2* і ступінь його чорноти ε_2. Середовище, яке заповнює простір між першим та другим тілами, вважається

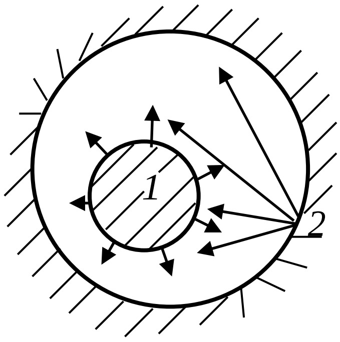

Рис. 13. Схема променевого теплообміну між тілом *1* і внутрішньою поверхнею тіла *2*

діатермічним. Внаслідок випуклості поверхні першого тіла, всі його промені попадають на поверхню другого тіла. Промені з другого тіла частково попадають на поверхню першого тіла а частково, минаючи перше тіло, попадають на іншу частину поверхні другого тіла. Величина теплового потоку від першого тіла до другого внаслідок променевого теплообміну визначається за формулою:

$$Q = 5{,}67\varepsilon_{1,2}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)F_1, \tag{126}$$

де $\varepsilon_{1,2}$ – узагальнений ступінь чорноти системи тіл, яка визначається за формулою:

$$\varepsilon_{1,2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)\right)^{-1}. \tag{127}$$

Для випадку, якщо площа поверхні першого тіла значно менша від площі внутрішньої поверхні другого тіла, формула (126) набирає вигляду:

$$Q = 5{,}67\varepsilon_1\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)F_1. \tag{128}$$

Формули (126) та (128) справедливі для випадку, якщо обидві поверхні мають сферичну форму. Ці формули з достатньою точністю описують променевий теплообмін, якщо одне циліндричне тіло розміщене всередині другого і нагрітим тілом є внутрішній циліндр.

Теплові екрани

Для захисту від теплового опромінювання та зменшення теплопередачі випромінюванням використовуються теплові екрани. **Теплові екрани** – це технічні прилади, які розміщуються між поверхнями, одна з яких випромінює, а друга – поглинає тепловий потік. Екрани поділяються на відбиваючі та поглинаючі. За реалізацією **відбиваючий екран** – тонка стінка, непроникна для електромагнітного опромінювання ($D = 0$), з малим термічним опором. В такому випадку температуру по товщині відбиваючого екрану можна вважати сталою. *Прикладами* таких екранів служать тонкі металеві пластини, які застосовуються для захисту будівельних конструкцій, людей і пожежної техніки від опромінювання полум'ям під час гасіння пожежі. **Поглинаючіекрани** – технічні споруди, які поглинають променеву енергію. *Приклади* – протипожежні стіни, перекриття, облицювання, водяні завіси та інше.

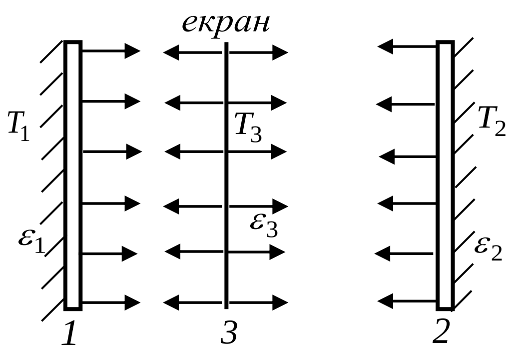

Рис. 14. Схема променевого теплообміну між плоскопаралельними тілами відокремленими тепловим екраном

Розглянемо променевий теплообмін між плоскопаралельними поверхнями відокремленими тепловим екраном. Вважаємо, що T_1, T_2, T_3 – температури, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – ступені чорноти відповідно плоских поверхонь тіл *1, 2* і відбиваючого екрана *3*.

Густина променевого теплового потоку від першого тіла до теплового екрана і від теплового екрана до другого тіла, тобто від першого тіла до другого, за наявності теплового екрана, визначається такою формулою:

$$q^e_{1,2} = \frac{\varepsilon_{1,3}\varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}} 5{,}67\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right), \qquad (129)$$

де: $\varepsilon_{1,3} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_3} - 1}$, $\varepsilon_{3,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_2} + \dfrac{1}{\varepsilon_3} - 1}$.

Величина температури на поверхні теплового екрана визначається за формулою

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{\varepsilon_{1,3}T_1^4 + \varepsilon_{3,2}T_2^4}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}}}. \qquad (130)$$

Величина температури на поверхні теплового екрана не може бути довільною, оскільки кожний матеріал має межу допустимої температури. Гранично допустима температура для одинарного листа білої бляхи $T_{3,доп} \le 923К$; для окислених алюмінієвих листів $T_{3,доп} \le 823К$; для азбестового картону і полірованих алюмінієвих листів $T_{3,доп} \le 873К$.

Для випадку, якщо ступені чорноти плоскопаралельних тіл і теплового екрана однакові, то густина променевого теплового потоку між поверхнями першого і другого тіл зменшується вдвоє в порівнянні з променевим тепловим потоком за відсутності теплового екрана, тобто $q^e_{1,2} = 0{,}5q_{1,2}$.

Для випадку якщо поверхні теплового екрана добре відбивають теплове випромінювання, тобто $\varepsilon_1 >> \varepsilon_3$ і $\varepsilon_2 >> \varepsilon_3$ рівняння (129) набирає вигляду

$$q^e_{1,2} = \frac{\varepsilon_3}{2} 5{,}67\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right). \qquad (131)$$

Якщо тепловий екран складається з n шарів і ступінь чорноти всіх шарів однаковий, то

$$q^e_{1,2} = \left(1 + \varepsilon_{1,2} n\left(\frac{2}{\varepsilon_3} - 1\right)\right)^{-1} \varepsilon_{1,2} 5{,}67\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right), \qquad (132)$$

або
$$q^e_{1,2} = \left(1 + \varepsilon_{1,2} n\left(\frac{2}{\varepsilon_3} - 1\right)\right)^{-1} q_{1,2}, \qquad (133)$$

де $\varepsilon_{1,2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)^{-1}$.

Ефект послаблення результуючого теплового потоку під час променевого теплообміну є значним, якщо ступінь чорноти поверхні теплового екрана незначний.

Методика розв'язування задач

Задача 1. Визначити густину променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем, для двох випадківПерша стінка виготовлена з червоної цегли і її температура $t_1 = 827^0 C$ та ступінь чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}93$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з дерева а в другому випадку – з листової сталі. Температура другої стінки $t_2 = 27^0 C$. Ступінь чорноти дерева $\varepsilon_2 = 0{,}9$ а листової сталі – $\varepsilon_2 = 0{,}56$.

Густину променевого теплового потоку від поверхні більш нагрітої стінки до стінки з менш нагрітою поверхнею визначаємо за формулою

$$q_{1,2} = 5{,}67\varepsilon_{1,2}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right),$$

де узагальнений ступінь чорноти системи тіл $1{,}2$ дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$.

І випадок. Система тіл: червона цегла і дерево. Підставляючи значення величин отримаємо, що узагальнений ступінь чорноти для цієї системи тіл дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{0,93} + \dfrac{1}{0,9} - 1}$ або $\varepsilon_{1,2} = 0,843$. Отже, густина променевого теплового потоку від більш нагрітої стінки до менш нагрітої дорівнює $q_{1,2} = 5,67 \cdot 0,843\left(\left(\dfrac{1100}{100}\right)^4 - \left(\dfrac{300}{100}\right)^4\right)$, $q_{1,2} = 69586\dfrac{Вт}{м^2}$.

II випадок. Система тіл: червона цегла і листова сталь. Узагальнений ступінь чорноти для цієї системи тіл дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{0,93} + \dfrac{1}{0,56} - 1}$ або $\varepsilon_{1,2} = 0,537$. Отже, густина променевого теплового потоку від більш нагрітої стінки до менш нагрітої дорівнює $q_{1,2} = 5,67 \cdot 0,537\left(\left(\dfrac{1100}{100}\right)^4 - \left(\dfrac{300}{100}\right)^4\right)$, $q_{1,2} = 44361\dfrac{Вт}{м^2}$.

Висновок. Густина променевого теплового потоку до тіла з меншим ступенем чорноти є менша від густини променевого теплового потоку до тіла з більш високим ступенем чорноти.

Задача 2. Всередині сфери радіуса $R_2 = 2,4м$ розміщена куля радіусом $R_1 = 0,2м$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 820^0C$ і $t_2 = 24^0C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0,92$ і $\varepsilon_2 = 0,24$.

Площа поверхні кулі $F_1 = 4\pi R_1^2$, $F_1 = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2$ або $F_1 = 0,503м^2$. Площа сферичної поверхні $F_2 = 4\pi R_2^2$ або $F_2 = 72,38м^2$. Узагальнений ступінь чорноти системи тіл *1*, *2* визначаємо за формулою $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{F_1}{F_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$.

Підставляючи значення величин отримаємо $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{0,92} + \dfrac{0,503}{72,38}\left(\dfrac{1}{0,24} - 1\right)}$ або $\varepsilon_{1,2} = 0,902$. Величину променевого теплового потоку від тіла, яке розміщене всередині другого, визначаємо за формулою $Q_{1,2} = \varepsilon_{1,2}5,67\left(\left(\dfrac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\dfrac{T_2}{100}\right)^4\right)F_1$.

Підставляючи дані отримаємо $Q_{1,2} = 0,902 \cdot 5,67\left(\left(\dfrac{1093}{100}\right)^4 - \left(\dfrac{297}{100}\right)^4\right)0,503$ або $Q_{1,2} = 36479Вт$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо температура на поверхні стінки з шамотної цеглі $t_1 = 938^0 C$ і її ступінь чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}6$. Друга стінка виготовлена з дерева, температура на його поверхні $t_2 = 60^0 C$ і $\varepsilon_1 = 0{,}8$. Тепловий екран виготовлений з полірованого алюмінію ступінь чорноти якого $\varepsilon_3 = 0{,}07$.

Густина променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними стінками без теплового екрана визначається за формулою $q_{1,2} = 5{,}67\varepsilon_{1,2}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)$, де узагальнений ступінь чорноти системи тіл 1, 2 дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$. Підставляючи дані отримаємо $\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}6} + \frac{1}{0{,}8} - 1}$, $\varepsilon_{1,2} = 0{,}522$ і $q_{1,2} = 5{,}67 \cdot 0{,}522\left(\left(\frac{1211}{100}\right)^4 - \left(\frac{333}{100}\right)^4\right)$, $q_{1,2} = 63259\frac{Вт}{м^2}$.

Густину теплового потоку від першого тіла до другого, за наявності теплового екрана, визначаємо використовуючи формулу: $q_{1,2}^{е} = \frac{\varepsilon_{1,3}\varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}}5{,}67\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)$, де: $\varepsilon_{1,3} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1}$ і $\varepsilon_{3,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$.

Ступені чорноти відповідних систем тіл дорівнюють $\varepsilon_{1,3} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}6} + \frac{1}{0{,}07} - 1}$ і $\varepsilon_{1,3} = 0{,}0669$, $\varepsilon_{3,2} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}07} + \frac{1}{0{,}8} - 1}$ і $\varepsilon_{3,2} = 0{,}0688$. Отже, густина теплового потоку за наявності теплового екрана дорівнює $q_{1,2}^{е} = \frac{0{,}0669 \cdot 0{,}0688}{0{,}0669 + 0{,}0688}5{,}67\left(\left(\frac{1211}{100}\right)^4 - \left(\frac{333}{100}\right)^4\right)$ або $q_{1,2}^{е} = 4111{,}7\frac{Вт}{м^2}$. Наявність теплового екрана зменшує променевий тепловий потік у $\frac{63259}{4111{,}7} = 15$ разів.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленого з стальної блискучої оцинкованої бляхи, якщо плоска стінка, виготовлена з шамотної цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1100^0 C$. Друга стінка виготовлена з дерева і температура її поверхні $t_1 = 67^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для дерева $q_{доп} = 12800\frac{Вт}{м^2}$. Ступені чорноти для шамотної цегли $\varepsilon_1 = 0{,}75$, для дерева – $\varepsilon_2 = 0{,}8$ і для листової блискучої оцинкованої сталі $\varepsilon_3 = 0{,}28$.

Коефіцієнт чорноти системи тіл *1*, *2* дорівнює $\varepsilon_{1,2} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{0{,}75} + \dfrac{1}{0{,}8} - 1}$, $\varepsilon_{1,2} = 0{,}632$. Густина теплового променевого потоку між двома стінками без теплового екрана дорівнює $q_{1,2} = 5{,}67 \cdot 0{,}632\left(\left(\dfrac{1373}{100}\right)^4 - \left(\dfrac{340}{100}\right)^4\right)$, $q_{1,2} = 126782\dfrac{Вт}{м^2}$. За наявності nшарів в тепловому екрані, густина променевого теплового потоку визначається за формулою $q^e_{1,2} = \dfrac{q_{1,2}}{1 + \varepsilon_{1,2} n\left(\dfrac{2}{\varepsilon_3} - 1\right)}$. З цього рівняння отримаємо, що $n = \dfrac{q_{1,2} - q^e_{1,2}}{\varepsilon_{1,2}\left(\dfrac{2}{\varepsilon_3} - 1\right)q^e_{1,2}}$. Підставляючи значення величин і враховуючи, що в граничному режимі $q^e_{1,2} = q_{доп}$, отримаємо $n = \dfrac{126782 - 12800}{0{,}632\left(\dfrac{2}{0{,}28} - 1\right)12800}$ і $n = 2{,}29$. Отже, необхідно зробити тепловий екран з *3* шарів стальної блискучої оцинкованої бляхи.

Задача 5. Визначити працездатність теплового екрана з полірованого алюмінію встановленого між стінкою печі, яка виготовлена з шамотної цегли, та стінкою з дерева. Температура поверхні печі $t_{m0} = 800^0 C$ і поверхні другої стінки – $t_{m1} = 70^0 C$. Гранично допустима температура для цього теплового екрана $t_{m3} \le 600^0 C$. Ступінь чорноти шамотної цегли $\varepsilon_1 = 0{,}6$, дерев'яної стінки – $\varepsilon_2 = 0{,}9$ і полірованого алюмінію – $\varepsilon_1 = 0{,}08$.

Узагальнені ступені чорноти системи тіл дорівнюють $\varepsilon_{1,3} = \left(\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)^{-1}$ і $\varepsilon_{3,2} = \left(\dfrac{1}{\varepsilon_3} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)^{-1}$. Підставляючи значення величин отримаємо, що $\varepsilon_{1,3} = \left(\dfrac{1}{0{,}6} + \dfrac{1}{0{,}08} - 1\right)^{-1} = 0{,}076$ і $\varepsilon_{3,2} = \left(\dfrac{1}{0{,}08} + \dfrac{1}{0{,}9} - 1\right)^{-1} = 0{,}077$.

Температуру на поверхні теплового екрана визначаємо за формулою $T_3 = \sqrt[4]{\dfrac{\varepsilon_{1,3}T_1^4 + \varepsilon_{3,2}T_2^4}{\varepsilon_{1,3} + \varepsilon_{3,2}}}$. Підставляючи значення величин отримаємо, що $T_3 = \sqrt[4]{\dfrac{0{,}076 \cdot 1073^4 + 0{,}077 \cdot 343^4}{0{,}076 + 0{,}077}} = 902К$ або $t_3 = 629^0 C$.

Отже враховуючи, що для полірованого алюмінію допустима температура $t_{m3} \le 600^0 C$, а, згідно з розрахунками температура на поверхні теплового екрана досягатиме $t_3 = 629^0 C$ можна стверджувати про втрату працездатності теплового екрану.

Завдання для проведення практичного заняття

Варіант 1.

Задача 1. Порівняти значення густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з шамотної глазурованої цегли і її температура $t_1 = 725^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з полірованого алюмінію а в другому випадку – з гладкого скла. Температура другої стінки $t_2 = 97^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 120 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 50 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 840^0 C$ і $t_2 = 40^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}86$ і $\varepsilon_2 = 0{,}15$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з полірованого алюмінію. Перша стінка виготовлена з шамотної глазурованої цегли і її температура $t_1 = 725^0 C$. Друга стінка виготовлена з гладкого скла. Температура другої стінки $t_2 = 97^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з полірованої міді, якщо плоска стінка, виготовлена з шамотної цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1010^0 C$. Друга стінка виготовлена з дерева і температура її поверхні $t_2 = 57^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для дерева $q_{доп} = 12800 \frac{Вт}{м^2}$.

Варіант 2.

Задача 1. Порівняти густину променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремлених діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з силікатної цегли і її температура $t_1 = 907^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з шорсткого алюмінію а в другому випадку – з шорсткої гуми. Температура другої стінки $t_2 = 48^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 105 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 48 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температури поверхонь тіл дорівнюють $t_1 = 756^0 C$ і $t_2 = 35^0 C$, а їх ступінь чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}79$ і $\varepsilon_2 = 0{,}23$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з шорсткого алюмінію. Перша стінка виготовлена з силікатної цегли і її температура $t_1 = 907^0 C$. Друга стінка виготовлена з шорсткої гуми. Температура другої стінки $t_2 = 48^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з оцинкованого окисленого заліза, якщо плоска стінка, виготовлена з шамотної глазурованої цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1050^0 C$. Друга стінка виготовлена з кускового торфу і температура її поверхні $t_2 = 68^0 C$. Ступінь чорноти кускового торфу $\varepsilon_2 = 0,8$. Допустима густина променевого теплового потоку для кускового торфу $q_{доп} = 9800 \frac{Вт}{м^2}$.

Варіант 3.

Задача 1. Порівняти густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з червоної шорсткої цегли і її температура $t_1 = 524^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з полірованої міді а в другому випадку – з струганого дерева. Температура другої стінки $t_2 = 77^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 98 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 39 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 804^0 C$ і $t_2 = 64^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0,68$ і $\varepsilon_2 = 0,19$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з блискучого оцинкованого заліза. Перша стінка виготовлена з червоної шорсткої цегли і її температура $t_1 = 524^0 C$. Друга стінка виготовлена з струганого дерева. Температура другої стінки $t_2 = 77^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з оцинкованого блискучого заліза, якщо плоска стінка, виготовлена з силікатної цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1020^0 C$. Друга стінка виготовлена з брикетного торфу і температура її поверхні $t_2 = 68^0 C$. Ступінь чорноти брикетного торфу $\varepsilon_2 = 0,85$. Допустима густина променевого теплового потоку для брикетного торфу $q_{доп} = 13300 \frac{Вт}{м^2}$.

Варіант 4.

Задача 1. Порівняти густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з окисленої шорсткої сталі і її температура $t_1 = 577^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з оцинкованого блискучого заліза а в другому випадку –стінка пофарбована олійними фарбами. Температура другої стінки $t_2 = 36^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 117 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 28 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 792^0 C$ і $t_2 = 82^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}84$ і $\varepsilon_2 = 0{,}35$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з окисленого оцинкованого заліза. Перша стінка виготовлена з окисленої шорсткої сталі і її температура $t_1 = 577^0 C$. Друга стінка пофарбована олійними фарбами. Температура другої стінки $t_2 = 36^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з полірованого алюмінію якщо плоска стінка, виготовлена з червоної шорсткої цегли, нагрілась до температури $t_1 = 950^0 C$. Друга стінка виготовлена з картону і температура її поверхні $t_2 = 57^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для картону $q_{доп} = 10800 \frac{Вт}{м^2}$. Ступінь чорноти картону $\varepsilon_2 = 0{,}82$.

Варіант 5.

Задача 1. Порівняти значення густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з шорсткого чавуну і її температура $t_1 = 545^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з азбестового картону а в другому випадку – стінка пофарбована алюмінієвими фарбами. Температура другої стінки $t_2 = 82^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 93 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 34 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 842^0 C$ і $t_2 = 63^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}34$ і $\varepsilon_2 = 0{,}92$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з окисленої латуні. Перша стінка виготовлена з шорсткого чавуну і його температура $t_1 = 545^0 C$. Друга стінка виготовлена з азбестового картону. Температура другої стінки $t_2 = 82^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з шорсткого алюмінію, якщо плоска стінка, виготовлена з чавуну, нагрілась до температури $t_1 = 1150^0 C$. Друга стінка виготовлена з пластику і температура його поверхні $t_2 = 97^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для пластику $q_{доп} = 15400 \frac{Вт}{м^2}$. Ступінь чорноти пластику $\varepsilon_2 = 0{,}92$.

Варіант 6.

Задача 1. Порівняти значення густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з окисленої міді і її температура $t_1 = 580^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з вапнякової штукатурки а в другому випадку – з неполірованого нікелю. Температура другої стінки $t_2 = 82^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 112 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 67 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 901^0 C$ і $t_2 = 48^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}25$ і $\varepsilon_2 = 0{,}84$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з шорсткого алюмінію. Перша стінка виготовлена з окисленої міді і її температура $t_1 = 580^0 C$. Друга стінка виготовлена з вапнякової штукатурки. Температура другої стінки $t_2 = 82^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з неполірованого нікелю, якщо плоска стінка, виготовлена з окисленої шорсткої сталі, нагрілась до температури $t_1 = 1120^0 C$. Друга стінка виготовлена з бавовни і температура її поверхні $t_2 = 89^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для бавовни $q_{доп} = 7500 \frac{Вт}{м^2}$. Ступінь чорноти бавовни $\varepsilon_2 = 0{,}89$.

Варіант 7.

Задача 1. Порівняти густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з полірованого мармуру і його температура $t_1 = 485^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з полірованого алюмінію а в другому випадку – покрита толею. Температура другої стінки $t_2 = 37^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 89 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 22 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 899^0 C$ і $t_2 = 74^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}32$ і $\varepsilon_2 = 0{,}91$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екран на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з полірованого алюмінію. Перша стінка виготовлена з полірованого мармуру і його температура $t_1 = 485^0 C$. Друга стінка покрита толею. Температура на поверхні другої стінки $t_2 = 37^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з окисленої міді, якщо плоска стінка, виготовлена з силікатної цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1050^0 C$. Друга стінка виготовлена з склопластику і температура її поверхні $t_2 = 47^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для склопластику $q_{доп} = 15400 \frac{Вт}{м^2}$. Ступінь чорноти склопластику $\varepsilon_2 = 0{,}9$.

Варіант 8.

Задача 1. Порівняти густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з червоної шорсткої цегли і її температура $t_1 = 708^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з азбестового картону а в другому випадку – з окисленої латуні. Температура другої стінки $t_2 = 68^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 78см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 18мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 877^0 C$ і $t_2 = 62^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}28$ і $\varepsilon_2 = 0{,}86$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлено з оцинкованого блискучого заліза. Перша стінка виготовлена з червоної шорсткої цегли і її температура $t_1 = 708^0 C$. Друга стінка виготовлена з азбестового картону. Температура другої стінки $t_2 = 68^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з оцинкованого окисленого заліза, якщо плоска стінка, виготовлена з шамотної цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1080^0 C$. Друга стінка виготовлена з дерева пофарбованого олійними фарбами і температура її поверхні $t_2 = 49^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для дерева пофарбованого олійними фарбами $q_{доп} = 17500 \frac{Вт}{м^2}$. Ступінь чорноти для дерева пофарбованого олійними фарбами $\varepsilon_2 = 0{,}94$.

Варіант 9.

Задача 1. Порівняти густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з шамотної цегли і її температура $t_1 = 549^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з оцинкованого окисленого заліза а в другому випадку – з гладкого скла. Температура другої стінки $t_2 = 57^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 81см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 29мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 842^0 C$ і $t_2 = 59^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}31$ і $\varepsilon_2 = 0{,}78$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з оцинкованого окисленого заліза. Перша стінка виготовлена з шамотної цегли і її температура $t_1 = 549^0 C$. Друга стінка виготовлена з гладкого скла. Температура другої стінки $t_2 = 57^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з оцинкованого блискучого заліза, якщо плоска стінка, виготовлена з шамотної глазурованої цегли, нагрілась до температури $t_1 = 1120^0 C$. Друга стінка виготовлена з гуми і температура її поверхні $t_2 = 46^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для гуми $q_{доп} = 14500 \frac{Вт}{м^2}$.

Варіант 10.

Задача 1. Порівняти значення густини променевих теплових потоків між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем. Перша стінка виготовлена з силікатної цегли і її температура $t_1 = 812^0 C$. Друга стінка в першому випадку виготовлена з струганого дерева а в другому випадку – з блискучого оцинкованого заліза. Температура другої стінки $t_2 = 75^0 C$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 90 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 34 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 912^0 C$ і $t_2 = 77^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}42$ і $\varepsilon_2 = 0{,}84$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екран на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо тепловий екран виготовлений з окисленої латуні. Перша стінка виготовлена з силікатної цегли і її температура $t_1 = 812^0 C$. Друга стінка виготовлена з струганого дерева. Температура другої стінки $t_2 = 75^0 C$.

Задача 4. Визначити кількість шарів в тепловому екрані виготовленому з неполірованого нікелю, якщо плоска стінка, виготовлена чавуну, нагрілась до температури $t_1 = 980^0 C$. Друга стінка виготовлена з струганого дерева і температура її поверхні $t_2 = 68^0 C$. Допустима густина променевого теплового потоку для струганого дерева $q_{доп} = 12800 \frac{Вт}{м^2}$.

Відповіді.

Варіанти	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4
1	$q_{1,2} = 4822\, Вт/м^2$, $q_{1,2} = 39498\, Вт/м^2$.	$Q_{1,2} = 2316 Вт.$	$q^e_{1,2} = 2439 \frac{Вт}{м^2}$	$n = 0{,}092$
2	$q_{1,2} = 6363\, Вт/м^2$, $q_{1,2} = 65155\, Вт/м^2$.	$Q_{1,2} = 1434 Вт.$	$q^e_{1,2} = 3214 \frac{Вт}{м^2}$	$n = 2{,}57$

3	$q_{1,2} = 395\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 17657\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 977\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 2442 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 1{,}31$
4	$q_{1,2} = 6535\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 25270\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 596\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 3931 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 0{,}487$
5	$q_{1,2} = 22376\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 6518\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 429\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 7259 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 0{,}43$
6	$q_{1,2} = 15711\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 8422\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 1510\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 851 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 6{,}16$
7	$q_{1,2} = 1626\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 15814\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 206\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 813 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 3{,}83$
8	$q_{1,2} = 43925\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 29141\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 112\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 5782 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 1{,}45$
9	$q_{1,2} = 5839\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 14336\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 285\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 3150 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 1{,}7$
10	$q_{1,2} = 47807\, Bт/м^2$, $q_{1,2} = 15863\, Bт/м^2$.	$Q_{1,2} = 677\, Bт.$	$q^e_{1,2} = 1991 \frac{Bт}{м^2}$	$n = 2{,}2$

Задачі для контрольного завдання

Задача 1. Визначити густину променевого теплового потоку між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем, якщо перша стінка виготовлена з червоної шорсткої цегли а друга – з струганого дерева. Температура поверхні першої стінки $t_1 = 720^0 C$ і поверхні другої стінки – $t_2 = 42^0 C$.

Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}8016,\ q_{1,2} = 43744\, Bт/м^2$.

Задача 2. Всередині сфери радіусом $R_2 = 124 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 42 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 850^0 C$ і $t_2 = 44^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}9$ і $\varepsilon_2 = 0{,}24$.

Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}89707,\ Q = 1782\, Bт$.

Задача 3. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо температура стінки з шамотної цегли $t_1 = 838^0 C$. Друга стінка виготовлена з струганого дерева і температура її поверхні $t_2 = 56^0 C$. Тепловий екран виготовлений з полірованого алюмінію.

Відповідь: $\varepsilon_{1,3} = 0{,}0847,\ \varepsilon_{3,2} = 0{,}08911,\ q^e_{1,2} = 3722\ Bm/м^2$.

Задача 4. Визначити густину променевого теплового потоку між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем, якщо перша стінка виготовлена з силікатної цегли а друга – з гладкого скла. Температура поверхні першої стінки $t_1 = 780^0 C$, а поверхні другої стінки – $t_2 = 64^0 C$.

Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}63332,\quad q_{1,2} = 43686\ Bm/м^2$.

Задача 5. Всередині сфери радіусом $R_2 = 104 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 28 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 680^0 C$ і $t_2 = 62^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}89$ і $\varepsilon_2 = 0{,}28$.

Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}888526,\ Q = 403 Bm$.

Задача 6. Визначити вплив теплового екран на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо температура стінки з шорсткого чавуну $t_1 = 823^0 C$. Друга стінка виготовлена з червоної шорсткої цегли і температура її поверхні $t_2 = 96^0 C$. Тепловий екран виготовлений з оцинкованого окисленого заліза.

Відповідь: $\varepsilon_{1,3} = 0{,}27205,\ \varepsilon_{3,2} = 0{,}26599,\ q^e_{1,2} = 10862\ Bm/м^2$.

Задача 7. Визначити густину променевого теплового потоку між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем, якщо перша стінка виготовлена з шамотної цегли а друга – з азбестового картону. Температура поверхні першої стінки $t_1 = 870^0 C$, а поверхні другої стінки – $t_2 = 96^0 C$.

Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}57584,\ q_{1,2} = 55122\ Bm/м^2$.

Задача 8. Всередині сфери радіусом $R_2 = 112 см$ розміщена куля радіусом $R_1 = 32 мм$. Визначити величину променевого теплового потоку, якщо температура поверхонь тіл дорівнює $t_1 = 785^0 C$ і $t_2 = 36^0 C$, а їх ступені чорноти $\varepsilon_1 = 0{,}95$ і $\varepsilon_2 = 0{,}44$.

Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}949063,\ Q = 861 Bm$.

Задача 9. Визначити вплив теплового екрана на густину променевого теплового потоку між двома плоскопаралельними поверхнями, якщо температура стінки з шорсткої окисленої сталі $t_1 = 847^0 C$. Друга стінка виготовлена з глазурованої шамотної цегли і температура її поверхні $t_2 = 107^0 C$. Тепловий екран виготовлений з оцинкованого блискучого заліза.
Відповідь: $\varepsilon_{1,3} = 0{,}224729$, $\varepsilon_{3,2} = 0{,}211896$, $q^e_{1,2} = 9601 \, Вт/м^2$.

Задача 10. Визначити густину променевого теплового потоку між двома плоскими паралельними стінками відокремленими діатермічним середовищем, якщо перша стінка виготовлена з окисленої латуні а друга – з полірованого мармуру. Температура поверхні першої стінки $t_1 = 620^0 C$, а поверхні другої стінки – $t_2 = 67^0 C$.
Відповідь: $\varepsilon_{1,2} = 0{,}564913$, $q_{1,2} = 20327 \, Вт/м^2$.

Тема 7. Види палива. Головні стадії горіння. Основні положення

Паливом називають вуглецеві, водневі, сірчисті та інші сполуки, які під час згорання виділяють велику кількість теплоти. За агрегатним станом паливо поділяють на тверде, рідке та газоподібне, а за способом отримання – на природне та штучне. **Природне паливо** – паливо отримане з навколишнього середовища без суттєвої технічної переробки. До природного твердого палива відносяться *наприклад*: дрова, торф, буре і камінне вугілля, антрацит, горючі сланці. До природного рідкого палива відноситься *наприклад*: сира нафта, а до газоподібного – природний горючий газ.

Газоподібне паливо – механічна суміш горючих та негорючих газів. До горючих газів відноситься водень, окис вуглецю, метан, різні вуглеводи та сірководень. Окрім цих головних складових в газоподібному паливі містяться водяна пара, азот, вуглекислий газ, рідини в крапельному та тверді тіла в порошковидному станах. Головним компонентом природного газу є метан, частка якого становить *80 – 98%.*

Природне рідкепаливо – нафта до складу якого входить C^p=83 – 87%, H^p=11 – 14%, S^p=0,01 – 7%, O^p=0,1 – 0,3%, N^p=0,02 – 1,7%.

Цінність твердого палива як горючої речовини визначається його хімічним складом та структурою палива. Недоліками твердого палива є вміст води та негорючих домішок.

Штучне паливо отримують з природного палива шляхом технічної переробки останнього. До штучного твердого палива відноситься *наприклад*:деревинне вугілля, кокс, торф'яні та вугільні брикети. Штучним рідким паливом *наприклад*:є продукти переробки нафти – мазут, гас, бензин, олива та інші, в тому числі біопаливо.Штучним газоподібним паливом *наприклад*: є газ отриманий від переробки гною, відходів харчування та інших відходів.

За своїм складом паливо є складною хімічною речовиною, яка складається як з горючих, так і не горючих речовин. До горючих елементів твердого, рідкого і газоподібного палива відноситься вуглець, водень і летюча сірка. До не горючих елементів відносяться азот, кисень, сульфатна сірка, волога і зола. Сірка, волога і попіл є небажаними елементами палива. Продукти згорання сірки в поєднанні з водою утворюють сполуки, які спричиняють руйнацію елементів конструкції та є шкідливими для навколишнього середовища. Вологість зменшує тепловий ефект горіння, оскільки забирає частину теплоти на своє випаровування. Зола зменшує теплоту згорання і погіршує економічність роботи паливних пристроїв.

Робочий склад палива описується по масі таким рівнянням

$$C^p + H^p + O^p + N^p + S_л^p + A^p + W^p = 100\%,$$

де символом A позначена зола; W – вода; верхній індекс «p» вказує, що мова йде про склад робочого палива.

Склад палива висушеного при температурі *105^0C – 110^0C* визначає суху масу палива. Його склад описується рівнянням

$$C^c + H^c + O^c + N^c + S^c_л + A^c = 100\%,$$

де верхній індекс «*c*» вказує, що мова йде про склад сухого палива.

Склад палива без вологості та золи утворює горючу масу

$$C^г + H^г + O^г + N^г + S^г_л = 100\%,$$

де верхній індекс «*г*» означає, що мова йде про склад горючої маси. В горючій масі горючими є вуглець, водень і кисень.

Вказані елементи не є механічною сумішшю а знаходяться в паливі у вигляді складних з’єднань.

Важливою характеристикою палива є теплота згорання. **Теплотою згорання** називають кількість теплоти отриманої під час згорання *1 кг* твердого, рідкого або *1 $м^3$* газоподібного палива, взятого при нормальних умовах. Внаслідок горіння водню і випаровування вологи з палива утворюється водяна пара. Під час охолодження продуктів горіння можливі два випадки. I випадок: водяна пара залишається в димових газах. II випадок: водяна пара конденсується і процес супроводжується виділенням теплоти. **Нижчою теплотою згорання** $Q^p_н$ називають кількість теплоти, що виділяється при повному згоранні палива і водяна пара залишається в димових газах. **Вищоютеплотою згорання** $Q^p_В$ називають кількість теплоти, що виділяється при повному згоранні палива і водяна пара конденсується.

Інколи в довідниковій літературі нижчу теплоту згорання дають в кілокалоріяхі *1 ккал=4,1868кДж*.

Головні стадії горіння палива

Горіння палива – складний фізико-хімічний процес поєднання горючих елементів палива з киснем повітря, який супроводжується різким підвищенням температури та інтенсивним виділенням теплоти. Горіння палива можна умовно відокремити на три основних способи: шаровий (рух полум’я ламінарний), факельний (рух полум’я турбулентний) і вихровий. Кінцевим продуктом горіння є димові гази, попіл і шлак. Шлак – попіл спечений в грудки.

Газоподібне паливо найкраще згораєз усіх видів палива. Воно згорає при змішуванні його з повітрям. Процес змішування палива з повітрям є необхідною передумовою горіння. Розрізняють дві стадії процесу горіння: загорання та безпосереднє горіння. Процес загорання – це період в якому відбувається нагрів палива з поступовим підвищенням його температури. В момент досягнення певної температури газоподібне паливо загорається і починається процес стійкого горіння.

Горіння **рідкого палива** відбувається переважно в парогазовому стані, оскільки температура кипіння рідкого палива значно нижча від температури його загорання. Крапелька рідкого палива, яка знаходиться у факелі горючого палива, підігрівається і поступово досягає такої температури при якій починається випаровування складових палива. Утворені гази за наявності кисню повітря згорають, що сприяє подальшому зростанню температури краплі. Горіння краплі починається з її поверхні. Цей процес супроводжується прогрівом краплі по товщині і проникненням кисню всередину краплі, де відбувається процес розщеплення і часткове горіння. Утворені всередині краплі гази виходять назовні руйнуючи її та сприяючи дальшому згоранню краплі. Оскільки згорання рідкого палива відбувається переважно в парогазовому стані, то швидкість горіння палива визначається швидкістю її випаровування з поверхні. Для швидкого та економного спалювання рідкого палива здійснюють дрібне розпилювання палива з допомогою форсунок.

Горіння **твердого палива** більш складний процес ніж горіння газоподібного і рідкого палив. Горіння починається з підігріву твердого палива. На цьому етапіспочатку, в межах температур $105 - 110^0C$, відбувається видалення вологості з палива. При температурі близько $150 - 180^0C$ паливо починає розкладатись на летючі речовини і твердий залишок – кокс. Найбільш активно цей процес відбувається при температурі $300 - 400^0C$.

Якщо тверде паливо нагрівати без доступу повітря, то воно розкладається на дві частини: летючі речовини і твердий залишок – кокс. В летючі речовини переходять: волога, кисень, азот у вигляді складних з'єднань з іншими елементами, летюча сірка, водень як в чистому вигляді, так і в з'єднаннях з вуглецем у вигляді різних вуглеводів. В коксі залишається частина вуглеводів і зола. Склад і кількість летючих речовин суттєво впливають на процес загорання і горіння палива. Вміст горючих летючих речовин у деревині становить *80 – 85%,* у торфі *– 70 – 75%,* у бурому вугіллі – до *50%*, у кам'яному вугіллі *– 15 – 45%,* у антраците *– 3 – 9%.*

Під час нагрівання твердого палива з доступом повітря температура летючих речовин досягає температури загорання і починається процес горіння. Летючі речовини горять над твердою частиною палива. Завдяки згоранню газоподібних речовин відбувається подальше нагрівання твердого палива і під час досягнення певної температури починається процес стійкого горіння. Ця стадія горіння характеризується найбільш високою температурою та найбільшим поглинанням кисню повітря. Заключною стадією горіння твердого палива є догорання. На цій стадії догорають незгорівші частинки палива при зменшеному тепловиділенні та менших потребах повітря. Стадія догорання переважно довготривала через те, що попіл облягає паливо і зменшує доступ повітря до нього.

Повне горіння палива – це процес хімічного з'єднання горючих елементів палива з киснем повітря, який супроводжується виділенням теплоти. Димові гази, утворені в результаті повного згорання, складаються з вуглекислого газу, двоокису сірки, водяної пари, кисню і азоту.

Наявність в димових газах окису вуглецю свідчить про хімічну неповноту згорання палива. Механічною неповнотою згорання палива називають процес горіння під час якогочастинки палива виносяться разом із димовими газами, шлаком або попелом. Під час спалювання рідкого або газоподібного палива механічна неповнота згорання характеризується утворенням сажі. Сажа (вуглець) утворюється внаслідок розкладу вуглеводів.

Кількість повітря необхідного для згорання палива

Теоретично можна визначити кількість повітря необхідного для повного згорання палива. На основі реакції горіння і робочого складу палива підраховується кількість повітря необхідного для повного згорання *1кг* твердого (рідкого) або *1 м³* газоподібного палива. Під час горіння з повітря використовується тільки кисень необхідна кількість якого для повного згорання *1 кг* твердого чи рідкого палива визначається за формулою

$$G_{O_2} = \frac{2{,}67C^p + 8H^p + S_л^p - O^p}{100}, \qquad (134)$$

де $C^p, H^p, S_л^p, O^p$ – масовий вміст вуглецю, водню, сірки і кисню в паливі у відсотках. Враховуючи, що в сухому повітрі вміст кисню по масі становить *23%*, а по об'єму – *21%*, необхідна масова кількість повітря для повного згорання *1 кг* палива визначається за формулою

$$L_0 = \frac{2{,}67C^p + 8H^p + S_л^p - O^p}{0{,}23 \cdot 100} \qquad (135)$$

або $$L_0 = 0{,}115C^p + 0{,}345H^p + 0{,}043(S_л^p - O^p), \qquad (136)$$

де $[L_0] = {кг}/{кг}$. Враховуючи, що при нормальних умовах (тиск *760 мм рт ст.* і температурі $t = 0^0C$) питома густина повітря дорівнює $\rho = 1{,}293\,{кг}/{м^3}$, величину об'єму повітря необхідного для згорання *1 кг* палива визначають за формулою

$$V_0 = \frac{L_0}{1{,}293} \text{ або } V_0 = 0{,}089C^p + 0{,}266H^p + 0{,}033(S_л^p - O^p). \qquad (137)$$

Теоретична кількість повітря необхідна для повного згорання *1 м³* газоподібного палива визначається за формулою

$$V_0 = 0{,}0476\left(0{,}5CO + 0{,}5H_2 + 1{,}5H_2S + \sum\left(m + \frac{n}{4}\right)C_mH_n - O_2\right), \qquad (138)$$

де $\sum\left(m + {n}/{4}\right)C_mH_n$ – різні вуглеводи, які містяться в газі.

В дійсності для забезпечення повного згорання палива необхідно подавати значно більше повітря ніж визначено теоретично. Це пояснюється недосконалістю процесу горіння, оскільки частина кисню в повітрі не згорає з паливом а видаляється із зони горіння з димовими газами. Отже, під час спалювання палива завжди подається до зони горіння більше повітря ніж визначено теоретично. **Коефіцієнтом надлишку повітря** називають відношення дійсної кількості повітря, поданого до місця горіння, до теоретично визначеної кількості повітря необхідного для повного згорання палива, тобто $\alpha = {V_д}/{V_т}$.

Під час процесу горіння палива утворюються газоподібні продукти згорання, які називають димовими газами. В їх склад за умови повного згорання входять вуглекислий газ CO_2, сірчистий газ SO_2, кисеньO_2, азотN_2 і водяна параH_2O.

Температурою горінняпалива називають температуру, яку досягають продукти горіння внаслідок отримання ними теплоти, яка виділяється під час горіння палива.

Випромінювання полум'я факела

Одним з важливих питань, в якому повинен орієнтуватися працівник оперативно-рятувальної служби, є випромінювання факела полум'я. Факельний метод згорання палива полягає в тому, що частинки твердого порошкоподібного палива знаходяться в неперервному русі разом з потоком повітря та продуктами згорання. Відбувається турбулентний рух твердих частинок, летючих речовин, повітря та димових газів. Випромінювання факельного полум'я широко використовується в нагрівальних апаратах, а також властиве горінню в умовах пожежі. Необхідно враховувати, що променевий потік за достатньо великої інтенсивності:

– негативно впливає на організм людини під час гасіння пожежі;

– може викликати спалах горючих матеріалів, парів і газів, що сприяє розповсюдженню пожежі та виникненню нових осередків горіння;

– нагріває будівельні конструкції та обладнання до критичних температур, внаслідок чого конструкції та обладнання втрачають свої функції.

Випромінювальні характеристики факела полум'я залежать від величини температури продуктів згорання та їх хімічного складу. Структура факела полум'я залежить від стану палива (твердий, рідкий, газоподібний), що спалюється, способу спалювання і наявності повітря в зоні горіння. Горіння супроводжується утворенням видимого і невидимого для очей полум'я.

У випадку видимого факела в складі полум'я містяться трьохатомні продукти згорання (вуглекислий газ, водяна пара та інші) і розпечені частки сажі, наявність яких спричиняє світіння полум'я. Частинки сажі мають практично неперервний спектр поглинання. Чим вища концентрація сажі в полум'ї, тим вища випромінювальна здатність факела, а випромінювальна частка трьохатомних газів є незначною.

У випадку невидимого для очей полум'я, факел містить суміш трьохатомних продуктів згорання, азоту та кисню (за умови надлишку повітря в зоні горіння). Випромінювальна здатність полум'я залежить, в головному, від концентрації вуглекислого газу та водяної пари.

Під час спалювання рідин утворюється видиме полум'я, яке обумовлене наявністю трьохатомних газів (вуглекислий газ, водяна пара, двоокис сірки) і частинок сажі. Під час горіння розпорошених рідин до складу полум'я входять також частинки коксу, утворення якого обумовлене термічним розщепленням великих частинок паливної речовини (під час горіння важких сортів рідкого палива).

Під час горіння твердих речовин утворюється видиме полум'я, яке має більш складну структуру, ніж під час горіння рідких продуктів. До складу факела входять: трьохатомні продукти згорання (CO_2, H_2O, SO_2), зола, розпечені чи палаючі частинки твердого палива та летючі продукти, внаслідок нагріву твердих тіл. Під час горіння твердих речовин температура частинок золи у полум'ї дуже близька до температури газів у полум'ї. За фізичною природою випромінювання факела ближче до випромінювання твердих тіл, ніж до випромінювання газів. Тверді тіла випромінюють і поглинають енергію практично всіх довжин хвиль. Гази випромінюють і поглинають променеву енергію тільки в певних інтервалах довжин хвиль. Розрахунки потоків теплоти від факела є наближеними, оскільки визначення ступеня чорноти факела та його температури доволі складний процес. У факелі температура продуктів згорання за товщиною, а більшою мірою за висотою, неоднакова. Через це в розрахунках використовують середнє значення температури полум'я.

Випромінювання полум'я факела в паливнику

Під час розгляду питання про випромінювання полум'я в паливнику котлів, печей фахівців оперативно-рятувальної служби цікавить можливість загорання горючих матеріалів і конструкцій, розташованих поблизу нагрітих поверхонь. Густина теплового потоку, що передається випромінюванням від факела до поверхні стінки котла чи печі при внормованому режимі горіння, визначається наближено за формулою:

$$q_{фт} = \varepsilon_ф \varepsilon_т 5{,}67\left(\left(\frac{T_ф}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_т}{100}\right)^4\right), \frac{Вт}{м^2}, \tag{139}$$

де $\varepsilon_ф$ – ступінь чорноти факела; $\varepsilon_т$ – ступінь чорноти поверхні паливника ; $T_ф$ – ефективна температура факела, $[T_ф] = К$; $T_т$ – температура поверхні тіла на яке падає тепловий потік, $[T_т] = К$. Температура факела полум'я $T_ф$ визначається як середнє геометричне між теоретичною (адіабатною) температурою горіння речовини $T_а$ та температурою димових газів на виході з паливника $T_г$, тобто $T_ф = \sqrt{T_а T_г}$. Теоретична температура горіння $T_а$ залежить від коефіцієнта надлишку повітря і розраховується за методами теорії горіння.

Випромінювання полум'я факела на пожежі

Горіння на пожежі супроводжується виділенням значної кількості теплоти, значна частина якої передається навколишнім тілам за допомогою променевого теплообміну. Частка конвекційного теплообміну в умовах пожежі, при температурі $t > 800^0 C$ незначна.

Під час пожеж в закритих приміщеннях, особливо під час горіння димоутворюючих речовин і браку повітря, продукти горіння швидко заповнюють приміщення істотно обмежуючи розміри полум'я. Головним механізмом теплопередачі в цьому випадку є випромінювання газового середовища а не випромінювання полум'я. Температура пожежі всередині приміщення з достатньою точністю характеризується середньооб'ємною температурою в приміщенні, де відбувається пожежа.

Величина температури внутрішньої пожежі описується формулою

$$t(\tau) = 150\ln(1+8\tau) + t_0,\ [\tau] = хв \tag{140}$$

і вона отримана на основі узагальнення експериментів. Виняток складає горіння газових струменів і вогненебезпечних рідин, які утворюють полум'я котре не коптить, а також горіння твердих речовин за великого надлишку повітря.

Великої уваги, для фахівців оперативно-рятувальної служби, викликає випромінювання факела полум'я в необмеженому об'ємі, тобто під час горіння будинків, споруд, відкритих складів небезпечних речовин і горючих рідин у резервуарах. У цьому випадку, передача теплоти випромінюванням від полум'я факела в напрямку пожежонебезпечних об'єктів створює небезпеку виникнення в них пожежі чи вибуху. За температуру зовнішньої пожежі беруть середню по поверхні полум'я температуру палаючого об'єкта. Визначити температуру зовнішньої пожежі доволі проблематично, оскільки температура полум'я в довільних точках різна.

Випромінювання створює значні перешкоди для особового складу пожежних підрозділів, які беруть участь у гасінні пожежі.

Результуючий потік теплоти, що утворюється на суміжному з факелом полум'я об'єкті, може бути визначений на основі формули

$$Q_{1-2} = \varepsilon_{зв} 5{,}67\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)H_{12},$$

(141) де $\varepsilon_{зв}$ – зведений ступінь чорноти системи тіл; H_{12} – взаємна поверхня випромінювання тіл *1* і *2*.

Отже, питомий потік теплоти між двома довільними тілами у діатермічному середовищі внаслідок променевого теплообміну визначається за формулою:

$$q_{1-2} = \varepsilon_{зв} 5{,}67\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right)\psi_{2-1}, \tag{142}$$

де ψ_{2-1} – середній коефіцієнт випромінювання поверхні тіла *2* на поверхню факела *1*; T_1 – середня температура поверхні факела; T_2 – температура поверхні тіла зверненої до факела. В загальному випадку $\varepsilon_{зв}$ залежить не тільки від ступеня чорноти факела $\varepsilon_ф$ і другого тіла ε_2, а і від взаємного розташування цих тіл. Однак у більшості випадків зведений ступінь чорноти визначають за формулою $\varepsilon_{зв} = \varepsilon_ф \varepsilon_2$.

Оскільки форма полум'я факела не прямокутна, то здійснюють заміну даної форми факела прямокутником, площа якого дорівнює площі поверхні полум'я факела. Значення коефіцієнта опромінювання $\psi_{2,1}$ для деяких випадків вказано в розділі "Теплообмін випромінюванням між твердими тілами довільно розташованими в просторі".

Допустима густина опромінення для людини $q_{доп} = 1050\,\frac{Вт}{м^2}$. Гранично допустима температура нагріву шкіри людини $T_2 = 313K$. Ступінь чорноти шкіри людини $\varepsilon_2 = 0{,}95$.

Для горючих матеріалів, які містяться в пожежних машинах, допустима густина опромінення $q_{доп} = 12600 - 12800 \frac{Вт}{м^2}$. Ступінь чорноти поверхні машини приймають $\varepsilon_2 = 0{,}94$.

Використовуючи закономірності променевого теплообміну можна оцінити параметри безпечної роботи особового складу підрозділів, що беруть участь у гасінні пожежі. В таблиці вказано необхідний захист та допустимий період перебування людей в зоні теплової радіації.

Таблиця

$q_{кр}, Вт/м^2$	Допустимий період перебування, хв.	Потрібний захист людей	Ступінь теплового впливу на шкіру людини
3000	не обмежується	без захисту	больові відчуття відсутні
4200	не обмежується	в бойовому одязі і в касках із захисним склом	нестерпні больові відчуття через *20 с*
7000	5	те ж	нестерпні больові відчуття миттєво
8500	5	в бойовому одязі, що змочений водою, та в касках із захисним склом	опіки через *20 с*
10500	5	те ж, але під захистом розпорошених струменів води або водяних завіс	миттєві опіки

Методика розв’язування задач

Задача. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 4м$ на якій знаходиться соснова дерев’яна стінка від джерела вогню. Вважати, що факел має прямокутну форму $6м \times 12м$, температура факела *1300K*і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}6$. Коефіцієнт безпеки $\kappa_{безп} = 1{,}2$.

З таблиці “Допустима густина опромінення і допустима температура нагріву деяких горючих матеріалів” отримаємо, що допустима густина теплового потоку для дерева дорівнює $q_{доп} = 12800 \frac{Вт}{м^2}$ і температура самозагорання $t_{заг} = 295^0 C$. Ступінь чорноти дерева $\varepsilon_2 = 0{,}9$.

Умова пожежної безпеки при випромінюванні факела під час зовнішньої пожежі має вигляд:

$$\kappa_{безп}\varepsilon_{зв}5{,}67\left(\left(\frac{T_ф}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{доп}}{100}\right)^4\right)\psi_{2,1} \le q_{доп}, \tag{3.13}$$

де $\kappa_{безп}$ – коефіцієнт безпеки; його величину обирають залежно від категорії пожежної безпеки та інших факторів. Коефіцієнт випромінення визначаємо за формулою

$$\psi_{2,1} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+4r^2}} arctg \frac{b}{\sqrt{a^2+4r^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+4r^2}} arctg \frac{a}{\sqrt{b^2+4r^2}} \right).$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$\psi_{2,1} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{6}{\sqrt{6^2+4\cdot 4^2}} arctg \frac{12}{\sqrt{6^2+4\cdot 4^2}} + \frac{12}{\sqrt{12^2+4\cdot 4^2}} arctg \frac{6}{\sqrt{12^2+4\cdot 4^2}} \right),$$

тобто $\psi_{2,1} = 0{,}54346.$

Густину теплового потоку від факела полум’я до дерев’яної стінки визначаємо за формулою

$$q_{1,2} = \varepsilon_{зв} 5{,}67 \left(\left(\frac{T_ф}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{доп}}{100} \right)^4 \right) \psi_{2,1},$$

де $\varepsilon_{зв} = \varepsilon_ф \varepsilon_2$. Враховуючи значення величин отримаємо, що

$$q_{1,2} = 0{,}6 \cdot 0{,}9 \cdot 5{,}67 \left(\left(\frac{1300}{100} \right)^4 - \left(\frac{295+273}{100} \right)^4 \right) 0{,}54346 \quad \text{тобто} \quad q_{1,2} = 45792 \frac{Вт}{м^2}.$$

Оскільки $к_{безп} q_{1,2} = 1{,}2 \cdot 45792 = 54951 \geq q_{доп} = 12800$, то віддаль від джерела вогню до соснової дерев’яної стінки не задовольняє умові протипожежної безпеки.

Завдання для проведення практичного заняття

Задача 1. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 6м$ на якій знаходиться брикетний торф від бензину, який горить в резервуарі. Вважати, що факел має прямокутну форму $4м \times 8м$, температура факела $1473К$ і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}5$. Коефіцієнт безпеки $к_{безп} = 1{,}1$. Для брикетного торфу вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 225^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 13300 \frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}93$.

Відповідь: $к_{безп} q_{1,2} = 28172 \frac{Вт}{м^2}$.

Задача 2. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 5м$ на якій знаходиться сосна пофарбована олійною фарбою від природного газу, який горить в резервуарі. Вважати, що факел має прямокутну форму $4м \times 6м$, температура факела $1350К$ і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}4$. Коефіцієнт безпеки $к_{безп} = 1{,}2$. Для сосни пофарбованої олійною фарбою вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 295^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 17500 \frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}92$.

Відповідь: $к_{безп} q_{1,2} = 18400 \frac{Вт}{м^2}$.

Задача 3. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 6м$ на якій знаходиться сірий картон від дизельного палива, який горить в резервуарі. Вважати, що факел має прямокутну форму $3м \times 5м$, температура факела $1373K$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}8$. Коефіцієнт безпеки $к_{безп} = 1{,}1$. Для сірого картону вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 427^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 10800\frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}8$.

Відповідь: $к_{безп} q_{1,2} = 15190\frac{Вт}{м^2}$.

Задача 4. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 5м$ на якій знаходиться брикетний торф від брикетного торфу, який горить в штабелях. Вважати, що факел має прямокутну форму $5м \times 3м$, температура факела $1027K$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}7$. Коефіцієнт безпеки $к_{безп} = 1{,}25$. Для брикетного торфу вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 225^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 13300\frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}93$.

Відповідь: $к_{безп} q_{1,2} = 7581\frac{Вт}{м^2}$.

Задача 5. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 7м$ на якій знаходиться шорстка сосна від гумових шин, які горять. Вважати, що факел має прямокутну форму $6м \times 3м$, температура факела $1473K$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}75$. Коефіцієнт безпеки $к_{безп} = 1{,}2$. Для шорсткої сосни вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 295^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 12800\frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}9$.

Відповідь: $к_{безп} q_{1,2} = 21506\frac{Вт}{м^2}$.

Задача 6. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 5м$ на якій знаходиться дерево пофарбоване олійними фарбами від мазуту, який горить в резервуарі. Вважати, що факел має прямокутну форму $3м \times 6м$, температура факела $1273K$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}85$. Коефіцієнт безпеки $к_{безп} = 1{,}25$. Для дерева пофарбованого олійними фарбами вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 295^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 17500\frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}92$.

Відповідь: $к_{безп} q_{1,2} = 24865\frac{Вт}{м^2}$.

Задача 7. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 6\,м$ на якій знаходиться людина від етилового спирту, який горить в резервуарі. Вважати, що факел має прямокутну форму $4м \times 6м$, температура факела $1150К$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}4$. Коефіцієнт безпеки $\kappa_{безп} = 1{,}0$. Для шкіри людини вважати, що максимально допустима температура $t_{заг} = 40^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 12600 \frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}95$.

Відповідь: $\kappa_{безп} q_{1,2} = 2429 \frac{Вт}{м^2}$.

Задача 8. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 8м$ на якій знаходиться пожежна машина від штабеля сосни, який горить. Вважати, що факел має прямокутну форму $5м \times 3м$, температура факела $1100К$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}7$. Коефіцієнт безпеки $\kappa_{безп} = 1{,}0$. Для горючих матеріалів на пожежній машині вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 320^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 12600 \frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}94$.

Відповідь: $\kappa_{безп} q_{1,2} = 3430 \frac{Вт}{м^2}$.

Задача 9. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 6м$ на якій знаходиться сірий картон від кам'яного вугілля, який горить. Вважати, що факел має прямокутну форму $6м \times 3м$, температура факела $1473К$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}7$. Коефіцієнт безпеки $\kappa_{безп} = 1{,}25$. Для сірого картону вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 427^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 10800 \frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}8$.

Відповідь: $\kappa_{безп} q_{1,2} = 23471 \frac{Вт}{м^2}$.

Задача 10. Визначити чи задовольняє умові протипожежної безпеки віддаль $r = 5м$ на якій знаходиться кусковий торф від бензину, який горить в резервуарі. Вважати, що факел має прямокутну форму $2м \times 4м$, температура факела $1473К$і ступінь чорноти факела $\varepsilon_ф = 0{,}5$. Коефіцієнт безпеки $\kappa_{безп} = 1{,}2$. Для кускового торфу вважати, що температура самозапалювання $t_{заг} = 225^0 C$, допустима густина теплового потоку $q_{доп} = 9800 \frac{Вт}{м^2}$ і ступінь чорноти $\varepsilon_2 = 0{,}9$.

Відповідь: $\kappa_{безп} q_{1,2} = 12814 \frac{Вт}{м^2}$.

Тема 8.Температурний режим під час пожежі в приміщенні

Пожежа в приміщенні – це термодинамічний процес, який супроводжується виділенням теплоти, зміною складу і параметрів газового середовища, яке заповнює приміщення. Газове середовище в приміщенні з прорізами (вікна, двері і т.д.), які поєднують його із зовнішньою атмосферою, є складною термодинамічною системою. Зміна параметрів стану системи обумовлена обміном теплоти з навколишнім середовищем. Газове середовище, з достатньою точністю, можна розглядати як суміш ідеальних газів. Головні термодинамічні параметри стану газу в кожній точці простору зв'язані між собою рівнянням Клапейрона-Менделєєва $pV = m\frac{R}{\mu}T$. Стан газового середовища під час пожежі в приміщенні характеризується полями локальних термодинамічних параметрів стану. Однак стан газового середовища під час пожежі в приміщенні можна характеризувати також з допомогою середньо об'ємних термодинамічних параметрів, пов'язаних між собою рівняннями, які отримуються з умови існування локальної рівноваги. Використовуючи середньооб'ємні параметри стану газового середовища можна прослідкувати загальні закономірності процесу розвитку пожежі, виявити його найбільш характерні особливості і фактори, які спричиняють ці особливості. Знання цих закономірностей необхідне для прийняттярішень пов'язаних із забезпеченням безпечної евакуації людей з приміщення у випадку виникнення пожежі; вироблення оперативногоплану гасіння пожежі; оцінки фактичної вогнестійкості споруди; проведення пожежно-технічної експертизи.

Основними середньооб'ємними параметрами стану газового середовища під час пожежі в приміщенні є середня температура $T_{сум}$, середньо об'ємна густина $\rho_{сум}$, середньо об'ємний тиск $p_{сум}$, середня концентрація компонентів газової суміші (O_2, CO_2, CO, N_2) і т. д. Для характеристики стану газового середовища під час пожежі в приміщенні використовується специфічний параметр стану – середньооб'ємну оптичну густину диму $\mu_{сум}$.

Середньооб'ємні параметри стану газового середовища в приміщенні

*Середньооб'ємна густина.*Вивчимо процес розвитку пожежі в конкретний момент часу. Розглянемо приміщення з вільним об'ємом V та довільною кількістю прорізів. **Вільний об'єм** – це величина, яка дорівнює різниці між об'ємом приміщення та об'ємом обладнання розміщеного в ньому. Нехай маса газу, яка міститься в приміщенні в цей момент часу, дорівнює m. Поділивши масу газу на вільний об'єм приміщення отримаємо середньооб'ємну густину газу $\rho_{сум} = \frac{m}{V}$. **Середньооб'ємна густина**– газової суміші це маса газу, яка міститься в одиниці вільного об'єму приміщення. Середньооб'ємна густина

$\rho_{сум}$ пов’язана з локальними значеннями густини $\rho(x,y,z,t)$. Оскільки $dm = \rho dV$, то маса газу в приміщенні дорівнює $m = \int_V \rho(x,y,z,t)dV$. Отже, середньооб’ємна густина газу дорівнює $\rho_{сум} = \frac{1}{V}\int_V \rho(x,y,z,t)dV$.

Середньо об’ємна парціальна густина і концентрація компонента газового середовища. Позначимо символом m_i масу *i*-ого компонента суміші, який міститься в приміщенні, в даний момент часу. Поділивши масу компонента m_i на об’єм приміщення отримаємо **середньооб’ємну парціальнугустину***i*-ого компонента суміші, тобто $\rho_{сумі} = \frac{m_i}{V}$.

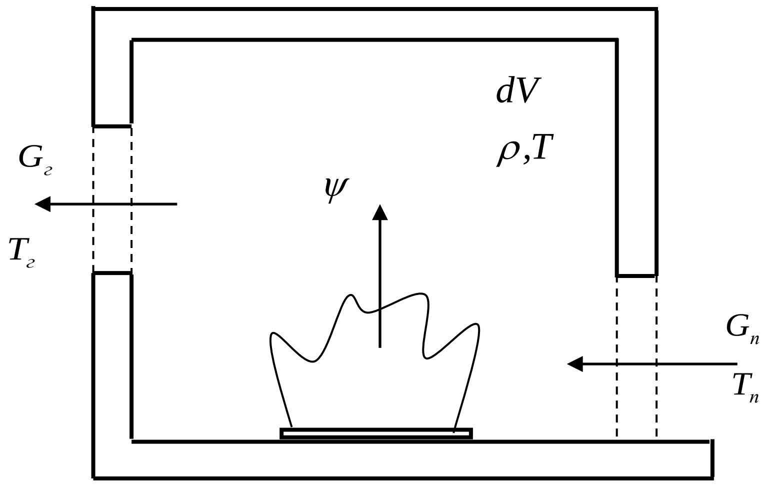

Рис. 15. Схема пожежі в приміщенні

Якщо локальне значення парціальної густини *i*-ого газу $\rho_i(x,y,z,t)$, то **середньо-об’ємна парціальна густина***i*-ого компонента газу дорівнює $\rho_{сумі} = \frac{1}{V}\int_V \rho_i(x,y,z,t)dV$. Між середньооб’ємною густиною суміші газів $\rho_{сум}$ та парціальними густинами газів $\rho_{сумі}$ існує залежність $\rho_{сум} = \sum \rho_{сумі}$. **Середньо-об’ємною концентрацією***i*-ого компонента газової суміші називають відношення маси *i*-ого компонента m_i до всієї маси суміші газів m, тобто $x_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\rho_{сумі}}{\rho_{сум}}$.

Розіб’ємо вільний об’єм приміщення V на елементарні об’єми dV. Тиск в елементарному об’ємі дорівнює $p(x,y,z,t)$, де x,y,z – координати елементарного об’єму, t – час. В різних точках простору приміщення тиск різний. **Середньо-об’ємний тиск** визначають за формулою $p_{сум} = \frac{1}{V}\int_V p(x,y,z,t)dV$. В умовах реальної пожежі, якщо відсутні ударні хвилі, значення тиску в різних точках приміщення суттєво не відрізняються. Найбільша відмінність тиску може становити десятки паскалів. Ця величина становить десяті долі відсотка від середнього тиску в приміщенні. Отже, в умовах реальної пожежі можна вважати, що відмінність між середньооб'ємним тиском і локальним тиском незначна, тобто $\frac{p}{p_{сум}} \cong 1$. Аналогічно, локальне значення газової сталої R суттєво не відрізняється від середньооб'ємного значення газової сталої $R_{сум}$, тобто $\frac{R}{R_{сум}} \cong 1$.

Враховуючи рівняння Клапейрона-Менделєєва $pV = \frac{mRT}{\mu}$ отримаємо, що $\frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$ або $\rho = \frac{p\mu}{RT}$, тоді маса газової суміші в приміщенні дорівнює $m = \int\limits_V \frac{p\mu}{RT} dV$. Оскільки $p_{сум}V = \frac{mR_{сум}T_{сум}}{\mu}$ і враховуючи, що $p \cong p_{сум}$, $R \cong R_{сум}$, отримаємо $\frac{p_{сум}\mu V}{R_{сум}T_{сум}} = \int\limits_V \frac{p\mu}{RT} dV$ або $T_{сум} = \frac{V}{\int\limits_V \frac{1}{T} dV}$. Отже, середню температуру $T_{сум}$, з достатньою для інженерної практики точністю, можна визначати за формулою $T_{сум} = \left[\frac{1}{V} \int\limits_V \frac{1}{T} dV \right]^{-1}$. Середньооб'ємна температура визначається з умови існування локальної рівноваги. Середньооб'ємну температуру можна визначати за формулою $T'_{сум} = \frac{1}{V} \int\limits_V T dV$. В неоднорідному температурному полі середня температура $T_{сум}$ є менша від середньооб'ємної температури $T'_{сум}$. В умовах реальної пожежі відмінність між цими величинами становить $5 - 10\%$. Основні локальні параметри стану газового середовища пов'язані між собою рівнянням Клапейрона-Менделєєва $pV = m\frac{R}{\mu}T$, $\frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$ або $\rho = \frac{p\mu}{RT}$.Надалі, згідно з попередніми твердженнями, можна використовувати формулу

$$\rho_{сум} = \frac{p_{сум}\mu_{сум}}{R_{сум}T_{сум}}. \qquad (134)$$

Рівняння пожежі

Рівняння пожежі описують зміну середньооб'ємних параметрів стану суміші газів в процесі розвитку пожежі. Ці рівняння отримують з основних законів фізики: закону збереження маси і першого закону термодинаміки (закон збереження енергії).

Рівняння матеріального балансу. Розглядаємо приміщення з вільним об'ємом V та довільною кількістю прорізів, які з'єднують приміщення із зовнішнім повітрям. В процесі пожежі в приміщенні змінюється температура, густина і сумарна маса газу. Газове середовище містить в собі маленькі тверді частинки. Доля теплової енергії, яка припадає на них, суттєво незначна в порівнянні з енергією, яку містить в собі газове середовище. Не суттєвим є вплив маси твердих частинок на сумарну масу газового середовища, яке заповнює приміщення. Отже, можна знехтувати наявністю твердих частинок під час визначення середньооб'ємних густини, тиску та температури. Нехай в момент часу τ маса газу дорівнює $m = \rho_{сум} V$. За малий проміжок часу $d\tau$ маса газу зміниться на малу величину $d(\rho_{сум} V)$. За цей проміжок часу через одні прорізи витече деяка кількість газу $G_г d\tau$, а через інші – надійде повітря ззовні масою $G_п d\tau$, де $G_г$ – маса газоподібних продуктів згорання, яка витікає з приміщення за одиницю часу, $[G_г] = \frac{кг}{с}$; $G_п$ – маса повітря, яке надходить в приміщення за одиницю часу, $[G_п] = \frac{кг}{с}$. Крім того, частина горючого матеріалу всередині приміщення перейде в газоподібний стан. Кількість горючого матеріалу, яка перейде в газоподібний стан, залежить від швидкості вигорання матеріалу. **Швидкість вигорання** ψ – це кількість горючого матеріалу, яка перейшла в газоподібний стан за одиницю часу, $[\psi] = \frac{кг}{с}$. Для малого проміжку часу $d\tau$ змінами величин $G_п$, $G_г$ і ψ можна знехтувати. Отже, кількість газів, яка покинула приміщення за час $d\tau$ дорівнює $G_г d\tau$, а кількість повітря, яка надходить в приміщення за цей же проміжок часу дорівнює $G_п d\tau$ і кількість горючого матеріалу, який перейшов в газоподібний стан і заповнив об'єм приміщення, дорівнює $\psi d\tau$. Згідно закону збереження маси отримаємо

$$d(\rho_{сум} V) = G_п d\tau + \psi d\tau - G_г d\tau \text{ або } \frac{d(\rho_{сум} V)}{d\tau} = G_п + \psi - G_г. \qquad (135)$$

Це рівняння називають **рівнянням матеріального балансу** пожежі в приміщенні. В багатьох випадках змінами вільного об'єму приміщення V можна знехтувати. Враховуючи це твердження, рівняння матеріального балансу пожежі в приміщенні запишемо таким чином:

$$V \frac{d(\rho_{сум})}{d\tau} = G_п + \psi - G_г. \qquad (136)$$

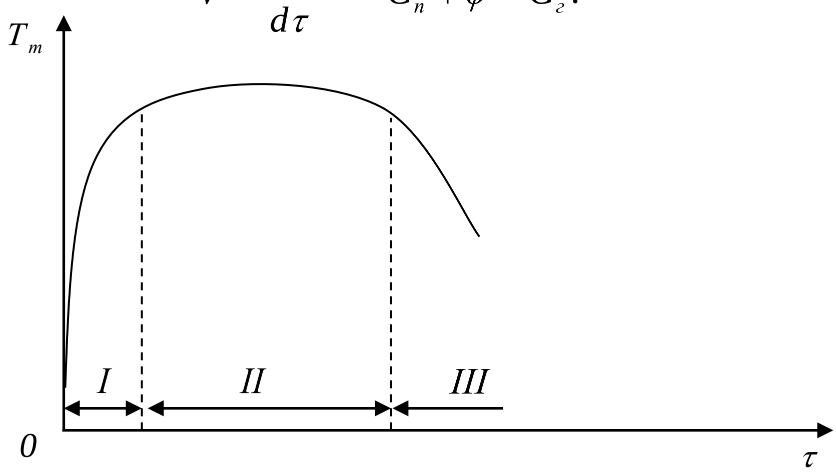

Рис. 16. Режими пожежі

На початковій стадії пожежі, в першому наближенні, можна вважати, враховуючи (134), що середньо об'ємна густина $\rho_{сум}$ обернено пропорційна до температури, тобто $\rho_{сум} \approx \frac{1}{T_{сум}}$, оскільки зміна величини $\frac{p_{сум}\mu_{сум}}{R_{сум}}$ під час пожежі незначна.

Аналізуючи рівняння (136) можна виділити три режими розвитку пожежі.

Режим I реалізовується на етапі зростання температури, яке приводить до зменшення густини газів. В цьому режимі відбувається зменшення густини газів із плином часу, тобто $\frac{d\rho_m}{d\tau} < 0$. Отже, з рівняння (136) отримаємо, що $G_n + \psi < G_г$, тобто кількість газів, які витікають через прорізи, більша, ніж кількість повітря, яке надходить в приміщення, разом з горючим матеріалом, яке перейшло в газоподібний стан. Нерівність тим разючіша, чим вища швидкість зростання температури в об'ємі приміщення.

Режим II – це режим при якому в приміщенні температура і густина газу змінюються незначно, тобто $\frac{d\rho_m}{d\tau} = 0$. В цьому режимі виконується рівність $G_n + \psi = G_г$. Даний режим називають квазістаціонарним. В квазістаціонарному режимі кількість повітря, яке надійшло, та маса горючого матеріалу, яка перейшла в газоподібний стан, дорівнює масі газів, яка витікає через прорізи.

Режим III – це режим зниження температури і зростання густини газів, тобто $\frac{d\rho_m}{d\tau} > 0$. В цьому режимі виконується нерівність $G_n + \psi > G_г$. Отже в III – ому режимі кількість газу, яка витікає, менша за кількість повітря, яке надходить в приміщення, та горючого матеріалу, який перейшов в газоподібний стан.

Температурний режим під час пожежі в приміщенні

Під **температурним режимом під час пожежі** в приміщенні розуміють зміну температури продуктів згорання в часі та просторі. Практика і спеціально проведені досліди показали, що температурний режим під час пожежі в приміщенні залежить від кількості і властивостей горючих матеріалів, розмірів приміщення, умов теплообміну та газообміну. Кількість теплоти Q_0, яка виділяється під час пожежі в приміщенні, визначається за формулою

$$Q_0 = \eta Q_н^р M f \tag{137}$$

де η – коефіцієнт неповноти згорання; $Q_н^р$ – нижня теплота згорання матеріалу, $\left[Q_н^р\right] = \frac{кДж}{кг}$; M – масова швидкість вигорання, $\left[M\right] = \frac{кг}{м^2 год}$; f – площа поверхні горіння, $\left[f\right] = м^2$. Теплота, яка виділяється під час горіння, витрачається на нагрів газів в приміщенні $Q_г$, нагрів обладнання та поверхонь обмежуючих приміщення $Q_{пов}$. Гази, обладнання і поверхні нагріваються з допомогою конвекційного та променевоготеплообмінів, тобто

$$Q_{пов} = Q_{конв} + Q_{пром} = \alpha_к F(T_г - T_{пов}) + 5{,}67\varepsilon_у F\left(\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{пов}}{100}\right)^4\right), \qquad (138)$$

де $Q_{конв}$ – кількість теплоти, яка йде на нагрівання обладнання та поверхні приміщення внаслідок конвекційного теплообміну; $Q_{пром}$ – кількість теплоти, яка йде на нагрівання обладнання та поверхні приміщення внаслідок променевого випромінювання; $\alpha_к$ – коефіцієнт конвекційного теплообміну (тепловіддачі), $[\alpha_к] = \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$; F – площа поверхонь теплообміну, $[F] = м^2$; $T_г$ – температура газів в приміщенні, $[T_г] = К$; $T_{пов}$ – температура обмежуючих поверхонь, $[T_{пов}] = К$; $\varepsilon_у$ – узагальнений ступінь чорноти між факелом і димовими газами, з однієї сторони, і обмежуючими поверхнями – з другої.

Величину коефіцієнтатеплообміну $\alpha_к$ у випадку пожежі в приміщенні, коли необхідноврахувати як конвекційнийтеплообмін, так і променеве випромінювання, визначають за формулою $\alpha_к = 11{,}63e^{0{,}0023t_г}$, де $t_г$ середня температура газів в приміщенні.

Кількість теплоти, яка йде на нагрівання газів, описується формулою

$$Q_г = \eta M f V_г c_p (T_г - T_0), \qquad (139)$$

де $V_г$ –об'єм газу, який утворюється під час згорання *1 кг* горючих матеріалів, що нагрівається, $[V_г] = м^3/кг$; c_p – об'ємна теплоємність газової суміші під сталим тиском, T_0 – початкова температура газу; $T_г$ – середньооб'ємна температура газів.

Використовуючи рівняння (137) і (139) запишемо баланс тепловиділення та тепловтрат в такому вигляді: $Q_0 = Q_г + Q_{конв} + Q_{пром}$ або

$$\eta Q_н^р M f = \eta M f V_г c_p (T_г - T_0) + \alpha_к F(T_г - T_{пов}) + 5{,}67\varepsilon_у F\left(\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{пов}}{100}\right)^4\right). \qquad (140)$$

Рівняння (140) може бути розв'язано методом послідовних наближень відносно шуканої величини – температури газів $T_г$. При цьому всі інші величини, для довільного моменту часу, повинні визначатися незалежним шляхом.

Швидкість вигорання *M*, нижня теплота згорання $Q_н^р$ і об'єм повітря $V_п$, необхідного для повного згорання *1 кг* палива,визначають експериментальним шляхом і для деяких матеріалів ці величини вказанів таблиці.

Температурний режим під час пожежі в житлових та громадських спорудах

Під час пожеж в житлових і громадських спорудах горять в основному одні і ті ж матеріали. Їх кількість на одиницю площі приміщення, умови теплообміну та газообміну в приміщенні, наближено, однакові. Температурний режим в таких спорудах майже однаковий і має характер вказаний на рис. 17.На початку пожежі температура газів в приміщенні швидко зростає до 250^0C. Потім, внаслідок недостатньої кількості повітря в приміщенні для горіння, температура газів знижується і тільки після руйнування віконного скла починає різко зростати. Проміжок часу через який може наступити руйнування віконного скла може досягати *30 – 40хв*.

Вважається, що ділянка температурної кривої, після руйнування віконного скла, описується рівнянням

$$t(\tau)=149{,}8\ln(1+8\tau), \qquad (141)$$

де час τ необхідно брати в хвилинах, $[\tau]=хв$; розмірність температури – $[t]={}^0C$. Стандартний температурний режим (141) характеризується даними вказаними в таблиці:

$\tau, хв$	5	10	15	30	60	90	120	180	240	360
$t, {}^0C$	556	659	718	821	925	986	1029	1090	1133	1193

Стандартний температурний режим можна описувати рівнянням

$$t(\tau)=149{,}8\ln(1+8\tau)+t_0, \qquad (142)$$

де t_0 – температура в приміщенні на початку пожежі.

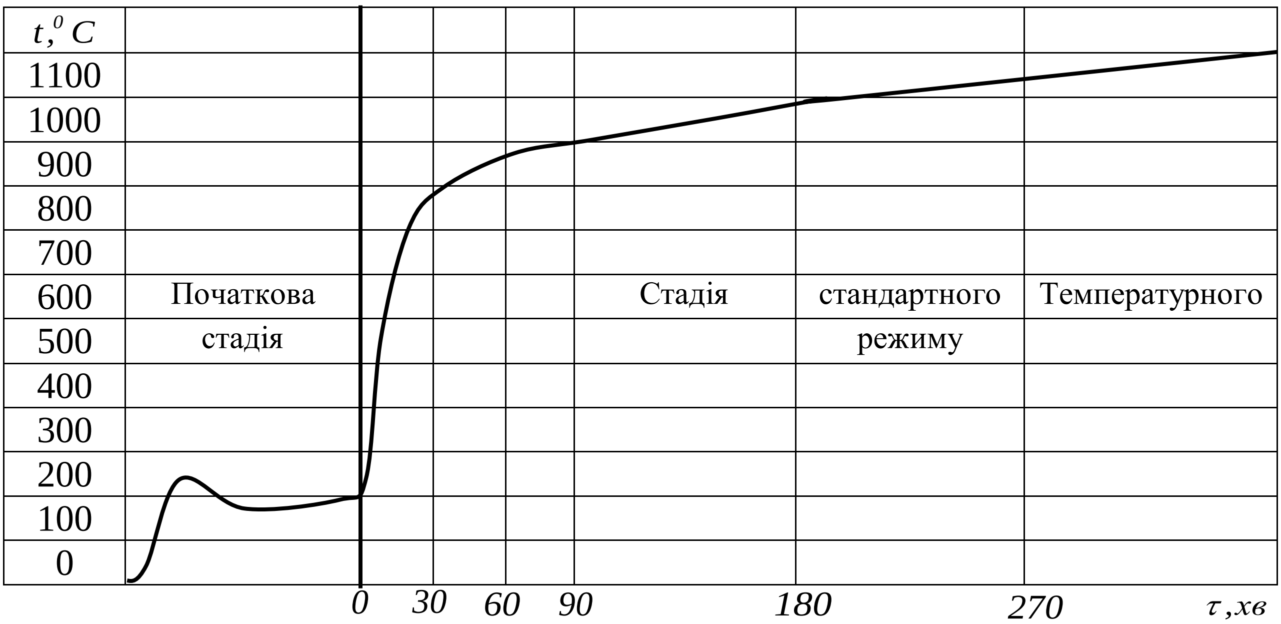

Рис. 17. Температурний режим в житлових і громадських спорудах

Тема 9. Теплообмінні апарати

Вступ. Основні положення

Теплообмінним апаратом називають прилад для передачі теплоти від одного теплоносія до іншого. Рідину (крапельну чи газ), яку використовують в якості гріючої або нагріваючої, називають **теплоносієм**. Середовище з більш високою температурою на вході до теплообмінного апарата називають **первинним** або **гарячим теплоносієм**. Середовище з більш низькою температурою на вході до теплообмінного апарата називають **вторинним** або **холодним теплоносієм**.

Теплообмінники класифікують за принципом дії, призначенням, конструктивним оформленням, видом теплоносіїв і схемою руху теплоносіїв.

За принципом дії теплообмінники поділяються на поверхневі та змішувальні.

До поверхневих теплообмінників відносяться рекуператори та регенератори, в яких теплота від первинного до вторинного теплоносія передається із використанням поверхні теплообміну.

В **рекуператорах** (рекуперативних теплообмінних апаратах) теплота передається від гарячого до холодного теплоносія крізь тверду стінку (поверхню теплообміну), яка відокремлює гарячий та холодний теплоносії. В них гарячі та холодні теплоносії рухаються одночасно. Температура нагріву гарячого теплоносія досягає $400^0 – 500^0C$ для конструкцій з вуглецевих сталей і $700^0 – 800^0C$ для конструкцій із легованих сталей. До рекуперативних теплообмінних апаратів відносяться, *наприклад*, пароперегрівачі, парогенератори, конденсатори, батареї центрального опалення та інші. В рекуперативних теплообмінних апаратах, у робочих режимах, теплообмін відбувається в стаціонарному температурному режимі.

В **регенераторах** (регенеративних теплообмінних апаратах) одна й та ж поверхня через певні проміжки часу омивається то гарячим, то холодним теплоносіями, тобто спочатку вона акумулює теплоту від гарячого теплоносія а потім віддає теплоту холодному теплоносію. Температура гарячого теплоносія досягає $1000^0 – 1200^0C$. Такими є, *наприклад*, регенератори мартенівських та доменних печей. В регенераторі відбуваються нестаціонарні температурні процеси, оскільки температурне поле поверхні весь час змінюється.

У **змішувальних** теплообмінних апаратах теплообмін відбувається під час безпосереднього змішування гарячих та холодних рідин. Це, *наприклад*, скрубери, градирні, де вода охолоджується повітрям, бойлери, в яких підігрів води здійснюється парою, та інші. Для збільшення поверхні і часу контакту між гарячим та холодним теплоносіями рідину переважно розпорошують на спеціальну насадку звідки вона стікає рухаючись протипливом відносно до напрямку руху гарячого теплоносія.

За конструктивним оформленням поверхні теплообміну теплообмінники поділяються на трубчасті (з гладких або ребристих труб), пластинчасті (з плоских або фігурних штампованих листів), насадочні (в яких поверхнею теплообміну є додаткові тіла: скляні, керамічні, металеві кільця або кульки) та інші.

Трубчасті теплообмінники дають можливість досягати різноманітних компоновок і здатні витримувати високий тиск.

Пластинчасті теплообмінники використовують тоді, коли при відносно низьких тисках необхідно досягнути високої компактності теплообмінника.

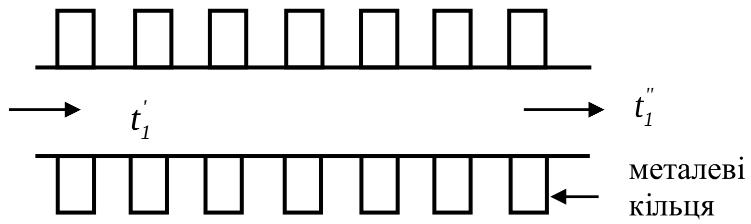

Рис. 18. Схема теплообмінника з насадочними металевими кільцями

За видом теплоносія теплообмінники поділяються на рідинні, газові та рідинно-газові.

За схемою руху теплоносія теплообмінники поділяються на прямопливні, протипливні, перехреснопливні та інші. В прямопливному теплообміннику теплоносії рухаються паралельно один до одного в одному напрямі. В протипливному теплообміннику теплоносії рухаються паралельно один до одного в протилежних напрямах. На практиці зустрічаються теплообмінники з різними складними схемами руху рідини.

Рис. 19. Схеми руху теплоносіїв в теплообмінних апаратах

В змієподібному теплообміннику гарячий теплоносій рухається всередині змійовика, а холодний теплоносій – зовні трубок теплообмінника.

В теплообміннику типу ”труба в трубі” труба меншого діаметра міститься в трубі більшого діаметра. Всередині меншої труби та в просторі між трубами рухаються теплоносії.

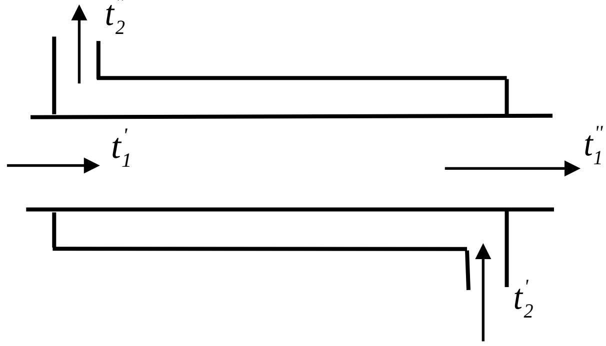

Рис. 20. Схема теплообмінника "труба в трубі"

t_1' – температура гарячого теплоносія на вході в теплообмінник; t_1'' – температура гарячого теплоносія на виході з теплообмінника; t_2' – температура холодного теплоносія на вході в теплообмінник; t_2'' – температура холодного теплоносія на виході з теплообмінника.

Температурним тиском називають перепад температур між гарячим та холодним теплоносіями в довільному перерізі апарата, тобто $\Delta t = t_1 - t_2$. В загальному випадку температурний тиск змінюється вздовж поверхні теплообміну. Розрізняють температурний тиск на вході до теплообмінника, де $\Delta t' = t_1' - t_2'$ – для прямопливу і $\Delta t' = t_1' - t_2''$ – для протипливу. Температурний тиск на виході з теплообмінника дорівнює $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$ – для прямопливу і $\Delta t'' = t_1'' - t_2'$ — для протипливу.

Температурним перепадом називають різницю між найбільшою та найменшою температурами теплоносія, тобто $\delta t_1 = t_1' - t_1''$ і $\delta t_2 = t_2'' - t_2'$.

Основні рівняння теплового розрахунку теплообмінних апаратів

В основі теплових розрахунків теплообмінних апаратів лежать рівняння теплового балансу та рівняння теплопередачі. Якщо в теплообміннику відсутні фазові перетворення (кипіння, конденсація) теплоносіїв, то рівняння теплового балансу запишемо у вигляді:

$$Q = G_1 c_{p1}(t_1' - t_1'') = G_2 c_{p2}(t_2'' - t_2'), \tag{143}$$

де G_1 – маса гарячого теплоносія, яка поступає та виходить з теплообмінника, за одиницю часу, тобто $[G_1] = \frac{кг}{с}$; G_2 – маса холодного теплоносія, яка поступає та виходить з теплообмінника, за одиницю часу, тобто $[G_2] = \frac{кг}{с}$; c_{p1} і c_{p2} – середні питомі теплоємності теплоносіїв під сталим тиском, тобто $[c_{pi}] = \frac{кДж}{кг \cdot {}^0C}$. Величини $c_{p1}G_1$ і $c_{p2}G_2$ називають **водяними еквівалентами** потоків теплоносіїв.

Рівняння теплопередачі для теплообмінного апарата має вигляд:

$$Q = k\Delta t_{ср} F_{заг}, \tag{144}$$

де k – коефіцієнт теплопередачі від гарячого теплоносія до холодного; $\Delta t_{ср}$ – середня різниця температур між гарячим і холодним теплоносіями; $F_{заг}$ – загальна площа поверхні теплообміну між теплоносіями.

Значення коефіцієнта теплопередачі k визначають конкретно для кожного випадку теплообміну. Якщо величину коефіцієнта теплопередачі визначити не можливо, то наближено його приймають під час передачі теплоти від газу до газу – $10\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, від газу до води – $50\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, від води до води – $1000\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Середній тиск температур в теплообмінному апараті визначаємо за формулою

$$\Delta t_{ср} = \frac{1}{F_{заг}} \int_0^{F_{заг}} \Delta t(x) dF , \tag{145}$$

де $\Delta t(x) = t_1(x) - t_2(x)$ температурний тиск між гарячим і холодним теплоносіями залежно від координати *x*. Середній температурний тиск залежить від схеми руху теплоносіїв в теплообмінних апаратах і співвідношення між їх масовими витратами.

Зміну температур теплоносіїв вздовж поверхні теплообмінника під час прямопливу або протипливу схематично вказано на рис. 21.

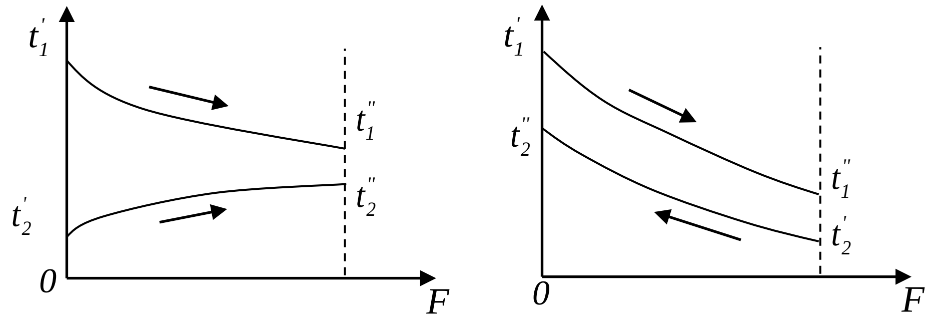

Рис. 21. Характер зміни температури теплоносіїв під час прямопливу та протипливу

Зміну температур теплоносіїв вздовж поверхні теплообмінника під час прямопливу або протипливу можна описати аналітично.

Розглянемо теплообмінний апарат, який працює на прямопливі. Виокремимо елемент теплообмінника з площею dF. Рівняння теплопередачі для цього елемента має вигляд:

$$dQ = k(t_1(x) - t_2(x))dF = k\Delta t(x)dF , \tag{146}$$

де Δt температурний тиск. З теплового балансу для виокремленого елементу апарата можна записати:

$$dQ = -c_{p1} G_1 dt_1 , \tag{147}$$

$$dQ = c_{p2} G_2 dt_2 . \tag{148}$$

Оскільки $dt_1 < 0$, то у виразі (147) міститься знак “ $-$ ”. З даних рівнянь отримаємо, що $dt_1 = -\dfrac{dQ}{c_{p1}G_1}$ та $dt_2 = \dfrac{dQ}{c_{p2}G_2}$. Тоді $dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = d\Delta t$ або

$$d\Delta t = -\left(\frac{1}{c_{p1}G_1} + \frac{1}{c_{p2}G_2} \right) dQ . \tag{149}$$

Вводячи позначення $$m = \frac{1}{c_{p1}G_1} + \frac{1}{c_{p2}G_2} \tag{150}$$

отримаємо, що $$d\Delta t = -mdQ . \tag{151}$$

Враховуючи (146) і (151) отримаємо

$$d\Delta t = -mk\Delta t dF .$$

Зінтегрувавши дане рівняння $\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d\Delta t}{\Delta t} = -\int_0^F mkdF$ отримаємо, що

$$ln\frac{\Delta t(x)}{\Delta t'}=-mkF(x),\qquad(152)$$

де $\Delta t'$ температурний тиск між гарячим і холодним теплоносіями на початку теплообмінного процесу. З цього рівняння запишемо залежність

$$ln\frac{\Delta t''}{\Delta t'}=-mkF_{заг},\qquad(153)$$

де $F_{заг}$ загальна площа на якій здійснюється теплообмін між теплоносіями.

Рівняння (152) перепишемо у вигляді:

$$\Delta t(x)=\Delta t' e^{-mkF}.\qquad(154)$$

Аналізуючи формулу (154) можна стверджувати, що в теплообмінних апаратах з прямопливом, температурний тиск спадає за експоненціальним законом. З рівняння (153) отримаємо таку залежність:

$$\Delta t''=\Delta t' e^{-mkF_{заг}}.\qquad(155)$$

Для визначення середнього тиску температур використаємо формули (145) і (154), тобто $\Delta t_{ср}=\frac{1}{F_{заг}}\int\limits_0^{F_{заг}}\Delta t' e^{-mkF}dF$. Зінтегрувавши праву частину тримаємо, що

$$\Delta t_{ср}=\Delta t'\frac{1-e^{-mkF_{заг}}}{mkF_{заг}}.$$

Враховуючи (153) і (155) отримаємо формулу для визначення середнього тиску температур під час прямопливу

$$\Delta t_{ср}=\frac{\Delta t'-\Delta t''}{ln\frac{\Delta t'}{\Delta t''}},\qquad(156)$$

де $\Delta t'=t_1'-t_2'$ і $\Delta t''=t_1''-t_2''$.

Формула для визначення середнього температурного тиску під час протипливу визначається аналогічним чином і дорівнює

$$\Delta t_{ср}=\frac{(t_1'-t_2'')'-(t_1''-t_2')}{ln\frac{t_1'-t_2''}{t_1''-t_2'}}.\qquad(157)$$

Формули (156) і (157) можна об’єднати і записати у вигляді

$$\Delta t=\frac{\Delta t_В-\Delta t_м}{ln\frac{\Delta t_В}{\Delta t_м}},\qquad(158)$$

де $\Delta t_В$ – найбільша різниця температур; $\Delta t_М$ – найменша різниця температурміж гарячим і холодним теплоносіями. Середній тиск температур визначений за формулою (158) називають **середнім логарифмічним температурним тиском.** Якщо температура теплоносіїв вздовж поверхні теплообміну змінюється незначно, то середній тиск температур можна визначати за формулою:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_B + \Delta t_м}{2}. \qquad (159)$$

Наближений розрахунок теплообмінних апаратів здійснюють використовуючи рівняння теплового балансу:

$$Q = c_{p1} G_1 (t_1^{'} - t_1^{''}), \qquad (160)$$

$$\eta Q = c_{p2} G_2 (t_2^{''} - t_2^{'}) \qquad (161)$$

і рівняння теплопередачі

$$Q = k(1 - \varphi_{забр}) F_{заг} \Delta t_{ср},$$

(162) де η – **коефіцієнт ефективності теплопередачі**, величину якого визначають експериментальним шляхом. Він вказує, що частка теплоти ηQ йде на підвищення температури нагрітого теплоносія, а частка теплоти $(1 - \eta)Q$ розсіюється в навколишнє середовище. Величина коефіцієнта ефективності теплопередачі змінюється в межах $0{,}95 < \eta < 0{,}98$. $\varphi_{забр}$ – **коефіцієнт забруднення**. Він вказує яка частина загальної поверхні теплообміну не бере участі в теплообміні через забруднення поверхні або з інших причин.

Розв'язавши систему рівнянь (160) – (162) відносно невідомих величин Q, $t_1^{''}$ і $t_2^{''}$, можна зробити наближений аналіз теплообмінного апарата.

Методика розв'язування задач

Задача. Визначити величину поверхні нагріву води з масовою витратою $G_2 = 0{,}08 \,{}^{кг}/_{с}$ під час прямопливу і протипливу в теплообмінному апараті, якщо необхідно нагріти воду від $t_2^{'} = 20^0 C$ до температури $t_2^{''} = 80^0 C$. Нагрів здійснюється димовими газами масова витрата яких $G_1 = 0{,}42 \,{}^{кг}/_{с}$. Температура димових газів на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1^{'} = 160^0 C$. Коефіцієнт теплопередачі в теплообмінному апараті дорівнює $k = 70 \frac{Вт}{м^2 \cdot К}$, коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}98$ і коефіцієнт забруднення $\varphi = 0{,}12$.

З таблиць отримаємо, що теплоємність димових газів дорівнює $c_{p1} = 1{,}08 \frac{кДж}{кг \cdot К}$, води – $c_{p2} = 4{,}175 \frac{кДж}{кг \cdot К}$.

Враховуючи рівняння (160) і (161) отримаємо рівність

$$\eta c_{p1} G_1 (t_1^{'} - t_1^{''}) = c_{p2} G_2 (t_2^{''} - t_2^{'}).$$

З цього рівняння отримаємо, що температура димових газів на виході з апарата дорівнює

$$t_1^{''} = t_1^{'} - \frac{c_{p2} G_2 (t_2^{''} - t_2^{'})}{\eta c_{p1} G_1}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що

$$t_1^{''} = 160 - \frac{4175 \cdot 0{,}08(80 - 20)}{0{,}98 \cdot 1080 \cdot 0{,}42} = 115^0 C.$$

Середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час прямопливу визначається за формулою:

$$\Delta t_{ср} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{ln\dfrac{\Delta t'}{\Delta t''}},$$

де $\Delta t' = t_1' - t_2'$ і $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$. Для нашого випадку $\Delta t' = 160 - 20 = 140^0 C$ і $\Delta t'' = 115 - 80 = 35^0 C$

Враховуючи значення величин $\Delta t'$ і $\Delta t''$ отримаємо, що середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час прямопливу дорівнює

$$\Delta t_{ср} = \frac{140 - 35}{ln\dfrac{140}{35}} = 75{,}7^0 C.$$

Зіставляючи рівняння (160) і (162) отримаємо рівняння для визначення невідомої величини $F_{заг}$, тобто

$$\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'') = k(1 - \varphi_{забр}) F_{заг} \Delta t_{ср}.$$

Звідки отримаємо, що $F_{заг} = \dfrac{\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'')}{k(1 - \varphi_{забр})\Delta t_{ср}}$ або

$$F_{заг} = \frac{0{,}98 \cdot 1080 \cdot 0{,}42(160 - 115)}{70 \cdot (1 - 0{,}12) \cdot 75{,}7} = 4{,}29 м^2.$$

Середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час протипливу визначається за формулою

$$\Delta t_{ср} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{ln\dfrac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}.$$

Підставляючи значення величин отримаємо, що середній температурний тиск в теплообмінному апараті під час протипливу дорівнює

$$\Delta t_{ср} = \frac{(160 - 80) - (115 - 20)}{ln\dfrac{160 - 80}{115 - 20}} = 87{,}3^0 C.$$

Враховуючи залежність $F_{заг} = \dfrac{\eta c_{p1} G_1 (t_1' - t_1'')}{k(1 - \varphi_{забр})\Delta t_{ср}}$ отримаємо, що

$$F_{заг} = \frac{0{,}98 \cdot 1080 \cdot 0{,}42(160 - 115)}{70 \cdot (1 - 0{,}12) \cdot 97{,}3} = 3{,}72 м^2.$$

Завдання для проведення практичного заняття

Задача. 1. Визначити величину коефіцієнта теплопередачі від димових газів до води під час прямопливу в теплообмінному апараті, якщо нагрів здійснюється димовими газами, масова витрата яких $G_2 = 0{,}6 \, кг/с$. Температура димових газів на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 180^0 C$ і на виході з апарата

$t_1'' = 120^0 C$. Масова витрати води $G_1 = 1{,}2\,{}^{кг}\!/_{c}$ і її температура на вході в теплообмінний апарат $t_2' = 20^0 C$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}96$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}08$. Загальна площа поверхні теплообміну в теплообмінному апараті дорівнює $F_{заг} = 9 м^2$.

Відповідь: $k = 75{,}1 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача. 2. Визначити загальну площу поверхні теплообміну в теплообмінному апараті, якщо здійснюється нагрів водяною парою води. Масова витрата водяної пари $G_1 = 0{,}6\,{}^{кг}\!/_{c}$. Температура водяної пари на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 210^0 C$. Масова витрата води $G_2 = 0{,}32\,{}^{кг}\!/_{c}$ і її температура на вході в теплообмінний апарат $t_2' = 20^0 C$ а на виході – $t_2'' = 86^0 C$. Величина коефіцієнта теплопередачі від водяної пари до води під час протипливу в теплообмінному апараті дорівнює $k = 2400 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}95$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}1$.

Відповідь: $F_{заг} = 0{,}31 м^2$.

Задача. 3. Визначити загальну площу поверхні теплообміну в теплообмінному апараті, якщо здійснюється охолодження водою кисню, масова витрата якого $G_1 = 0{,}03\,{}^{кг}\!/_{c}$. Температура кисню на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 140^0 C$ і на виході – $t_1'' = 72^0 C$. Температура води на вході в теплообмінний апарат $t_2' = 20^0 C$ а на виході – $t_2'' = 45^0 C$, Величина коефіцієнта теплопередачі від кисню до води під час прямопливу в теплообмінному апараті дорівнює $k = 65 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}95$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}09$.

Відповідь: $F_{заг} = 0{,}494 м^2$.

Задача. 4. Визначити величину коефіцієнта теплопередачі від повітря до води під час протипливу в теплообмінному апараті, якщо охолодження здійснюється повітрям. Температура повітря на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_2' = 16^0 C$ і на виході з апарата $t_2'' = 57^0 C$. Масова витрата води $G_1 = 0{,}03\,{}^{кг}\!/_{c}$. Температура води на вході в теплообмінний апарат $t_1' = 84^0 C$ і на виході – $t_1'' = 28^0 C$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}98$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}11$. Загальна площа поверхні теплообміну в теплообмінному апараті дорівнює $F_{заг} = 6{,}2 м^2$.

Відповідь: $k = 67{,}3 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача. 5. Визначити загальну площу поверхні теплообміну в теплообмінному апараті, якщо здійснюється нагрів повітря димовими газами. Температура димових газів на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 140^0 C$ і на виході

– $t_1'' = 106^0 C$. Температура повітря на вході в теплообмінний апарат $t_2' = -10^0 C$ а на виході – $t_2'' = 20^0 C$, Величина коефіцієнта теплопередачі від димових газів до повітря під час прямопливу в теплообмінному апараті дорівнює $k = 8 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}94$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}13$. Масова витрата повітря $G_2 = 0{,}046 \, кг/с$.

Відповідь: $F_{заг} = 1{,}74 м^2$.

Задача. 6. Визначити величину коефіцієнта теплопередачі від азоту до води під час прямопливу в теплообмінному апараті, якщо охолодження здійснюється водою, масова витрата якої $G_2 = 0{,}085 \, кг/с$. Температура води на вході в теплообмінний апарат $t_2' = 14^0 C$. Температура азоту на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 145^0 C$ і на виході з апарата – $t_1'' = 27^0 C$. Масова витрата азоту $G_1 = 0{,}012 \, кг/с$ Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}95$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}09$. Загальна площа поверхні теплообміну в теплообмінному апараті дорівнює $F_{заг} = 0{,}5 м^2$.

Відповідь: $k = 67{,}4 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$.

Задача. 7.Визначити загальну площу поверхні теплообміну в теплообмінному апараті, якщо здійснюється охолодження водню водою. Масова витрата водню $G_1 = 0{,}02 \, кг/с$.Температура водню на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 147^0 C$. Масова витрати води $G_2 = 0{,}42 \, кг/с$ і її температура на вході в теплообмінний апарат $t_2' = 15^0 C$ а на виході – $t_2'' = 34^0 C$. Величина коефіцієнта теплопередачі від водню до води під час протипливу в теплообмінному апараті дорівнює $k = 45 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}91$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}13$.

Відповідь: $F_{заг} = 25{,}8 м^2$.

Задача. 8. Визначити загальну площу поверхні теплообміну в теплообмінному апараті, якщо здійснюється нагрів водяною парою води. Масова витрата водяної пари $G_1 = 0{,}025 \, кг/с$.Температура водяної пари на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1' = 190^0 C$ і на виході – $t_1'' = 125^0 C$. Температура води на вході в теплообмінний апарат $t_2' = 20^0 C$ а на виході – $t_2'' = 100^0 C$, Величина коефіцієнта теплопередачі від водяної пари до води під час прямопливу в теплообмінному апараті дорівнює $k = 1980 \frac{Вт}{м^2 \cdot K}$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}92$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}05$.

Відповідь: $F_{заг} = 0{,}05 м^2$.

Задача 9. Визначити величину коефіцієнта теплопередачі від димових газів до води під час протипливу в теплообмінному апараті, якщо нагрів води здійснюється димовими газами. Температура води на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_2^{'} = 16^0 C$ і на виході з апарата – $t_2^{''} = 48^0 C$. Масова витрата димових газів $G_1 = 0{,}035 \, {}^{кг}\!/_{с}$. Температура димових газів на вході в теплообмінний апарат $t_1^{'} = 130^0 C$ і на виході – $t_1^{''} = 85^0 C$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}94$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}12$. Загальна площа поверхні теплообміну в теплообмінному апараті дорівнює $F_{заг} = 0{,}3 м^2$.

Відповідь: $k = 79{,}5 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$.

Задача. 10. Визначити загальну площа поверхні теплообміну в теплообмінному апараті, якщо здійснюється охолодження азоту водою. Температура азоту на вході в теплообмінний апарат дорівнює $t_1^{'} = 139^0 C$ і на виході – $t_1^{''} = 28^0 C$. Температура води на вході в теплообмінний апарат $t_2^{'} = 13^0 C$ а на виході – $t_2^{''} = 24^0 C$. Величина коефіцієнта теплопередачі від азоту до води під час прямопливу в теплообмінному апараті дорівнює $k = 54 \dfrac{Вт}{м^2 \cdot К}$. Коефіцієнт ефективності теплопередачі $\eta = 0{,}95$ і коефіцієнт забруднення $\varphi_{забр} = 0{,}07$. Масова витрата води $G_2 = 0{,}2 \, {}^{кг}\!/_{с}$.

Відповідь: $F_{заг} = 5{,}18 м^2$.

ДОДАТКИ

Теплофізичні характеристики матеріалів

матеріал	$[\rho]=\frac{кг}{м^3}$	$[c_p]=\frac{кДж}{кгК}$	$[\lambda]=\frac{Дж}{сКм}$	$[a]10^6=\frac{м^2}{с}$
водень			0,2	
повітря	1,2	1,005	0,025	20,73
вода	1000	4,2	0,6	0,143
азбест листовий	1000-1300	0,82	$0{,}157+1{,}86\cdot 10^{-4}t$	
алюміній	2680	0,894	209	87,2
бетон з гравієм	2400	0,837	1,5	0,747
залізобетон	2200	0,77	1,55	0,915
пінобетон	600	0,837	0,14	0,279
глина	2000	0,837	0,93	0,556
граніт	2800	0,921	2,91	1,13
бронза	8000	0,389	64	20,6
мідь	8950	0,389	393	113
срібло	10400	0,234	410	168,5
сталь	7800	$0{,}47+2{,}1\cdot 10^{-4}t$	$58–0{,}042t$	
чавун (С –4%)	7270	0,42	52	17,03
скло звичайне	2500	0,67	0,75	0,448
сухе дерево (сосна)	550	2,8	0,174	0,113
цегла червона	1580	0,84	0,455	0,343
цегла силікатна	1730	0,84	0,79	0,544
цегла пустотіла	1200	0,88	0,44	0,42
цегла вогнетривка	1850	$0{,}88+2{,}3\cdot 10^{-4}t$	$0{,}835+5{,}8\cdot 10^{-4}t$	
штукатурка вапняна	1600	0,837	0,7	0,523
гіпсоплити	1100	0,963	0,35	0,33
свинець	11400	0,13	34,6	23,3
вата мінеральна	200	0,94	0,056	0,298
пінопласт ПС – 1	100	1,34	0,041	0,306
пінополіуретан	240	1,34	0,041	0,127
тирса	250	2,51	0,07–0,093	0,148
мати зі скловолокна	200	0,837	0,045	0,269
шлакобетон	1800	0,85	0,58	0,379
пісок сухий	1380	0,8	0,35	0,317
пісок вологий (10%)	1380	2,0	0,66	0,239
штукатурка цемент.	1800	0,84	1,1	0,728
вата бавовняна	50		0,058	
поліетилен	950		0,29	
коркові плити	175	1,75	0,041	0,134
сніг втрамбований	400	2,08	0,465	0,559
гума технічна	1600	1,58	0,146	0,058
шлаккотельний	1000	0,75	0,204	0,272

Фізичні параметри сухого повітря під атмосферним тиском

t^0C	ρ, $[\rho]=кг/м^3$	c_p, $[c_p]=\frac{кДж}{кг^0C}$	$\lambda\cdot10^2$, $[\lambda]=\frac{Вт}{мК}$	$\nu\cdot10^6$, $[\nu]=\frac{м^2}{с}$	Pr
-20	1,395	1,009	2,23	12,79	0,716
-10	1,342	1,009	2,36	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	13,28	0,707
20	1,205	1,005	2,59	15,06	0,703
40	1,128	1,005	2,75	16,96	0,699
60	1,06	1,005	2,89	18,97	0,696
80	1	1,009	3,04	21,09	0,692
100	0,946	1,009	3,2	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,33	25,45	0,686
140	0,854	1,013	3,48	27,8	0,684
160	0,815	1,017	3,63	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,77	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,92	34,85	0,68
250	0,674	1,038	4,26	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,6	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,89	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,2	63,09	0,678
500	0,456	1,093	5,73	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,2	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,69	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,15	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,61	155,1	0,717
1000	0,277	1,185	8,05	177,1	0,719

Фізичні параметри димовихгазів

t^0C	ρ, $[\rho]=кг/м^3$	c_p, $[c_p]=\frac{кДж}{кг^0C}$	$\lambda\cdot10^2$, $[\lambda]=\frac{Вт}{мК}$	$\nu\cdot10^6$, $[\nu]=\frac{м^2}{с}$	Pr
0	1,295	1,043	2,28	12,2	0,72
100	0,95	1,068	3,12	21,54	0,69
200	0,748	1,098	4	32,8	0,67
300	0,617	1,122	4,83	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,68	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,54	76,3	0,63
600	0,405	1,214	7,4	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,25	112,1	0,61
800	0,33	1,264	9,13	131,8	0,6
900	0,301	1,29	9,98	152,1	0,59
1000	0,275	1,306	10,9	173,4	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	197,1	0,57
1200	0,24	1,34	12,62	221	0,56

Фізичні параметри води на лініїнасичення

t^0C	ρ, $[\rho]=кг/м^3$	c_p, $[c_p]=\frac{кДж}{кг^0C}$	$\lambda\cdot10^2$, $[\lambda]=\frac{Вт}{мК}$	$\nu\cdot10^6$, $[\nu]=\frac{м^2}{c}$	$\beta\cdot10^4$, $[\beta]=K^{-1}$	Pr
0	999,9	4,212	55,1	1,789	-0,63	13,67
10	999,7	4,191	57,5	1,306	0,7	9,52
20	998,2	4,183	59,9	1,006	1,82	7,02
30	995,7	4,175	61,8	0,805	3,21	5,42
40	992,2	4,174	63,5	0,659	3,87	4,31
50	988,1	4,175	64,8	0,556	4,49	3,54
60	983,2	4,179	65,9	0,478	5,11	2,98
70	977,8	4,187	66,8	0,415	5,7	2,55
80	971,8	4,195	67,5	0,365	6,32	2,21
90	965,3	4,208	68	0,326	6,95	1,95
100	958,4	4,22	68,3	0,295	7,52	1,75

Ступінь чорноти повного випромінення деяких матеріалів

Матеріал	Температура, ^{0}C	ε
Азбестовий картон	24	0,96
Алюміній шорсткий	20 – 50	0,06 – 0,07
Алюміній полірований	225 – 575	0,090 – 0,057
Вода	0 – 100	0,95 – 0,96
Гума шорстка	24	0,86
Дерево стругане	20	0,9
Залізо оцинковане блискуче	28	0,228
Залізо оцинковане окислене	24	0,276
Латунь окислена	200 – 600	0,61 –0,59
Мармур полірований	22	0,93
Мідь полірована	80	0,018
Мідь окислена	200 – 600	0,57 –0,55
Нікель неполірований	20	0,37 – 0,48
Скло гладке	22	0,94
Цегла червона шорстка	20	0,88 – 0,93
Цегла шамотна глазурована	1100	0,75
Цегла шамотна	1200	0,59
Цегла силікатна	1230	0,66
Фарби олійні	100	0,92 – 0,96
Фарби алюмінієві	100	0,27 – 0,67
Штукатурка вапняна	10 – 20	0,91
Толь	20	0,93
Папір	20	0,8 – 0,9
Сніг	0	0,96
Сталь окислена шорстка	40 – 370	0,94 – 0,97
Сталь листова, шліфована	940 – 1100	0,52 – 0,61
Торф брикетний	20	0,93
Чавун шорсткий	40 – 250	0,95

Нижча теплота згорання палива

Продукт згорання	Нижча теплота згорання, МДж/кг
Умовне паливо	29,3
Буре вугілля	7 – 8
Камінне вугілля	18 – 30
Антрацит	20,9
Мазут	40
Природний газ	33,4 –42
Торф сирець	8,3 – 10,5
Торф'яний брикет	17
Сухі дрова	17,6
Нафта	40 – 46

Температура загорання палива

Паливо	Температура загорання, ^{0}С.
Торф	225
Дрова	300
Буре вугілля	300 – 400
Кам'яне вугілля	450 – 500
Антрацит	700 – 750
Мазут	500
Природний горючий газ	700 – 750

Ступінь чорноти полум'я

Вид полум'я	Ступінь чорноти
Полум'я без свічення	0,3
Полум'я газу та антрациту при шаровому спалюванні без свічення	0,4
Видиме полум'я антрацитного пилу	0,45
Видиме полум'я пісного вугілля	0,6
Видиме полум'я мазуту	0,85
Видиме полум'я бензину	0,96 – 0,99
Полум'я торфу кам'яного вугілля, бурого вугілля та деревини.	0,7

Температура полум'я під час спалювання палива в паливнику

Паливо	Температура полум'я, ^{0}С
Торф, мазут	1000
Деревина, буре вугілля, сира нафта, дизельне паливо, тракторний гас	1100 – 1150
Кам'яне вугілля, каучук та вироби з нього, бензин	1200– 1250
Антрацит, сірка	1300
Горючі гази	1500
Магній	2000

Теоретична температура горіння палива

Паливо	T_a,К, при коефіцієнті надлишку повітря α			
	α=1	α=1,3	α=1,5	α=2
Антрацит	2450	2115	1925	1570
Донецьке вугілля	2535	2135	1915	1555
Мазут	2395	2010	1850	1535
Природний газ	2300	1940	1760	1460
Дрова з вологістю 30%	2125	1845	1705	1435
Торф	1970	1780	1640	1380

Температура полум'я факела

Паливо	Температура полум'я
Бензин в резервуарах	1473К
Газонафтовий фонтан	1127 – 1357К
Деревина	1047 – 1147К
Деревина в штабелях пиломатеріалів	1127 – 1317К
Дизельне паливо і нафта в резервуарах	1373К
Гас в резервуарах	1373К
Мазут в резервуарах	1273К
Нафтопродукти в резервуарах	1107 – 1207К
Торф	1027 – 1067К
Етиловий спирт	1147 – 1177К
Гумові вироби	1473К

Швидкість вигорання *М*, нижня теплота згорання $Q_н^р$ і об'єм повітря $V_п$ необхідного для повного згорання *1 кг* палива.

Горючий матеріал	$M, \frac{кг}{м^2 год}$	$Q_н^р, \frac{кДж}{кг}$	$V_п, \frac{м^3}{кг}$
Ацетон	156	28800	7,26
Бавовна непресована	15	15700	3,75
Бензин	160 – 200	41870	11,6
Деревина (меблі)	54	13800	4,2
Дизельне паливо	150	41870	11,2
Гас	160	41870	11,36
Книги на дерев'яних полицях	20	13400	4,2
Мазут	126	38700	10,44
Нафта	85	41870	10,8
Органічне скло	58	25000	6,6
Полістирол	52	39000	10
Гума	40	33500	9,97
Етиловий спирт	96 – 120	27200	6,69

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Алексашенко А.А., Кошмаров Ю.А., Молчадский И.С. Тепломассоперенос при пожаре. – М.:Стройиздат, 1982, - 175с.:ил.

2. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче: Учебное пособие. – М.: «Энергия», 1980, - 288с.: ил.

3.Величко Л.Д., Лозинський Р.Я., Семерак М.М. Термодинаміка та теплопередача в пожежній справі: Навчальний посібник. – Львів: Вид-во «СПОЛОМ», 2011. – 504с; іл..;табл.

4 Драганов Б.Х., Бессараб О.С., Долінський А.А., Лазаренко В.О., Міщенко А.В., Шеліманова О.В. Теплотехніка. – Київ.: Фірма «Інкос», 2005. – 400 с.: іл.

5. Кошмаров Ю.А. Теплотехника: учебник для вузов. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2006. – 501 с.: ил.

6. Костенко Г.Н., Козак О.М. Задачник з теоретичних основ теплотехніки. – К.: Державне видавництво технічної літератури, 1966. – 344с.: іл.

7. Крутова В.И. Задачник по технической термодинамике и теплопередаче. – М.: «Энергия», 1986. – 383с.: ил.

ЗМІСТ

Для нотаток

Навчальне посібник

Л о з и н с ь к и й   Роман Якович

Збірник задач з пожежної теплофізики

Частина II. Теплопередача

Літературний редактор: Галина Падик

Комп'ютерна верстка: Юрій Судніцин

Друк на різографі: Оксана Трачук

Підписано до друку «16» квітня 2018р.
Формат 60х84/16. Гарнітура TimesNewRoman.
Друк на різографі. Папір офсетний. Наклад: 100.

Друк ЛДУ БЖД
70007, Україна, м. Львів, вул. Клепарівська, 35.
Тел./факс. (233-00-88), тел.моб. (067) 352-09-59