

Е.М. Гуліда, І.М. Ольховий, Л.Ф. Дзюба

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ

За редакцією Е.М.Гуліди

*Затверджено Міністерством освіти і науки
України як навчальний посібник
для вищих навчальних закладів*

Л ь в і в 2 0 1 1

Гуліда Е.М., Ольховий І.М., Дзюба Л.Ф. Збірник задач з прикладної механіки: Навчальний посібник/ За ред. Е.М.Гуліди. – Львів: ЛДУ БЖД, 2011. – 328 с.

Рецензенти:

д-р.техн.наук, проф. Є.М. Лютий

(Нац. лісотехн.ун-т України, м. Львів)

канд. техн. наук, доц., А.Г.Ренкас

(Львівський державний ун-т безпеки життєдіяльності МНС України, м. Львів)

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ I. Розрахунки на міцність, жорсткість та стійкість елементів конструкцій технічних об'єктів та деталей машин.....	6
Тема 1. Розтяг і стиск стержнів та стержневих систем.....	6
Тема 2. Розрахунок на міцність при складних напружених станах	30
Тема 3. Геометричні характеристики поперечних перерізів стержнів.....	39
Тема 4. Зсув.....	48
Тема 5. Заклепкові з'єднання.....	54
Тема 6. Зварні з'єднання.....	66
Тема 7. Шпонкові та шліцеві з'єднання.....	82
Тема 8. Різьбові з'єднання.....	99
Тема 9. Кручення.....	114
Тема 10. Прямий згин балки.....	125
Тема 11. Складний опір.....	141
Тема 12. Енергетичні способи визначення переміщень. Розрахунок статично невизначених систем методом сил.....	165
Тема 13. Розрахунок стержнів на стійкість.....	176
Тема 14. Динамічні задачі.....	184
Тема 15. Розрахунок тонкостінних оболонок.....	194
Тема 16. Розрахунок на міцність при повторно-змінних напруженнях.....	200
Тема 17. Вали та осі.....	206
Тема 18. Контактні напруження.....	222
Тема 19. Опори валів та осей.....	226
Розділ II. Розрахунки і конструювання механічних передач загального призначення для технічних об'єктів.....	236
Тема 20. Кінематичний та силовий розрахунок приводу.....	236
Тема 21. Фрикційні передачі.....	245
Тема 22. Пасові передачі.....	255
Тема 23. зубчасті передачі.....	274
Тема 24. Черв'ячні передачі.....	301
Тема 25. Ланцюгові передачі.....	325
Тема 26. Передача гвинт-гайка.....	339
Список використаної та рекомендованої літератури.....	346
Додатки.....	357

Вступ

Створення сучасних технічних об'єктів, забезпечення належних умов їх експлуатації, механізація і автоматизація виробництв пов'язані з потребою підготовки кваліфікованих фахівців. Така підготовка можлива при належному засвоєнні фундаментальних і загальноінженерних дисциплін, однією з яких є «Прикладна механіка».

Для успішного вивчення навчального матеріалу прикладної механіки та знання її теоретичних положень, необхідно мати вміння і навички для розв'язування задач, які пов'язані зі створенням технічних об'єктів або забезпеченням оптимальних умов експлуатації існуючих. Практика показує, що розв'язування задач є однією з проблем, яка виникає при вивченні дисципліни.

«Збірник задач з прикладної механіки» є навчальним посібником для вивчення теоретичного матеріалу, містить систематизований підбір задач і вправ по всіх основних розділах курсу «Прикладна механіка», які передбачені програмою для немеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів III і IV рівня акредитації. Поряд з класичними задачами в нього включені оригінальні задачі і приклади, пов'язані з практикою експлуатації інженерної техніки. Пропонований посібник може бути використаний і для навчання спеціалістів інших напрямків підготовки. Матеріал в посібнику подано так, що залежно від напрямку підготовки та часу, відведеного на вивчення дисципліни, можна вибрати ті чи інші теми, які є найбільш характерними для даної спеціальності.

Посібник складається з двох розділів: «Розрахунки на міцність, жорсткість та стійкість елементів конструкцій технічних об'єктів та деталей машин» та «Розрахунки і конструювання деталей машин загального призначення для технічних об'єктів». Ці два розділи містять 26 тем. На початку кожної теми, на відміну від більшості подібних збірників, подаються короткі викладення основних теоретичних положень і формул та наводиться загальний план розв'язку задач даного типу. Після цього наведені умови задач. Для окремих складних типових задач наведена методика їх розв'язування. Переважна більшість поданих в збірнику задач мають відповіді. Виключення складають ті задачі з розділу розрахунку і конструювання, в яких можливі декілька варіантів розв'язків.

Викладення матеріалу супроводжується поданням всіх необхідних для розв'язування задач довідкових матеріалів, таблиць і графіків.

Загальна редакція навчального посібника здійснена професором Е.М.Гулідою. Перший розділ посібника підготував доцент І.М.Ольховий, за винятком тем 5-8, які разом з другим розділом підготувала доцент Л.Ф.Дзюба. Автори висловлюють вдячність курсанту Львівського державного університету безпеки життєдіяльності Роману Кузику за технічну допомогу у підготовці посібника до друку.

Розділ 1

Розрахунки на міцність, жорсткість та стійкість елементів
конструкцій технічних об'єктів та деталей машин**Тема 1. Розтяг і стиск стержнів та стержневих систем**
Теоретична довідка

Розтяг або *стиск* прямого стержня викликається навантаженням, рівнодійна якого напрямлена вздовж осі стержня. Під дією прикладених зовнішніх сил в поперечних перерізах стержня виникають внутрішні сили – *поздовжні сили* N . Для визначення цих сил використовують метод перерізів. Згідно з цим методом стержень умовно розрізають січною площиною у довільному поперечному перерізі на дві частини, одну з яких відкидають. Дію відкинutoї частини на ту, що залишилась, замінюють осьюовою поздовжньою силою N . Для визначення сили N складають рівняння рівноваги.

Таким способом можна визначити поздовжню силу N в будь-якій точці, проводячи кожний раз новий переріз. Виходячи з методу перерізів, можна одержати загальне правило для визначення N у довільному перерізі стержня:

- *поздовжня сила* N у довільному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь стержня всіх зовнішніх сил, розміщених з одного боку від перерізу. При цьому, зовнішні сили, що напрямлені від перерізу (на розтяг) вважають додатними, а ті, що до перерізу (на стиск), – від'ємними.

Для наочного зображення закону розподілу поздовжніх сил N по довжині стержня будують графік зміни цих сил, на якому знайдені сили відкладають в масштабі у вигляді відрізків, перпендикулярних до осі стержня. Ці графіки називають *епюрами поздовжніх сил*. Вони використовуються для встановлення *небезпечних перерізів* стержнів, в яких слід перевірити міцність.

У поперечних перерізах стержня виникають *нормальні напруження* σ , які визначають за формулою

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

У перерізах стержня, нормаль до яких нахилена до осі стержня під кутом α , виникають одночасно нормальні (σ) і дотичні (τ) напруження, які визначають за формулами

$$\sigma_n = \sigma_0 \cos^2 \alpha, \quad \tau_n = \frac{\sigma_0}{2} \cos 2\alpha.$$

Під дією сил, що розтягують чи стискають стержень, він *видовжується* або *вкорочується*. Це видовження або вкорочення стержня Δl згідно з законом Гука

$$\Delta l = \frac{F l}{E A},$$

де $\Delta l = l_1 - l$ – абсолютне видовження стержня; E – стала матеріалу (модуль Юнга), для сталі $E = 2 \cdot 10^5 \text{ тн/см}^2 = 2 \cdot 10^4 \text{ ед} / \text{мм}^2$; A – початкова площа поперечного перерізу стержня.

Видовження чи вкорочення ділянки стержня завдовжки l , на якій виникає сила $N = \text{const}$, визначають за формулою

$$\Delta l = \frac{N l}{E A}.$$

Якщо на ділянці стержня виникає змінна сила $N = N(x)$, то

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(x)}{E \cdot A} dx.$$

Формулу закону Гука також можна записати у вигляді:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,$$

де $\sigma = \frac{N}{A}$ – нормальне напруження в поперечному перерізі; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – *поздовжня лінійна деформація* стержня.

Одночасно з поздовжньою деформацією у стержні виникає поперечна деформація, яку визначають за формулою

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon,$$

де μ – коефіцієнт Пуассона. Для сталей $0,25 \leq \mu \leq 0,33$.

Умова міцності при розтягу або стиску має вигляд

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

де $\sigma_{\max} = \max \left| \frac{N}{A} \right|$ – найбільше за абсолютною величиною напруження в небезпечному перерізі стержня; $[\sigma]$ – допустиме напруження. Умову міцності можна записати у вигляді

$$\max \left| \frac{N}{A} \right| \leq [\sigma].$$

Якщо площа поперечного перерізу A стержня є постійною, то

умова набирає вигляду

$$\frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma].$$

Умову міцності використовують для розв'язування *трьох основних типів задач розрахунку стержнів на міцність*:

1. При відомому навантаженні (відоме N) і для заданого матеріалу (відоме $[\sigma]$) підібрати розміри поперечних перерізів:

$$A \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}.$$

2. При відомих розмірах поперечних перерізів (відомі A) і для заданого матеріалу (відоме $[\sigma]$) підібрати допустиму поздовжню силу

$$[N]_{\text{дон}} = A \cdot [\sigma],$$

а, отже, і допустиме навантаження на стержень.

3. При відомих розмірах поперечних перерізів A , для матеріалу з заданим $[\sigma]$ і відомому навантаженні перевірити міцність стержнів.

$$\sigma_{\max} = \max \left| \frac{N}{A} \right| \leq [\sigma].$$

Дуже часто зустрічаються елементи конструкцій, що працюють на розтяг або стиск, у вигляді не окремих стержнів, а таких, що з'єднані між собою в системи за допомогою шарнірів. Такі системи називають *стержневими системами*. Залежно від кількості стержнів у системі та способу їх з'єднання, системи можуть бути *статично означені* або *статично неозначені*. Якщо система така, що невідомі поздовжні сили в стержнях можна визначити, використавши лише рівняння рівноваги, то вона є *статично означена*. Для визначення невідомих поздовжніх сил у стержнях такої системи використовують метод перерізів. Розрахунок на міцність виконують за умовою міцності.

Стержні та шарнірно-стержневі системи, поздовжні сили в яких неможливо визначити за допомогою лише рівнянь статки, називають *статично неозначеними*. Для розрахунку таких систем необхідно складати додаткові рівняння – *рівняння сумісності деформацій*, що враховують характер деформацій.

Кількість додаткових рівнянь, що необхідно скласти для розрахунку стержневої конструкції, характеризує *ступінь її статичної неозначеності*. Їх завжди можна скласти стільки, скільки необхідно для розв'язування задачі. Для складання цих рівнянь враховують те, що в

конструкції стержні не можуть видовжуватись незалежно.

Коли в статично означених системах зусилля в стержнях можуть виникати лише внаслідок дії на систему зовнішнього навантаження, то в статично неорнаєних системах зусилля виникають і за відсутності зовнішніх сил - від зміни температури середовища, неточності виготовлення окремих елементів. Видовження стержнів статично неозначених систем при зміні температури стержнів визначають за формулою

$$\Delta l = \alpha \cdot \Delta t \cdot l + \frac{N_l l}{EA},$$

де $\alpha, \Delta t$ - відповідно коефіцієнт температурного розширення матеріалу стержнів і зміна температури; N_l - зусилля в стержнях системи, які виникають унаслідок того, що стержні не можуть вільно деформуватись.

Послідовність розрахунку статично невизначених систем

1. Визначають ступінь статичної невизначеності задачі.
2. Використавши метод перерізів, складають рівняння рівноваги.
3. Розглядаючи систему в деформованому стані, встановлюють зв'язки між переміщеннями окремих елементів та складають рівняння сумісності деформацій.

4. Виражають у рівняннях сумісності деформацій переміщення через зусилля.

5. Розв'язавши сумісно рівняння статички та перетворені рівняння сумісності деформацій, визначають зусилля в стержнях.

6. Використавши умову міцності, розв'язують поставлену задачу розрахунку на міцність.

Задачі

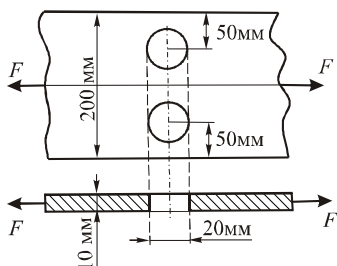
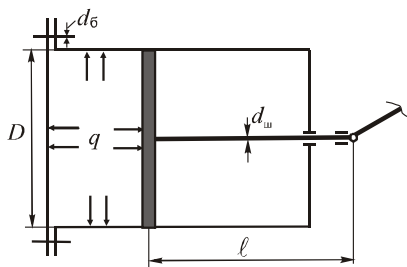


Рис. 1.1

1.1. Сталева пластина з отворами під заклепки (рис. 1.1) розтягнута осьовими силами $F=140$ кН. Визначити середню величину напружень у небезпечному перерізі.

Відповідь: $\sigma=87,5$ МПа.



1.2. Поршень циліндра машини (рис. 1.2) має діаметр $D=40$ см, діаметр штока поршня $d_{ш}=5,6$ см, болти, що кріплять днище

циліндра, $d_6=1,0$ см. Матеріал штока та болтів – сталь. Модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа. Тиск $q=2$ МПа (20 атм). Визначити: а) найбільше напруження в штоці, вважаючи, що осьова сила в ньому дорівнює силі, що діє на поршень; б) необхідну кількість болтів, якщо $[\sigma]_6 = 160$ МПа = 16 кН/см^2 .

Рис. 1.2

Відповідь: $\sigma_{ш}=94,2$ МПа, $n_6=20$.

1.3. До нижнього кінця канату, верхній кінець якого закріплений, підвішений вантаж вагою $G=75$ кН. Канат складається з дротинок діаметром $d=2$ мм, допустиме напруження для яких $[\sigma]=300$ МПа. З якої кількості дротинок повинен бути складений канат?

Відповідь: 80 дротинок.

1.4. Дерев'яний стовп має поперечний переріз 20×20 см і довжину $l=5$ м. Допустиме напруження для матеріалу стовпа $[\sigma]=10$ МПа. Яке найбільше навантаження стиску F може витримати стовп і яке при цьому виникне вкорочення стовпа, якщо модуль пружності дерева $E=1 \cdot 10^4$ МПа?

Відповідь: $F = 400$ кН, $\Delta l=0,5$ см.

1.5. Сталева колона кільцевого поперечного перерізу стискається силою $F=4000$ кН. Зовнішній діаметр колони 40 см. Визначити необхідну товщину стінки, якщо допустиме напруження сталі на стиск $[\sigma]=150$ МПа.

Відповідь: $\delta=22,5$ мм.

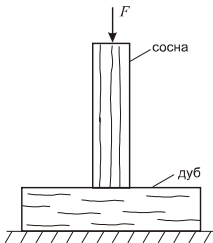


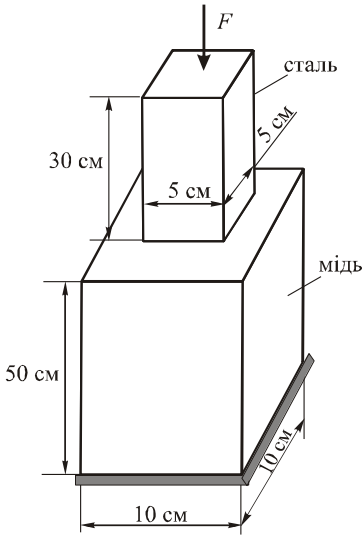
Рис. 1.3

1.6. Сосновий стовп (рис. 1.3) перерізом 10×20 см, що навантажений силою F , спирається на дубову основу. Допустиме напруження для сосни – 10 МПа, а для дуба (при стиску поперек волокон) – 5 МПа. Визначити допустиме значення сили F .

Відповідь: $F_{дон}=100$ кН.

1.7. Сталевий дрід з початковим діаметром 20 мм під дією навантаження звужився і його діаметр зменшився до 19,98 мм. Визначити напруження в дроті, якщо модуль пружності сталі та коефіцієнт Пуассона дорівнюють $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,3$.

Відповідь: $\sigma=666,7$ МПа.



1.8. Сталевий стержень довжиною $l=2$ м і діаметром $d=50$ мм під дією розтягувальної сили видовжився на $0,75$ мм. Визначити силу, що розтягує стержень, і напруження в поперечному перерізі стержня, якщо модуль пружності матеріалу стержня $E=2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $F=147,2$ кН, $\sigma=75$ МПа.

1.9. Під дією сили F стержень, що складається з сталеві та мідної частин, вкоротився на $0,3$ мм. Розміри частин стержня показані на рис. 1.4. Знайти величину сили F , яка стискає стержень, якщо модулі пружності дорівнюють: $E_c=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_m=1 \cdot 10^5$ МПа.

Рис. 1.4

Відповідь: $F=2727$ кН.

1.10. Визначити напруження в усіх характерних перерізах двох дерев'яних стояків з перерізом 10×10 см, кожний з яких навантажений так, як показано на рис. 1.5.

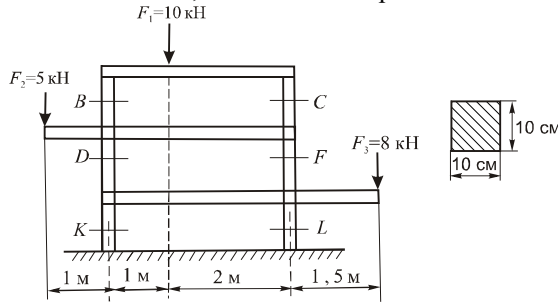


Рис. 1.5

Розв'язок

Використавши метод перерізів, визначаємо поздовжні сили в характерних перерізах стояків. Провівши умовний переріз через точки B і C , відкинувши нижню частину та розмістивши в місці перерізів невідомі сили N_B , N_C , складаємо для визначення цих сил рівняння рівноваги

$$\sum M_B = 0; N_C \cdot 3 - 10 \cdot 1 = 0. \text{ Звідси } N_C = 3,33 \text{ кН.}$$

$$\sum M_C = 0; N_B \cdot 3 - 10 \cdot 2 = 0. \text{ Звідси } N_B = 6,66 \text{ кН.}$$

Аналогічно визначаємо сили в інших точках. Для перерізу, що проходить через точки D , F , дістаємо

$$\sum M_F = 0; N_D \cdot 3 - 10 \cdot 2 - 5 \cdot 4 = 0; N_D = 13,33 \text{ кН.}$$

$$\sum M_D = 0; N_F \cdot 3 - 10 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 0; N_F = 1,66 \text{ кН.}$$

Для перерізу, що проходить через точки K , L ,

$$\sum M_K = 0; N_L \cdot 3 - 8 \cdot 4,5 - 10 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 0; N_L = 13,66 \text{ кН.}$$

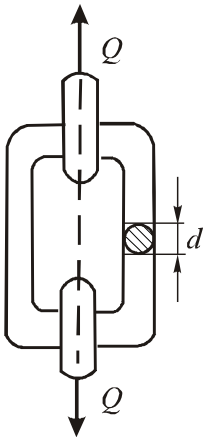
$$\sum M_L = 0; N_K \cdot 3 + 8 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2 - 5 \cdot 4 = 0; N_K = 9,33 \text{ кН.}$$

Напруження в точках визначаємо за формулою $\sigma = N / A$. Площа поперечного перерізу стоек $A = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$. Тоді:

$$\sigma_B = 6,66/100 = 0,066 \text{ кН/см}^2 = 0,66 \text{ МПа}; \sigma_C = 3,33/100 = 0,033 \text{ кН/см}^2 = 0,33 \text{ МПа};$$

$$\sigma_D = 13,33/100 = 1,33 \text{ МПа}; \sigma_F = 1,66/100 = 0,17 \text{ МПа};$$

$$\sigma_K = 9,33/100 = 0,93 \text{ МПа}; \sigma_L = 13,66/100 = 1,37 \text{ МПа.}$$



1.11. Визначити діаметр d дроту сталевого ланцюга (рис. 1.6) для підймання вантажу вагою $Q = 20 \text{ кН}$, якщо границя міцності матеріалу ланцюга $\sigma_{\text{мц}} = 400 \text{ МПа}$, а коефіцієнт запасу міцності дорівнює 8. Під час розрахунку враховувати тільки напруження від поздовжньої сили N .

Рис. 1.6

Відповідь: $d = 16 \text{ мм}$.

1.12. Визначити поздовжні сили на всіх ділянках показаного на рис. 1.7, а сталевго стержня та побудувати епюру поздовжніх сил. Знайти напруження і деформацію на ділянках та визначити повну деформацію стержня, якщо площа його поперечного перерізу $A = 10 \text{ см}^2$.

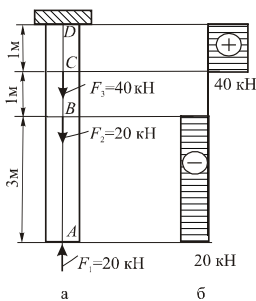


Рис. 1.7

З рівнянь рівноваги знаходимо:

$$N_{AB} = -20 \text{ кН}, N_{BC} = -20 + 20 = 0, N_{CD} = -20 + 20 + 40 = 40 \text{ кН.}$$

За отриманими даними будуємо епюру поздовжніх сил, яка показана на рис. 1.7, б.

Розв'язок

Поздовжні сили на ділянках стержня визначаємо методом перерізів. Уявно розрізаємо стержень на ділянках AB , BC , CD та відкидаємо закріплену частину (щоб не визначати опорних реакцій в закріпленні) і розглядаємо рівновагу залишеної частини під дією прикладеного навантаження та поставленої в перерізі невідомої поздовжньої сили N .

Напруження на ділянках, які визначаємо за формулою $\sigma = N / A$, дорівнюють:

$$\sigma_{AB} = -20 / 10 = -2 \text{ кН/см}^2 = -20 \text{ МПа}, \sigma_{BC} = 0, \sigma_{CD} = 40 / 10 = 4 \text{ кН/см}^2 = 40 \text{ МПа}.$$

Деформації (видовження чи вкорочення) ділянок, які визначаємо за законом Гука

$$\Delta l = Nl / EA,$$

дорівнюють:

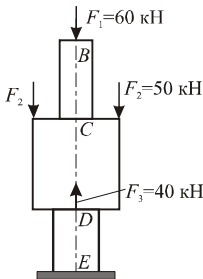
$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EA} = - \frac{20 \text{ кН} \cdot 3000 \text{ мм}}{2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 \cdot 10 \text{ см}^2} = -0,3 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{BC} = 0, \quad \Delta l_{CD} = \frac{40 \cdot 1000}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} = 0,2 \text{ мм}.$$

Повна деформація стержня

$$\Delta l = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} = -0,1 \text{ мм}.$$

Стержень вкоротився на 0,1 мм.



1.13. Підібрати розміри квадратних поперечних перерізів ділянок стержня, що показаний на рис. 1.8, якщо допустиме напруження для матеріалу стержня $[\sigma] = 50$ МПа. Значення прикладених до стержня сил: $F_1 = 60$ кН, $F_2 = 50$ кН, $F_3 = 40$ кН.

Рис. 1.8

Відповідь: $a_{BC} = 3,5$ см, $a_{CD} = 5,7$ см, $a_{DE} = 4,9$ см.

1.14. Визначити величину допустимого навантаження F на ступінчастий стержень (рис. 1.9) з круглими поперечними перерізами, діаметри яких $d_1 = 6$ см, $d_2 = 2$ см, $d_3 = 5$ см.

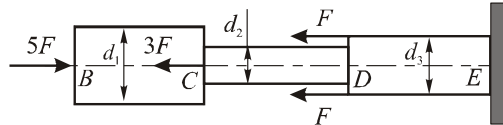


Рис. 1.9.

Допустиме напруження для матеріалу стержня $[\sigma] = 50$ МПа.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 7,85$ кН.

1.15. На сталевий ступінчастий стержень круглого перерізу (рис. 1.10) діють сили: $F_1=20$ кН, $F_2=50$ кН, $F_3=30$ кН. Діаметри $d_1=20$ мм, $d_2=40$ мм, $d_3=30$ мм. Побудувати епюри поздовжніх сил і напружень. Перевірити міцність, якщо $[\sigma]=160$ МПа. Власною вагою стержня знехтувати.

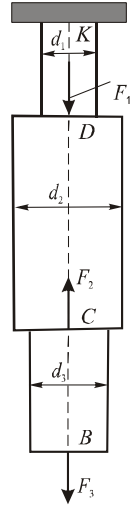


Рис. 1.10

Відповідь: $\sigma_{max}=\sigma_{BC}=42,5$ МПа $< [\sigma]$. Умова міцності виконується.

1.16. Для стержнів, схеми яких показані на рис.1.11, а, б, в, г, побудувати епюри поздовжніх сил, визначити напруження на ділянках стержня та перевірити міцність при таких даних:

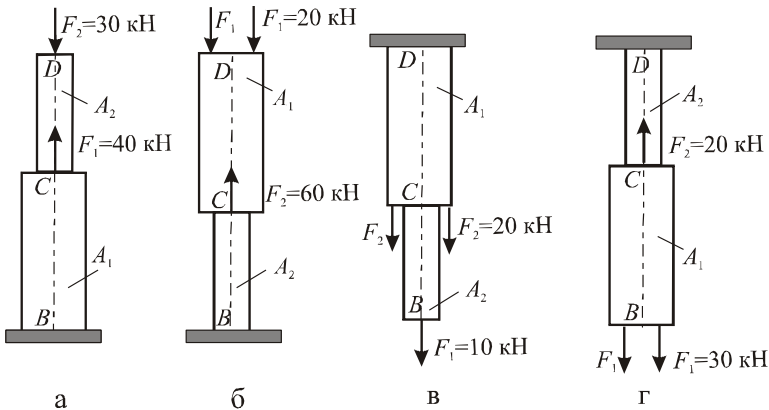


Рис. 1.11

схема а: $A_1=5$ см², $A_2=2$ см², $[\sigma]=120$ МПа;

схема б: $A_1=4$ см², $A_2=3$ см², $[\sigma]=150$ МПа;

схема в: $A_1=6$ см², $A_2=3$ см², $[\sigma]=160$ МПа;

схема г: $A_1=5$ см², $A_2=4$ см², $[\sigma]=100$ МПа.

Відповідь:

схема а: $\sigma_{AB} = -150$ МПа, $\sigma_{BC} = 20$ МПа; умова міцності не виконується;

схема б: $\sigma_{AB} = -100$ МПа, $\sigma_{BC} = 66,6$ МПа; умова міцності виконується;

схема в: $\sigma_{AB} = 33,3$ МПа, $\sigma_{BC} = 83,3$ МПа; умова міцності виконується;

схема г: $\sigma_{AB} = 125$ МПа, $\sigma_{BC} = 100$ МПа; умова міцності не виконується.

1.17. Для стержнів, схеми яких показані на рис. 1.12 а, б, в, побудувати епюри поздовжніх сил, визначити деформації окремих ділянок та деформацію стержня загалом при таких даних:

схема а: $a=5$ м, $b=3$ м, $A_1=1$ см², $A_2=2$ см², модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа;

схема б: $a=8$ м, $b=4$ м, $A_1=2$ см², $A_2=3$ см², модуль пружності $E=1 \cdot 10^5$ МПа;

схема г: $a=10$ м, $b=4$ м, $A_1=2$ см², $A_2=4$ см², модуль пружності $E=1,5 \cdot 10^5$ МПа.

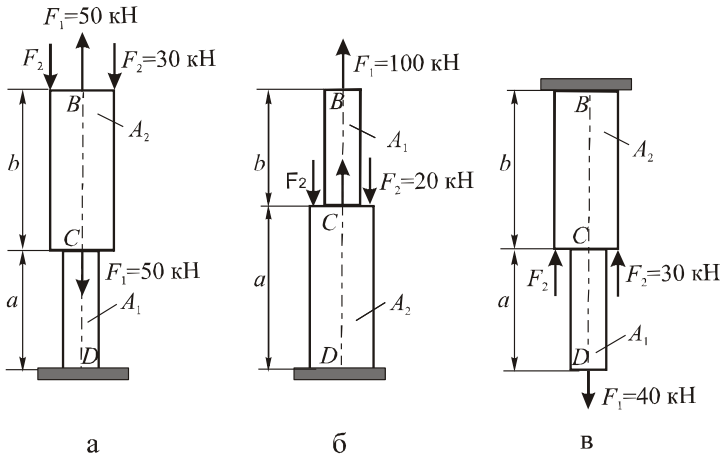


Рис. 1.12

Відповідь: схема а: $\Delta l_{AB} = -0,75$ мм, $\Delta l_{BC} = -15$ мм, $\Delta l = -15,75$ мм;

схема б: $\Delta l_{AB} = 20$ мм, $\Delta l_{BC} = 16$ мм, $\Delta l = 36$ мм;

схема в: $\Delta l_{AB} = 13,3$ мм, $\Delta l_{BC} = -1,3$ мм, $\Delta l = 12,0$ мм.

1.18. Ступінчастий стовп квадратного поперечного перерізу висотою 20 м, що має три ділянки з довжинами 5 м, 5 м і 10 м,

навантажений силами $F_1=200$ кН, $F_2=100$ кН і $F_3=50$ кН (рис. 1.13, а). Розміри перерізів на ділянках $a_{BC}=50$ см, $a_{CD}=60$ см, $a_{DK}=70$ см. Питома вага матеріалу стовпа $\gamma=2 \cdot 10^{-5}$ кН/см³. Модуль пружності матеріалу $E=2 \cdot 10^3$ МПа. Потрібно побудувати епюру поздовжніх сил, визначити напруження в характерних перерізах стовпа, знайти деформації ділянок та побудувати епюру переміщень.

Розв'язок

Для визначення величини поздовжніх сил врахуємо вплив на їх величину розподіленого навантаження, зв'язаного з власною вагою матеріалу стержня. Розрахункова схема в цьому випадку матиме вигляд, що показаний на рис.1.13, б. Величини інтенсивності розподіленого навантаження на ділянках стовпа, що визначають за формулою $q_i = \gamma \cdot A_i$, дорівнюють:

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кН}}{\text{см}^3} \cdot 50^2 \text{ см}^2 = 0,05 \frac{\text{кН}}{\text{см}} = 5 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, \quad q_2 = 7,2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, \quad q_3 = 9,8 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

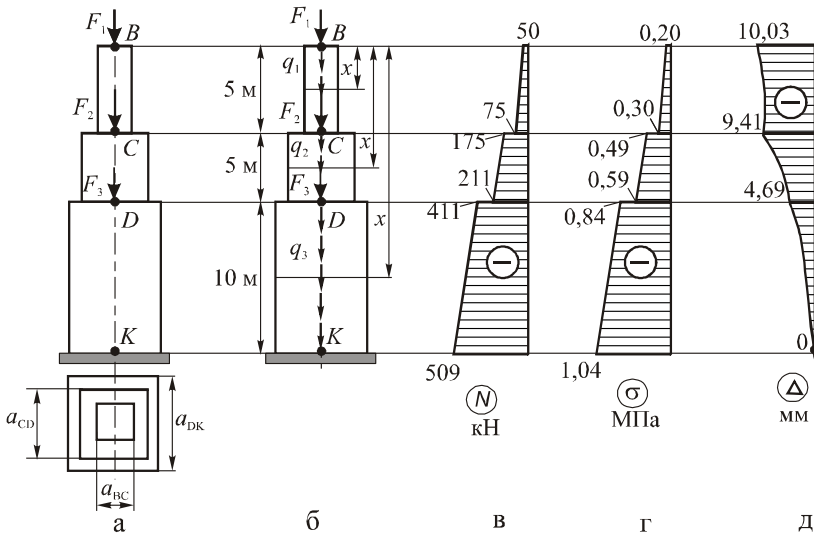


Рис. 1.13

Складаємо вирази для поздовжніх сил на ділянках стовпа.

Ділянка BC ($0 \leq x \leq 5$ м):

$$N_{BC}(x) = -F_3 - q_1 \cdot x = -50 - 5x,$$

$$N_B = N(0) = -50 \text{ кН},$$

$$N_C = N(5) = -75 \text{ кН}.$$

Е.М. Гуліда, І.М. Ольховий, Л.Ф. Дзюба

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ

За редакцією Е.М.Гуліди

*Затверджено Міністерством освіти і науки
України як навчальний посібник
для вищих навчальних закладів*

Л ь в і в 2 0 1 1

Гуліда Е.М., Ольховий І.М., Дзюба Л.Ф. Збірник задач з прикладної механіки: Навчальний посібник/ За ред. Е.М.Гуліди. – Львів: ЛДУ БЖД, 2011. – 328 с.

Рецензенти:

д-р.техн.наук, проф. Є.М. Лютий

(Нац. лісотехн.ун-т України, м. Львів)

канд. техн. наук, доц., А.Г.Ренкас

(Львівський державний ун-т безпеки життєдіяльності МНС України, м. Львів)

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ I. Розрахунки на міцність, жорсткість та стійкість елементів конструкцій технічних об'єктів та деталей машин.....	6
Тема 1. Розтяг і стиск стержнів та стержневих систем.....	6
Тема 2. Розрахунок на міцність при складних напружених станах	30
Тема 3. Геометричні характеристики поперечних перерізів стержнів.....	39
Тема 4. Зсув.....	48
Тема 5. Заклепкові з'єднання.....	54
Тема 6. Зварні з'єднання.....	66
Тема 7. Шпонкові та шліцеві з'єднання.....	82
Тема 8. Різьбові з'єднання.....	99
Тема 9. Кручення.....	114
Тема 10. Прямий згин балки.....	125
Тема 11. Складний опір.....	141
Тема 12. Енергетичні способи визначення переміщень. Розрахунок статично невизначених систем методом сил.....	165
Тема 13. Розрахунок стержнів на стійкість.....	176
Тема 14. Динамічні задачі.....	184
Тема 15. Розрахунок тонкостінних оболонок.....	194
Тема 16. Розрахунок на міцність при повторно-змінних напруженнях.....	200
Тема 17. Вали та осі.....	206
Тема 18. Контактні напруження.....	222
Тема 19. Опори валів та осей.....	226
Розділ II. Розрахунки і конструювання механічних передач загального призначення для технічних об'єктів.....	236
Тема 20. Кінематичний та силовий розрахунок приводу.....	236
Тема 21. Фрикційні передачі.....	245
Тема 22. Пасові передачі.....	255
Тема 23. Зубчасті передачі.....	274
Тема 24. Черв'ячні передачі.....	301
Тема 25. Ланцюгові передачі.....	325
Тема 26. Передача гвинт-гайка.....	339
Список використаної та рекомендованої літератури.....	346
Додатки.....	357

Вступ

Створення сучасних технічних об'єктів, забезпечення належних умов їх експлуатації, механізація і автоматизація виробництв пов'язані з потребою підготовки кваліфікованих фахівців. Така підготовка можлива при належному засвоєнні фундаментальних і загальноінженерних дисциплін, однією з яких є «Прикладна механіка».

Для успішного вивчення навчального матеріалу прикладної механіки та знання її теоретичних положень, необхідно мати вміння і навички для розв'язування задач, які пов'язані зі створенням технічних об'єктів або забезпеченням оптимальних умов експлуатації існуючих. Практика показує, що розв'язування задач є однією з проблем, яка виникає при вивченні дисципліни.

«Збірник задач з прикладної механіки» є навчальним посібником для вивчення теоретичного матеріалу, містить систематизований підбір задач і вправ по всіх основних розділах курсу «Прикладна механіка», які передбачені програмою для немеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів III і IV рівня акредитації. Поряд з класичними задачами в нього включені оригінальні задачі і приклади, пов'язані з практикою експлуатації інженерної техніки. Пропонований посібник може бути використаний і для навчання спеціалістів інших напрямків підготовки. Матеріал в посібнику подано так, що залежно від напрямку підготовки та часу, відведеного на вивчення дисципліни, можна вибрати ті чи інші теми, які є найбільш характерними для даної спеціальності.

Посібник складається з двох розділів: «Розрахунки на міцність, жорсткість та стійкість елементів конструкцій технічних об'єктів та деталей машин» та «Розрахунки і конструювання деталей машин загального призначення для технічних об'єктів». Ці два розділи містять 26 тем. На початку кожної теми, на відміну від більшості подібних збірників, подаються короткі викладення основних теоретичних положень і формул та наводиться загальний план розв'язку задач даного типу. Після цього наведені умови задач. Для окремих складних типових задач наведена методика їх розв'язування. Переважна більшість поданих в збірнику задач мають відповіді. Виключення складають ті задачі з розділу розрахунку і конструювання, в яких можливі декілька варіантів розв'язків.

Викладення матеріалу супроводжується поданням всіх необхідних для розв'язування задач довідкових матеріалів, таблиць і графіків.

Загальна редакція навчального посібника здійснена професором Е.М.Гулідою. Перший розділ посібника підготував доцент І.М.Ольховий, за винятком тем 5-8, які разом з другим розділом підготувала доцент Л.Ф.Дзюба. Автори висловлюють вдячність курсанту Львівського державного університету безпеки життєдіяльності Роману Кузику за технічну допомогу у підготовці посібника до друку.

Розділ 1

Розрахунки на міцність, жорсткість та стійкість елементів конструкцій технічних об'єктів та деталей машин

Тема 1. Розтяг і стиск стержнів та стержневих систем **Теоретична довідка**

Розтяг або *стиск* прямого стержня викликається навантаженням, рівнодійна якого напрямлена вздовж осі стержня. Під дією прикладених зовнішніх сил в поперечних перерізах стержня виникають внутрішні сили – *поздовжні сили* N . Для визначення цих сил використовують метод перерізів. Згідно з цим методом стержень умовно розрізають січною площиною у довільному поперечному перерізі на дві частини, одну з яких відкидають. Дію відкинutoї частини на ту, що залишилась, замінюють осьюовою поздовжньою силою N . Для визначення сили N складають рівняння рівноваги.

Таким способом можна визначити поздовжню силу N в будь-якій точці, проводячи кожний раз новий переріз. Виходячи з методу перерізів, можна одержати загальне правило для визначення N у довільному перерізі стержня:

- *поздовжня сила* N у довільному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь стержня всіх зовнішніх сил, розміщених з одного боку від перерізу. При цьому, зовнішні сили, що напрямлені від перерізу (на розтяг) вважають додатними, а ті, що до перерізу (на стиск), – від'ємними.

Для наочного зображення закону розподілу поздовжніх сил N по довжині стержня будують графік зміни цих сил, на якому знайдені сили відкладають в масштабі у вигляді відрізків, перпендикулярних до осі стержня. Ці графіки називають *епюрами поздовжніх сил*. Вони використовуються для встановлення *небезпечних перерізів* стержнів, в яких слід перевірити міцність.

У поперечних перерізах стержня виникають *нормальні напруження* σ , які визначають за формулою

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

У перерізах стержня, нормаль до яких нахилена до осі стержня під кутом α , виникають одночасно нормальні (σ) і дотичні (τ) напруження, які визначають за формулами

$$\sigma_n = \sigma_0 \cos^2 \alpha, \quad \tau_n = \frac{\sigma_0}{2} \cos 2\alpha.$$

Під дією сил, що розтягують чи стискають стержень, він *видовжується* або *вкорочується*. Це видовження або вкорочення стержня Δl згідно з законом Гука

$$\Delta l = \frac{F l}{E A},$$

де $\Delta l = l_1 - l$ – абсолютне видовження стержня; E – стала матеріалу (модуль Юнга), для сталі $E = 2 \cdot 10^5 \text{ тн/см}^2 = 2 \cdot 10^4 \text{ ед} / \text{см}^2$; A – початкова площа поперечного перерізу стержня.

Видовження чи вкорочення ділянки стержня завдовжки l , на якій виникає сила $N = \text{const}$, визначають за формулою

$$\Delta l = \frac{N l}{E A}.$$

Якщо на ділянці стержня виникає змінна сила $N = N(x)$, то

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(x)}{E \cdot A} dx.$$

Формулу закону Гука також можна записати у вигляді:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,$$

де $\sigma = \frac{N}{A}$ – нормальне напруження в поперечному перерізі; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – *поздовжня лінійна деформація* стержня.

Одночасно з поздовжньою деформацією у стержні виникає поперечна деформація, яку визначають за формулою

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon,$$

де μ – коефіцієнт Пуассона. Для сталей $0,25 \leq \mu \leq 0,33$.

Умова міцності при розтягу або стиску має вигляд

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

де $\sigma_{\max} = \max \left| \frac{N}{A} \right|$ – найбільше за абсолютною величиною напруження в небезпечному перерізі стержня; $[\sigma]$ – допустиме напруження. Умову міцності можна записати у вигляді

$$\max \left| \frac{N}{A} \right| \leq [\sigma].$$

Якщо площа поперечного перерізу A стержня є постійною, то

умова набирає вигляду

$$\frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma].$$

Умову міцності використовують для розв'язування *трьох основних типів задач розрахунку стержнів на міцність*:

1. При відомому навантаженні (відоме N) і для заданого матеріалу (відоме $[\sigma]$) підібрати розміри поперечних перерізів:

$$A \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}.$$

2. При відомих розмірах поперечних перерізів (відомі A) і для заданого матеріалу (відоме $[\sigma]$) підібрати допустиму поздовжню силу

$$[N]_{\text{дон}} = A \cdot [\sigma],$$

а, отже, і допустиме навантаження на стержень.

3. При відомих розмірах поперечних перерізів A , для матеріалу з заданим $[\sigma]$ і відомому навантаженні перевірити міцність стержнів.

$$\sigma_{\max} = \max \left| \frac{N}{A} \right| \leq [\sigma].$$

Дуже часто зустрічаються елементи конструкцій, що працюють на розтяг або стиск, у вигляді не окремих стержнів, а таких, що з'єднані між собою в системи за допомогою шарнірів. Такі системи називають *стержневими системами*. Залежно від кількості стержнів у системі та способу їх з'єднання, системи можуть бути *статично означені* або *статично неозначені*. Якщо система така, що невідомі поздовжні сили в стержнях можна визначити, використавши лише рівняння рівноваги, то вона є *статично означена*. Для визначення невідомих поздовжніх сил у стержнях такої системи використовують метод перерізів. Розрахунок на міцність виконують за умовою міцності.

Стержні та шарнірно-стержневі системи, поздовжні сили в яких неможливо визначити за допомогою лише рівнянь статки, називають *статично неозначеними*. Для розрахунку таких систем необхідно складати додаткові рівняння – *рівняння сумісності деформацій*, що враховують характер деформацій.

Кількість додаткових рівнянь, що необхідно скласти для розрахунку стержневої конструкції, характеризує *ступінь її статичної неозначеності*. Їх завжди можна скласти стільки, скільки необхідно для розв'язування задачі. Для складання цих рівнянь враховують те, що в

конструкції стержні не можуть видовжуватись незалежно.

Коли в статично означених системах зусилля в стержнях можуть виникати лише внаслідок дії на систему зовнішнього навантаження, то в статично неорнаєних системах зусилля виникають і за відсутності зовнішніх сил - від зміни температури середовища, неточності виготовлення окремих елементів. Видовження стержнів статично неозначених систем при зміні температури стержнів визначають за формулою

$$\Delta l = \alpha \cdot \Delta t \cdot l + \frac{N_l l}{EA},$$

де $\alpha, \Delta t$ - відповідно коефіцієнт температурного розширення матеріалу стержнів і зміна температури; N_l - зусилля в стержнях системи, які виникають унаслідок того, що стержні не можуть вільно деформуватись.

Послідовність розрахунку статично невизначених систем

1. Визначають ступінь статичної невизначеності задачі.
2. Використавши метод перерізів, складають рівняння рівноваги.
3. Розглядаючи систему в деформованому стані, встановлюють зв'язки між переміщеннями окремих елементів та складають рівняння сумісності деформацій.
4. Виражають у рівняннях сумісності деформацій переміщення через зусилля.
5. Розв'язавши сумісно рівняння статички та перетворені рівняння сумісності деформацій, визначають зусилля в стержнях.
6. Використавши умову міцності, розв'язують поставлену задачу розрахунку на міцність.

Задачі

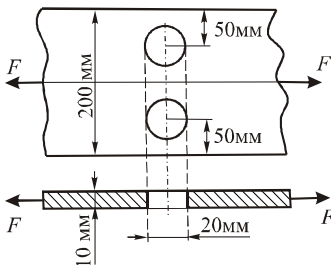
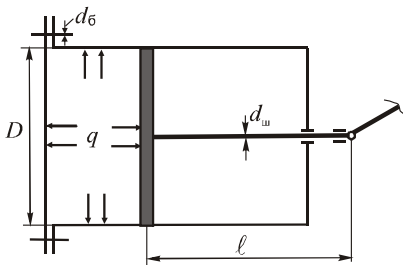


Рис. 1.1

1.1. Сталева пластина з отворами під заклепки (рис. 1.1) розтягнута осьовими силами $F=140$ кН. Визначити середню величину напружень у небезпечному перерізі.

Відповідь: $\sigma=87,5$ МПа.



1.2. Поршень циліндра машини (рис. 1.2) має діаметр $D=40$ см, діаметр штока поршня $d_{ш}=5,6$ см, болти, що кріплять днище

циліндра, $d_6=1,0$ см. Матеріал штока та болтів – сталь. Модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа. Тиск $q=2$ МПа (20 атм). Визначити: а) найбільше напруження в штоці, вважаючи, що осьова сила в ньому дорівнює силі, що діє на поршень; б) необхідну кількість болтів, якщо $[\sigma]_6 = 160$ МПа = 16 кН/см².

Рис. 1.2

Відповідь: $\sigma_{ш}=94,2$ МПа, $n_6=20$.

1.3. До нижнього кінця канату, верхній кінець якого закріплений, підвішений вантаж вагою $G=75$ кН. Канат складається з дротинок діаметром $d=2$ мм, допустиме напруження для яких $[\sigma]=300$ МПа. З якої кількості дротинок повинен бути складений канат?

Відповідь: 80 дротинок.

1.4. Дерев'яний стовп має поперечний переріз 20×20 см і довжину $l=5$ м. Допустиме напруження для матеріалу стовпа $[\sigma]=10$ МПа. Яке найбільше навантаження стиску F може витримати стовп і яке при цьому виникне вкорочення стовпа, якщо модуль пружності дерева $E=1 \cdot 10^4$ МПа?

Відповідь: $F = 400$ кН, $\Delta l=0,5$ см.

1.5. Сталева колона кільцевого поперечного перерізу стискається силою $F=4000$ кН. Зовнішній діаметр колони 40 см. Визначити необхідну товщину стінки, якщо допустиме напруження сталі на стиск $[\sigma]=150$ МПа.

Відповідь: $\delta=22,5$ мм.

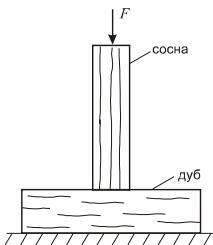


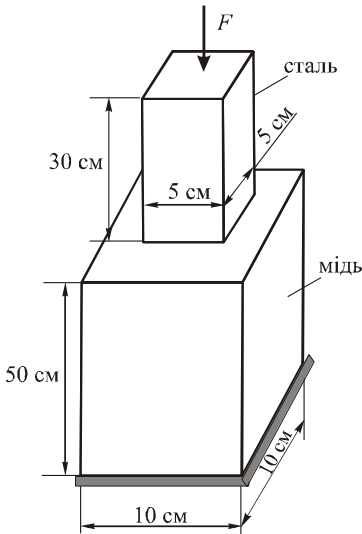
Рис. 1.3

1.6. Сосновий стовп (рис. 1.3) перерізом 10×20 см, що навантажений силою F , спирається на дубову основу. Допустиме напруження для сосни – 10 МПа, а для дуба (при стиску поперек волокон) – 5 МПа. Визначити допустиме значення сили F .

Відповідь: $F_{дон}=100$ кН.

1.7. Сталевий дрід з початковим діаметром 20 мм під дією навантаження звужився і його діаметр зменшився до 19,98 мм. Визначити напруження в дроті, якщо модуль пружності сталі та коефіцієнт Пуассона дорівнюють $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,3$.

Відповідь: $\sigma=666,7$ МПа.



1.8. Сталевий стержень довжиною $l=2$ м і діаметром $d=50$ мм під дією розтягувальної сили видовжився на $0,75$ мм. Визначити силу, що розтягує стержень, і напруження в поперечному перерізі стержня, якщо модуль пружності матеріалу стержня $E=2 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $F=147,2$ кН, $\sigma=75$ МПа.

1.9. Під дією сили F стержень, що складається з сталеві та мідної частин, вкоротився на $0,3$ мм. Розміри частин стержня показані на рис. 1.4. Знайти величину сили F , яка стискає стержень, якщо модулі пружності дорівнюють: $E_c=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_m=1 \cdot 10^5$ МПа.

Рис. 1.4

Відповідь: $F=2727$ кН.

1.10. Визначити напруження в усіх характерних перерізах двох дерев'яних стояків з перерізом 10×10 см, кожний з яких навантажений так, як показано на рис. 1.5.

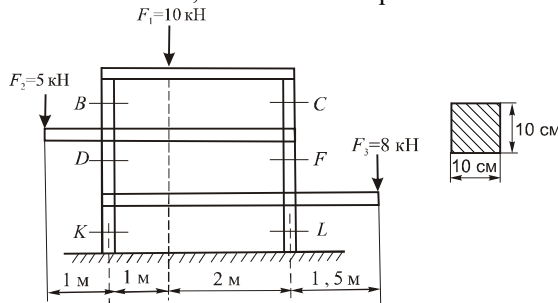


Рис. 1.5

Розв'язок

Використавши метод перерізів, визначаємо поздовжні сили в характерних перерізах стояків. Провівши умовний переріз через точки B і C , відкинувши нижню частину та розмістивши в місці перерізів невідомі сили N_B, N_C , складаємо для визначення цих сил рівняння рівноваги

$$\sum M_B = 0; N_C \cdot 3 - 10 \cdot 1 = 0. \text{ Звідси } N_C = 3,33 \text{ кН.}$$

$$\sum M_C = 0; N_B \cdot 3 - 10 \cdot 2 = 0. \text{ Звідси } N_B = 6,66 \text{ кН.}$$

Аналогічно визначаємо сили в інших точках. Для перерізу, що проходить через точки D, F , дістаємо

$$\sum M_F = 0; N_D \cdot 3 - 10 \cdot 2 - 5 \cdot 4 = 0; N_D = 13,33 \text{ кН.}$$

$$\sum M_D = 0; N_F \cdot 3 - 10 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 0; N_F = 1,66 \text{ кН.}$$

Для перерізу, що проходить через точки K, L ,

$$\sum M_K = 0; N_L \cdot 3 - 8 \cdot 4,5 - 10 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 0; N_L = 13,66 \text{ кН.}$$

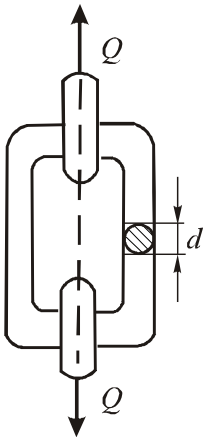
$$\sum M_L = 0; N_K \cdot 3 + 8 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2 - 5 \cdot 4 = 0; N_K = 9,33 \text{ кН.}$$

Напруження в точках визначаємо за формулою $\sigma = N / A$. Площа поперечного перерізу стоек $A = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$. Тоді:

$$\sigma_B = 6,66/100 = 0,066 \text{ кН/см}^2 = 0,66 \text{ МПа}; \sigma_C = 3,33/100 = 0,033 \text{ кН/см}^2 = 0,33 \text{ МПа};$$

$$\sigma_D = 13,33/100 = 1,33 \text{ МПа}; \sigma_F = 1,66/100 = 0,17 \text{ МПа};$$

$$\sigma_K = 9,33/100 = 0,93 \text{ МПа}; \sigma_L = 13,66/100 = 1,37 \text{ МПа.}$$



1.11. Визначити діаметр d дроту сталевого ланцюга (рис. 1.6) для підймання вантажу вагою $Q = 20 \text{ кН}$, якщо границя міцності матеріалу ланцюга $\sigma_{\text{мц}} = 400 \text{ МПа}$, а коефіцієнт запасу міцності дорівнює 8. Під час розрахунку враховувати тільки напруження від поздовжньої сили N .

Рис. 1.6

Відповідь: $d = 16 \text{ мм}$.

1.12. Визначити поздовжні сили на всіх ділянках показаного на рис. 1.7, а сталевого стержня та побудувати епюру поздовжніх сил. Знайти напруження і деформацію на ділянках та визначити повну деформацію стержня, якщо площа його поперечного перерізу $A = 10 \text{ см}^2$.

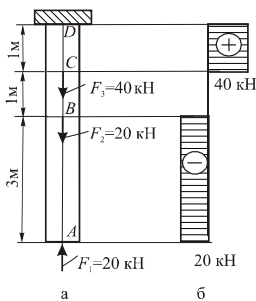


Рис. 1.7

З рівнянь рівноваги знаходимо:

$$N_{AB} = -20 \text{ кН}, N_{BC} = -20 + 20 = 0, N_{CD} = -20 + 20 + 40 = 40 \text{ кН.}$$

За отриманими даними будуємо епюру поздовжніх сил, яка показана на рис. 1.7, б.

Розв'язок

Поздовжні сили на ділянках стержня визначаємо методом перерізів. Уявно розрізаємо стержень на ділянках AB , BC , CD та відкидаємо закріплену частину (щоб не визначати опорних реакцій в закріпленні) і розглядаємо рівновагу залишеної частини під дією прикладеного навантаження та поставленої в перерізі невідомої поздовжньої сили N .

Напруження на ділянках, які визначаємо за формулою $\sigma = N / A$, дорівнюють:

$$\sigma_{AB} = -20 / 10 = -2 \text{ кН/см}^2 = -20 \text{ МПа}, \sigma_{BC} = 0, \sigma_{CD} = 40 / 10 = 4 \text{ кН/см}^2 = 40 \text{ МПа}.$$

Деформації (видовження чи вкорочення) ділянок, які визначаємо за законом Гука

$$\Delta l = Nl / EA,$$

дорівнюють:

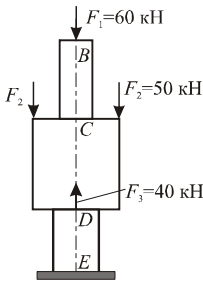
$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EA} = - \frac{20 \text{ кН} \cdot 3000 \text{ мм}}{2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 \cdot 10 \text{ см}^2} = -0,3 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{BC} = 0, \quad \Delta l_{CD} = \frac{40 \cdot 1000}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} = 0,2 \text{ мм}.$$

Повна деформація стержня

$$\Delta l = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} = -0,1 \text{ мм}.$$

Стержень вкоротився на 0,1 мм.



1.13. Підібрати розміри квадратних поперечних перерізів ділянок стержня, що показаний на рис. 1.8, якщо допустиме напруження для матеріалу стержня $[\sigma] = 50$ МПа. Значення прикладених до стержня сил: $F_1 = 60$ кН, $F_2 = 50$ кН, $F_3 = 40$ кН.

Рис. 1.8

Відповідь: $a_{BC} = 3,5$ см, $a_{CD} = 5,7$ см, $a_{DE} = 4,9$ см.

1.14. Визначити величину допустимого навантаження F на ступінчастий стержень (рис. 1.9) з круглими поперечними перерізами, діаметри яких $d_1 = 6$ см, $d_2 = 2$ см, $d_3 = 5$ см.

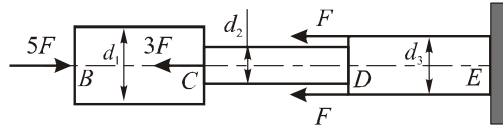


Рис. 1.9.

Допустиме напруження для матеріалу стержня $[\sigma] = 50$ МПа.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 7,85$ кН.

1.15. На сталевий ступінчастий стержень круглого перерізу (рис. 1.10) діють сили: $F_1=20$ кН, $F_2=50$ кН, $F_3=30$ кН. Діаметри $d_1=20$ мм, $d_2=40$ мм, $d_3=30$ мм. Побудувати епюри поздовжніх сил і напружень. Перевірити міцність, якщо $[\sigma]=160$ МПа. Власною вагою стержня знехтувати.

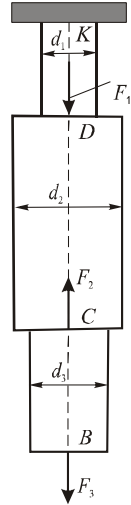


Рис. 1.10

Відповідь: $\sigma_{max}=\sigma_{BC}=42,5$ МПа $< [\sigma]$. Умова міцності виконується.

1.16. Для стержнів, схеми яких показані на рис.1.11, а, б, в, г, побудувати епюри поздовжніх сил, визначити напруження на ділянках стержня та перевірити міцність при таких даних:

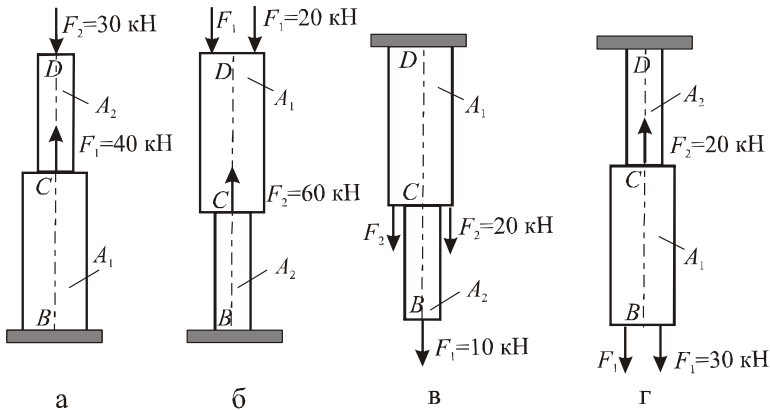


Рис. 1.11

схема а: $A_1=5$ см², $A_2=2$ см², $[\sigma]=120$ МПа;

схема б: $A_1=4$ см², $A_2=3$ см², $[\sigma]=150$ МПа;

схема в: $A_1=6$ см², $A_2=3$ см², $[\sigma]=160$ МПа;

схема г: $A_1=5$ см², $A_2=4$ см², $[\sigma]=100$ МПа.

Відповідь:

схема а: $\sigma_{AB} = -150$ МПа, $\sigma_{BC} = 20$ МПа; умова міцності не виконується;

схема б: $\sigma_{AB} = -100$ МПа, $\sigma_{BC} = 66,6$ МПа; умова міцності виконується;

схема в: $\sigma_{AB} = 33,3$ МПа, $\sigma_{BC} = 83,3$ МПа; умова міцності виконується;

схема г: $\sigma_{AB} = 125$ МПа, $\sigma_{BC} = 100$ МПа; умова міцності не виконується.

1.17. Для стержнів, схеми яких показані на рис. 1.12 а, б, в, побудувати епюри поздовжніх сил, визначити деформації окремих ділянок та деформацію стержня загалом при таких даних:

схема а: $a=5$ м, $b=3$ м, $A_1=1$ см², $A_2=2$ см², модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа;

схема б: $a=8$ м, $b=4$ м, $A_1=2$ см², $A_2=3$ см², модуль пружності $E=1 \cdot 10^5$ МПа;

схема г: $a=10$ м, $b=4$ м, $A_1=2$ см², $A_2=4$ см², модуль пружності $E=1,5 \cdot 10^5$ МПа.

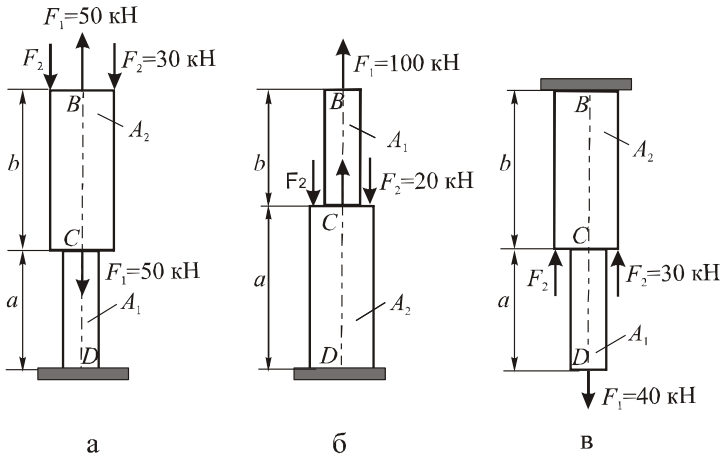


Рис. 1.12

Відповідь: схема а: $\Delta l_{AB} = -0,75$ мм, $\Delta l_{BC} = -15$ мм, $\Delta l = -15,75$ мм;

схема б: $\Delta l_{AB} = 20$ мм, $\Delta l_{BC} = 16$ мм, $\Delta l = 36$ мм;

схема в: $\Delta l_{AB} = 13,3$ мм, $\Delta l_{BC} = -1,3$ мм, $\Delta l = 12,0$ мм.

1.18. Ступінчастий стовп квадратного поперечного перерізу висотою 20 м, що має три ділянки з довжинами 5 м, 5 м і 10 м,

навантажений силами $F_1=200$ кН, $F_2=100$ кН і $F_3=50$ кН (рис. 1.13, а). Розміри перерізів на ділянках $a_{BC}=50$ см, $a_{CD}=60$ см, $a_{DK}=70$ см. Питома вага матеріалу стовпа $\gamma=2 \cdot 10^{-5}$ кН/см³. Модуль пружності матеріалу $E=2 \cdot 10^3$ МПа. Потрібно побудувати епюру поздовжніх сил, визначити напруження в характерних перерізах стовпа, знайти деформації ділянок та побудувати епюру переміщень.

Розв'язок

Для визначення величини поздовжніх сил врахуємо вплив на їх величину розподіленого навантаження, зв'язаного з власною вагою матеріалу стержня. Розрахункова схема в цьому випадку матиме вигляд, що показаний на рис.1.13, б. Величини інтенсивності розподіленого навантаження на ділянках стовпа, що визначають за формулою $q_i = \gamma \cdot A_i$, дорівнюють:

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кН}}{\text{см}^3} \cdot 50^2 \text{ см}^2 = 0,05 \frac{\text{кН}}{\text{см}} = 5 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, \quad q_2 = 7,2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, \quad q_3 = 9,8 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

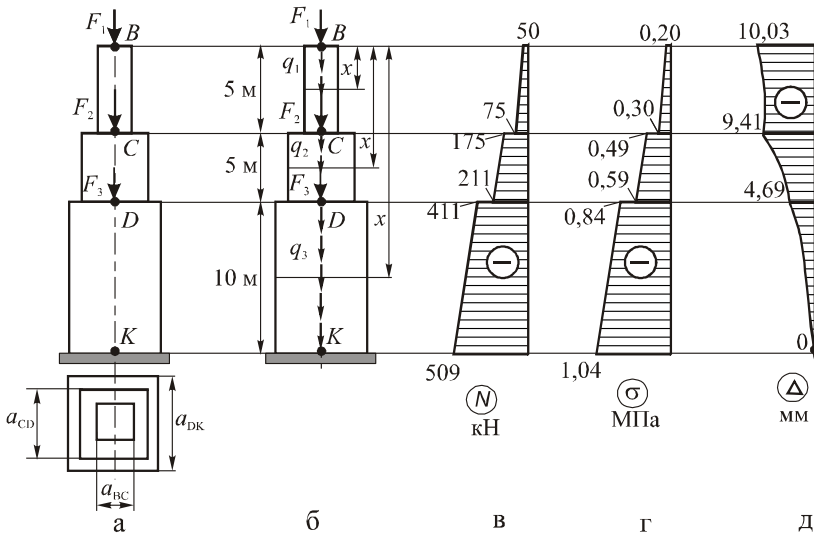


Рис. 1.13

Складаємо вирази для поздовжніх сил на ділянках стовпа.

Ділянка BC ($0 \leq x \leq 5$ м):

$$N_{BC}(x) = -F_3 - q_1 \cdot x = -50 - 5x,$$

$$N_B = N(0) = -50 \text{ кН},$$

$$N_C = N(5) = -75 \text{ кН}.$$

Ділянка CD ($5 \leq x \leq 10$ м):

$$N_{CD}(x) = -F_3 - q_1 \cdot 5 - F_2 - q_2(x-5) = -175 - 7,2(x-5),$$

$$N_C = N(5) = -175 \text{ кН},$$

$$N_C = N(10) = -211 \text{ кН}.$$

Ділянка DK ($10 \leq x \leq 20$ м):

$$N_{DK}(x) = -411 - 9,8(x-10),$$

$$N_D = N(10) = -411 \text{ кН},$$

$$N_C = N(20) = -509 \text{ кН}.$$

Епюра N , що побудована за цими даними, показана на рис. 1.13, в.

Визначаємо напруження в характерних перерізах стовпа:

Ділянка BC :

$$\sigma_B = \frac{N_B}{A_{BC}} = \frac{N_B}{a_{BC}^2} = -\frac{50 \text{ кН}}{50^2 \text{ см}^2} = -0,02 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -0,2 \text{ МПа},$$

$$\sigma_C = \frac{N_C}{A_{BC}} = -0,3 \text{ МПа}.$$

Ділянка CD :

$$\sigma_C = \frac{N_C}{A_{CD}} = -\frac{175}{60^2} = -0,49 \text{ МПа},$$

$$\sigma_D = -\frac{211}{60^2} = -0,59 \text{ МПа}.$$

Ділянка DK :

$$\sigma_D = \frac{N_D}{a_{DK}^2} = -\frac{411}{70^2} = -0,84 \text{ МПа},$$

$$\sigma_K = -\frac{509}{70^2} = -1,04 \text{ МПа}.$$

Епюра нормальних напружень, що побудована за отриманими даними, показана на рис. 1.13, г.

Визначаємо видовження (вкорочення) ділянок стовпа, використавши формулу

$$\Delta l = \frac{1}{EA} \int_a^b N(x) dx.$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{1}{EA_{BC}} \int_0^5 N_{BC} dx = \frac{1}{2 \cdot 10^2 \cdot 50^2} \int_0^5 (-50 - 5x) dx = -0,625 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,625 \text{ мм}$$

;

$$\Delta l_{CD} = \frac{1}{EA_{CD}} \int_5^{10} N_{CD} dx = \frac{1}{2 \cdot 10^2 \cdot 60^2} \int_5^{10} [-175 - 7,2(x-5)] dx = -4,72 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -4,72 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{DK} = \frac{1}{EA_{DK}} \int_{10}^{20} [-411 - 9,8(x-10)] dx = -\frac{1}{2 \cdot 10^2 \cdot 70^2} 4600 = -4,69 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -4,69 \text{ мм}.$$

Визначаємо переміщення характерних точок осі стовпа відносно нерухомої точки K

$$\Delta_K = 0;$$

$$\Delta_D = \Delta_K + \Delta l_{DK} = 0 + (-4,69) = -4,69 \text{ мм};$$

$$\Delta_C = \Delta_D + \Delta l_{CD} = -9,41 \text{ мм};$$

$$\Delta_B = \Delta_C + \Delta l_{BC} = -10,03 \text{ мм}.$$

Епора переміщень, що побудована за даними розрахунків, показана на рис. 1.13, д.

1.19. Сталевий стержень з двотавровим поперечним перерізом (двотавр №20) довжиною $l = 5$ м був зашпелений кінцями в стіни при температурі $t_1 = 10^\circ \text{ С}$. Визначити напруження в стержні та силу тиску стержня на стіни, якщо температура піднялась до значення $t_2 = 70^\circ \text{ С}$.

Відповідь: $\sigma = -150$ МПа, $N = -402$ кН.

1.20. Паропровідна сталева труба (рис. 1.14, а) мала довжину 30 м при температурі $t_1 = 20^\circ \text{ С}$ (рис. 1.14, а). Через трубу пропустили пару і вона нагрілась до температури $t_2 = 200^\circ \text{ С}$. Якою при цьому стала довжина труби? Чому б дорівнювали напруження в трубі, якщо вона не могла би вільно видовжуватись? Модуль пружності сталі $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт температурного розширення $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$.

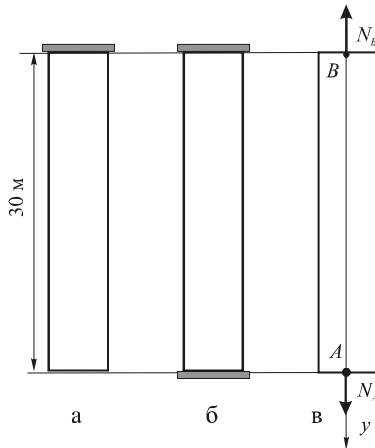


Рис. 1.14

Розв'язок

Видовження труби при зміні температури на Δt°

$$\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot l = 125 \cdot 10^{-7} \cdot (200 - 20) \cdot 3000 \text{ см} = 6,75 \text{ см}.$$

Довжина труби стала дорівнювати $3006,75 \text{ см} = 30,0675 \text{ м}$.

Якщо труба закріплена на краях (рис. 1.14, б) і не може вільно видовжуватись, то в місцях закріплень виникають сили N_A , N_B (рис. 1.14, в), що зв'язані рівнянням рівноваги

$$\sum Y = 0 : N_A - N_B = 0.$$

Звідси знаходимо

$$N_A = N_B = N.$$

Для визначення величини N рівняння рівноваги недостатньо. Потрібно скласти одне додаткове рівняння переміщень (тобто задача один раз статично невизначна). Це рівняння має вигляд

$$\Delta l = 0,$$

або

$$\frac{Nl}{EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot l = 0.$$

З останнього виразу знаходимо

$$N = -\alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot A.$$

Напруження в трубі

$$\sigma = \frac{N}{A} = -\alpha \Delta t E = -125 \cdot 10^{-7} \cdot 180^0 \cdot 2 \cdot 10^4 = -45 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -450 \text{ МПа}.$$

1.21. Залізобетонна колона з поперечним перерізом 30×30 см (рис. 1.15) навантажена стискувальною силою $F=600$ кН. Визначити напруження в сталевій арматурі та в бетоні, якщо загальна площа поперечного перерізу арматури становить 10% від загальної площі поперечного перерізу колони. Модулі пружності: арматури $E_{\text{ар}}=2 \cdot 10^5$ МПа, бетону – $E_{\text{бет}}=1 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{\text{бет}}=-2,3$ МПа, $\sigma_{\text{ар}}=-46$ МПа.

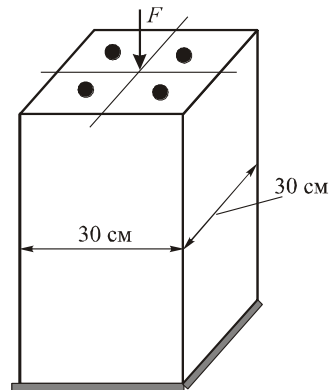


Рис. 1.15

1.22. Рейки трамвайної колії укладались при температурі $+5^\circ\text{C}$. Визначити необхідну величину зазорів між окремими рейками, при якій

не проходить стискання рейок, якщо температура піднялась до $+45^{\circ}\text{C}$. Відстань між стиками рейок 10 м. Визначити величину напружень стиску, які виникли б в рейках при вказаній зміні температури, коли вони були б укладені без зазорів.

Відповідь: $\Delta = 5 \text{ мм}$; $\sigma = -100 \text{ МПа}$.

1.23. Сталевий болт М 20 з зовнішнім діаметром $d=20 \text{ мм}$, внутрішнім діаметром різьби $d_1=19,3 \text{ мм}$ та кроком різьби $s=2,5 \text{ мм}$ вставлений в трубку з дюралюмінію довжиною $\ell = 1000 \text{ мм}$ (рис. 1.16).

Діаметри трубки $d_2=25 \text{ мм}$, $d_3=40 \text{ мм}$. Визначити напруження в болті та трубці при затягуванні гайки на $1/5$ оберту. Модулі пружності: сталі – $E_c=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, дюралюмінію – $E_d=0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

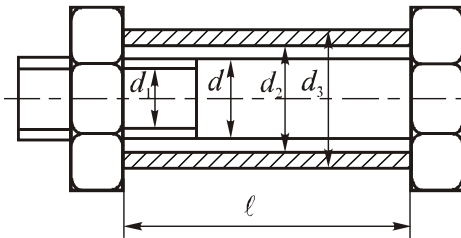


Рис. 1.16

Відповідь: $\sigma_6=48,0 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{тр}}=-17,8 \text{ МПа}$.

1.24. На показаний на рис.1.17 ступінчастий стержень квадратного поперечного перерізу зосереджені сили $F_1=40 \text{ кН}$, $F_2=30 \text{ кН}$ та рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю $q_1=10 \text{ кН/м}$, $q_2=20 \text{ кН/м}$. Побудувати епюри поздовжніх сил і напружень. Визначити деформацію окремих частин стержня та переміщення точки А, якщо модуль пружності матеріалу стержня $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

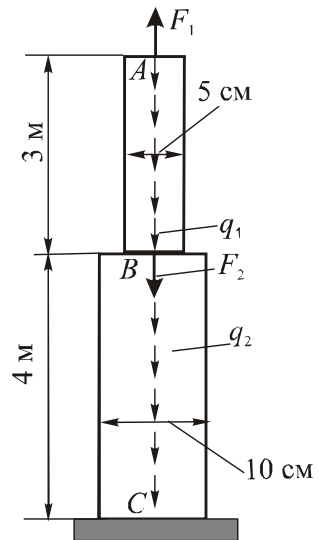


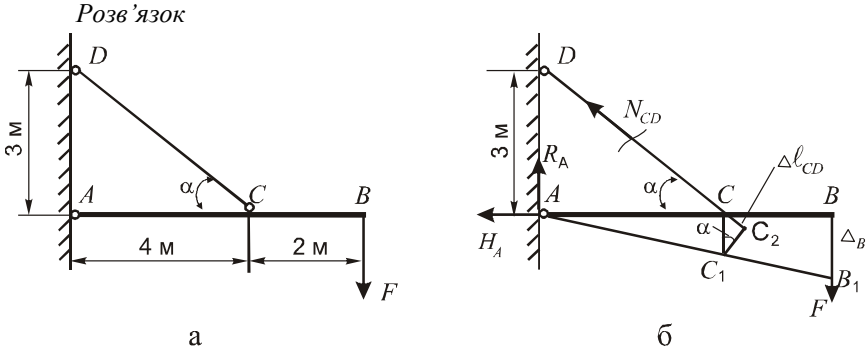
Рис. 1.17

Відповідь: $\Delta l_{AB} = 0,15 \text{ мм}$, $\Delta l_{BC} = -0,04 \text{ мм}$, $\Delta_A = 0,11 \text{ мм}$ (вверх).

1.25. Жорсткий стержень AB (рис. 1.18, а) навантажений силою F та підтримується сталевю тягою CD круглого поперечного перерізу з діаметром 20мм. Визначити допустиме значення сили $[F]$ і опускання

точки B . Допустиме напруження для матеріалу тяги $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \text{ кН/см}^2$.

Рис. 1.18



Визначаємо зусилля в стержні CD , використавши метод перерізів. На рис. 1.18, б показано переріз системи та зусилля в розрізаних стержнях. Для визначення N_{CD} складаємо рівняння рівноваги

$$\sum M_A = 0: N_{CD} \cdot \sin \alpha \cdot 4 - 6F = 0,$$

$$\text{де } \sin \alpha = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 0,6.$$

Тоді

$$N_{CD} = 2,5F.$$

З умови міцності

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{A_{CD}} \leq [\sigma]$$

визначаємо

$$[F] = \frac{\pi d^2 \cdot [\sigma]}{4 \cdot 2,5} = 20 \text{ кН}.$$

Опускання точки B знаходимо зі співвідношення подібності трикутників ABB_1 і ACC_1 :

$$\frac{\Delta_B}{CC_1} = \frac{AB}{AC}.$$

Звідси

$$\Delta_B = \frac{6}{4} CC_1.$$

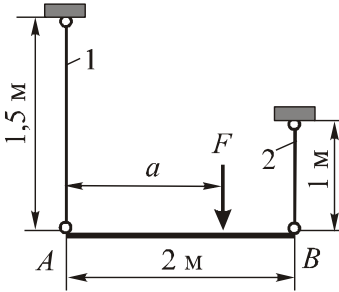
З трикутника CC_1C_2

$$CC_1 = \frac{\Delta l_{CD}}{\sin \alpha} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{EA \sin \alpha} = \frac{2,5 \cdot 20 \cdot 500 \cdot 4}{2 \cdot 10^4 \cdot 3,14 \cdot 2^2 \cdot 0,6} = \frac{4}{0,6} \text{ см.}$$

Отже

$$\Delta_B = \frac{4}{0,6} \cdot \frac{6}{4} = 1,0 \text{ см.}$$

1.26. Жорсткий брус AB горизонтально підвішений на тягах 1 і 2 (рис. 1.19). Тяга 1 – сталева, круглого поперечного перерізу діаметром 20 мм; тяга 2 – мідна, круглого перерізу діаметром 25 мм. На якій відстані a від вузла A потрібно прикласти силу F , щоб і після деформації системою брус AB залишився горизонтальним? Чому в цьому випадку будуть дорівнювати напруження в тягах, якщо $F=30$ кН?



Відповідь: $a=1,08$ м; $\sigma_c=44$ МПа, $\sigma_m=33$ МПа.

Рис. 1.19

1.27. Кронштейн (рис. 1.20) навантажений силою $F=60$ кН. Стержень AC – сталевий ($[\sigma]_c = 160$ МПа);

стержень BC – дерев'яний ($[\sigma]_d = 4$ МПа).

Підібрати круглий переріз сталевого та квадратний переріз дерев'яного стержня. Визначити горизонтальне, вертикальне та повне переміщення вузла C , якщо $E_c=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_d=1 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $d_c=2,67$ см, $a_d=16,4$ см; $\Delta_{гор}=2,25$ мм, $\Delta_{вер}=6,2$ мм, $\Delta_n=6,60$ мм.

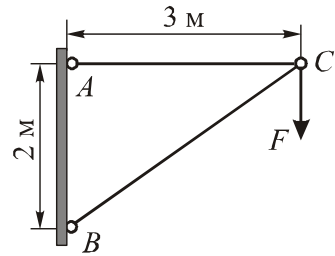


Рис. 1.20

1.28. Перевірити міцність стержневої системи (рис. 1.21), якщо $A=5$ см², $F=20$ кН. Допустиме напруження $[\sigma]=200$ МПа.

Відповідь: умова міцності виконується ($\sigma_{\max} = 180$ МПа $< [\sigma]$).

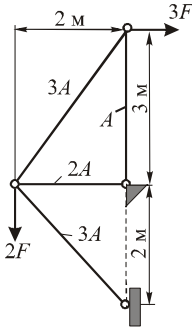


Рис. 1.21

1.29. Визначити необхідні величини площ поперечних перерізів стержнів системи, що показана на рис. 1.22, якщо $F=50$ кН, $[\sigma]=140$ МПа.

Відповідь: $A_{AB}=A_{AC}=7,14$ см², $A_{BC}=2,61$ см², $A_{CD}=3,57$ см².

1.30. Водонепроникний щит (рис. 1.23) підтримується від перекидання водою короткими сталевими підпорками, що поставлені через кожні 4 м. Підібрати двотавровий переріз підпорок, якщо допустиме напруження на стиск для підпорок $[\sigma]=100$ МПа.

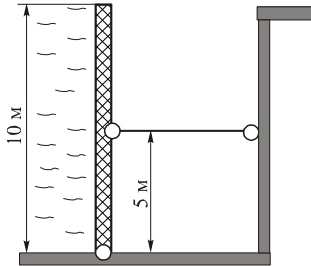


Рис. 1.23

Стержень 1 - сталевий, з діаметром $d_1=10$ мм; стержень 2 - мідний, з діаметром $d_2=20$ мм. На якій відстані a від стержня 1 необхідно підвісити вантаж F , щоб після деформування системи брус AB залишився горизонтальним.

Визначити при цьому напруження в стержнях системи, якщо $F=50$ кН.

Відповідь: $a=0,76$ м; $\sigma_1=242$ МПа, $\sigma_2=98,7$ МПа.

1.32. На стержневу систему, яка показана на рис. 1.25, діє сила $F=60$ кН. Визначити напруження в стержнях системи, що мають однакові

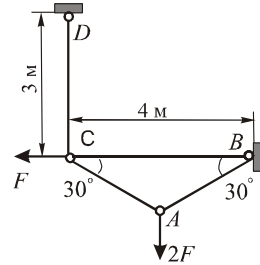


Рис. 1.22

Відповідь: двотавр №60 ($A=138$ см²).

1.31. Жорсткий брус AB горизонтально підвішений на стержнях 1 і 2 круглого поперечного перерізу (рис. 1.24).

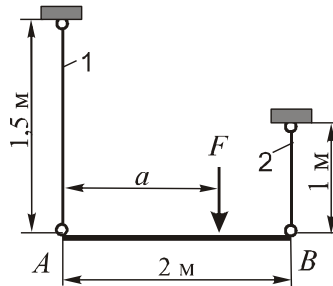


Рис. 1.24

площі поперечних перерізів $A=2 \text{ см}^2$. Яким буде видовження стержня BC ?
Матеріал стержнів – сталь, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

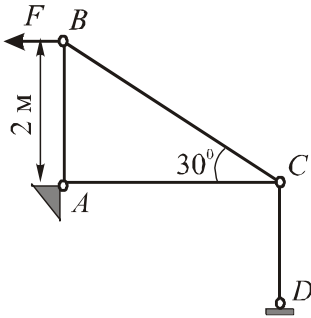


Рис. 1.25

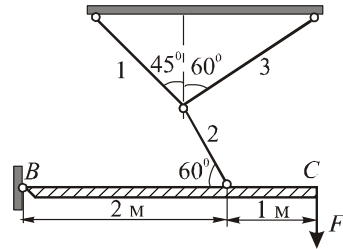


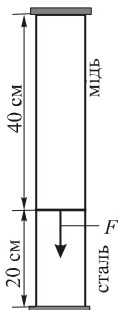
Рис. 1.26

Відповідь: $\sigma_{AB}=-173,2 \text{ МПа}$, $\sigma_{BC}=346,4 \text{ МПа}$, $\sigma_{AC}=-300 \text{ МПа}$,
 $\sigma_{CD}=138 \text{ МПа}$, $\Delta l_{BC}=0,346 \text{ см}$.

1.33. Для показаній на рис. 1.26 стержневої системи, що складається з жорсткого бруса BC , підвішеного на трьох стержнях, площі поперечних перерізів яких дорівнюють $A_1=2 \text{ см}^2$, $A_2=5 \text{ см}^2$, $A_3=3 \text{ см}^2$, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$. Матеріал стержнів – сталь, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$, коефіцієнт запасу міцності $k_T = 1,5$.

Відповідь: $F_{\text{доп}}=17,83 \text{ кН}$.

1.34. Стержень, що складається з верхньої мідної та нижньої сталеві частин (рис. 1.27), навантажений силою $F=100 \text{ кН}$. Площа поперечного перерізу стержня $A=20 \text{ см}^2$. Визначити напруження в обох частинах стержня, якщо $E_c=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_m=1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.



Відповідь: $\sigma_c=-80 \text{ МПа}$, $\sigma_m=20 \text{ МПа}$.

1.35. Визначити напруження в стержні, що показаний на рис. 1.27 при $F=0$, якщо після защемлення його температура зросла на $\Delta t = 50^\circ$.

Відповідь: $\sigma_c=\sigma_m=-58,2 \text{ МПа}$.

Рис. 1.27

1.36. До стержневої системи, що складається з двох стержнів (рис. 1.28, а), площа поперечного перерізу кожного з яких $A=3 \text{ см}^2$, прикладена сила $F=45 \text{ кН}$. Визначити напруження в стержнях системи. Які напруження виникнуть в стержнях, коли в систему додано

центральний стержень (рис. 1.28, в) і площу кожного з стержнів зменшено до 2 см^2 ?

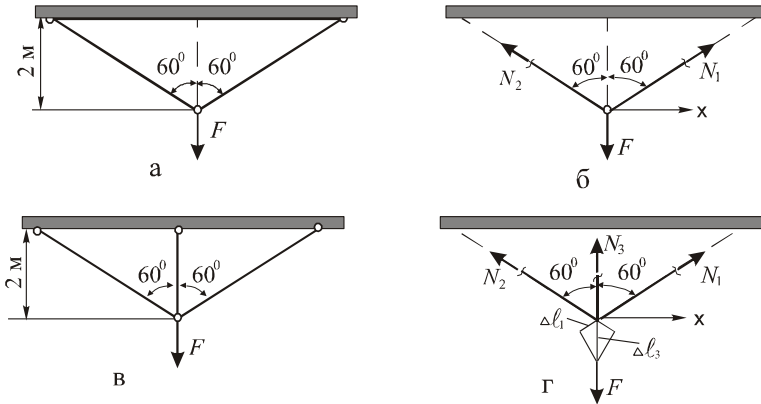


Рис. 1.28

Розв'язок

Система, що показана на рис. 1.28, а, є статично означеною. Зусилля в стержнях системи (рис. 1,28, б) визначаємо з рівнянь рівноваги

$$\sum X=0 \rightarrow N_1 \sin 60^\circ - N_2 \sin 60^\circ = 0, \rightarrow N_1 = N_2 ;$$

$$\sum Y=0 \rightarrow 2N_1 \cos 60^\circ - F = 0, \rightarrow N_1 = N_2 = F = 45 \text{кН} .$$

Напруження в стержнях системи

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{N_1}{A} = 15 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 150 \text{МПа} .$$

Система, що показана на рис. 1.28, в, є один раз статично неозначеною, оскільки для визначення трьох зусиль в стержнях N_1 , N_2 , N_3 (рис. 1.28, г) можна, як і в попередньому випадку, скласти два аналогічні рівняння рівноваги, з яких дістаємо:

$$N_1 = N_2, N_1 + N_3 = 45.$$

Складаємо додатково одне рівняння переміщень, яке має вигляд (рис.1.28, г):

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_3} = \cos 60^\circ .$$

Розкривши останнє співвідношення за допомогою закону Гука та врахувавши, що

$$l_1 = \frac{l_3}{\cos 60^\circ},$$

знаходимо

$$N_1 = 0,25N_3.$$

Сумісне розв'язування рівнянь рівноваги та перетвореного рівняння переміщень дає результат:

$$N_1 = 9 \text{ кН}, N_3 = 36 \text{ кН}.$$

Напруження в стержнях системи: $\sigma_1 = \sigma_2 = 45 \text{ МПа}$, $\sigma_3 = 180 \text{ МПа}$.

1.37. Жорсткий брус AB підтримується двома тягами, як показано на рис. 1.29. Матеріал тяг – сталь. Підібрати діаметри круглих перерізів

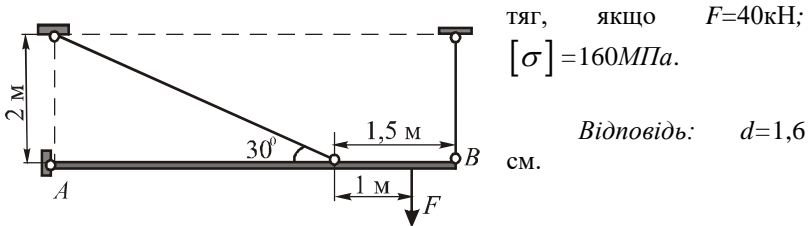


Рис. 1.29.

1.38. У показаній на рис. 1.30 конструкції всі три стержні сталеві з однаковими розмірами поперечних перерізів. Що небезпечніше при нагріванні на Δt °: а) нагрівання всіх стержнів; б) тільки середнього стержня? Відповідь аргументуйте розрахунком.

Відповідь: найбільш небезпечним є нагрівання тільки центрального стержня, оскільки в цьому випадку зусилля в бокових стержнях дорівнюватимуть $0,326EA\alpha \cdot \Delta t$, зусилля в центральному стержні - $-0,565EA\alpha \cdot \Delta t$, а при нагріванні всіх стержнів $-0,109EA\alpha \cdot \Delta t$ та $0,189EA\alpha \cdot \Delta t$ відповідно.

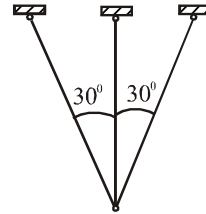


Рис. 1.30.

1.39. При якій довжині сталевого дроту, що висить вертикально, напруження від власної ваги досягне значення $\sigma = 10 \text{ МПа}$? Чому при цьому дорівнюватиме абсолютне видовження дроту?

Відповідь: $l = 128,2 \text{ м}$, $\Delta l = 0,32 \text{ см}$.

1.40. Який вантаж можна піднімати із шахти за допомогою каната, що складається із 6 сталок, кожна з яких має 17 дротин? Діаметри дротин $d = 0,9 \text{ мм}$. Вага одного метра каната 12 Н . Допустиме напруження каната

на розтяг $[\sigma]_p=150$ МПа. Довжина каната 400 м. Чому при цьому дорівнюватиме напруження в нижньому перерізі каната ?

Відповідь: $F=4,93$ кН, $\sigma=75,8$ МПа.

1.41. Для сталевго стержня довжиною $l=20$ м з діаметром $d=50$ мм, підвишеного за верхній кінець, визначити величину допустимого навантаження без врахування та з врахуванням власної ваги, якщо густина сталі $\rho=7800$ кг/м³. Допустиме напруження $[\sigma]_p=160$ МПа.

Відповідь: без врахування – $F_{\text{доп}}=314$ кН ; з врахуванням – $F_{\text{доп}}=310,9$ кН .

1.42. Болт, що стягує два листи (рис. 1.31), вставлений в отвір з зазором. Він повинен забезпечити з'єднання листів за рахунок сил тертя між ними. Визначити внутрішній діаметр різьби d_1 , якщо коефіцієнт тертя між листами $f=0,20$. Сила розтягу $F=10$ кН. Допустиме напруження для матеріалу болта $[\sigma]_p=100$ МПа.

Відповідь: $d_1=25,2$ мм.

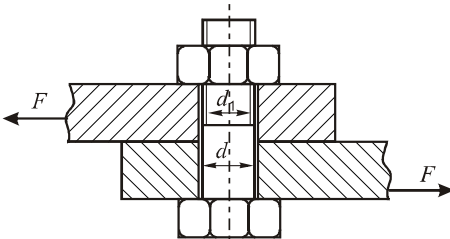


Рис. 1.31

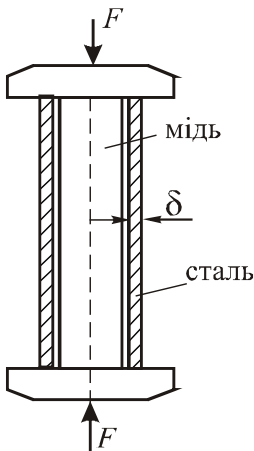


Рис. 1.32

1.43. Мідний стержень з діаметром $d_m=50$ мм (рис. 1.32) вставлений у сталеву трубку, внутрішній діаметр якої $d_{\text{ст}}=60$ мм і товщина стінки $\delta=10$ мм. Система навантажена силами $F=600$ кН. Визначити напруження в мідному стержні та сталевій трубці, якщо їхні модулі пружності дорівнюють: $E_c=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_m=1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\sigma_c=188,7$ МПа, $\sigma_m=94,3$ МПа.

1.44. Сталевий прямий брус защемлений двома кінцями при температурі $t_1=20^\circ\text{C}$. Визначити напруження в брусі коли: а) температура бруса підвищилась до 80°C ; б) понизилась до -15°C . Для сталі: модуль $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

Відповідь: а) $\sigma=-155$ МПа; б) $\sigma=82,5$ МПа.

1.45. Стержнева система складається з трьох симетрично розташованих стержнів (рис.1.33, а) з однаковими площами поперечних перерізів $A=2$ см², до яких прикріплений жорсткий брус BC. Визначити

напруження в стержнях у двох випадках: а) усі стержні нагріті на величину $\Delta t=40^\circ$; б) на величину $\Delta t=40^\circ$ нагріто тільки центральний стержень. Матеріал стержнів - сталь, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

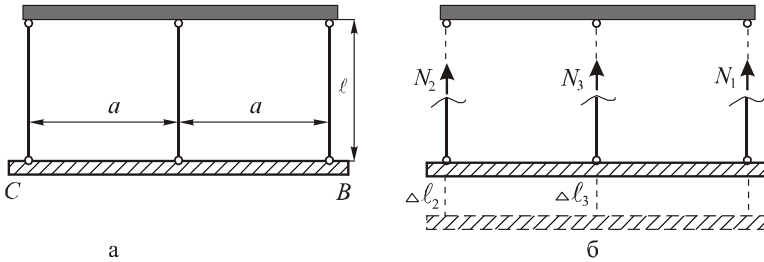


Рис. 1.33

Розв'язок

Унаслідок симетрії системи та навантаження

$$N_1 = N_2.$$

Рівняння рівноваги:

$$2 N_2 + N_3 = 0.$$

При нагріванні стержнів система zdeформується так, як показано на рис. 1.33, б. Рівняння переміщень має вигляд

$$\Delta l_2 = \Delta l_3.$$

Коли стержень не нагрітий, то

$$\Delta l = Nl/EA.$$

Для нагрітого стержня

$$\Delta l = Nl/EA + \alpha \cdot \Delta t \cdot l.$$

Для випадку (а) задачі рівняння переміщень дає результат:

$$N_1 = N_2 = N_3.$$

Тоді з рівняння статки дістаємо

$$N_1 = N_2 = N_3 = 0.$$

Отже, напруження в стержнях у цьому випадку відсутні.

Для випадку (б) задачі маємо:

$$\Delta l_2 = N_2 l/EA, \Delta l_3 = N_3 l/EA + \alpha \cdot \Delta t \cdot l.$$

Після підстановки цих значень у рівняння переміщень отримуємо:

$$N_2 = N_3 + 20.$$

Розв'язавши сумісно рівняння статки та перетворене рівняння переміщень, знаходимо

$$N_1 = N_2 = 6,67 \text{ кН}, N_3 = -13,33 \text{ кН}.$$

Напруження в стержнях системи:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 33,4 \text{ МПа}, \sigma_3 = -66,7 \text{ МПа}.$$

1.46. Визначити напруження в сталевих стержнях системи (рис. 1.34), якщо після монтажу середній стержень системи нагріли на $\Delta t=50^\circ$. Коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

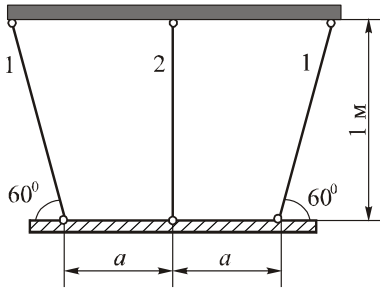


Рис. 1.34

Відповідь: $\sigma_1=40,8$ МПа; $\sigma_2=-70,6$ МПа.

1.47. Визначити напруження в сталевих стержнях системи (рис. 1.34), якщо після монтажу всі стержні системи нагріли на $\Delta t=50^\circ$. Коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

Відповідь: $\sigma_1=-13,6$ МПа; $\sigma_2=23,5$ МПа.

Тема 2. Розрахунок на міцність при складних напружених станах Теоретична довідка

Сукупність нормальних ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) і дотичних ($\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$) напружень, що виникають на трьох взаємно перпендикулярних площинках виділеного навколо досліджуваної точки безмежно малого елемента, називають *напруженим станом* у цій точці тіла. Якщо виділений з тіла елемент зорієнтувати в такий спосіб, що по його площинках діятимуть тільки нормальні напруження (дотичні напруження дорівнюватимуть нулеві), то такі площинки називають *головними площинками*, а нормальні напруження – *головними напруженнями*. Головні напруження позначають $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, враховуючи при цьому співвідношення $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Залежно від того, скільки головних напружень відмінні від нуля, відрізняють *об'ємний*, *плоский* і *лінійний* напружений стан. При аналізі плоского (лінійного) напруженого стану виникають два типи задач:

- за відомими головними напруженнями визначити нормальні та дотичні напруження, що виникають на заданій площинці (*пряма задача*);
- за відомими нормальними та дотичними напруженнями, що виникають на двох довільних взаємно перпендикулярних площинках, знайти положення головних площинок і визначити величину головних напружень (*обернена задача*).

У прямій задачі напруження на нахиленій під кутом α до напрямку напруження σ_1 площинці визначають за формулами

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \\ \tau_a &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\}.$$

В оберненій задачі положення головної площинки відносно площинки з напруженням σ_x задається кутом α , який знаходять з формули

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}.$$

Величину головних напружень визначають за залежністю

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2}.$$

Від дії головних напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ у виділеному з тіла безмежно малому елементі в напрямку цих напружень виникатимуть деформації $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, які визначають з узагальненого закону Гука:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \right\}.$$

Відносна зміна об'єму елемента

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

Розрахунок на міцність при складному напруженому стані виконують за допомогою *теорій (гіпотез) міцності*, серед яких залежно від стану матеріалу можна виділити такі:

а) у випадку крихкого стану матеріалу це *теорія найбільших нормальних напружень (I теорія міцності)* – для розрахунку крихких матеріалів; *теорія найбільших лінійних деформацій (II теорія міцності)* – для розрахунку дуже крихких матеріалів. Умови міцності за цими теоріями:

$$\begin{aligned} \sigma_{екв}^I &= \sigma_1 \leq [\sigma] \\ \sigma_{екв}^{II} &= \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]; \end{aligned}$$

б) у випадку пластичного стану матеріалу це *теорія найбільших дотичних напружень (III теорія міцності)* та *теорія питомої потенціальної енергії зміни форми (IV теорія міцності)* – для розрахунку пластичних матеріалів. Умови міцності за цими теоріями:

$$\begin{aligned} \sigma_{екв}^{III} &= \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma], \\ \sigma_{екв}^{IV} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma]; \end{aligned}$$

в) у випадку матеріалів, що по різному опираються розтягу та стиску, для яких $\sigma_{T,p} \neq \sigma_{T,c}$; $\sigma_{мц,p} \neq \sigma_{мц,c}$ - це *теорія міцності Мора (V теорія міцності)*. Умова міцності за цією теорією має вигляд

$$\sigma_{екв}^V = \sigma_1 - \frac{[\sigma]_p}{[\sigma]_c} \sigma_3 \leq [\sigma]_p.$$

Слід зазначити, що крихкий чи пластичний стани матеріалу визначаються не тільки його властивостями, але і виглядом напруженого стану.

Задачі

2.1. На гранях виділеного з тіла елемента діють головні напруження, що показані на рис. 2.1. Визначити нормальні і дотичні напруження на площинці, нахиленій до горизонтальної осі під кутом $\alpha = 30^\circ$.

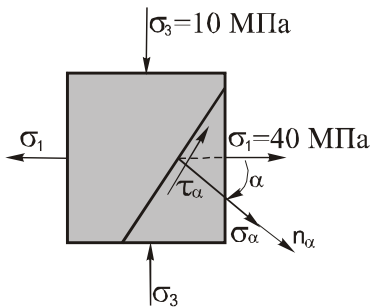


Рис. 2.1

Розв'язок

Враховуючи, що напруження $\sigma_3 = -10$ МПа (стиск) і кут $\alpha = -30^\circ$ (за ходом стрілки годинника) отримуємо:

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha = \\ &= 40 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (-10) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 27,5 \text{ МПа}; \\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha =\end{aligned}$$

$$= \frac{40 - (-10)}{2} \sin 2(-30^\circ) = -21,5 \text{ МПа}.$$

Тобто, на нахиленій площинці виникає напруження розтягу $\sigma_\alpha = 27,5$ МПа і дотичне напруження, що оббігає елемент проти ходу стрілки годинника (знак “-“) $\tau_\alpha = -21,5$ МПа.

2.2. Стержень прямокутного поперечного перерізу розміром 5×10 см розтягнутий силою $F = 400$ кН. Визначити величину нормального та дотичного напружень, що виникають у перерізі, нормаль до якого складає кут $\alpha = 30^\circ$ з віссю стержня (рис. 2.2). Визначити найбільше нормальне та дотичне напруження в стержні.

Відповідь: $\sigma_\alpha = 60$ МПа, $\tau_\alpha = -34,6$ МПа, $\sigma_{\max} = 80$ МПа, $\tau_{\max} = 40$ МПа.

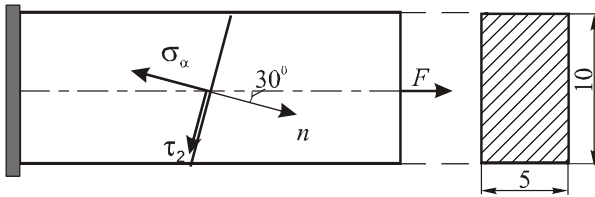


Рис. 2.2

2.3. Стержень круглого перерізу розтягнутий силою $F=200\text{кН}$. Дотичні напруження в стержні не повинні перевищувати 60 МПа. Визначити діаметр стержня.

Відповідь: $d=46\text{ мм}$.

2.4. Коротка бетонна колона з квадратним поперечним перерізом $20\times 20\text{см}$ стиснута силою F . При цьому нормальне напруження на площинці, що нахилена під кутом 60° до осі стержня, дорівнює 5 МПа. Визначити величину сили, що стискає колону.

Відповідь: $F=266,6\text{ кН}$.

2.5. Для елемента, що показаний на рис. 2.3, знайти положення головних площинок і визначити головні напруження.

Розв'язок

Положення головних площинок :

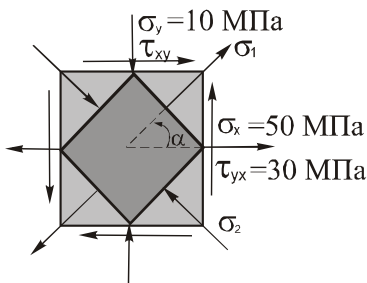


Рис. 2.3

Величина головних напружень:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = -\frac{2(-30)}{50 - (-10)} = 1$$

$2\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 22^\circ 30'$ (проти ходу стрілки годинника). Оскільки $\sigma_x > \sigma_y$, то знайдений кут α це кут між напрямками σ_x і σ_1 .

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} = \frac{50 + (-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{50 - (-10)}{2}\right)^2 + (-30)^2} = 20 \pm 42,3;$$

$\sigma_1 = 20 + 42,3 = 62,3\text{ МПа}$ (розтяг),

$\sigma_2 = 20 - 42,3 = -22,3\text{ МПа}$ (стиск).

Головні напруження і їх напрямки показані на рис. 2.3.

2.6. На виділений з тіла плоский елемент діють напруження (МПа), що вказані на рис. 2.4 а, б, в, г. Визначити величину та напрям дії головних напружень і показати елемент, на який діють ці головні напруження.

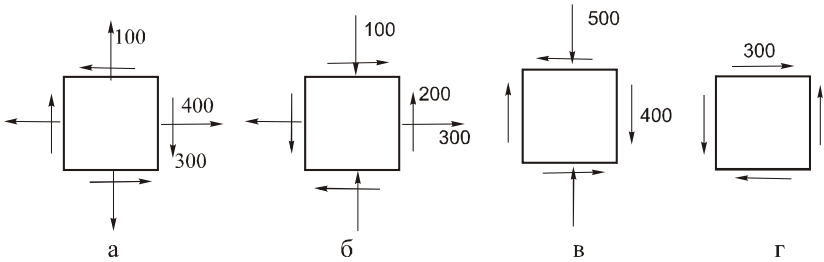


Рис. 2.4

Відповідь: а) $\sigma_1 = 585,4$ МПа; $\sigma_2 = -85,4$ МПа; $\alpha = -31,7^\circ$;

б) $\sigma_1 = 382,0$ МПа; $\sigma_2 = -182,0$ МПа; $\alpha = 22,5^\circ$;

в) $\sigma_1 = 221,7$ МПа; $\sigma_2 = -721,7$ МПа; $\alpha = -29,0^\circ$;

г) $\sigma_1 = 300,0$ МПа; $\sigma_2 = -300,0$ МПа; $\alpha = 45^\circ$.

2.7. На виділений з тіла безмежно малий елемент діють напруження (МПа), що вказані на рис. 2.5 а, б, в, г. Визначити головні напруження.

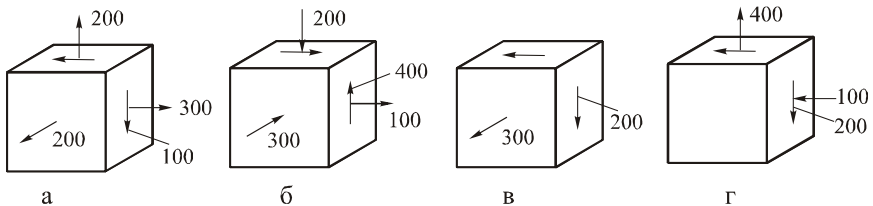


Рис. 2.5

Відповідь: а) $\sigma_1 = 400,0$ МПа; $\sigma_2 = 361,8$ МПа; $\sigma_3 = 138,2$ МПа;

б) $\sigma_1 = 353,0$ МПа; $\sigma_2 = -300,0$ МПа; $\sigma_3 = -453,0$ МПа;

в) $\sigma_1 = 300$ МПа; $\sigma_2 = 200$ МПа; $\sigma_3 = -200$ МПа;

г) $\sigma_1 = 470$ МПа; $\sigma_2 = 0$ МПа; $\sigma_3 = -170$ МПа.

2.8. Визначити відносні деформації ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 виділеного із тіла сталевго кубика (рис. 2.6), що перебуває під дією головних напружень

$\sigma_1=120$ МПа, $\sigma_2=70$ МПа. Модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для сталі: $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,26$.

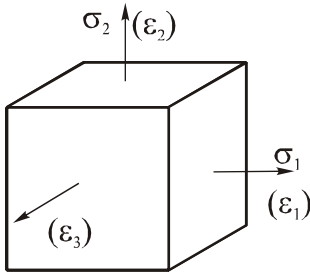


Рис. 2.6

Відповідь: $\varepsilon_1=4,85 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2=1,85 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_3=-2,35 \cdot 10^{-4}$.

2.9. Визначити головні напруження σ_1 , σ_2 , що виникають у виділеному із сталевого бруса кубіку (рис. 2.6), якщо відносні деформації в напрямку головних напружень дорівнюють: $\varepsilon_1=600 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_2=450 \cdot 10^{-6}$. Модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для сталі: $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,26$.

Відповідь: $\sigma_1=157,6$ МПа; $\sigma_2=134,1$ МПа.

2.10. За заданими величинами головних напружень σ_1 , σ_2 (рис. 2.7) визначити нормальне σ_α та дотичне τ_α напруження на площинці, нормаль до якої n_α нахилена під кутом α до лінії дії напруження σ_1 , при таких числових даних: а) $\sigma_1=100$ МПа, $\sigma_2=40$ МПа, $\alpha=60^\circ$; б) $\sigma_1=50$ МПа, $\sigma_2=-80$ МПа, $\alpha=-30^\circ$; в) $\sigma_1=80$ МПа, $\sigma_2=-80$ МПа, $\alpha=45^\circ$; г) $\sigma_1=200$ МПа, $\sigma_2=-200$ МПа, α -довільний; д) $\sigma_1=-30$ МПа, $\sigma_2=-90$ МПа, $\alpha=-45^\circ$.

Відповідь: а) $\sigma_\alpha=55$ МПа,

$\tau_\alpha=26$ МПа;

б) $\sigma_\alpha=17,5$

МПа, $\tau_\alpha=-56,3$ МПа;

в) $\sigma_\alpha=0$ МПа,

$\tau_\alpha=80$ МПа;

г) $\sigma_\alpha=200$ МПа,

$\tau_\alpha=0$ МПа;

д) $\sigma_\alpha=-60$ МПа,

$\tau_\alpha=-30$ МПа.

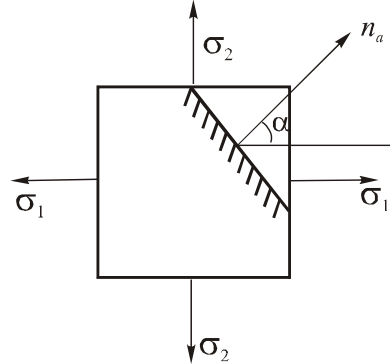


Рис. 2.7

2.11. Сталевий паралелепіпед перебуває під дією трьох взаємно перпендикулярних нормальних напружень: 300 МПа, -400 МПа, 100 МПа. Визначити відносні деформації в напрямках напружень і відносну зміну об'єму паралелепіпеда. Обчислити розрахункові напруження за III і IV теоріями міцності та оцінити міцність, якщо $[\sigma]=600$ МПа.

Відповідь: $\varepsilon_1=10,5 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2=6,5 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_3=-26 \cdot 10^{-4}$; $\theta=9 \cdot 10^{-4}$;
 $\sigma_p^{III}=700 \text{ МПа} > 600 \text{ МПа}$ (міцність не забезпечена), $\sigma_p^{IV}=624,5 \text{ МПа} > 600$
 МПа (міцність не забезпечена).

2.12. Визначити найбільшу відносну деформацію елементарного сталевго кубика (рис. 2.8) при таких значеннях головних напружень (МПа): а) 15, 30, 45; б) 15, 30, -45; в) 15, -30, 45; г) -15, 30, 45. Модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для сталі: $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\mu=0,25$.

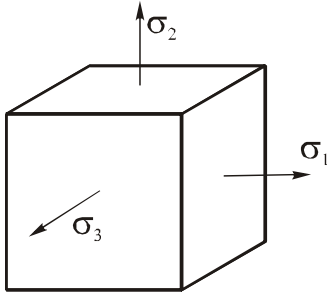


Рис. 2.8

Відповідь: а) $22,5 \cdot 10^{-5}$; б) 0; в) $7,5 \cdot 10^{-5}$; г) $15 \cdot 10^{-5}$.

2.13. У товстій плиті (рис. 2.9) зроблено гніздо кубічної форми в 1 см^3 . У це гніздо вставлений кубик, який

навантажений після цього стискувальною силою $F=30 \text{ кН}$. Вважаючи плиту жорсткою, визначити головні напруження в кубіку та перевірити його міцність за ІУ теорією, якщо допустиме напруження $[\sigma]=200 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

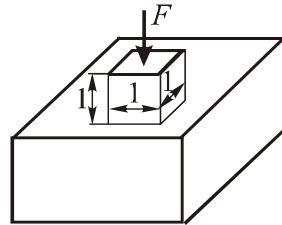


Рис. 2.9

Розв'язок

Визначаємо нормальні напруження на верхній та нижній горизонтальних площинках

$$\sigma' = -\frac{F}{A} = -\frac{30 \text{ кН}}{1 \cdot 1 \text{ см}^2} = -300 \text{ МПа}.$$

Напруження на бокових площинках унаслідок симетрії будуть однаковими, тобто

$$\sigma'' = \sigma'''.$$

Відносні деформації в напрямку цих напружень будуть однаковими та дорівнюють нулеві, оскільки плиту вважають абсолютно жорсткою. З узагальненого закону Гука дістаємо

$$\varepsilon'' = \varepsilon''' = \frac{1}{E} [\sigma'' - \mu(\sigma' + \sigma'')] = 0,$$

звідси знаходимо

$$0,7 \cdot \sigma'' = -0,3 \cdot \sigma' = -0,3 \cdot 300 = -90 \text{ МПа} ,$$

$$\sigma'' = -\frac{90}{0,7} = -129 \text{ МПа} .$$

Враховуючи правило позначення головних напружень $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, дістаємо

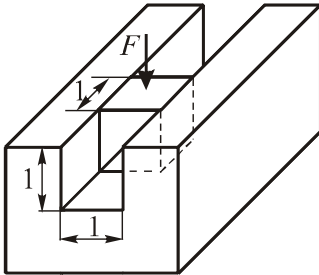
$$\sigma_1 = -129 \text{ МПа}; \sigma_2 = -129 \text{ МПа}; \sigma_3 = -300 \text{ МПа}.$$

Розрахункове (еквівалентне) напруження за ІУ теорією та умова міцності мають вигляд

$$\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma].$$

Підставивши в умову числові значення, дістаємо: 171 МПа < 200 МПа. Умова міцності виконується.

2.14. У товстій жорсткій плиті (рис. 2.10) зроблено поздовжній паз шириною і глибиною по 1 см, куди вставлено алюмінієвий кубик $1 \times 1 \times 1$ см. Кубик стиснуто силою $F=6$ кН. Визначити головні напруження та перевірити міцність кубика за Ш теорією міцності, якщо $\mu = 0,33$.



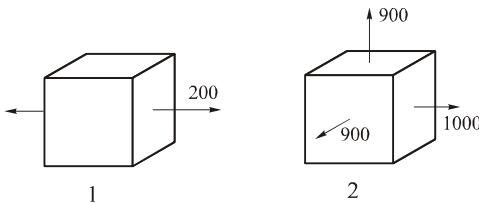
Допустиме напруження для алюмінію $[\sigma] = 60$ МПа.

Відповідь: $\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = -20$ МПа;

$\sigma_3 = -60$ МПа; $\sigma_p^{III} = 60$ МПа. Міцність забезпечена.

Рис. 2.10

2.15. З двох різних деталей, виготовлених зі сталі Ст3, виділені елементи, на гранях яких виникають напруження, що показані на рис. 2.11. Встановити, який з виділених елементів міцніший, визначивши

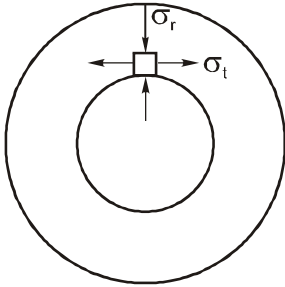


розрахункові напруження за відповідною теорією міцності. Перевірити міцність цього елемента, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Рис. 2.11

Відповідь: для елемента 1 - $\sigma_p^{III} = 200 \text{ МПа} > 160 \text{ МПа}$, умова міцності не виконується. Для елемента 2 - $\sigma_p^{III} = 100 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$, умова міцності виконується.

2.16. Підчас вистрілу в небезпечній точці ствола гармати (рис. 2.12) виникають напруження $\sigma_r = -300 \text{ МПа}$, $\sigma_t = 600 \text{ МПа}$ і напруження $\sigma_z = 400 \text{ МПа}$, що перпендикулярне до площини рисунка. Визначити найбільше дотичне напруження та розрахункове напруження за III теорією міцності.



Оцінити міцність ствола, якщо $[\sigma] = 1000 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\tau_{\max} = 450 \text{ МПа}$; $\sigma_p^{III} = 900 \text{ МПа} < 1000 \text{ МПа}$, умова міцності виконується.

2.17. Визначити розрахункові напруження за III і IV теоріями міцності (при $\mu = 0,30$) для таких значень головних напружень (МПа):

Рис. 2.12

а) 120, 100, 80; б) -120, -80, 100; в) -100, -80, -80; г) 100, 150, -40.

Відповідь: а) $\sigma_p^{III} = 40 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 34,6 \text{ МПа}$;

б) $\sigma_p^{III} = 220 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 203 \text{ МПа}$;

в) $\sigma_p^{III} = 20 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 20 \text{ МПа}$;

г) $\sigma_p^{III} = 190 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 170,6 \text{ МПа}$.

Тема 3. Геометричні характеристики поперечних перерізів стержнів

Теоретична довідка

Геометричними характеристиками перерізу є: *площа, статичні моменти, моменти інерції*.

Якщо відома площа A перерізу та координати центра ваги перерізу відносно вибраних осей $y, z - y_c, z_c$, то *статичні моменти* відносно цих осей дорівнюють

$$S_y = z_c \cdot A; \quad S_z = y_c \cdot A.$$

Формули для визначення положення центра ваги перерізу в координатній системі Oyz

$$z_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_z}{A}.$$

Положення центра ваги складного перерізу, який можна розкласти на такі прості частини, для кожної з яких відома площа та положення центра, визначають за формулами:

$$z_c = \frac{\sum_i S_y^{(i)}}{\sum_i F_i}; \quad y_c = \frac{\sum_i S_z^{(i)}}{\sum_i F_i}.$$

Моменти інерції бувають: *осьові* (відносно осей y, z), *відцентровий*, *полярний*. Полярний і осьові моменти зв'язані залежністю

$$I_p = I_z + I_y.$$

При переході від *центральної осей* y_c, z_c (осей, що проходять через центр перерізу) до довільних осей y, z , які паралельні до центральних, використовують *формули паралельного переносу*

$$\left. \begin{aligned} I_z &= I_{z_c} + a^2 A \\ I_y &= I_{y_c} + b^2 A \\ I_{yz} &= I_{y_c z_c} + abA \end{aligned} \right\},$$

де a, b – координати центра перерізу відносно осей y, z .

Головними центральними осями перерізу називають такі центральні осі, відносно яких відцентровий момент інерції I_{yz} дорівнює нулеві.

Якщо переріз має безліч осей симетрії (круг, кільце), то будь-які центральні осі є головними центральними. Якщо переріз має дві осі симетрії (прямокутник, двотавр), то ці осі симетрії є головними центральними осями. Якщо переріз має одну вісь симетрії (рівнобедрений

трикутник, швелер), то ця вісь симетрії та перпендикулярна до неї вісь, що проходить через центр перерізу, є головними центральними осями. Якщо переріз не має жодної осі симетрії, то положення головних центральних осей відносно довільних центральних осей z_c, y_c задається кутом α , який знаходять зі співвідношення

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{y_c z_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}}.$$

Додатній кут α відкладають проти ходу стрілки годинника.

Головними моментами інерції перерізу називають осьові моменти інерції, визначені відносно його головних центральних осей. Серед інших осьових моментів інерції відносно довільних центральних осей перерізу головні моменти інерції набувають екстремального (*max*, *min*) значення. Ці головні моменти визначають з виразу

$$\left. \begin{array}{l} I_{\max} \\ I_{\min} \end{array} \right\} = \frac{I_{z_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{z_c} - I_{y_c}}{2}\right)^2 + I_{y_c z_c}^2}.$$

Моменти інерції деяких простих перерізів відносно головних центральних осей:

а) круг з радіусом d : $I_z = I_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4$;

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4;$$

б) кільце з внутрішнім діаметром d і зовнішнім D ($D/d = \alpha$):

$$I_z = I_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4) \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4); \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \alpha^4) \approx 0,1D^4(1 - \alpha^4);$$

в) прямокутник з розмірами $b \times h$ (сторона b паралельна до осі z):

$$I_z = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{hb^3}{12}; \quad I_p = I_z + I_y;$$

г) квадратний переріз зі стороною a :

$$I_z = I_y = \frac{a^4}{12}; \quad I_p = 2I_z = \frac{a^4}{6};$$

д) переріз у вигляді рівнобедреного трикутника (сторона b паралельна до осі z):

$$I_z = \frac{bh_3}{36}; \quad I_y = \frac{hb^3}{48};$$

е) перерізи прокатних профілів – двотавр, швелер, рівносторонній та нерівносторонній кутники: розміри перерізів профілів і всі геометричні характеристики наведені в таблицях сортаменту залежно від номера профілю.

Осьові (W_z , W_y) та полярний (W_p) моменти опору перерізу визначають за формулами

$$W_z = I_z / y_{\max} ; W_y = I_y / z_{\max} ; W_p = I_p / \rho_{\max} .$$

Задачі

3.1. Визначити статичні моменти відносно осей y , z перерізів, які показані на рис. 3.1.

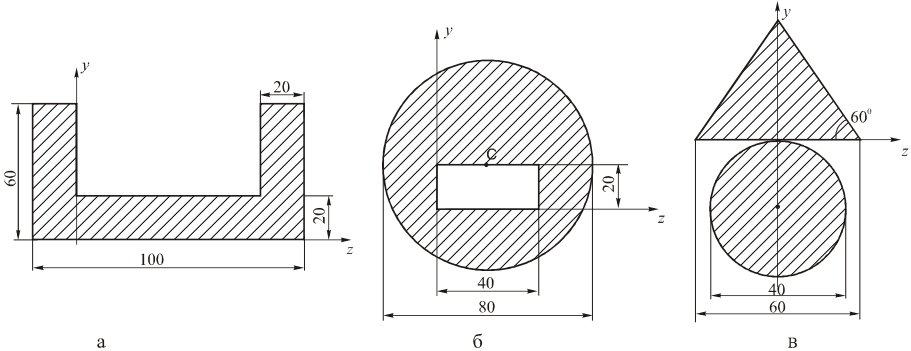


Рис. 3.1

Розв'язок

Розв'язок наведемо для схеми б. Розкладаємо складний переріз на дві прості частини: круг діаметром 80 мм і вирізаний прямокутник з розмірами 40×20 мм. Статичні моменти відносно осей визначаємо за формулами $S_z = \sum_i A_i \cdot y_i$, $S_y = \sum_i A_i \cdot z_i$, де A_i , y_i , z_i – площі та координати центрів цих площ відносно вибраних осей y , z . Для даного перерізу

$$S_z = \frac{3,14 \cdot 80^2}{4} \cdot 20 - 40 \cdot 20 \cdot 10 = 100480 - 8000 = 92480 \text{ мм}^3,$$

$$S_y = \frac{3,14 \cdot 80^2}{4} \cdot 20 - 40 \cdot 20 \cdot 20 = 100480 - 16000 = 84480 \text{ мм}^3.$$

Відповідь: а) $S_z = 84000 \text{ см}^3$, $S_y = 84000 \text{ мм}^3$; в) $S_z = 1870 \text{ см}^3$, $S_y = 0 \text{ мм}^3$.

3.2. Визначити момент інерції прямокутника зі сторонами 120×200 мм (рис. 3.2) відносно осей y_1, z_1 і відцентровий момент інерції відносно цих осей.

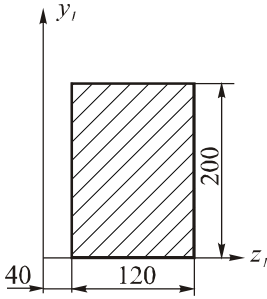


Рис. 3.2

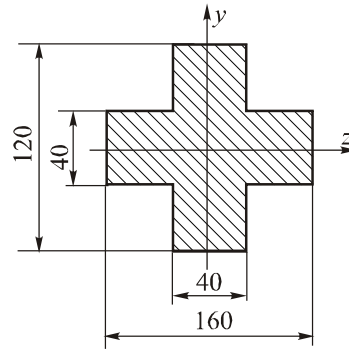


Рис. 3.3

Відповідь: $I_{z_1} = 2,24 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$, $I_{y_1} = 1.152 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$,

$$I_{y_1 z_1} = 1,44 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

3.3. Обчислити головні моменти інерції та осьові моменти опору симетричного перерізу, який показаний на рис. 3.3.

Відповідь: $I_z = 640 \text{ см}^4$, $I_y = 2048 \text{ см}^4$, $W_z = 106,67 \text{ см}^3$, $W_y = 256 \text{ см}^3$.

3.4. Визначити моменти інерції та моменти опору перерізів, що показані на рис. 3.4, а, б, в, г відносно осей y, z .

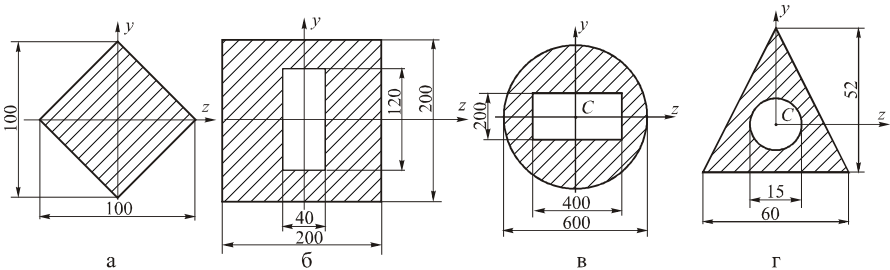


Рис. 3.4

Відповідь: переріз (а): $I_z = I_y = 65104 \text{ мм}^4$, $W_z = W_y = 2604 \text{ мм}^3$;
 переріз (б): $I_z = 1,275 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$, $I_y = 1,327 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$,
 $W_z = 1,275 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$, $W_y = 1,327 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$;
 переріз (в): $I_z = 62,14 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$, $I_y = 54,13 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$,
 $W_z = 20,71 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$, $W_y = 18,04 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$;
 переріз (г): $I_z = 231815 \text{ мм}^4$, $I_y = 231469 \text{ мм}^4$, $W_z = 6681 \text{ мм}^3$,
 $W_y = 7716 \text{ мм}^3$.

3.5. Визначити головні моменти інерції та моменти опору перерізів, складених з прокатних профілів (рис. 3.5, а, б, в).

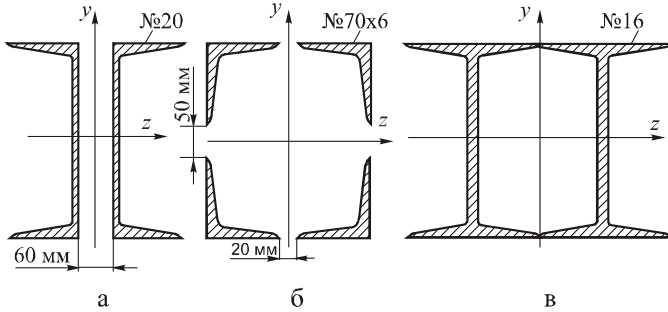


Рис. 3.5

Відповідь: переріз (а): $I_z=3040 \text{ см}^4$, $I_y=1428 \text{ см}^4$, $W_z=304 \text{ см}^3$, $W_y=134,7 \text{ см}^3$;

переріз (б): $I_z=2014 \text{ см}^4$, $I_y=1348 \text{ см}^4$, $W_z=212 \text{ см}^3$, $W_y=168,4 \text{ см}^3$;

переріз (в): $I_z=1746 \text{ см}^4$, $I_y=780 \text{ см}^4$, $W_z=218,3 \text{ см}^3$, $W_y=96,3 \text{ см}^3$.

3.6. Визначити положення центра ваги та величину головних моментів інерції перерізів (рис. 3.6 а, б, в, г), розміри яких задані в мм.

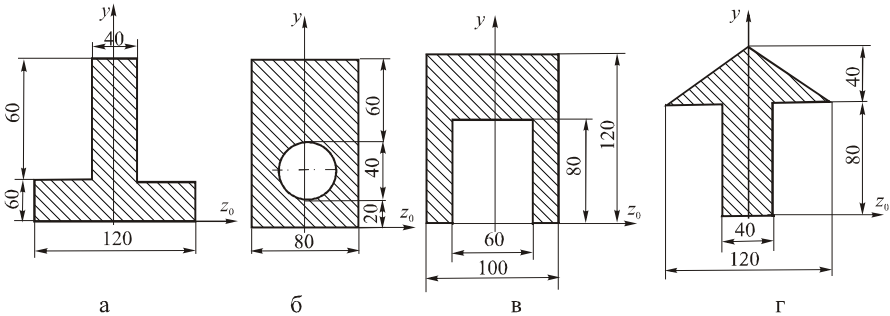


Рис. 3.6

Відповідь: переріз (а): $y_c=3,67 \text{ см}$, $I_z=535,84 \text{ см}^4$, $I_y=608 \text{ см}^4$,

переріз (б): $y_c=6,30 \text{ см}$, $I_z=1081,6 \text{ см}^4$, $I_y=499,4 \text{ см}^4$,

переріз (в): $y_c=7,33 \text{ см}$, $I_z=864 \text{ см}^4$, $I_y=856 \text{ см}^4$,

переріз (г): $y_c=6,28 \text{ см}$, $I_z=581,61 \text{ см}^4$, $I_y=186,67 \text{ см}^4$.

3.7. Визначити положення центра ваги, показати головні центральні осі та знайти величини головних моментів інерції перерізів, які показані на рис. 3.7 а,б,в,г.

Відповідь: переріз (а): $y_c=3,38 \text{ см}$, $I_z=4252 \text{ см}^4$, $I_y=3015 \text{ см}^4$,

переріз (б): $y_c=5,60$ см, $I_z=732,4$ см⁴, $I_y=593,9$ см⁴,
 переріз (в): $y_c=4,80$ см, $I_z=1313$ см⁴, $I_y=1621$ см⁴,
 переріз (г): $y_c=3,28$ см, $I_z=387,0$ см⁴, $I_y=551,0$ см⁴.

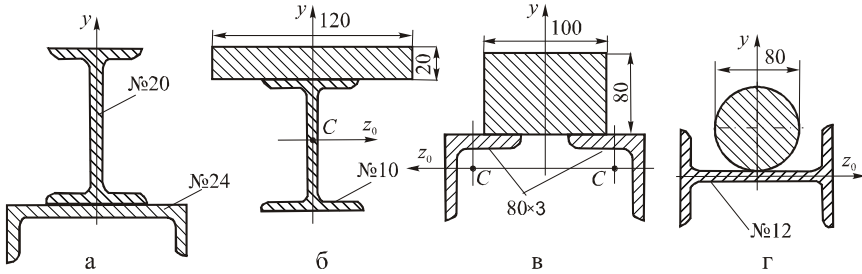


Рис. 3.7

3.8. Визначити положення головних центральних осей і обчислити головні моменти інерції перерізу, що зображений на рис. 3.8, а.

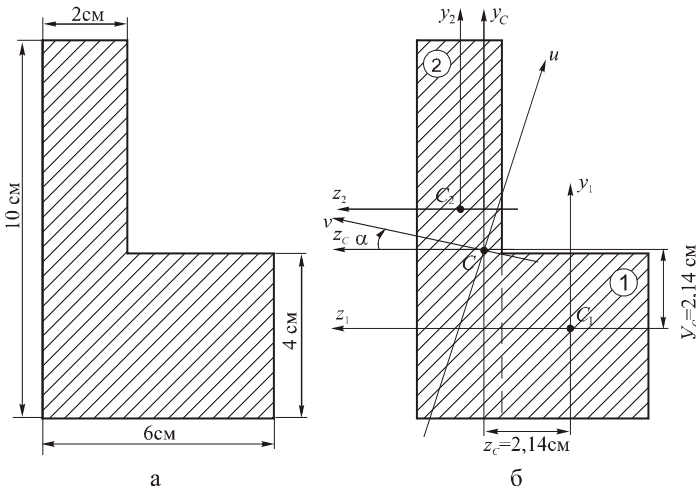


Рис. 3.8

Розв'язок

Розкладаємо складний переріз на дві прості частини (рис. 3.8, б): прямокутники (1) і (2). Проводимо для них головні центральні осі y_1, z_1 та y_2, z_2 . Визначаємо положення центра перерізу відносно осей y_1, z_1 :

$$y_c = \frac{\sum S_{z_1}}{\sum A} = \frac{0 + 2 \cdot 10 \cdot 3}{4 \cdot 4 + 2 \cdot 10} = \frac{60}{28} = 2,14 \text{ см};$$

$$z_c = \frac{\sum S_{y_1}}{\sum A} = \frac{0 + 2 \cdot 10 \cdot 3}{28} = 2,14 \text{ см.}$$

Відкладаємо отримані координати і наносимо центр C перерізу. Проводимо через центр центральні осі y_c, z_c . Визначаємо моменти інерції відносно цих осей

$$I_{z_c} = I_{z_1} + a_1^2 A_1 + I_{z_2} + a_2^2 A_2 = \frac{4^4}{12} 2,14^2 \cdot 16 + \frac{2 \cdot 10^3}{12} + 0,86^2 \cdot 20 = 276 \text{ см}^4,$$

$$I_{y_c} = I_{y_1} + b_1^2 A_1 + I_{y_2} + b_2^2 A_2 = \frac{4^4}{12} 2,14^2 \cdot 16 + \frac{10 \cdot 2^3}{12} + 0,86^2 \cdot 20 = 116 \text{ см}^4,$$

$$I_{y_c z_c} = I_{y_1 z_1} + a_1 b_1 A_1 + I_{y_2 z_2} + a_2 b_2 A_2 = 0 + 2,14^2 \cdot 16 + 0 + 0,86^2 \cdot 20 = 88 \text{ см}^4.$$

Знаходимо задане кутом α положення головних центральних осей u, v . Величину кута обчислюємо за формулою

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{y_c z_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 88}{276 - 116} = -1,1 \rightarrow 2\alpha = -47,72^\circ.$$

Тобто $\alpha = -23,86^\circ$.

Відкладаємо знайдений кут від осі z_c за ходом стрілки годинника (цим враховано знак “-”) і проводимо головні центральні осі u, v . Знаходимо значення головних моментів інерції:

$$I_{u,v} = \frac{I_{z_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{z_c} - I_{y_c}}{2}\right)^2 + I_{y_c z_c}^2} = \frac{276 + 116}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{276 - 116}{2}\right)^2 + 88^2} = 196 \pm 119.$$

Отже $I_u = 315 \text{ см}^4, I_v = 77 \text{ см}^4$.

3.9. Визначити положення центра ваги, провести центральні осі, знайти положення головних центральних осей та обчислити значення головних моментів інерції перерізів, які показані на рис. 3.9 а, б, в.

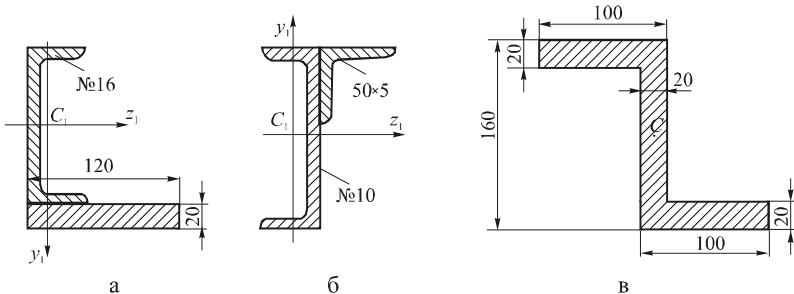
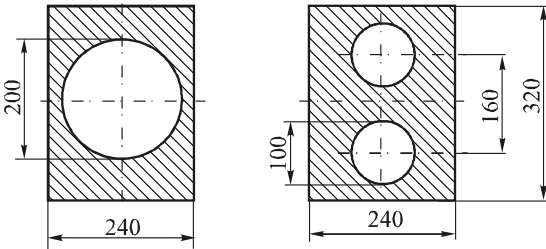


Рис. 3.9

Відповідь: переріз (а): координати центра (відносно головних осей

швелера) $y_C=1,09$ см, $z_C=0,87$ см; $\alpha=-12,86^\circ$; $I_u=237,2$ см⁴, $I_v=49,6$ см⁴;
 переріз (б): координати центра (відносно головних осей швелера) $y_C=3,87$ см, $z_C=1,81$ см; $\alpha = -18,20^\circ$; $I_u=1719,1$ см⁴, $I_v = 405,3$ см⁴;
 переріз (в): переріз симетричний, центр ваги перерізу розміщений на перетині осей симетрії; $\alpha=20,6^\circ$; $I_u=2912$ см⁴, $I_v=331$ см⁴.

3.10. Як зміняться площа та головні моменти інерції перерізу трубчастої балки (рис. 3.10), якщо один отвір діаметром 20 см замінити двома отворами діаметрами 10 мм?



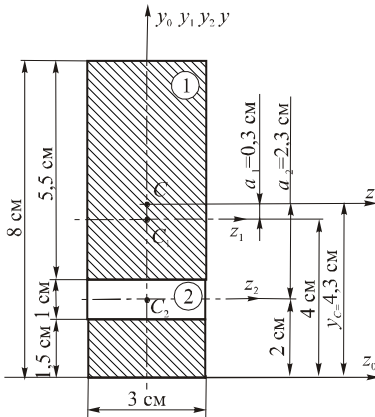
Відповідь: площа зросте в 1,35 рази; момент інерції відносно горизонтальної осі зменшиться і становитиме 0,95 від першого значення; момент інерції відносно вертикальної осі зросте в 1,24 рази.

Рис. 3.10

3.11. Знайти моменти інерції відносно головних центральних осей поперечного перерізу тятиви другого коліна висувної трьохколіної драбини Л-60. Розміри поперечного перерізу тятиви показані на рис. 3.11.

Розв'язок

Заданий складний переріз розділяємо на дві частини: частина 1 – прямокутник з розмірами 8×3 см, з площею $A_1 = 24$ см²; частина 2 – прямокутник з розмірами 1×3 см, з площею $A_2 = 3$ см²;



Положення центра ваги всього перерізу визначаємо відносно осей z_0, y_0 , де y_0 - вісь симетрії перерізу. Центр ваги перерізу лежить на осі симетрії, отже координата $z_C = 0$.

Координату y_C знайдемо за формулою

$$y_C = \frac{\sum S_{z_0}}{\sum A} = \frac{S_{z_0}^{(1)} - S_{z_0}^{(2)}}{A_1 - A_2} = \frac{24 \cdot 4 - 3 \cdot 2}{24 - 3} = \frac{96 - 6}{21} = 4,3 \text{ см.}$$

Рис. 3.11

Знак „ - „, у попередньому виразі прийнятий тому, що в даному випадку складний переріз є різницею частин 1 та 2. Відкладаємо значення $z_C = 0$ і $y_C = 4,3$ см на рисунку, показуємо центр ваги (т. С) і проводимо головні центральні осі z, y .

Головні моменти інерції I_Z, I_Y обчислюємо за формулами паралельного переносу

$$I_Z = I_{Z_1}^{(1)} + a_1^2 A_1 - (I_{Z_2}^{(2)} + a_2^2 A_2);$$

$$I_Y = I_{Y_1}^{(1)} + b_1^2 A_1 - (I_{Y_2}^{(2)} + b_2^2 A_2),$$

де: $a_1 = -0,3$ м; $b_1 = 0$ - координати центра C_1 відносно осей z, y ;

$a_2 = -2,3$ м; $b_2 = 0$ - координати центра C_2 відносно осей z, y .

$$I_{Z_1}^{(1)} = \frac{b_1 h_1^2}{12} = \frac{3 \cdot 8^3}{12} = 128 \text{ см}^4; \quad I_{Z_2}^{(2)} = \frac{b_2 h_2^2}{12} = \frac{3 \cdot 1^3}{12} = 0,25 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y_1}^{(1)} = \frac{h_1 b_1^2}{12} = \frac{8 \cdot 3^3}{12} = 18 \text{ см}^4; \quad I_{Y_2}^{(2)} = \frac{h_2 b_2^2}{12} = \frac{1 \cdot 3^3}{12} = 0,75 \text{ см}^4.$$

Тоді

$$I_Z = 128 + (-0,3)^2 \cdot 24 - 0,25 - (-2,3)^2 \cdot 3 = 114,0 \text{ см}^4,$$

$$I_Y = 18 - 0,75 = 17,25 \text{ см}^4.$$

Тема 4. Зсув. Теоретична довідка

Окремий випадок плоского напруженого стану, при якому на гранях елементарного кубика, виділеного з тіла, виникають лише дотичні напруження, називають *чистим зсувом*. Умова міцності при зсуві має вигляд

$$\tau \leq [\tau].$$

Допустиме напруження $[\tau]$ за ІУ теорією міцності дорівнює

$$[\tau] = 0,6 \cdot [\sigma].$$

Умову міцності при зсуві використовують для розрахунків на міцність елементів конструкцій, що з'єднані між собою заклепками чи зваркою. В таких елементах руйнування відбувається внаслідок *зрізу* заклепок або зварного шва. Умова міцності набирає вигляду

$$\tau_{\max} = \frac{N}{A_{зр}} \leq [\tau]_{зр},$$

де: $A_{зр}$ - сумарна площа зрізу; $[\tau]_{зр}$ - допустиме напруження на зріз. У випадку заклепкового з'єднання площа зрізу дорівнює

$$A_{зр} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot i \cdot z,$$

де i - кількість площин зрізу однієї заклепки; $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ - площа

поперечного перерізу однієї площини зрізу; d - діаметр заклепки; z - кількість заклепок у з'єднанні. Для розрахунку *напусткових швів* зварних з'єднань умова міцності має вигляд

$$\tau = \frac{F}{0,7 \delta l} \leq [\tau]$$

де δ, l - товщина і довжина шва.

Задачі

4.1. Вставлений в захвати розривної машини зразок круглого перерізу розірвався при напруженні $\sigma_{\text{мц}} = 200$ МПа (рис. 4.1). Які напруження зрізу $\tau_{зр}$ виникли в цей момент в головці зразка?

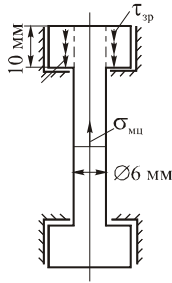


Рис. 4.1

Відповідь: $\tau_{зр}=30 \text{ МПа}$.

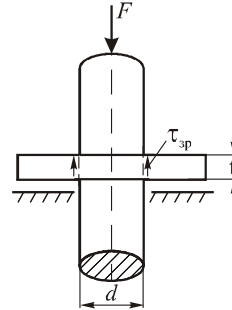


Рис. 4.2

4.2. Напруження стиску в болті діаметром $d=4 \text{ см}$ (рис. 4.2) дорівнює $\sigma_{ст}=200 \text{ МПа}$. Визначити дотичні напруження зрізу в запличку, якщо його товщина $t=1,5 \text{ см}$.

Відповідь: $\tau=133,3 \text{ МПа}$.

4.3. Дві шпильки діаметром $d=20 \text{ мм}$ кріплять стіни лист, який навантажений силою $F=100 \text{ кН}$ (рис. 4.3). Визначити дотичні напруження в шпильках.

Відповідь: $\tau=154,3 \text{ МПа}$.

4.4. Границя міцності на зріз м'якої сталі $\tau_{міц}=200 \text{ МПа}$. Визначити зусилля F , необхідне для протискування отвору діаметра d в сталевій пластині товщиною t (рис. 4.4), якщо:

- а) $d=20 \text{ мм}$; $t=10 \text{ мм}$; б) $d=16 \text{ мм}$; $t=15 \text{ мм}$;
в) $d=10 \text{ мм}$; $t=20 \text{ мм}$; г) $d=20 \text{ мм}$; $t=20 \text{ мм}$.

Відповідь: а) $F=125,6 \text{ кН}$; б) $F=150,7 \text{ кН}$; в) $F=125,6 \text{ кН}$; г) $F=251,2 \text{ кН}$.

Рис. 4.3

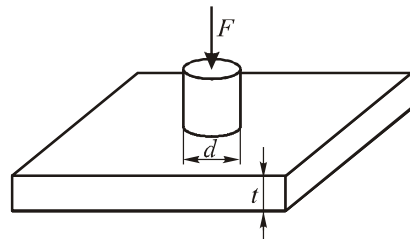


Рис. 4.4

4.5. Визначити необхідну кількість заклепок діаметром $d=20 \text{ мм}$ для напусткового з'єднання двох листів (рис. 4.5). Сила F , що розтягує з'єднання, дорівнює 200 кН . Допустиме напруження матеріалу заклепки на зріз $[\tau]=140 \text{ МПа}$.

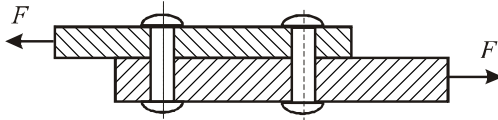


Рис. 4.5

Відповідь: 5 заклепок.

4.6. Лист з поперечним перерізом 12×150 мм має стик (рис. 4.6), перекритий двома накладками товщиною 6 мм. У з'єднанні застосовані заклепки діаметром 20 мм. Сила, що розтягує з'єднання, $F=200$ кН. Визначити напруження зрізу в заклепках і напруження розтягу в небезпечних перерізах листів і накладок.

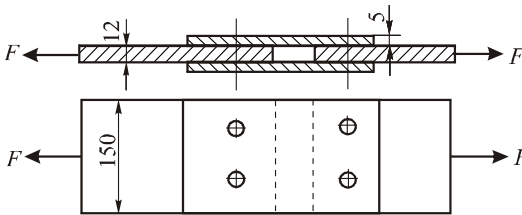


Рис. 4.6

Розв'язок

Напруження зрізу в заклепках

$$\tau = \frac{F}{A_{зр}} = \frac{4F}{\pi \cdot d^2 \cdot i \cdot z} = \frac{4 \cdot 200}{3,14 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2} = 15,9 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 159 \text{ МПа}$$

Напруження розтягу в небезпечному перерізі листа (де є отвори під заклепки)

$$\sigma_p^{\text{листа}} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{200}{15 \cdot 1,2 - 2 \cdot \pi \cdot 1^2} = 17,06 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 170,6 \text{ МПа}$$

Напруження розтягу в небезпечному перерізі накладок (де є отвори під заклепки)

$$\sigma_p^{\text{накл}} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{200}{15 \cdot 1 - 2 \cdot \pi \cdot 1^2} = 22,93 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 229,3 \text{ МПа}.$$

4.7. Визначити величину сили, яку можна прикласти до пуансона (рис. 4.7) і найбільший діаметр отвору, який можна пробити в сталевому листі товщиною 12 мм, якщо допустиме напруження на стиск для матеріалу пуансона $[\sigma] = 1200$ МПа і границя міцності матеріалу листа при зрізі $\tau_{\text{мц}} = 400$ МПа.

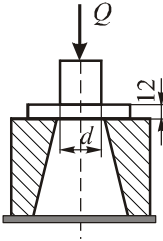


Рис. 4.7

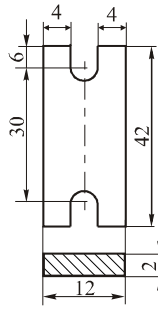


Рис. 4.8

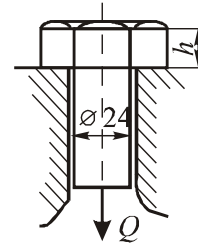


Рис. 4.9

Відповідь: $Q=241$ кН, $d=16$ мм.

4.8. Із сталевого листа товщиною 2 мм штамнують деталь, що показана на рис. 4.8. Визначити силу, потрібну для штампування, якщо границя міцності на зріз матеріалу листа $\tau_{\text{мі}}=200$ МПа.

Відповідь: $Q=54,6$ кН.

4.9. Визначити необхідну висоту h головки болта (рис. 4.9), що розтягується силою $Q=50$ кН, якщо допустиме напруження на зріз матеріалу болта $[\tau]_{\text{зр}}=60$ МПа.

Відповідь: $h=1,1$ см.

4.10. Визначити необхідні розміри h , a , b врубки «прямим зубом» для дерев'яного бруса квадратного поперечного перерізу (рис. 4.10), розтягнутого силами $F=50$ кН. Допустимі напруження дерева: на розтяг - $[\sigma]_{\text{р}}=12$ МПа; на зминання - $[\sigma]_{\text{зм}}=10$ МПа.; на зріз (сколювання) - $[\tau]_{\text{зр}}=2$ МПа.

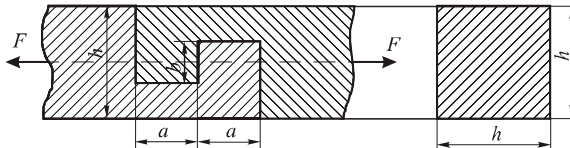


Рис. 4.10

Розв'язок

Для нормальної роботи з'єднання повинні виконуватись умови міцності:

$$1) \text{ на зминання: } \sigma_{зм} = \frac{F}{A_{зм}} = \frac{F}{b \cdot h} \leq [\sigma]_{зм}, \text{ звідси знаходимо:}$$

$$b \cdot h = 50;$$

$$2) \text{ на зріз: } \tau_{зр} = \frac{F}{a \cdot h} \leq [\tau]_{зр}, \text{ звідси дістаємо: } a \cdot h = 250;$$

$$3) \text{ на розтяг } \sigma_{\max} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{F \cdot 2}{h(h-b)} \leq [\sigma]_p, \text{ звідси: } h(h-b) = 83,3.$$

Розв'язавши систему отриманих рівнянь, знаходимо необхідні розміри: $b=4,5$ см, $h=11,5$ см, $a=21,8$ см.

4.11. Сталевий кубик з розмірами сторін $a=20$ см перебуває в умовах чистого зсуву (рис. 4.11) з дотичними напруженнями $\tau=80$ МПа. Визначити величину абсолютної деформації зсуву Δs і кут зсуву γ , якщо модуль Юнга для матеріалу кубика $E=2 \cdot 10^5$ МПа, а коефіцієнт Пуассона $\mu=0,30$.

Відповідь: $\Delta s=2,08 \cdot 10^{-2}$ см, $\gamma=1,04 \cdot 10^{-3}$.

4.12. Кришка котла закріплена до стінок заклепками, як показано на рис. 4.12. Внутрішній діаметр котла $D=1200$ мм. Тиск в котлі $p=2$ МПа.

Діаметр

р

заклепо

к $d=20$

мм. Допустиме напруження

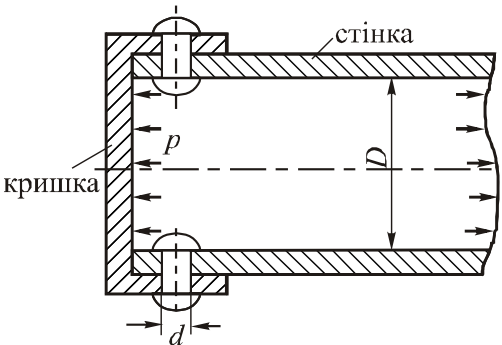
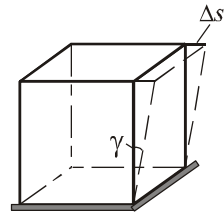


Рис. 4.11

матеріалу заклепок на зріз $[\tau]_{зр}=80$ МПа. Визначити

сумарну кількість заклепок, яка потрібна для закріплення двох днищ.

Рис. 4.12

Відповідь: $z=2 \cdot 90=180$ заклепок.

4.13. Визначити необхідну довжину l флангових швів для напусткового з'єднання двох листів різної товщини (рис. 4.13). З'єднання розтягується силою $F=150$ кН. Товщина вузького листа 10 мм, а

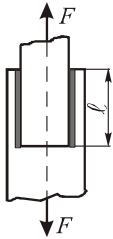


Рис. 4.13

широкого – 8 мм. Допустиме напруження зварки на зріз $[\tau] = 110$ МПа.

Відповідь: $l_{\text{розр}} = 9,75$ см; $l = 9,75 + 2 \cdot 0,5 = 10,75$ см.

4.14. Два листи з розмірами $b \times \delta = 200 \times 8$ мм приварені подвійним лобовим швом (рис. 4.14). Яке найбільше навантаження F можна прикласти до листів, якщо допустиме напруження для листів $[\sigma] = 160$ МПа, а для зварного шва $[\tau]_{\text{зр}} = 110$ МПа.

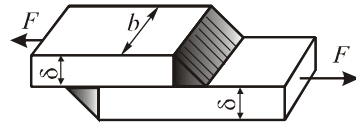


Рис. 4.14

Відповідь: $F = 246,4$ кН.

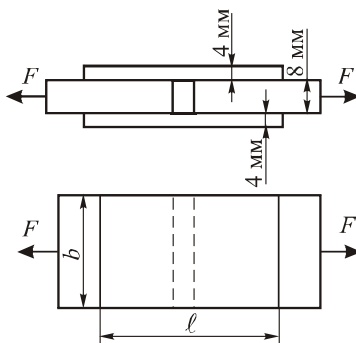


Рис. 4.15

4.15. Дві текстолітові пластинки з'єднані між собою за допомогою двох накладок, що приклеєні до пластинок так, як показано на рис. 4.15. Система навантажена силами розтягу $F = 30$ кН. Визначити необхідну ширину b і довжину l накладок, якщо допустиме напруження текстоліту на розтяг $[\sigma]_{\text{р}} = 25$ МПа, а допустиме напруження клейового шва на зріз $[\tau]_{\text{зр}} = 4$ МПа.

Відповідь: $b = 150$ мм, $l = 50$ мм.

4.16. Дві сталеві труби з діаметрами $D = 80$ мм і $d = 70$ мм з'єднані встик за допомогою сталеві втулки, яка приклеєна до труб клеєм (рис. 4.16). Виходячи з умови однакової міцності з'єднання, визначити внутрішній діаметр втулки $d_{\text{в}}$ і довжину втулки l . Допустиме напруження сталі на розтяг $[\sigma]_{\text{р}} = 160$ МПа; допустиме напруження клеєного з'єднання на зріз $[\tau]_{\text{зр}} = 6$ МПа.

Відповідь: $d_{\text{в}} = 58,3$ мм,
 $l = 286$ мм.

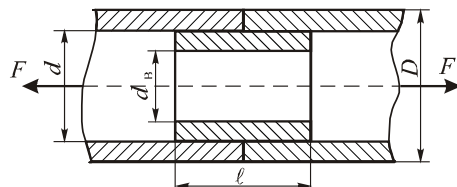


Рис. 4.16

Тема 5. Заклепкові з'єднання. Теоретична довідка

З'єднання, здійснене заклепками, належить до *нероз'ємних* з'єднань. Окрім деформації зсуву в таких з'єднаннях виникають деформації розтягу (стиску) та змінання бокових поверхонь деталей.

Заклепкові з'єднання застосовують у випадках, коли: зварювання і склеювання неефективне; деталі виготовлені із різнорідних матеріалів, кольорових металів чи сплавів; нагрів деталей недопустимий; конструкції унікальні чи особливо відповідальні (ферми залізничних мостів); у випадку великих ударних і вібраційних навантажень (авіація).

Заклепка – металевий стержень циліндричної форми з головкою на кінці. *Матеріали виготовлення* заклепок: сталі Ст1, Ст2, Ст3, 10, 15, мідні та алюмінієві сплави. Всі заклепки стандартизовані.

За призначенням заклепкові шви класифікують на *міцні*, що забезпечують міцність з'єднання, та *щільні*, що забезпечують міцність та герметичність з'єднання.

Заклепки розраховують тільки на зріз і змінання, а з'єднувані деталі – тільки на розтяг (стиск) за ослабленим отворами перерізом і на змінання стінок отворів. При розрахунку заклепкових швів приймають такі припущення: навантаження рівномірно розподілене між всіма заклепками; концентрацію напружень біля отворів не враховують; тиск між боковою поверхнею заклепки та стінкою отвору вважають розподіленим рівномірно; напруження зрізу приймають розподіленими рівномірно по поперечному перерізу заклепки.

Розрахунки виконують за діаметром отвору під заклепку d_0 , що незначно більший від діаметра заклепки d . Стандартні значення d і d_0 наведено в табл. 5.1. Діаметр заклепок рекомендовано вибирати так

$$d \approx (1,8 \dots 2,2) \delta_{\min},$$

де δ_{\min} - мінімальна товщина з'єднуваних деталей.

Умови міцності:

- на зріз заклепок

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{z \cdot A_{зр}} \leq [\tau]_{зр},$$

де Q - сила, що розтягує шов; z - кількість заклепок; $A_{зр}$ - площа зрізу однієї заклепки; $A_{зр} = \frac{i \cdot \pi \cdot d_0^2}{4}$; i - число площин зрізу заклепки; d_0 - діаметр отвору під заклепку; $[\tau]_{зр}$ - допустиме напруження матеріалу заклепки на зріз;

Таблиця 5.1

Рекомендовані діаметри отворів під заклепки (мм)

Номінальний діаметр заклепки d	Діаметри отворів (свердлені)		Номінальний діаметр заклепки d	Діаметри отворів (свердлені)			
	Точне складання			Грубе складання	Точне складання		Грубе складання
	1-е	2-е			1-е	2-е	
6,0	6,2	6,5	6,8	19,0	20	21	21
7,0	7,2	7,5	7,8	22,0	23	23	24
8,0	8,2	8,5	8,8	25,0	26	26	27
10,0	10,5	11,0	11,0	28,0	29	29	30
13,0	13,5	13,5	14,0	30,0	31	31	32
13,5	14,0	14,0	14,5	31,0	32	32	33
16,0	16,5	16,5	17,0	34,0	35	35	36
16,5	17,0	17,0	17,5	37,0	38	38	39

- на змінання бокової поверхні заклепок і стінок отворів у з'єднаних деталях

$$\sigma_{зм} = \frac{Q}{z \cdot A_{зм}} \leq [\sigma]_{зм},$$

де $A_{зм}$ - площа змінання заклепки чи листа, яка дорівнює проекції бічної поверхні циліндра заклепки на осьовий переріз;

$A_{зм} = d_0 \cdot \Sigma \delta_{\min}$; $\Sigma \delta_{\min}$ - сумарна мінімальна товщина з'єднаних деталей, які зміщуються в одному напрямі; $[\sigma]_{зм}$ - допустиме напруження змінання матеріалу заклепки чи листа;

- на розтяг (стиск) листа

$$\sigma_p = \frac{Q}{A_{\text{нетто}}} \leq [\sigma]_p,$$

де $A_{\text{нетто}}$ - розрахункова площа в небезпечному перерізі листа;
 $A_{\text{нетто}} = (b - d_0 \cdot m) \cdot \delta_{\text{мін}}$; m - число отворів в небезпечному перерізі листа; b - ширина листа.

Допустимі напруження на зріз $[\tau]_{\text{зр}}$ та зминання $[\sigma]_{\text{зм}}$ для заклепок міцних швів сталевих конструкцій наведені в табл. 5.2, допустимі напруження для з'єднаних деталей конструкцій наведені в табл. 5.3.

Таблиця 5.2

Допустимі напруження на зріз та зминання для заклепок міцних швів сталевих конструкцій з низьковуглецевих сталей (МПа)

Напруження	Обробка отвору	Матеріал заклепок - сталь		Напруження	Обробка отвору	Матеріал заклепок - сталь	
		Ст0 і Ст2	Ст3			Ст0 і Ст2	Ст3
$[\tau]_{\text{зр}}$	свердлений	140	140	$[\sigma]_{\text{зм}}$	свердлений	280	320
	продавлений	100	100		продавлений	240	280

Таблиця 5.3

Допустимі напруження для з'єднаних деталей конструкцій (МПа)

Напруження	Матеріал конструкції - сталь	
	Ст0 і Ст2	Ст3
Розтяг $[\sigma]_{\text{р}}$, стиск $[\sigma]_{\text{с}}$, згин $[\sigma]_{\text{зг}}$	140	160
Зріз $[\tau]_{\text{зр}}$	90	100
Зминання $[\sigma]_{\text{зм}}$	210	240

У випадку можливої появи випадкових додаткових навантажень значення допустимих напружень зменшують на 20 %.

Для заклепок зі сплавів кольорових металів марок Л62, М3, АД1, Д18П тощо допустимі напруження можна приймати за співвідношеннями

$$[\sigma]_{\text{р}} = (0,4 \dots 0,5) \sigma_{\text{Т}}$$

$$[\tau]_{\text{зр}} = (0,25 \dots 0,3) \sigma_{\text{Т}}$$

$$[\sigma]_{\text{зм}} = (1,5 \dots 2,0) \sigma_{\text{Т}}$$

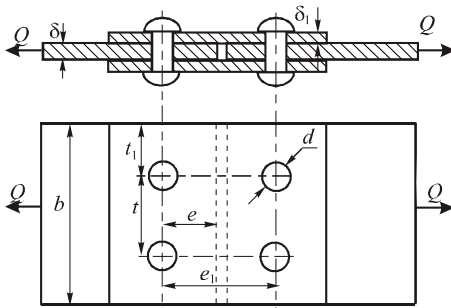


Рис. 5.1

Значення основних параметрів заклепкового з'єднання (рис. 5.1), які забезпечують рівномірність з'єднання, такі: $t \approx (3...6)d$ - крок заклепкового шва; $e \approx (1,5...2)d$ - віддаль від осі заклепки до краю листа; $e_1 \approx (3...6)d$ - віддаль між рядами заклепок; товщина накладок $\delta_1 = 1,25\delta$ (однозрізні заклепки – одна накладка), $\delta_1 = (0,6...0,7)\delta$ (двозрізні заклепки – дві накладки); δ - товщина основного матеріалу.

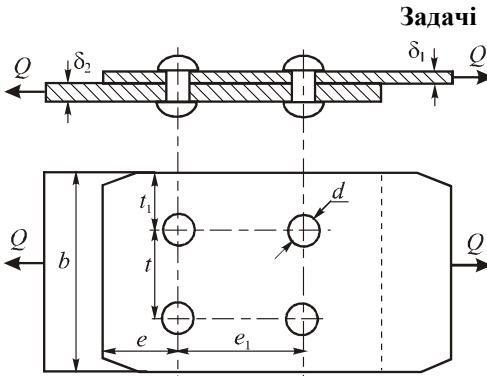


Рис.5.2

5.1. Розрахувати та сконструювати напусткове заклепкове з'єднання двох листів зі сталі Ст3 (рис. 5.2) при таких вихідних даних: ширина листів $b = 350$ мм, товщина листів $\delta_1 = 12$ мм, $\delta_2 = 15$ мм, сила розтягу $Q = 250$ кН.

Розв'язок

Діаметр заклепок приймаємо з умови $d \approx (1,8...2,2)\delta_{\min}$, де $\delta_{\min} = \delta_1 = 12$ мм. Тоді $d = (21,6...26,4)$ мм. За табл. 5.1 приймаємо $d = 25$ мм і $d_0 = 26$ мм (при точному складанні). Допустимі напруження вибираємо за табл. 5.3: для з'єднуваних деталей зі сталі Ст3 $[\sigma]_p = 160$ МПа; за табл. 5.2 для свердлених отворів $[\sigma]_{зм} = 320$ МПа, $[\tau]_{зр} = 140$ МПа.

Визначаємо кількість заклепок:

$$\text{а) з умови міцності на зріз } \tau_{\text{зр}} = \frac{Q}{z \cdot A_{\text{зр}}} = \frac{4Q}{z \cdot i \cdot \pi \cdot d_0^2} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

$$\text{отримаємо } z \geq \frac{4Q}{i \cdot \pi \cdot d_0^2 \cdot [\tau]_{\text{зр}}} = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^3}{1,3,14 \cdot (26 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 140 \cdot 10^6} = 3,36;$$

приймаємо $z = 4$;

б) з умови міцності на зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{Q}{z \cdot A_{\text{зм}}} = \frac{Q}{z \cdot d_0 \cdot \Sigma \delta_{\text{мін}}} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

$$\text{отримаємо } z \geq \frac{Q}{d_0 \cdot \delta_{\text{мін}} \cdot [\sigma]_{\text{зм}}} = \frac{250 \cdot 10^3}{26 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 320 \cdot 10^6} = 2,5;$$

приймаємо $z = 3$.

З двох отриманих значень z приймаємо більшу кількість заклепок $z = 4$ (з умови міцності на зріз).

Основні параметри заклепкового шва:

- крок заклепкового шва

$$t \approx (3 \dots 6)d = (3 \dots 6)25 = 75 \dots 150 \text{ мм, приймаємо } t = 130 \text{ мм.}$$

При $b = 350$ мм та $t = 130$ мм в ряді можна розмістити по 2 заклепки;

- відстань від осі заклепки до краю листа

$$e \approx (1,5 \dots 2)d = (1,5 \dots 2)25 = 37,5 \dots 50 \text{ мм; приймаємо } e = 50 \text{ мм.}$$

- відстань між суміжними рядами заклепок

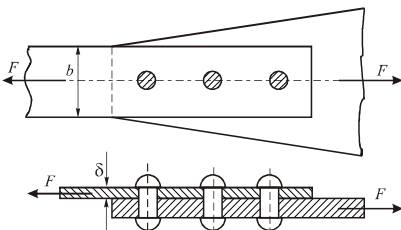
$$e_1 \approx (3 \dots 6)d = (3 \dots 6)25 = 75 \dots 150 \text{ мм; приймаємо}$$

$$e_1 = 120 \text{ мм.}$$

Перевіряємо з'єднувані листи на розтяг за небезпечним перерізом при наявності двох отворів ($m = 2$)

$$\sigma_p = \frac{Q}{A_{\text{нетто}}} = \frac{Q}{(b - m \cdot d_0) \cdot \delta_{\text{мін}}} = \frac{250 \cdot 10^3}{(350 - 2 \cdot 26)10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 69,91 \text{ МПа}$$

Умова міцності $\sigma_p = 69,91 \text{ МПа} < [\sigma]_p = 160 \text{ МПа}$ виконується.



5.2. Визначити ширину b стержня, діаметр d заклепок та їх кількість z для заклепкового з'єднання стержня з косинкою (рис.

5.3) за умови, що зусилля розтягу стержня дорівнює $F = 90$ кН. Матеріал деталей та заклепок – сталь Ст2. Товщина стержня $\delta = 8$ мм.

Рис. 5.3

Допустимі напруження: розтягу $[\sigma]_p = 150$ МПа, зрізу - $[\tau]_{зр} = 130$ МПа.

Відповідь: $b = 92$ мм, $d = 16$ мм, $z = 4$.

5.3. Розрахувати та сконструювати стиковий заклепковий шов з однією накладкою (рис. 5.4), який з'єднає дві смуги шириною $b = 260$

мм та товщиною $\delta = 8$ мм.

Смуги розтягуються силою $F = 120$ кН. Товщина накладки

$\delta_1 = 10$ мм.

Матеріал смуг і заклепок – сталь Ст3. Отвори під заклепки продавлені.

Відповідь: $d = 16$ мм, $z = 6$.

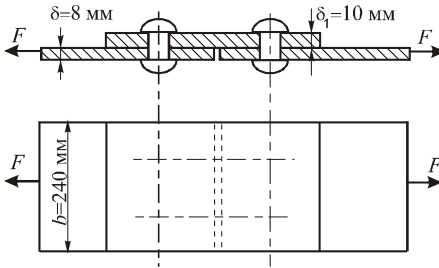


Рис. 5.4

5.4. Розрахувати та сконструювати напусткове заклепкове з'єднання (рис. 5.5) двох смуг шириною $b = 300$ мм та товщиною

$\delta = 12$ мм. Смуги розтягуються

силою $F = 220$ кН. Матеріал смуг

та заклепок – дюралюміній.

Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 160$ МПа,

зрізу - $[\tau]_{зр} = 70$ МПа.

Відповідь: $d = 25$ мм, $z = 6$.

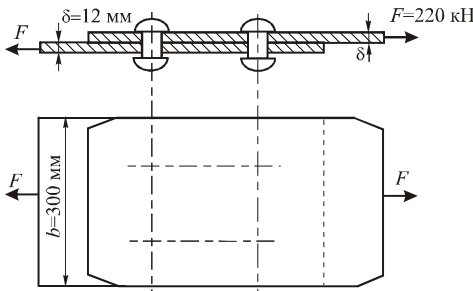


Рис. 5.5

5.5. Визначити діаметр заклепок, товщину з'єднуваних смуг та накладок зі сталі Ст3, а також ширину заклепкового з'єднання (рис. 5.6), якщо $Q = 360$ кН. Отвори під заклепки свердлені.

Відповідь: $d = 22$ мм, $\delta = 12$ мм, $\delta_1 = 8$ мм, $b = 260$ мм.

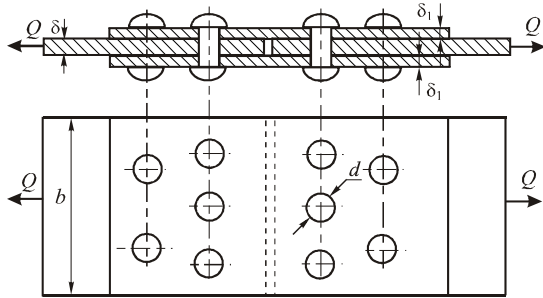


Рис. 5.6

5.6. Визначити діаметр заклепок у стиковому з'єднанні з двома накладками (рис. 5.7). Перевірити міцність смуг на розтяг за ослабленим перерізом, якщо навантаження $F = 240$ кН прикладене статично.

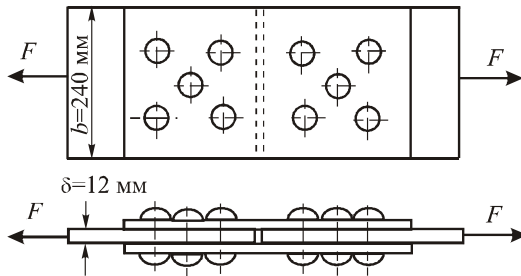


Рис. 5.7

Смуги, накладки та заклепки виготовлені з дюралюмінію. Допустимі напруження

$$[\sigma]_p = 100 \text{ МПа},$$

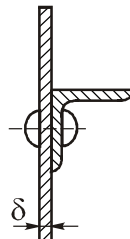
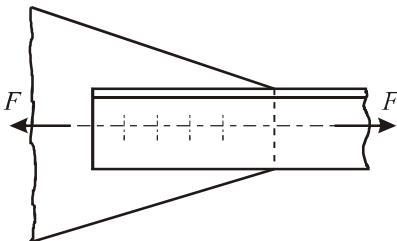
$$[\sigma]_{зм} = 160 \text{ МПа},$$

$$[\tau]_{зр} = 70 \text{ МПа}.$$

Відповідь: $d = 25 \text{ мм}$, $\sigma_p = 106 \text{ МПа} > [\sigma]_p = 100 \text{ МПа}$,

умова міцності не виконується.

5.7. Визначити діаметр і кількість заклепок, що кріплять рівнобічний кутник №9 ($90 \times 90 \times 8$) до косинки, товщиною $\delta = 10$ мм.



Кутник сприймає зусилля $F = 90$ кН (рис. 5.8). Матеріал кутника, косинки і заклепок – сталь Ст3, отвори свердлені.

Рис. 5.8

Допустимі напруження $[\sigma]_p = 160$ МПа, $[\sigma]_{зм} = 320$ МПа, $[\tau]_{зр} = 140$ МПа. Перевірити також напруження кутнику в ослабленому перерізі.

Відповідь: $d = 16$ мм, $z = 3$,

$\sigma_p = 153$ МПа $< [\sigma]_p = 160$ МПа, умова міцності виконується.

5.8. Визначити напруження в елементах заклепкового з'єднання (рис. 5.9), що передає зусилля $Q = 80$ кН. Матеріал заклепок та смуг – сталь Ст2.

Відповідь: $\sigma_p = 153$ МПа, $\sigma_{зм} = 152$ МПа, $\tau_{зр} = 94$ МПа.

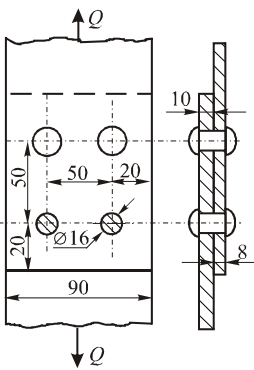


Рис. 5.9

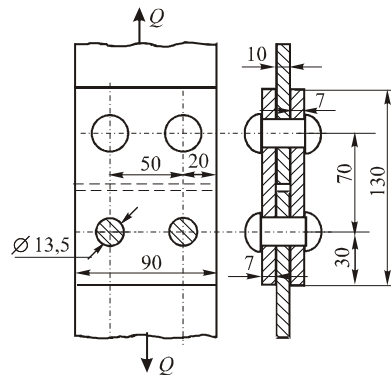


Рис. 5.10

5.9. Знайти допустиме навантаження Q заклепкового шва (рис. 5.10) при таких допустимих напруженнях: на розтяг основного матеріалу 140 МПа, на зріз заклепок 110 МПа, на зминання заклепок 248 МПа.

Відповідь: $Q = 67$ кН.

5.10. Підібрати діаметр та необхідну кількість заклепок для з'єднання, яке показано на рис. 5.11, за такими числовими даними:

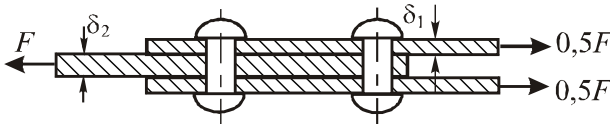


Рис. 5.11

$\delta_1 = 6$ мм , $\delta_2 = 10$ мм , $F = 100$ кН . Матеріал заклепок – сталь Ст0, допустимі напруження $[\sigma]_{зм} = 240$ МПа, $[\tau]_{зр} = 100$ МПа .

Відповідь: $d = 13$ мм , $z = 4$.

5.11. Розрахувати несну здатність заклепкового з'єднання, що кріпить кронштейн до стіни (рис. 5.12). Відстань від заклепкового шва до точки прикладання сили $L = 500$ мм , товщина кронштейну $\delta = 14$ мм . Матеріал заклепок – латунь, для якої $[\sigma]_{зм} = 120$ МПа , $[\tau]_{зр} = 50$ МПа .

Розв'язок

Визначаємо параметри заклепкового шва. Діаметр заклепки $d \approx (1,8 \dots 2,2) \delta_{\min} = (1,8 \dots 2,2) 14 = 25,2 \dots 30,8$ мм . Приймаємо за

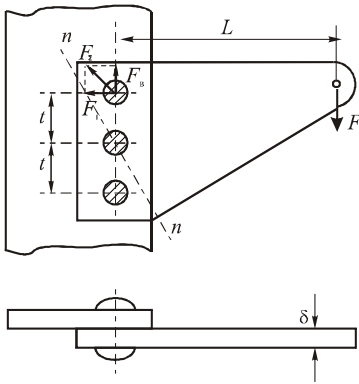


Рис. 5.12

табл. 5.1 діаметр заклепки $d = 28$ мм і діаметр отвору під заклепку $d_0 = 29$ мм при точному складанні. Крок заклепкового шва $t \approx (3 \dots 6) d = (3 \dots 6) \cdot 28 = 84 \dots 168$ мм .

Приймаємо $t = 120$ мм .

Вертикальне зусилля F_e , що діє на заклепку,

$$F_e = \frac{F}{z},$$

де z - кількість заклепок ($z = 3$).

Вираз для горизонтального зусилля, що діє на найбільш навантажену заклепку, отримаємо з рівності моментів. Момент від дії сили F

$$M = F \cdot L .$$

Цей момент дорівнює моменту, який намагається зрізати заклепки, тобто

$$M = M_{зр} = 2F_z \cdot t .$$

Прирівнюючи вирази моментів, отримаємо вираз для горизонтального зусилля, що діє на заклепку,

$$F_z = \frac{F \cdot L}{2t}.$$

Сумарне зусилля, що діє на найбільш навантажену заклепку,

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_z^2 + F_g^2} = \sqrt{F^2 \left(\frac{L}{2t}\right)^2 + F^2 \left(\frac{1}{z}\right)^2} = F \sqrt{\left(\frac{L}{2t}\right)^2 + \left(\frac{1}{z}\right)^2} = k F,$$

$$\text{де } k = \sqrt{\left(\frac{L}{2t}\right)^2 + \left(\frac{1}{z}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{500}{2 \cdot 120}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 2,11.$$

Визначаємо величину зусилля F_{Σ} , яке може витримати заклепка, виготовлена з латуні:

$$\text{а) з умови міцності на зріз } \tau_{\text{зр}} = \frac{4 F_{\Sigma}^{\text{зр}}}{\pi \cdot d_0^2} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

отримаємо

$$F_{\Sigma}^{\text{зр}} \leq \frac{\pi \cdot d_0^2 \cdot [\tau]_{\text{зр}}}{4} = \frac{3,14 \cdot (29 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 50 \cdot 10^6}{4} = 33 \cdot 10^3 \text{ Н} = 33 \text{ кН};$$

$$\text{б) з умови міцності на зминання } \sigma_{\text{зм}} = \frac{F_{\Sigma}^{\text{зм}}}{\Sigma \delta_{\text{мін}} \cdot d_0} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

отримаємо

$$F_{\Sigma}^{\text{зм}} \leq \Sigma \delta_{\text{мін}} \cdot d_0 \cdot [\sigma]_{\text{зм}} = 14 \cdot 10^{-3} \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^6 = 48720 \text{ Н} = 48,72 \text{ кН}.$$

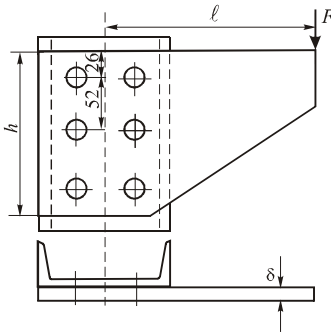


Рис.5.13

З двох значень зусиль F_{Σ} приймаємо менше значення. Отже $F_{\Sigma} = 33 \text{ кН}$. Максимальне навантаження на кронштейн

$$F = \frac{F_{\Sigma}}{k} = \frac{33}{2,11} = 15,64 \text{ кН}.$$

5.12. Визначити висоту косинки, кількість та діаметр заклепок, що з'єднують косинку зі швелерною балкою (рис. 5.13). Косинка, швелер №30 і

заклепки виготовлені зі сталі Ст3. Отвори під заклепки свердлені. Дані для розрахунку такі: $F = 60$ кН, $\ell = 0,6$ м, $a = 0,2$ м, товщина косинки $\delta = 12$ мм.

Відповідь: $h = 416$ мм, $z = 8$, $d = 13$ мм.

5.13. Яке зусилля діє на найбільш навантажену заклепку (рис. 5.14), якщо на косинку діє зовнішня сила $Q = 16,4$ кН?

Відповідь: $F_z = 22,55$ кН.

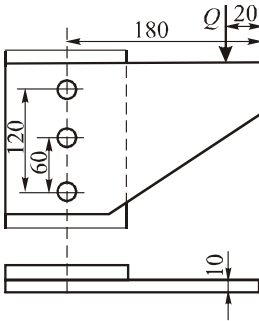


Рис. 5.14

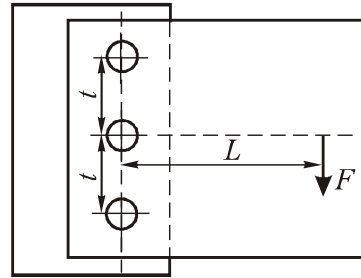


Рис. 5.15

5.14. Заклепкове з'єднання (рис. 5.15) сприймає навантаження $F = 2,2$ кН. Діаметр заклепок $d = 10$ мм. Визначити дотичне напруження в найбільш небезпечній заклепці, якщо $L = 160$ мм, $t = 50$ мм.

Відповідь: $\tau = 41,54$ МПа

5.15. Розрахувати заклепкове з'єднання корпусу ресивера до компресора (рис. 5.16) для стиснутого повітря, якщо тиск в ресивері $p = 4$ МПа, діаметр ресивера $D = 0,32$ м, довжина $L = 0,6$ м. Матеріал ресивера – сталь Ст3, допустиме напруження розтягу $[\sigma]_p = 160$ МПа.

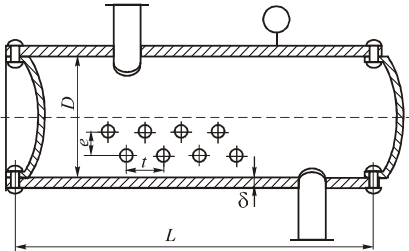


Рис. 5.16

Отвори під заклепки свердлені, діаметр заклепок $d = 2\delta$, крок заклепок $t = 4d$, $e = 2d$. Для заклепок, що кріплять дно ресивера, крок $t' = 3d$, $e' = 1,5d$. Матеріал заклепок – сталь Ст3.

Примітка. Методика розв'язування задач 5.15-5.17 наведена в [7].

5.16. Визначити товщину листів, накладок та розміри поздовжнього заклепкового шва циліндричного автоклава (рис. 5.17), призначеного для випробування деталей під тиском. Діаметр автоклава $D = 0,8$ м, тиск рідини в автоклаві $p = 1,8$ МПа. Матеріал листів, накладок та заклепок – сталь Ст3.

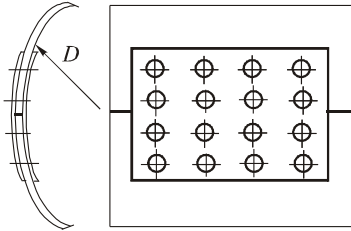


Рис.5.17

5.17. Визначити дотичне напруження та діаметр заклепок поздовжнього заклепкового шва барабана парового котла за умови, що внутрішній діаметр барабана $D = 1,24$ м, тиск пару в котлі за манометром $p = 1,5$ МПа, температура стінки барабана $t < 250^{\circ}\text{C}$. Барабан котла виготовлений з листової сталі Ст3 з границею міцності при розтягу $\sigma_{\text{мц}} = 380$ МПа. Коефіцієнт запасу міцності 4,75.

Відповідь: $d = 25$ мм, $\tau = 59,59$ МПа.

Тема 6. Зварні з'єднання. Теоретична довідка

Зварювання – технологічний процес утворення нероз'ємного з'єднання деталей і складальних одиниць шляхом їх місцевого сплавлення чи деформації. Методи зварювання поділяють на дві основні групи: зварювання *плавленням* та *пластичним деформуванням*. Найбільш поширеними видами зварювання плавленням є електродугове і газове зварювання.

Для електродугового зварювання використовують електроди. Вони мають за стандартом діаметр 1,6...12 (12,5) мм. Стандарт також регламентує тип електродів: Е34, Е42, Е50, Е50А, ... та їх умовне позначення. Цифра після букви Е позначає *границю міцності шва* в кгс/мм² (1 кгс/мм² = 10 МПа); буква А означає *гарантоване отримання пластичних властивостей шва*.

Зварні з'єднання розрізняють стикові, кутові, таврові, напусткові. Залежно від напрямку валика шва та сили, що діє на деталь напусткового з'єднання, умовно прийнято називати шви: *лобовими*, коли напрям сили перпендикулярний до валика шва; *фланговими*, коли напрям сили паралельний до валика шва; *комбінованими та кільцевими*.

Розрахунок стикових і напусткових з'єднань при осьовому навантаженні

Вихідна умова проектування зварних з'єднань – рівномірність шва і з'єднаних деталей виробу. Концентрацію напружень не враховують.

Стикові з'єднання розраховують тільки за нормальними напруженнями розтягу (стиску) у шві

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{Q}{\ell \cdot \delta} \leq [\sigma]_{\text{ш}},$$

де Q - сила, що розтягує чи стискає з'єднані елементи, ; ℓ - довжина шва; δ - товщина більш тонкої зі з'єднаних деталей (смуг, листів тощо); $[\sigma]_{\text{ш}}$ - допустиме напруження розтягу (стиску) шва. Значення цих напружень при різних способах зварювання наведені в табл. 6.1.

У випадку дії на стиковий шов моменту M в площині, що перпендикулярна до площини стику (рис. 6.1), розрахунок шва проводять за нормальними напруженнями за формулою

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{M}{W} \leq [\sigma]_{\text{ш}},$$

де $W = \frac{\delta \cdot \ell^2}{6}$ - момент опору розрахункового перерізу шва при згині.

Якщо стиковий шов перебуває під дією моменту M та сили F , яка розтягує чи стискає його (рис. 6.2), то такий шов розраховують за формулою

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} \leq [\sigma]_{\text{ш}},$$

де $A = \delta \cdot \ell$ - площа розрахункового перерізу шва.

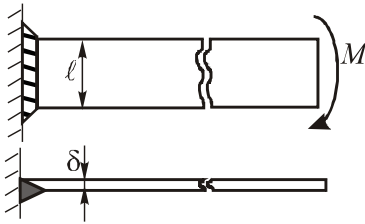


Рис. 6.1

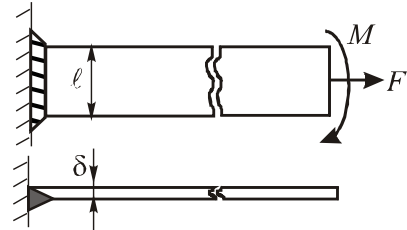


Рис. 6.2

Таблиця 6.1

Допустимі напруження для зварних швів

Вид технологічного процесу	$[\sigma]_{\text{р}}^{\text{ш}}$	$[\sigma]_{\text{с}}^{\text{ш}}$	$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}}$
Автоматичне і напівавтоматичне зварювання під флюсом, ручне зварювання електродами Е42А, Е50А	$[\sigma]_{\text{р}}$	$[\sigma]_{\text{р}}$	$0,65 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$
Зварювання товсто покритими електродами Е42, Е50	$0,9 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$	$[\sigma]_{\text{р}}$	$0,6 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$
Зварювання електродами Е34 з іонізуючими (тонкими) покриттями	$0,6 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$	$0,75 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$	$0,5 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$

Величину допустимого напруження розтягу $[\sigma]_{\text{р}}$ визначають за формулою

$$[\sigma]_{\text{р}} = \frac{\sigma_{\text{Т}}}{n},$$

де σ_T - границя текучості основного матеріалу (табл. 6.2), n - коефіцієнт запасу міцності, $n = 1,3 \dots 1,6$ - для маловуглецевих сталей, $n = 1,5 \dots 1,7$ - для слабо легованих сталей.

У напусткових з'єднаннях незалежно від розташування валика шва відносно зовнішньої сили приймають, що вони руйнуються від зрізу у площині, бісекторіальній до сторін шва. Висота шва у цій площині $\approx 0,7k$, де k - катет шва.

Рівняння міцності шва має вигляд

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{Q}{A_{\text{зр}}} = \frac{Q}{0,7kL} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

де Q - сила, що розтягує чи стискає з'єднання; $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}}$ - допустиме напруження зрізу для зварного шва (табл. 6.1), L - сумарна розрахункова довжина шва. Враховуючи технологічні дефекти зварювання дійсну довжину окремих швів деколи збільшують на 5-10 мм порівняно з розрахунковою.

Якщо напусткове з'єднання кутовим швом (рис. 6.3) навантажено моментом M у площині, перпендикулярній до стику, то розрахунок шва проводять за формулою

$$\tau_{\text{ш}} = \frac{M}{W} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

де $W = \frac{0,7 \cdot k \cdot \ell^2}{6}$ - момент опору розрахункового перерізу шва при згині.

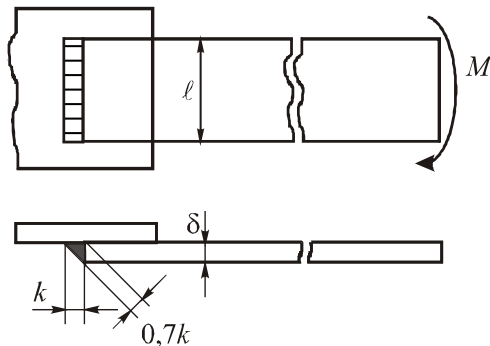


Рис. 6.3

Таблиця 6.2

Механічні характеристики деяких марок сталей і чавуну

Марка сталі	Товщина листа або діаметр заготовки, мм	Границя міцності, $\sigma_{\text{мц}}$, МПа	Границя текучості σ_{T} , МПа	Твердість за Брінеллем, НВ	Термообробка
Сталь вуглецева звичайної якості					
Ст2	До 250	412...333	216...186	133	-
Ст3	До 250	461...373	235...216	132	-
Ст4	До 250	509...412	255...235	152	-
Ст5	До 100	530	265	165...140	-
	100...300	490	255		
	300...500	451	226		
Сталь вуглецева якісна конструкційна					
Сталь 30	-	490	294	179	Нормалізація
Сталь 35	До 100	510	265	187-140	Нормалізація
	100...300	490	255		
	300...500	471	235		
Сталь 40	До 100	550	274	207...152	Нормалізація
	100...300	530	265		
	300...500	510	255		
Сталь 45	До 100	589	294	220...170	Нормалізація
	100...300	569	284		
	300...500	550	274		
	500...700	530	265		
Сталь 45	40...60	883...785	540	250...223 236...207 222...194 207...180	Покращання
	60...90	835...736	440		
	90...120	785...686	392		
	180...250	736...636	343		
Виливки з сірого чавуну					
Марка чавуну	Границя міцності, $\sigma_{\text{мц}}$, МПа			Твердість за Брінеллем, НВ	
	При розтягу	При стиску	При згині		
СЧ 12-28	122	510	286	143...229	
СЧ 15-32	153	612	326	163...229	
СЧ 18-36	183	683	365	170...229	
СЧ 21-40	214	765	408	170...241	
СЧ 24-44	245	846	448	170...241	
СЧ 28-48	286	917	489	170...241	
СЧ 32-52	326	1020	530	187...225	
СЧ 35-56	357	-	557	197...269	

У випадку дії на шов моменту $M = F \cdot \ell$ та сили F , що паралельна до шва (рис. 6.4), умова міцності має вигляд

$$\tau_{\text{ш}} = \sqrt{\left(\frac{F \cdot \ell}{W}\right)^2 + \left(\frac{F}{A}\right)^2} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

де W , A - момент опору та площа розрахункового бісекторного перерізу шва, які визначають за формулами $W = 0,7 \frac{k \cdot \ell^2}{6}$, $A = 0,7 \cdot k \cdot \ell$.

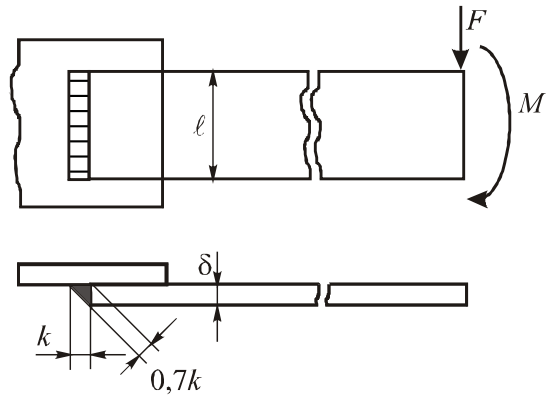


Рис. 6.4

При з'єднанні фланговими швами конструкцій з несиметричними профілями перерізів (рис. 6.5), довжини швів l_1 , l_2 приймають

обернено пропорційними відстаням y_1 , y_2 від центра перерізу профілю до його країв.

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{y_2}{y_1}.$$

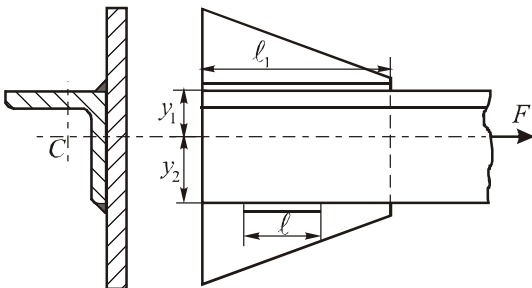


Рис. 6.5

Задачі

6.1. Визначити довжину стикового шва (рис. 6.6), що з'єднує дві

смуги, при таких вихідних

даних: товщина смуг

$\delta = 10$ мм, сила розтягу

$F = 56$ кН, тип електрода

E42A, матеріал – сталь 30,

для якої

$\sigma_T = 294$ МПа, $n = 1,6$.

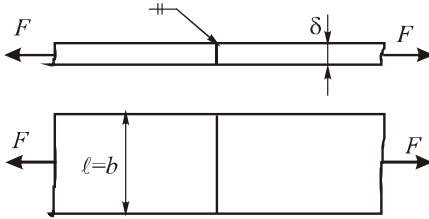


Рис. 6.6

Відповідь: $l_{ш} \approx 30$ мм.

6.2. Розрахувати довжину стикового шва, що з'єднує дві штаби зі сталі 30 товщиною 12 мм. Сила, яка розтягує з'єднання, $Q = 120$ кН.

Зварювання ручне електродом Е50. Коефіцієнт запасу $n = 1,6$.

Відповідь: $l_{ш} \approx 60$ мм.

6.3. Розрахувати лобовий шов напусткового з'єднання двох листів завтовшки 10 мм зі сталі 30, які розтягуються силою $Q = 140$ кН.

Зварювання ручне електродом Е42. Коефіцієнт запасу $n = 1,3$.

Відповідь: $l_{ш} \approx 68$ мм.

6.4. Визначити товщину накладок δ_1 для зварного з'єднання двох листів товщиною $\delta = 10$ мм (рис. 6.7). До листів прикладене зусилля

$F = 95$ кН. Ширина листа $b = 100$ мм. Допустиме напруження зрізу

для шва $[\tau]_{зр}^{ш} = 85$ МПа. Матеріал листів і накладок – сталь Ст3 з

допустимим напруженням розтягу $[\sigma]_p = 155$ МПа. Перевірити

міцність з'єднання.

Відповідь:

$$\delta_1 = 4 \text{ мм.}$$

$$\tau_{зр}^{ш} = 84,8 \text{ МПа} < [\tau]_{зр}^{ш} = 85 \text{ МПа}$$

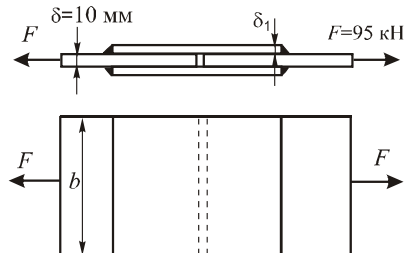


Рис. 6.7

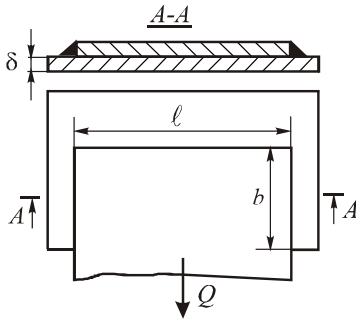


Рис. 6.8

6.5. Розрахувати зварне напусткове з'єднання фланговими швами смуги з косинцем (рис. 6.8) при таких вихідних даних: ширина смуги $b = 200$ мм, зусилля розтягу $Q = 190$ кН, тип електрода Е34, матеріал – сталь Ст5.

Розв'язок

Визначаємо допустимі напруження розтягу з'єднаних деталей. Приймаємо за табл. 6.2 для сталі Ст5 $\sigma_T = 255$ МПа і приймаємо $n = 1,4$. Отримаємо

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{255}{1,4} = 182 \text{ МПа} .$$

За табл. 6.2 визначаємо допустимі напруження шва на зріз

$$[\tau]_{зр}^{III} = 0,5[\sigma]_p = 0,5 \cdot 182 = 91 \text{ МПа} .$$

З умови міцності для основного металу при розтягу

$$\sigma_p = \frac{Q}{A_p} = \frac{Q}{b \cdot \delta} \leq [\sigma]_p$$

визначаємо товщину смуги

$$\delta \geq \frac{Q}{b \cdot [\sigma]_p} = \frac{190 \cdot 10^3}{140 \cdot 10^{-3} \cdot 182 \cdot 10^6} = 7,46 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 7,46 \text{ мм} .$$

Приймаємо $\delta = 8$ мм .

Приймаючи катет шва $k = \delta = 8$ мм , з рівняння міцності на зріз визначаємо потрібну довжину шва

$$l \geq \frac{Q}{2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot [\tau]_{зр}^{III}} = \frac{190 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 91 \cdot 10^6} = 0,186 \text{ м} = 186 \text{ мм} .$$

Враховуючи можливість технологічних дефектів зварювання, приймаємо $l = 196$ мм .

6.6. Розрахувати довжину шва зварного з'єднання, що кріпить опорний швелер №20 до сталевій плити (рис. 6.9) за такими вихідними даними: $M = 4,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$, катет шва $k = 5 \text{ мм}$. Допустиме напруження $[\tau]_{\text{сп}}^{\text{ш}} = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: $l_{\text{ш}} \approx 100 \text{ мм}$.

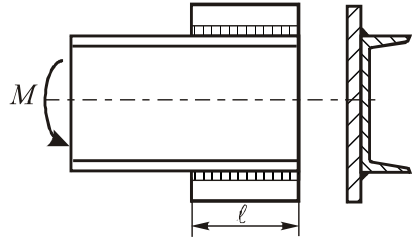


Рис. 6.9

6.7. Визначити довжину флангових швів, що забезпечують міцність з'єднання рівнобічного кутника і косинки (рис. 6.10) при таких вихідних даних: профіль кутника $50 \times 50 \times 4$, тип електрода Е42А, матеріал – сталь Ст4. Коефіцієнт запасу міцності $n = 1,5$.

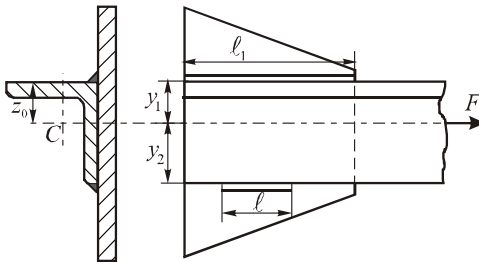


Рис. 6.10

Розв'язок

За таблицею додатку 1 для рівнобічного кутника профілю №5 приймаємо $b = 50 \text{ мм}$, $d = 4 \text{ мм}$, $A = 3,89 \text{ см}^2$, $z_0 = 1,38 \text{ см}$.

Визначаємо допустимі напруження розтягу основного матеріалу. Для сталі Ст4 за табл. 6.2 приймаємо $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$. Тоді

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

З умови міцності кутника на розтяг

$$\sigma_p = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_p,$$

визначаємо допустиме значення сили розтягу

$$F = [\sigma]_p \cdot A = 160 \cdot 10^6 \cdot 3,89 \cdot 10^4 = 62,24 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

За значенням цієї сили проводимо розрахунок шва, тобто забезпечимо рівномірність кутника на розтяг і шва на зріз.

За табл. 6.1 визначаємо допустимі напруження шва на зріз

$$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 0,65[\sigma]_{\text{р}} = 0,65 \cdot 160 = 104 \text{ МПа}.$$

З рівняння міцності визначаємо сумарну довжину швів, приймаючи $k = d = 4 \text{ мм}$:

$$L \geq \frac{Q}{0,7k \cdot [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}}} = \frac{62,24 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 104 \cdot 10^6} = 0,214 \text{ м} = 214 \text{ мм}.$$

За наведеними в теоретичній довідці формулами при $b = 50 \text{ мм}$ і $z_0 = 13,8 \text{ мм}$ визначаємо довжини швів l_1 і l_2 :

$$l_1 = l_2 \frac{y_2}{y_1} = l_2 \frac{b - z_0}{z_0}, \quad l_1 = L - l_2.$$

Розв'язавши ці два рівняння, знаходимо

$$l_1 = \frac{L \cdot (b - z_0)}{b} = \frac{214(50 - 13,8)}{50} = 155 \text{ мм},$$

$$l_2 = \frac{L \cdot z_0}{b} = \frac{214 \cdot 13,8}{50} = 59 \text{ мм}.$$

Враховуючи можливість технологічних дефектів зварювання, остаточно приймаємо $l_1 = 165 \text{ мм}$, $l_2 = 69 \text{ мм}$ (+10 мм).

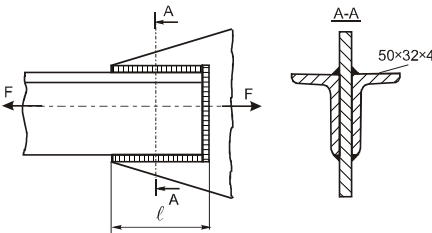


Рис. 6.11

6.8. Визначити допустиме навантаження F , яке можна прикласти до зварного з'єднання (рис. 6.11), якщо $[\sigma]_{\text{р}} = 130 \text{ МПа}$, $l = 70 \text{ мм}$. Зварювання ручне електродом Е42А.

Відповідь: $F = 80 \text{ кН}$.

Примітка. Загальна довжина комбінованого шва

$$L = 0,28\ell_{\text{лоб}} + 1,5\ell_{\text{флан}},$$

де $\ell_{\text{лоб}}$ - довжина лобового шва, $\ell_{\text{флан}}$ - довжина флангового шва.

6.9. Розрахувати необхідну довжину флангових швів, що з'єднують кутник рівнобічний $63 \times 63 \times 4$ з косинкою при дії навантаження $F = 420$ кН. Допустиме напруження зрізу для шва $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 90$ МПа.

Відповідь: $l_1 = 1667$ мм, $l_2 = 447$ мм.

6.10. Сила стиску Q передається косинці ферми двома нерівнобічними кутниками (рис. 6.12). Визначити номер профілю нерівнобічного кутника і розміри комбінованого шва (B , l_1 , l_2), якщо $Q = 380$ кН. Матеріал кутника – сталь Ст2, $[\sigma]_c = 124$ МПа. Зварювання ручне електродом Е34.

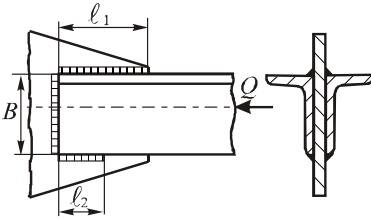


Рис. 6.12

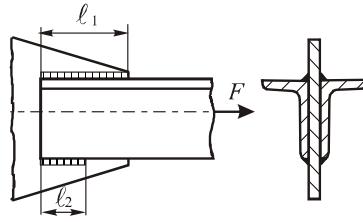


Рис. 6.13

Відповідь: кутник $160 \times 100 \times 14$, $B = 160$ мм, $l_1 = 257$ мм, $l_2 = 130$ мм.

6.11. Розтягнутий стержень складається з двох кутників $90 \times 56 \times 6$, які приварені до листа фланговими швами (рис. 6.13). Визначити довжини швів l_1 та l_2 , якщо допустимі напруження на розтяг для кутників $[\sigma]_p = 140$ МПа. Допустиме напруження на зріз шва $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 80$ МПа.

Відповідь: $l_1 = 239$ мм, $l_2 = 117$ мм.

6.12. Консольна балка з'єднана з колоною двома кутковими швами (рис. 6.14). Зварка виконана електродом Е42. Визначити допустиму величину сили F , виходячи з умови міцності зварних швів, катет яких $k = 6$ мм. Допустиме напруження для матеріалу балки $[\sigma]_p = 140$ МПа.

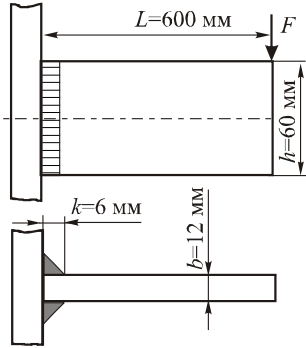


Рис. 6.14

Розв'язок

Кутові шви розраховують на зріз. Допустиме напруження для кутових швів (табл. 6.1) зварених електродом Е42

$$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 0,6 \cdot [\sigma]_p = 0,6 \cdot 140 = 84 \text{ МПа}$$

Вважають, що в найбільш навантажених крайніх точках швів виникають дотичні напруження від моменту $M = F \cdot \ell$ та від поперечної сили $Q = F$. Приймають, що

$$\tau_M = \frac{F \cdot \ell}{W}, \tau_Q = \frac{F}{A}.$$

Умову міцності записують у вигляді

$$\tau^{\text{ш}} = \sqrt{\tau_M^2 + \tau_Q^2} = \sqrt{\left(\frac{F \cdot \ell}{W}\right)^2 + \left(\frac{F}{A}\right)^2} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

де розрахунковий момент опору W та розрахункову площу A зварних швів визначають за їх бісекторним перерізом

$$W = 2 \cdot 0,7 \frac{k \cdot h^2}{6} = 2 \cdot 0,7 \frac{6 \cdot 60^2}{6} = 5040 \text{ мм}^3 = 5,04 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

$$A = 2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot h = 2 \cdot 0,7 \cdot 6 \cdot 60 = 504 \text{ мм}^2 = 504 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Отримані значення підставляємо у умову міцності

$$\sqrt{\left(\frac{F \cdot 0,6}{5,040 \cdot 10^{-6}}\right)^2 + \left(\frac{F}{504 \cdot 10^{-6}}\right)^2} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

або

$$F \sqrt{\left(\frac{0,6}{5,040 \cdot 10^{-6}}\right)^2 + \left(\frac{1}{504 \cdot 10^{-6}}\right)^2} \leq 84 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Звідси допустиме значення навантаження $[F] = 695 \text{ Н}$.

6.13. Перевірити міцність зварного з'єднання листа 1 з кутником 2 (рис. 6.15) за такими вихідними даними: $Q = 10 \text{ кН}$, $a = 150 \text{ мм}$,

$b = 50$ мм, $h = 100$ мм, $\alpha = 45^\circ$. Катет шва $k = 8$ мм.
Допустиме напруження $[\tau]_{зр}^{\text{III}} = 80$ МПа. Шов двосторонній.

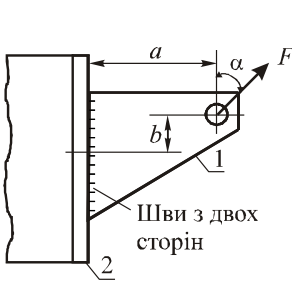


Рис. 6.15

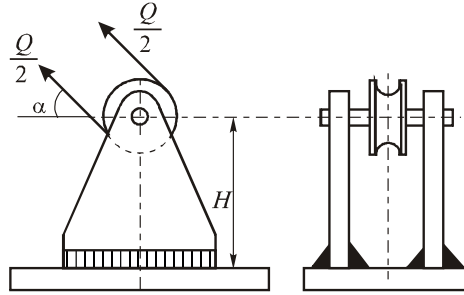


Рис. 6.16

Відповідь: $\tau_{зр}^{\text{III}} = 44,56$ МПа $< [\tau]_{зр}^{\text{III}} = 80$ МПа, міцність забезпечена.

6.14. Перевірити міцність зварного з'єднання, що кріпить нерухомий блок монтажного пристрою до плити (рис. 6.16) за такими даними: $Q = 8$ кН, $H = 300$ мм, $l = 110$ мм, $k = 10$ мм, $\alpha = 30^\circ$. Допустиме напруження $[\tau]_{зр}^{\text{III}} = 90$ МПа.

Відповідь: $\tau_{зр}^{\text{III}} = 37$ МПа $< [\tau]_{зр}^{\text{III}} = 90$ МПа.

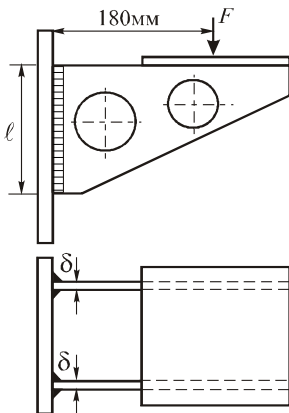


Рис. 6.17

6.15. Призначити довжину і катет зварного шва, яким кронштейн приварений до вертикальної плити (рис. 6.17). Навантаження на кронштейн $F = 40$ кН, товщина листів $\delta = 8$ мм. Матеріал кронштейна – сталь Ст3, для якої $\sigma_T = 225$ МПа, $n = 1,5$. Зварка виконана електродом Е42.

Відповідь: $l \approx 50$ мм.

6.16. Визначити довжини зварних швів, якщо на зварні з'єднання шириною $b = 80$ мм (рис. 6.18) діє статичне

навантаження розтягу $F = 58$ кН. В розрахунках прийняти для основного металу $[\sigma]_p = 150$ МПа та для матеріалу шва $[\tau]_{ш} = 0,6 \cdot [\sigma]_p$.

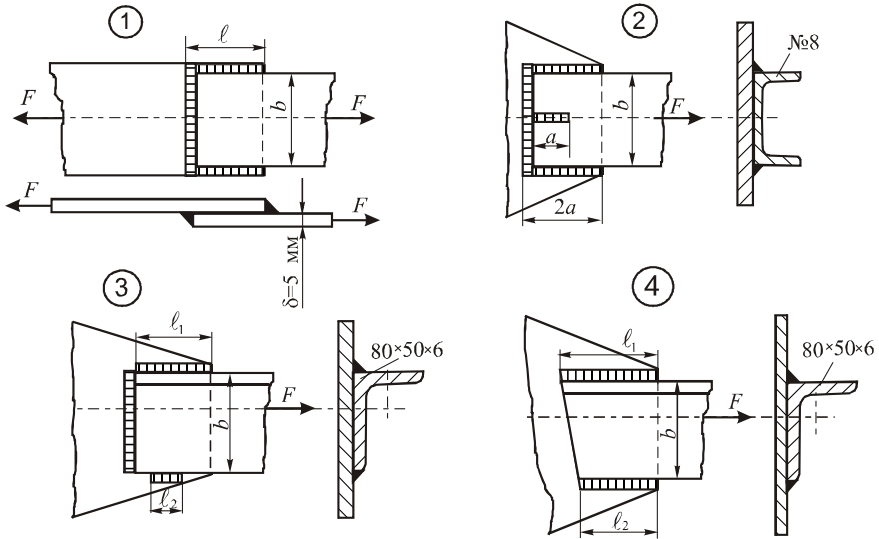


Рис. 6.18

Відповідь: 1. $\delta = k = 5$ мм, $l \approx 108$ мм; 2. $\delta = k = 4,5$ мм, $a = 24$ мм; 3. $\delta = k = 6$ мм, $l_1 = 59$ мм, $l_2 = 28$ мм; 4. $k = 6$ мм, $l_1 = 103$ мм, $l_2 = 51$ мм.

6.17. Перевірити міцність зварних швів, що з'єднують диск шківів з маточиною (рис. 6.19). Потужність, яку передає шків, дорівнює $P = 30$ кВт, кутова швидкість шківів $\omega = 12$ с⁻¹, діаметр маточини $d_m = 100$ мм, катет шва $k = 4$ мм. Зварювання ручне електродом Е42. матеріал – сталь 40, нормалізована.

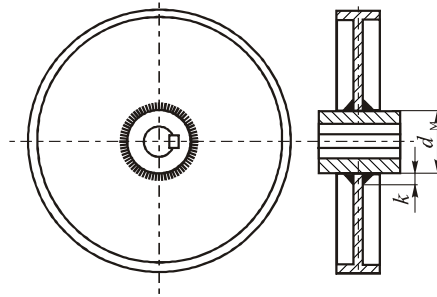


Рис. 6.19

Розв'язок

Обчислюємо допустимі напруження. За табл. 6.2 для сталі 40
 $\sigma_T = 274$ МПа

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{274}{1,6} = 171,25 \text{ МПа} ,$$

$$[\tau]_{зр}^{\text{III}} = 0,6 \cdot [\sigma]_p = 0,6 \cdot 171,25 = 102,75 \text{ МПа} .$$

Обертний момент, який передає шків, дорівнює

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30 \cdot 10^3}{12} = 2500 \text{ Нм} .$$

З умови рівноваги шківів

$$T = F \frac{d_m}{2}$$

визначаємо силу

$$F = \frac{2T}{d_m} = \frac{2 \cdot 2500}{0,1} = 50 \cdot 10^3 \text{ Н} .$$

Довжина кожного шва

$$L = \pi \cdot d_m = 3,14 \cdot 0,1 = 0,314 \text{ м} .$$

Перевіряємо умову міцності

$$\tau_{зр} = \frac{F}{A_{зр}} = \frac{F}{2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot L} = \frac{50 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,7 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,314} = 28,43 \text{ МПа} < [\tau]_{зр}^{\text{III}} = 102,75 \text{ МПа}$$

Умова міцності виконується.

6.18. Перевірити міцність зварних швів, що з'єднують диск з зубчастим ободом і диск з матчиною (рис. 6.20). Потужність, що

передається колесом, $P = 20$ кВт, кутова швидкість колеса $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$, катети швів $k_1 = 4$ мм, $k_2 = 6$ мм, діаметри $d_{\text{мат}} = 120$ мм, $D_0 = 450$ мм. Допустиме напруження $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 100$ МПа.

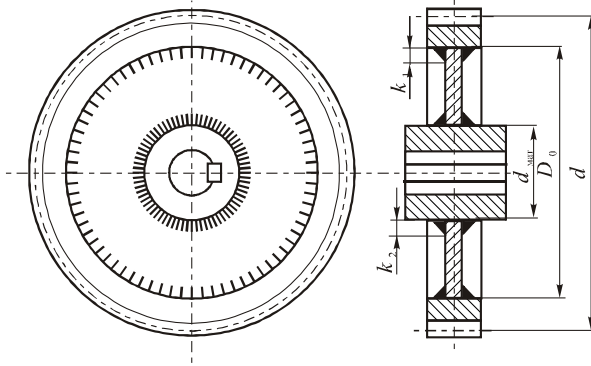


Рис. 6.20

Відповідь: Умова міцності виконується, $\tau_1 = 0,4$ МПа, $\tau_2 = 3,5$ МПа.

6.19. Визначити необхідну довжину зварних швів біля обода та маточини шківів плоскопасової передачі (рис. 6.21), який передає обертовий момент $T = 4$ кНм. зовнішній діаметр шківів $D = 225$ мм, діаметр маточини $d_{\text{мат}} = 104$ мм, діаметр обода $D_o = D - 2 \cdot \delta$, де $\delta = 6$ мм, катети швів $k = 5$ мм. Матеріал шківів – сталь Ст3. Зварка електродами Е34.

Відповідь: $l_{\text{об}} \approx 60$ мм, $l_{\text{мат}} \approx 88$ мм.

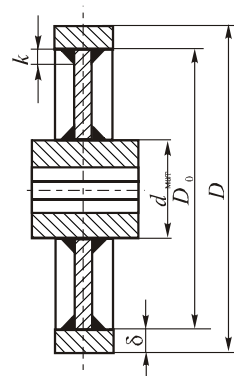


Рис. 6.21

6.20. Дві труби (рис. 6.22) з'єднані напустковим зварним швом. Перевірити міцність з'єднання, якщо до труб прикладені обертові моменти $T = 1$ кНм. Катет шва $k = 4$ мм, діаметр $d = 60$ мм, допустиме напруження зрізу для шва $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 90$ МПа .

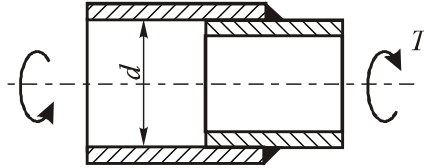


Рис. 6.22

Відповідь: $\tau_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 126,4$ МПа $>$ $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 90$ МПа . Міцність не забезпечена.

Тема 7. Шпонкові та шліцьові з'єднання. Теоретична довідка

Шпонкові з'єднання

Шпонкою називають деталь, яку встановлюють у пазах деталей чи складальних одиниць для запобігання їх відносному повороту чи зсуву.

З'єднання деталей за допомогою шпонок можуть бути *ненапруженими* та *напруженими*. В деталях напружених шпонкових з'єднань напруження виникають у процесі складання, тобто до прикладання робочих навантажень.

Ненапружені шпонкові з'єднання здійснюють *призматичними* і *сегментними* шпонками. *Напружені* шпонкові з'єднання здійснюють *клиновими* та *циліндричними* шпонками.

Призматичні шпонки (рис.7.1) бувають з *округленими торцями*, *плоскими торцями*, *одним округленим і другим плоским торцем*. Робочими є бокові грані шпонки. Розміри призматичних шпонок регламентовані стандартом (табл. 7.1).

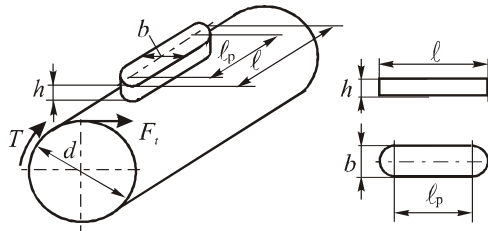


Рис. 7.1

Сегментні шпонки (рис. 7.2) застосовують у тракторо-, верстато- і літакобудуванні. Обертний момент передається боковими гранями сегментної шпонки. При передаванні великих моментів в ряд можна ставити по довжині вала дві чи три сегментні шпонки. Розміри сегментних шпонок регламентовані стандартом (табл. 7.2).

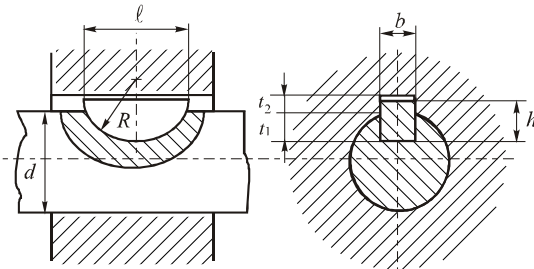


Рис. 7.2

Таблиця 7.1

Шпонки призматичні						
Діаметр вала d , мм	Розміри перерізів шпонок		Глибина паза		Гранична довжина шпонки, мм	
	b , мм	h , мм	вала t_1 , мм	Втулки t_2 , мм	min	max
Від 12 до 17	5	5	3,0	2,3	10	56
Від 17 до 22	6	6	3,5	2,8	14	70
Від 22 до 30	8	7	4,0	3,3	18	90
Від 30 до 38	10	8	5,0	3,3	22	110
Від 38 до 44	12	8	5,0	3,3	28	140
Від 44 до 50	14	9	5,5	3,8	36	160
Від 50 до 58	16	10	6,0	4,3	45	180
Від 58 до 65	18	11	7,0	4,4	50	200
Від 65 до 75	20	12	7,5	4,9	56	220
Від 75 до 85	22	14	9,0	5,4	63	250
Від 85 до 95	25	14	9,0	5,4	70	280
Від 95 до 110	28	16	10,2	6,4	80	320
Від 110 до 130	32	18	11	7,4	90	360
Примітка. Стандартний ряд довжин шпонок, мм: 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56; 63; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; 200						

Таблиця 7.2

Шпонки сегментні			
Діаметр вала d , мм	Розміри шпонки $b \times h \times R \times \ell$, мм	Глибина пазів, мм	
		вала t_1 , мм	маточини t_2 , мм
Від 8 до 10	$3 \times 5 \times 6,5 \times 12,6$	3,8	1,4
Від 10 до 12	$3 \times 6,5 \times 8 \times 15,7$	5,3	1,4
Від 12 до 14	$4 \times 6,5 \times 8 \times 15,7$	5,0	1,8
Від 14 до 16	$4 \times 7,5 \times 9,5 \times 18,6$	6,0	1,8
Від 16 до 18	$5 \times 6,5 \times 8 \times 15,7$	4,5	2,3
Від 18 до 20	$5 \times 7,5 \times 9,5 \times 18,6$	5,5	2,3
Від 20 до 24	$6 \times 9 \times 11 \times 21,6$	6,5	2,9
Від 24 до 30	$8 \times 10 \times 12,5 \times 24,4$	7,0	3,5
Від 30 до 36	$10 \times 13 \times 16 \times 31,4$	9,5	4,2
Від 36 до 42	$12 \times 19 \times 32,5 \times 59,1$	15,5	4,4

Клинові шпонки за способом розміщення на валах бувають врізні, на лисці, фрикційні (рис. 7.3). Усі клинові шпонки виготовляють з ухилом 1:100. Такий самий ухил виконується в пазу маточини чи втулки. Так само як призматичні, клинові врізні шпонки частково розміщують у пазу вала і частково в пазу маточини. Клинові шпонки на лисці та фрикційні розміщують по всій своїй висоті в пазах маточини. З'єднання клиновими шпонками передають обертовий момент за рахунок сил тертя на робочих гранях. Сили тертя створюються відповідним натягом в радіальному напрямі при забиванні шпонок.

Циліндричні шпонки (рис. 7.4) – це циліндричні штифти, які вставляють в отвори паралельно до осі з'єднання. Розміри циліндричних шпонок: діаметр шпонки $d_{ш} = (0,13...0,16)d$, довжина шпонки $l = (3...4)d_{ш}$. Якщо міцність з'єднання не забезпечується, то ставлять дві або три циліндричні шпонки, зміщені під кутом 180^0 або 120^0 .

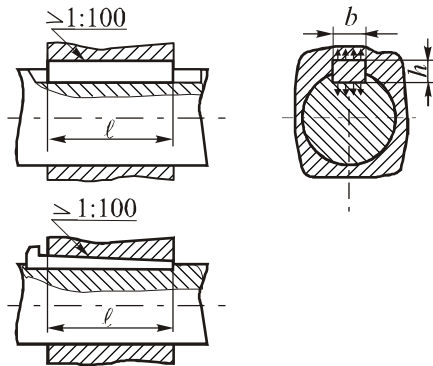


Рис. 7.3

Матеріалом виготовлення шпонок є спеціальний точний прокат зі сталей Ст5, Ст6, 45, 50, 55, 60 та інших з границею міцності $\sigma_{мц} \geq 590$ МПа. Шпонки підбирають за таблицями стандарту залежно від діаметра вала (табл. 7.1, 7.2).

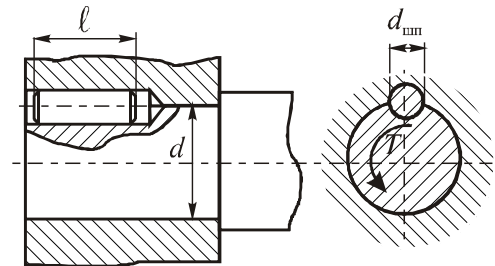


Рис. 7.4

З'єднання призматичними чи сегментними шпонками перевіряють за умовою міцності на зминання робочих поверхонь шпонки та з'єднуваних деталей:

$$\sigma_{зм} = \frac{F_t}{A_{зм}} = \frac{2T}{d(h-t_1)l_p} \leq [\sigma]_{зм},$$

де F_t - колова сила; $F_t = \frac{2T}{d}$; T - обертовий момент; d - діаметр вала; $A_{зм}$ - розрахункова площа зминання в маточині, яка дорівнює (рис. 7.2)

$$A_{зм} = (h - t_1) \cdot \ell_p,$$

де h - висота перерізу шпонки; t_1 - глибина паза вала; $\ell_p = \ell - 0.5b$ - розрахункова довжина призматичної шпонки; для сегментної шпонки $\ell_p = \ell$; $[\sigma]_{зм}$ - допустиме напруження зминання для елементів з'єднання; для чавунних маточин $[\sigma]_{зм} = 60 \dots 90$ МПа, для сталевих - $[\sigma]_{зм} = 100 \dots 120$ МПа. У випадку посадок з гарантованим натягом допустимі напруження: для чавунних маточин $[\sigma]_{зм} = 110 \dots 130$ МПа, для сталевих - $[\sigma]_{зм} = 160 \dots 180$ МПа. Менші значення допустимих напружень приймають для нерівномірних чи ударних навантажень.

Відповідальні з'єднання призматичними та сегментними шпонками перевіряють також на зріз

$$\tau_{зр} = \frac{F_t}{A_{зр}} = \frac{2T}{d \cdot b \cdot \ell_p} \leq [\tau]_{зр},$$

де $A_{зр}$ - площа зрізу, $A_{зр} = b \cdot \ell_p$; b - ширина шпонки; $[\tau]_{зр} = 60 \dots 100$ МПа - допустиме напруження на зріз для шпонки.

З'єднання клинвою врізною шпонкою перевіряють на зминання за формулою

$$\sigma_{зм} = \frac{12T}{b \cdot \ell (b + 6f \cdot d)} \leq [\sigma]_{зм},$$

де f - коефіцієнт тертя між шпонкою та маточиною. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 80 \dots 100$ МПа.

Умова міцності з'єднання фрикційною шпонкою має вигляд

$$\sigma_{зм} = \frac{T}{b \cdot d \cdot f \cdot \ell} \leq [\sigma]_{зм}.$$

Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 70 \dots 80$ МПа.

Розрахунок з'єднання циліндричною шпонкою виконують за формулою

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{4 \cdot T \cdot K}{d \cdot d_{\text{шп}} \cdot \ell} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

де K - коефіцієнт навантаження, який враховує напруженість з'єднання, $K = 1,2 \dots 1,5$, $d_{\text{шп}}$ - діаметр шпонки.

Допустиме напруження змінання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100 \dots 120$ МПа .

Шліцьові з'єднання

Шліцьовим або зубчастим називають багатошпонкове з'єднання, в якому шпонки-зубці виготовлені разом з валом. Профіль перерізу зубців: прямокутний, евольвентний і трикутний (рис. 7.5).

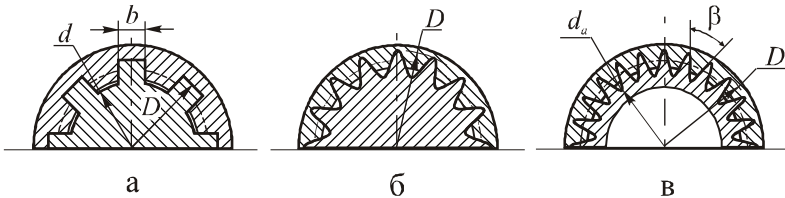


Рис. 7.5

Найбільш поширені та стандартизовані *прямобічні* (прямокутні) і *евольвентні* профілі перерізів зубців, які застосовують як в нерухомих, так і в рухомих з'єднаннях. Стандарт регламентує *три серії* з'єднань з прямобічним профілем зубців: легку (нерухомі і малонавантажені з'єднання); середню (рухомі середньонавантажені з'єднання); важку (передача значних моментів, переміщення втулки під навантаженням).

Розрахунок шліцьових з'єднань на міцність ґрунтується на визначенні напружень змінання, які виникають на бокових поверхнях зубців. Для прямобічних профілів зубців умова міцності має вигляд:

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{2T}{d_{\text{ср}} \cdot z \cdot h \cdot \ell \cdot \psi},$$

де $d_{\text{ср}}$ - середній діаметр з'єднання ; z - число зубців (табл. 7.3); h - висота поверхні контакту зубців; ℓ - довжина маточини; ψ - коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілу напружень в з'єднанні ($\psi = 0,7 \dots 0,8$); $[\sigma]_{\text{зм}}$ - допустимі напруження змінання бокових

поверхонь зубців; вибирають за табл. 7.5 залежно від рухомості з'єднання та умов експлуатації або розраховують [3].

Таблиця 7.3

З'єднання шліцьові прямобічні

$z \times d \times D$, мм	b , мм	f , мм
Легка серія		
$6 \times 26 \times 30$	6	0,3
$6 \times 28 \times 32$	7	0,3
$8 \times 32 \times 36$	6	0,4
$8 \times 36 \times 40$	7	0,4
$8 \times 42 \times 46$	8	0,4
$8 \times 46 \times 50$	9	0,4
$8 \times 52 \times 58$	10	0,5
$8 \times 56 \times 62$	10	0,5
Середня серія		
$6 \times 26 \times 32$	6	0,4
$6 \times 28 \times 34$	7	0,4
$8 \times 32 \times 38$	6	0,4
$8 \times 36 \times 42$	7	0,4
$8 \times 42 \times 48$	8	0,4
$8 \times 46 \times 54$	9	0,5
$8 \times 52 \times 60$	10	0,5
$8 \times 56 \times 65$	10	0,5
Важка серія		
$10 \times 26 \times 32$	4	0,4
$10 \times 28 \times 35$	4	0,4
$10 \times 32 \times 40$	5	0,4
$10 \times 36 \times 45$	5	0,4
$10 \times 42 \times 52$	6	0,4
$10 \times 46 \times 56$	7	0,5
$10 \times 52 \times 60$	5	0,5
$10 \times 56 \times 65$	5	0,5

Таблиця 7.4

З'єднання шліцьові евольвентні з кутом профілю 30°

Номинальний діаметр D , мм		Модуль m , мм									
		Ряд 1	0,8	-	1,25	-	2	2	3	-	-
		Ряд 2	-	1	-	1,5	-	2,5	-	3,5	4
Ряд 1	Ряд 2	Кількість зубів									
20	-	23	18	14	12	8	6	-	-	-	
-	22	26	20	16	13	9	7	6	-	-	
25	-	30	24	18	15	11	8	7	-	-	
-	28	34	26	21	17	12	10	8	-	-	
30	-	36	28	22	18	13	10	8	-	-	
-	32	38	30	24	20	14	11	9	-	6	
35	-	42	34	26	22	16	12	10	-	7	
-	38	46	36	29	24	18	14	11	-	8	
40	-	48	38	30	25	18	14	12	-	8	
-	42	51	40	32	26	20	15	12	-	9	
45	-	55	44	34	28	21	16	13	12	10	
-	48	58	46	37	30	22	18	14	12	10	
50	-	60	48	38	32	24	18	15	12	11	
-	52	64	50	40	33	24	19	16	12	11	
55	-	66	54	42	35	26	20	17	14	12	
-	58	70	56	45	37	28	22	18	14	13	
60	-	74	58	46	38	28	22	18	16	13	
-	62	-	-	48	40	30	23	19	16	14	
65	-	-	-	50	42	31	24	20	18	15	

Для евольвентних зубців умова міцності

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{T}{0,3(D - 2m) \cdot z \cdot m \cdot \ell} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

де m - модуль зубців.

Висоту поверхні контакту зубців та середній діаметр з'єднання визначають за формулами:

$$\text{- для прямобічних зубців: } h = \frac{D - d}{2} - 2f; \quad d_{\text{ср}} = \frac{D + d}{2};$$

- для евольвентних зубців: $h = \theta m$; $d_{\text{cp}} = d = m \cdot z$,

де $\theta = 1$ при центруванні по бокових поверхнях, $\theta = 0,9$ при центруванні по зовнішньому діаметру; d - діаметр ділительного кола;

- для трикутних зубців: $h = \frac{D - d_a}{2}$; $d_{\text{cp}} = d = m \cdot z$.

Граничний момент, який передається з'єднанням,

$$T_{\text{гр}} = \frac{[\sigma]_{\text{зм}} \cdot z \cdot h \cdot \ell \cdot \psi \cdot d_{\text{cp}}}{2}.$$

Таблиця 7.5

Допустимі напруження змінання $[\sigma]_{\text{зм}}$ для бічних граней шліців

З'єднання	Умови експлуатації	$[\sigma]_{\text{зм}}$, МПа	
		Без термообробки поверхонь	З термообробкою поверхонь
Нерухоме	Важкі	35...40	40...70
	Середні	60...100	100...140
	Легкі	80...120	120...200
Рухоме не під навантаженням	Важкі	15...20	20...35
	Середні	20...30	30...60
	Легкі	25...40	40...70
Рухоме під навантаженням	Важкі	-	3...10
	Середні	-	5...15
	Легкі	-	10...20

Задачі

7.1. Чавунний шків клинопасової передачі передає від електродвигуна до вентилятора потужність $P = 10$ кВт при частоті обертання $n = 1360$ об/хв. Підібрати і перевірити на міцність призматичну шпонку, якщо діаметр вала $d = 35$ мм, довжина маточини шківів $\ell_{\text{мат}} = 70$ мм. Допустиме напруження змінання для чавуна $[\sigma]_{\text{зм}} = 60$ МПа.

Розв'язок

За табл. 7.1 для вала діаметром $d = 35$ мм підбираємо призматичну шпонку $b \times h = 10 \times 8$ мм, $t_1 = 5$ мм. Довжину шпонки вибираємо так, щоб вона була менша за довжину маточини шківів ($\ell_{\text{мат}} = 70$ мм) на 3...10 мм і не виходила за межі граничних розмірів для шпонок 22...110 мм (табл. 7.1). Приймаємо стандартну довжину шпонки $\ell = 63$ мм.

Розрахункова довжина шпонки:

- виконання *A* (з заокругленими торцями)
 $\ell_p = \ell - b = 63 - 10 = 53$ мм ;

- виконання *B* (з плоскими торцями) $\ell_p = \ell = 63$ мм ;

- виконання *C* (з одним плоским і одним заокругленим торцем)
 $\ell_p = \ell - 0,5 b = 63 - 0,5 \cdot 10 = 58$ мм .

Перевіряємо вибрану шпонку на зминання. Визначаємо обертовий момент на валу шківів

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 1360} = 70,25 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

При можливості встановлення призматичної шпонки довільного виконання робочі напруження зминання найбільшими будуть у шпонки виконання *A* (робоча довжина шпонки ℓ_p найменша). Тому подальший розрахунок проведемо для цієї шпонки.

Розрахункове напруження зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{2T}{d(h-t_1)\ell_p} = \frac{2 \cdot 70,25}{35 \cdot (8-5) \cdot 53 \cdot 10^{-9}} = 25,24 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}$$

Умова міцності виконується.

Умовне позначення шпонки з заокругленими торцями: *Шпонка*
 $b \times h \times l = 10 \times 8 \times 63$.

7.2. Підібрати за стандартом призматичну шпонку та перевірити шпонкове з'єднання на міцність за умови, що діаметр вала $d = 32$ мм, довжина маточини зубчастого колеса $\ell_{\text{мат}} = 60$ мм, момент, що

передається з'єднанням, $T = 220 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Матеріал вала – сталь 45, матеріал маточини колеса – сталь 40Х. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100 \text{ МПа}$, зрізу $[\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 10 \times 8 \times 56$,
 $\tau_{\text{зр}} = 30 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$, умови міцності виконуються.

7.3. Підібрати за стандартом розміри поперечного перерізу призматичної шпонки та визначити її довжину з умови міцності на зминання. Обертовий момент на валу $T = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, діаметр вала $d = 24 \text{ мм}$, матеріал вала та маточини – сталь 35. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 105 \text{ МПа}$.

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 8 \times 7 \times 22$.

7.4. Чавунний шків клинопасової передачі передає від електродвигуна до вентилятора потужність $P = 18 \text{ кВт}$ при частоті обертання $n = 1460 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Дібрати та перевірити на міцність призматичну шпонку, якщо діаметр вала $d = 40 \text{ мм}$. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 90 \text{ МПа}$, зрізу $[\tau]_{\text{зр}} = 70 \text{ МПа}$.

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 12 \times 8 \times 36$;
 $\tau_{\text{зр}} = 20,5 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}} = 70 \text{ МПа}$, умова міцності на зріз виконується.

7.5. Визначити обертовий момент, який можна передати через шпонкове з'єднання стандартною призматичною шпонкою $b \times h \times l = 25 \times 14 \times 125$. Діаметр вала $d = 86 \text{ мм}$. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 120 \text{ МПа}$, зрізу - $[\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: $T = 2580 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

7.6. Циліндричне зубчасте колесо закріплене призматичною шпонкою на валу редуктора, діаметр якого $d = 45 \text{ мм}$. Вал (сталь 50) передає обертовий момент $T = 400 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Матеріал шпонки - сталь 45, матеріал зубчастого колеса - сталь 40Х. Допустимі напруження: зминання - $[\sigma]_{\text{зм}} = 110 \text{ МПа}$, зрізу - $[\tau]_{\text{зр}} = 80 \text{ МПа}$. Довжина маточини

$\ell_{\text{мат}} = 53 \text{ мм}$. Підібрати за стандартом шпонку та перевірити на міцність.

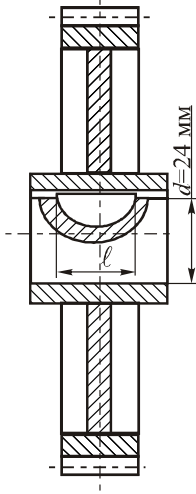


Рис. 7.6

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 14 \times 9 \times 50$ з плоскими торцями;
 $\sigma_{\text{зм}} = 101,6 \text{ МПа} \leq [\sigma_{\text{зм}}] = 110 \text{ МПа}$,
 $\tau_{\text{зр}} = 25,4 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}} = 80 \text{ МПа}$, умови міцності виконуються.

7.7. Сталеve зубчасте колесо, закріплене на валу діаметром $d = 24 \text{ мм}$, передає потужність $P = 8 \text{ кВт}$ при частоті обертання вала $n = 1160 \text{ об/хв}$ (рис. 7.6). Підібрати сегментну шпонку і перевірити з'єднання на міцність, якщо навантаження передається з легкими поштовхами. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100 \text{ МПа}$, зрізу $[\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$.

Розв'язок

За табл. 7.2 при $d = 24 \text{ мм}$ підбираємо сегментну шпонку з розмірами $b = 6 \text{ мм}$, $h = 9 \text{ мм}$, $R = 11 \text{ мм}$, $\ell_p = \ell = 21,6 \text{ мм}$, $t_1 = 6,5 \text{ мм}$.

Перевіряємо з'єднання на зминання, а шпонку – на зріз.

Обертний момент на валу

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 1160} = 65,89 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Розрахункове напруження зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{F_t}{A_{\text{зм}}} = \frac{2T}{d(h - t_1)\ell_p} = \frac{2 \cdot 65,89}{24 \cdot (9 - 6,5) \cdot 21,6 \cdot 10^{-9}} = 101,7 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{\text{зм}} = 110 \text{ МПа}$$

Розрахункове напруження зрізу шпонки

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{2T}{d \cdot b \cdot \ell_p} = \frac{2 \cdot 65,89}{24 \cdot 6 \cdot 21,6 \cdot 10^{-9}} = 42,4 \text{ МПа} \leq [\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконуються.

Умовне позначення вибраної сегментної шпонки: Шпонка $b \times h \times R \times \ell = 6 \times 9 \times 11 \times 21,6$.

7.8. Підібрати сегментну шпонку для кріплення втулкової муфти на валу діаметром $d = 25$ мм, перевіривши її на зріз і зминання. Потужність, яка передається валом, дорівнює $P = 7,8$ кВт, частота обертання валу $n = 1140$ об/хв. Муфта виконана зі сталі 40Х, шпонка - із сталі 45, вал із сталі 50. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 120$ МПа, зрізу $[\tau]_{зр} = 60$ МПа.

Відповідь: шпонка $b \times h \times R \times \ell = 8 \times 10 \times 12,5 \times 24,5$,
 $\sigma_{зм} = 71,44$ МПа $\leq [\sigma]_{зм} = 120$ МПа,
 $\tau_{зр} = 26,8$ МПа $< [\tau]_{зр} = 60$ МПа, умови міцності виконуються.

7.9. Чавунний шків клинопасової передачі закріплено на валу сегментною шпонкою. Вибрати розміри шпонки та перевірити міцність з'єднання за такими даними: обертовий момент на валу $T = 125$ Н·м, діаметр вала $d = 30$ мм, матеріал вала – сталь 35. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 85$ МПа, зрізу $[\tau]_{зр} = 62$ МПа.

Відповідь: шпонка $b \times h \times R \times \ell = 10 \times 13 \times 16 \times 31,4$,
 $\sigma_{зм} = 75,8$ МПа $\leq [\sigma]_{зм} = 85$ МПа,
 $\tau_{зр} = 26,5$ МПа $< [\tau]_{зр} = 62$ МПа, умови міцності виконуються.

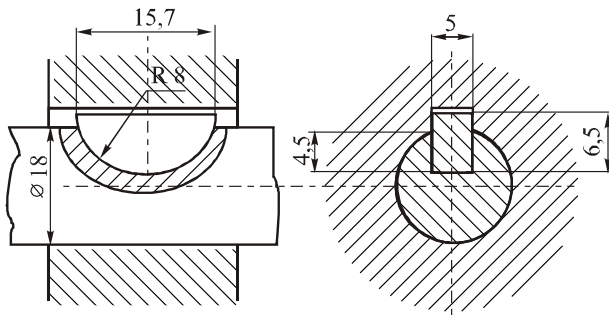


Рис. 7.7

7.10. Визначити напруження зминання в з'єднанні сегментною шпонкою (рис.7.7), яка передає від вала до маточини обертовий момент $T = 30$ кНм.

Відповідь: $\sigma_{зм} = 106$ МПа , $\tau_{зр} = 42,5$ МПа .

7.11. З умови міцності на зминання підібрати сегментні шпонки, за допомогою яких шків пасової передачі кріплять на валу кільцевого перерізу. Зовнішній діаметр вала $d = 30$ мм , товщина стінки вала $\delta = 12$ мм . З'єднання передає момент $T = 140$ Нм . Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 150$ МПа , зрізу $[\tau]_{зр} = 100$ МПа . Перевірити вибрані шпонки за умовою міцності на зріз.

Примітка. При вибиранні шпонок слід врахувати, що висота шпонки h має бути меншою від товщини стінки вала δ .

Відповідь: 2 шпонки $b \times h \times R \times \ell = 5 \times 7,5 \times 9,5 \times 18,6$,
 $\tau_{зр} = 23,9$ МПа $< [\tau]_{зр} = 100$ МПа .

7.12. Визначити обертовий момент, який можна передати за допомогою клинової врізної шпонки перерізом $b \times h = 32 \times 18$ мм при діаметрі вала $d = 120$ мм і розрахунковій довжині шпонки $l = 200$ мм . Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 90$ МПа , коефіцієнт тертя $f = 0,2$.

Відповідь: $T = 8448$ Н · м .

7.13. Чавунний шків клинопасової передачі з'єднаний із валом діаметром $d = 50$ мм клиновою врізною шпонкою $b \times h = 16 \times 10$ мм . З умови міцності на зминання визначити довжину шпонки. Матеріал шпонки - сталь Ст5; матеріал вала - сталь 40Х; коефіцієнт тертя $f = 0,17$; допустиме напруження зминання для матеріалу шпонки $[\sigma]_{зм} = 140$ МПа . Діаметр шківів $D = 360$ мм ; колова сила $F_t = 3,6$ кН .

Відповідь: $l_p = 52$ мм .

7.14. Визначити граничний обертовий момент, який можна передати з'єднанням фрикційною шпонкою (рис. 7.8.), якщо діаметр вала $d = 70$ мм , ширина шпонки $b = 20$ мм , довжина робочої грані

шпонки $l_p = 64$ мм, коефіцієнт тертя $f=0,1$. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 70$ МПа .

Відповідь: $T = 627$ Н·м .

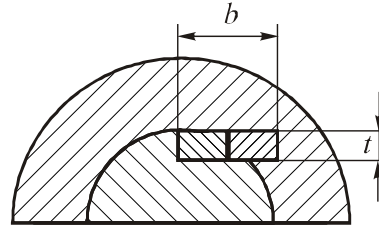


Рис. 7.8

7.15. Розрахувати довжину робочої грані фрикційної шпонки для з'єднання маточини шківів пасової передачі з валом діаметром $d = 45$ мм, якщо коефіцієнт тертя $f = 0,12$, ширина шпонки $b = 14$ мм, допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 76$ МПа . Потужність, яку передає пасова передача, $P = 14$ кВт, кутова швидкість вала шківів $\omega = 28$ с⁻¹ .

Відповідь: $l_p = 101,5$ мм .

7.16. На консольну частину вала відцентрового насоса насаджений шків клинопасової передачі за допомогою циліндричної шпонки (рис. 7.9). Шпонка встановлена з натягом (з'єднання напружене). Визначити діаметр шпонки, якщо потужність, що передається валом, $P = 10$ кВт,

частота обертання $n = 1100$ об/хв, діаметр

вала $d = 30$ мм, матеріал виготовлення маточини – чавун. Коефіцієнт

навантаження $K = 1,5$. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 68$ МПа .

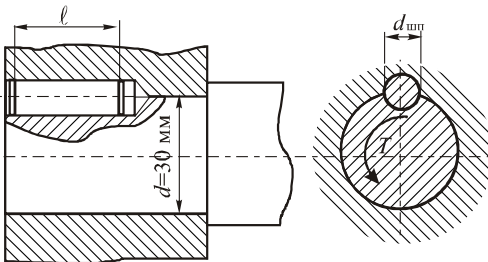


Рис. 7.9

Примітка. Попередньо задати довжину шпонки $l \approx 1,5d$. Напруженість з'єднання врахувати коефіцієнтом навантаження.

Відповідь: $d_{шп} = 6$ мм .

7.17. Перевірити шпонкове з'єднання циліндричною шпонкою за умовою міцності на зминання, якщо діаметр вала $d = 35$ мм, діаметр шпонки $d_{шп} = 4$ мм, довжина шпонки $\ell = 55$ мм. Обертний момент, який передає вал, $T = 100$ Н·м. Коефіцієнт навантаження $K = 1,2$. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 80$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{зм} = 62,3$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 80$ МПа, умова міцності виконується.

7.18. Для вала діаметром $d = 40$ мм необхідно підібрати призматичну, сегментну та клинову врізну шпонки та за напруженнями зминання визначити граничний обертний момент який можуть передати ці шпонки. Взяти довжину з'єднання $\ell = 60$ мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,16$. Допустимі напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 150$ МПа.

Відповідь: для призматичної шпонки $T = 432$ Н·м, для сегментної шпонки $T = 620$ Н·м, для клинової шпонки $T = 454$ Н·м.

7.19 Підібрати та перевірити на міцність прямобічне рухоме шліцьове з'єднання вторинного вала коробки передач автомобіля при передачі обертового моменту $T = 0,4$ кН·м, якщо відомі величини діаметрів $d = 28$ мм та $D = 34$ мм прямобічного зубчастого з'єднання, довжина маточини шестерні $\ell = 50$ мм та матеріал виготовлення деталей – сталь 45, термообробка – нормалізація.

Розв'язок

За табл. 7.3 вибираємо шліцьове з'єднання середньої серії (рухомі середньо навантажені з'єднання) для якого при $d = 28$ мм і $D = 34$ мм: $z = 6$, $b = 7$ мм, $f = 0,4$ мм.

За табл. 7.5 вибираємо допустиме напруження зминання

$$[\sigma]_{зм} = 60 \text{ МПа}.$$

Висота поверхні контакту зубців

$$h = \frac{D - d}{2} - 2f = \frac{34 - 28}{2} - 2 \cdot 0,4 = 2,2 \text{ мм}.$$

Середній діаметр з'єднання

$$d_{\text{cp}} = \frac{D + d}{2} = \frac{34 + 28}{2} = 31 \text{ мм}.$$

Розрахункове напруження змінання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{2T}{d_{\text{cp}} \cdot z \cdot h \cdot \ell \cdot \psi} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{31 \cdot 6 \cdot 2,2 \cdot 50 \cdot 0,75 \cdot 10^{-9}} = 52,13 \text{ МПа} < [\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконується.

7.20. Підібрати і перевірити на міцність рухоме евольвентне шліцьове з'єднання вторинного вала коробки передач автомобіля при передаванні обертового моменту $T = 0,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Діаметр з'єднання $D = 48 \text{ мм}$, довжина маточини шестерні $\ell = 50 \text{ мм}$. Матеріал виготовлення деталей сталь 45 з термобробкою – покращання. Порівняти отримані дані з відповідними результатами попереднього розрахунку.

Розв'язок

За табл. 7.4 вибираємо шліцьове з'єднання з $D = 48 \text{ мм}$ (за умовою задачі), $m = 2 \text{ мм}$, $z = 22$.

За табл. 7.5 беремо $[\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}$ та перевіряємо з'єднання на змінання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{T}{0,3(D - 2m) \cdot z \cdot m \cdot \ell} = \frac{0,4 \cdot 10^3}{0,3(48 - 2 \cdot 2) \cdot 22 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 10^{-9}} = 13,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 13,8 \text{ МПа} < [\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконується.

Для евольвентного шліцьового з'єднання розрахункові напруження змінання виявились значно меншими, ніж для прямобічного. Цим обґрунтовується твердження про перевагу евольвентних зубчастих з'єднань та перспективи їх застосування.

7.21. Підібрати та перевірити на міцність нерухоме шліцьове з'єднання вихідного вала редуктора та зірочки ланцюгової передачі при передаванні моменту $T = 680 \text{ Нм}$ для двох випадків: а) шліці

прямобічні, діаметри $d = 46$ мм, $D = 54$ мм; б) шліці евольвентні $D = 48$ мм, модуль $m = 4$ мм. Матеріал – сталь 45, термообробка – покращання. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 100$ МПа. Довжина маточини зірочки $l = 55$ мм.

Відповідь: а) $\sigma_{зм} = 25,75$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 100$ МПа ,

б). $\sigma_{зм} = 25,75$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 100$ МПа .

7.22. Визначити величину граничного обертового моменту, який можна передати рухомих прямобічним шліцьовим з'єднанням важкої серії з параметрами $d = 56$ мм та $D = 65$ мм. Довжина з'єднання $\ell = 60$ мм. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 25$ МПа .

Відповідь: $T = 1016$ Н·м .

7.23. Визначити напруження зминання для стандартного шпонкового з'єднання та стандартного шліцьового з'єднання середньої серії (рис. 7.10). Розрахункова довжина з'єднання в обох випадках дорівнює $\ell = 36$ мм, обертовий момент $T = 120$ Н·м .

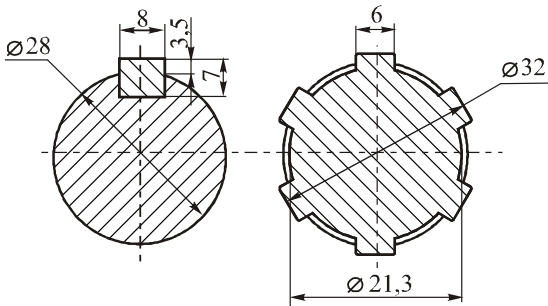


Рис. 7.10

Відповідь: для шпонкового з'єднання $\sigma_{зм} = 76,53$ МПа , для шліцьового з'єднання $\sigma_{зм} = 21,8$ МПа .

Тема 8. Різьбові з'єднання. Теоретична довідка

Різьбовими називають з'єднання, що здійснюються кріпильними різьбовими деталями (болтами, гвинтами, шпильками) чи шляхом безпосереднього згвинчування деталей з різьбою.

За *формою поверхні* стержня, на якій нарізана різьба, розрізняють: циліндричні та конічні різьби.

За *призначенням* розрізняють три групи різьб: *кріпильні*, що забезпечують міцність з'єднання, *кріпильно-ущільнювальні*, що забезпечують міцність та герметичність з'єднання (арматура трубопроводів, з'єднання трубопроводів для рідин, газів та пари), *спеціальні*, що призначені для передачі руху з зовнішнім навантаженням.

Типи кріпильних різьб: *метрична* (трикутний профіль, кут профілю $\alpha = 60^{\circ}$, основна кріпильна різьба, приклад позначення $M 24 \times 2$ (зовнішній номінальний діаметр $d = 24$ мм, крок $p = 2$ мм); *трубна* (дюймовая, $\alpha = 55^{\circ}$, $1' = 24,4$ мм), приклад позначення $G2 - B$ (номінальний діаметр $d = 2'$, клас точності B ; *кругла*, приклад позначення $Rd16$ ($d = 16$ мм).

Основні параметри метричної різьби з великим кроком подані в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Різьба метрична для кріпильних різьбових деталей

Діаметр різьби, мм			Крок P , мм	Діаметр різьби, мм			Крок P , мм
Зовнішній $d = D$	Середній $d_2 = D_2$	Внутрішній $d_1 = D_1$		Зовнішній $d = D$	Середній $d_2 = D_2$	Внутрішній $d_1 = D_1$	
5	4,480	4,134	0,80	(27)	25,051	23,732	3,00
6	5,350	4,918	1,00	30	27,727	26,211	3,50
7	6,350	5,918	1,00	(33)	30,727	29,211	3,50
8	7,188	6,647	1,25	36	33,402	31,670	4,00
9	8,188	7,647	1,25	(39)	36,402	34,670	4,00
10	9,026	8,376	1,50	42	39,077	34,129	4,50
11	10,026	9,376	1,50	(45)	42,077	40,129	4,50
12	10,863	10,106	1,75	48	44,752	42,587	5,00
(14)	12,701	11,835	2,00	(52)	48,752	46,587	5,00
16	14,701	13,835	2,00	56	52,428	50,046	5,50
(18)	16,376	15,294	2,50	(60)	56,428	54,046	5,50
20	18,376	17,294	2,50	64	60,103	57,505	6,00
(22)	20,376	19,294	2,50	(68)	64,103	61,505	6,00
24	22,051	20,752	3,00	-	-	-	-

Примітка. Числа в дужках належать до другого ряду, перевагу віддають першому ряду.

Залежно від призначення різьбового з'єднання в машинобудуванні використовують кріпильні вироби: болти, гвинти, шпильки. *Болт* – циліндричний стержень з різьбою та головкою. Застосовують при з'єднанні деталей невеликої товщини. Замикаючим елементом болтового з'єднання є *гайка* – деталь з різьбовим отвором. *Гвинт* – болт, гайкою якого є одна з деталей, що з'єднуються. *Шпилька* – циліндричний стержень з нарізаною з обох кінців різьбою.

Усі стандартні болти, гвинти, шпильки виготовляють рівномісними на розрив стержня по різьбі, на зріз різьби та відрив головки. Розрахунок на міцність різьбового з'єднання виконують тільки за одним критерієм працездатності – міцності нарізаної частини стержня. Більшість болтів, гвинтів і шпильок працюють зі значною попередньою затяжкою, коли в поперечному перерізі виникають поздовжня сила та крутний момент, а стержень болта працює на *розтяг і кручення*. Для силових з'єднань не допускають застосування болтів з діаметром, меншим ніж 8 мм.

Розрахунок незатягнутих болтів. Незатягнутими (ненапруженими) вважають болти, що навантажені лише осьовими силами. Їх розраховують лише на розтяг. Умова міцності таких болтів має вигляд

$$\sigma_p = \frac{F_a}{z \cdot A_p} = \frac{4 F_a}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p,$$

де F_a – осьове навантаження; z – число болтів; $A_p = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4}$ – розрахункова мінімальна площа поперечного перерізу болта; d_1 – внутрішній діаметр різьби болта.

Розрахунок затягнутих болтів в з'єднаннях без зовнішнього навантаження. Унаслідок затягування в болтах виникають поздовжня сила та крутний момент. Проте такі болти розраховують лише на розтяг, враховуючи наявність крутного моменту збільшенням на 30% осьової сили за допомогою коефіцієнта затяжки $k_{\text{зат}} = 1,3$. Умова міцності такого з'єднання має вигляд

$$\sigma_p = \frac{4 \cdot k_{\text{зат}} \cdot F_a}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p.$$

Розрахунок болтів, завантажених осьовою силою, при забезпеченні герметичності з'єднання (нерозкриття стику) виконують за такою умовою міцності

$$\sigma_p = \frac{4k_{\text{зат}} \cdot K \cdot F_{\text{зат}}}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p,$$

де $F_{\text{зат}}$ - сила затягування, K - коефіцієнт навантаження. За умовою нерозкриття стику значення K такі: при постійному навантаженні $K = 1,45 \dots 2,3$; при змінному навантаженні - $K = 2,7 \dots 4,3$. За умовою герметичності з'єднання значення K такі: при м'якій прокладці - $K = 1,5 \dots 2,8$, при металевій фасонній прокладці - $K = 2,2 \dots 3,8$, при металевій плоскій прокладці - $K = 3,2 \dots 5,3$.

Розрахунок болтів, завантажених поперечною силою Q , перпендикулярною до осі болта. Такі болти можуть бути розміщені або в отворах з зазором або в отворах без зазору. При розміщенні болтів в отворах з зазором (рис. 8.1) нормальну роботу з'єднання повинна забезпечити сила тертя між поверхнями деталей. Для цього має виконуватись умова

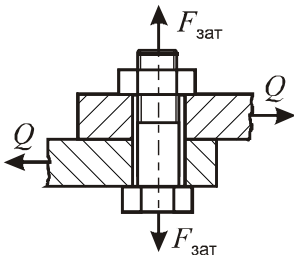


Рис. 8.1

$$f \cdot F_{\text{зат}} = k \cdot Q.$$

Звідси

$$F_{\text{зат}} = \frac{k \cdot Q}{f},$$

де $k = 1,2 \dots 1,5$ - коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей, f - коефіцієнт тертя.

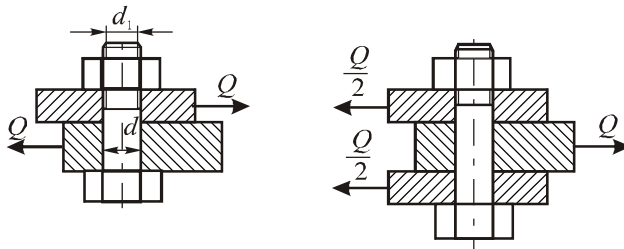


Рис. 8.2

Умова міцності з'єднання

$$\sigma_p = \frac{k_{\text{зат}} \cdot F_{\text{зат}}}{z \cdot A_p} = \frac{4k_{\text{зат}} \cdot k \cdot Q}{z \cdot \pi \cdot d_1^2 \cdot f} \leq [\sigma]_p.$$

При розміщення болтів в отворах без зазору (рис. 8.2) їх діаметр визначають з умови міцності болта *на зріз*

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{i \cdot z \cdot A} = \frac{4Q}{i \cdot z \cdot \pi \cdot d_0^2} \leq [\tau]_{зр}$$

та проводять перевірку міцності болта і з'єднаних деталей *на зминання*

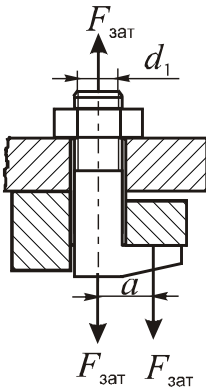
$$\sigma_{зм} = \frac{Q}{z \cdot A_{зм}} = \frac{Q}{z \cdot d_0 \cdot \Sigma \delta_{\min}} \leq [\sigma]_{зм},$$

де $A = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4}$ - площа перерізу болта в місці зрізу; d_0 - діаметр ненарізаної частини болта ($d_0 = d_1 + 1$ мм), $A_{зм} = d_0 \cdot \Sigma \delta_{\min}$ - площа зминання, $\Sigma \delta_{\min}$ - сумарна мінімальна товщина деталей, що зміщуються в одному напрямі; i - число площин зрізу

Розрахунок болтів при ексцентричному осьовому навантаженні. Для з'єднання деталей, які мають скоси, виступи чи несиметричні заглиблення, використовуються болти з костильними (ексцентричними) головками (рис. 8.3) Такі болти окрім розтягу та кручення працюють також на згин унаслідок ексцентрично прикладеного осьового навантаження.

Сумарне напруження в болті

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma} &= k_{зат} \cdot \sigma_p + \sigma_{зг} = \frac{4 \cdot k_{зат} \cdot F_{зат}}{\pi \cdot d_1^2} + \frac{32 \cdot F_{зат} \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = \\ &= \frac{4 \cdot F_{зат}}{\pi \cdot d_1^2} \left(k_{зат} + \frac{8a}{d_1} \right) = \sigma_p \left(k_{зат} + \frac{8a}{d_1} \right), \end{aligned}$$



де a - ексцентриситет.

Умова міцності болта

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{4 \cdot F_{зат}}{\pi \cdot d_1^2} \left(k_{зат} + \frac{8a}{d_1} \right) \leq [\sigma]_p.$$

Рис. 8.3

Розрахунок болтів клемового з'єднання. Клемовими називають з'єднання, які застосовують для нерухомого закріплення на валах, осях, штангах різних пристроїв за рахунок сил тертя без застосування шпонок, шліців (рис. 8.4). Нерухомість такого з'єднання забезпечується силами

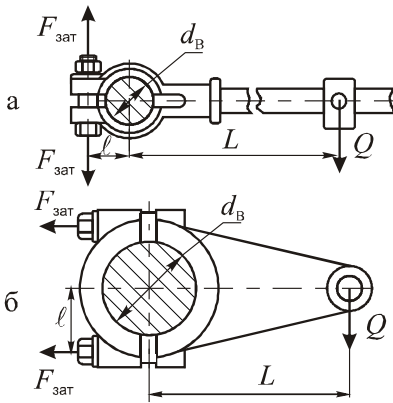


Рис. 8.4

тертя, що виникають від затягування болтів між з'єднуваними поверхнями. Внутрішній діаметр різьби болта визначають за умовою нерозкриття стику.

Сила затягування $F_{зат}$ повинна бути такою, щоб викликана нею сила тертя F_T створила б такий момент, який міг би зрівноважити момент від зовнішньої сили Q . Сила затягування одного болта для випадку клем з нероз'ємною маточиною (рис. 8.4, а)

$$F_{зат} = \frac{Q \cdot L}{f(2 \cdot l + d_B)},$$

для випадку клем з роз'ємною маточиною (рис. 8.4, б)

$$F_{зат} = \frac{Q \cdot L}{f \cdot d_B},$$

де d_B - діаметр вала.

Допустимі напруження

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n},$$

де n - коефіцієнт запасу міцності. Для болтів з вуглецевих сталей $n = 1,5 \dots 2$; для болтів з легованих сталей $n = 1,8 \dots 2,5$. Для підйимально-транспортного обладнання величину n збільшують в 2 рази.

Розрахунок групових болтових з'єднань виконують за умовою, що болти навантажені рівномірно. Такими з'єднаннями є кріплення кришок підшипників, круглих кришок посудин тощо. У цьому випадку визначають силу, що діє на один болт

$$F = \Sigma F / z,$$

де ΣF - зовнішня сила, що діє на групу болтів; z - число болтів

групи.

Перевірковий або проектний розрахунок проводять для одного болта. Всі болти групи приймають однакових розмірів для спрощення конструкції. Залежно від конструкції з'єднання формула для визначення сили, що діє на один болт, може бути змінена.

Розрахунок групи болтів, навантажених нерівномірно (наприклад, кріплення корпусів підшипників до металоконструкції, машин з фундаментними болтами) проводять за найбільш навантаженим болтом. Зовнішню силу, що діє на такий болт, в кожному конкретному випадку визначають відповідно до схеми навантаження з рівнянь рівноваги.

Задачі

8.1. Скоба для кріплення розтяжок з'єднана трьома болтами з дерев'яною балкою (рис. 8.5). Дібрати болти з'єднання і визначити зовнішній діаметр шайби з умови міцності деревини на зминання, якщо відомі значення $F_1 = 12$ кН, $\alpha = 45^\circ$. Для деревини прийняти $[\sigma]_{зм} = 5$ МПа. Матеріал болтів – сталь Ст3.

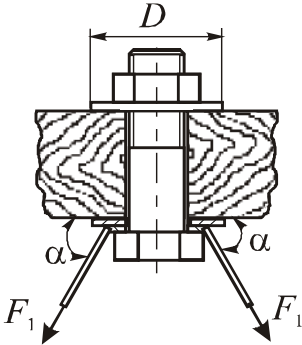


Рис. 8.5

Визначаємо внутрішній діаметр різьби для незатягнутого болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 F_a}{\pi \cdot z \cdot [\sigma]_p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 16,97 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 3 \cdot 153,3 \cdot 10^6}} = 6,86 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6,86 \text{ мм}$$

З табл.8.1 за знайденим значенням d_1 вибираємо болт М8, для якого $d = 8$ мм (різьба М8).

Розв'язок

Осьова сила, яка розтягує болти,

$$F_a = 2 F_1 \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 12 \sin 45^\circ = 16,97 \text{ кН}.$$

Приймаємо для болтів зі сталі Ст3 $\sigma_T = 230$ МПа (табл. 6.2) і приймаємо $n = 1,5$ ($n = 1,5 \dots 2,0$ для незатягнутих болтів з вуглецевих сталей).

Допустиме напруження

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{230}{1,5} = 153,3 \text{ МПа}.$$

Визначаємо зовнішній діаметр шайби з умови міцності деревини на зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{F_a}{z \cdot A_{\text{зм}}} \leq [\sigma]_{\text{зм}}.$$

Звідси

$$A_{\text{зм}} \geq \frac{F_a}{z \cdot [\sigma]_{\text{зм}}} = \frac{16,97 \cdot 10^3}{3 \cdot 5 \cdot 10^6} = 11,31 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1131 \text{ мм}^2.$$

Оскільки площа зминання для шайби, яка є кільцем,

$$A_{\text{зм}} = \frac{\pi}{4} [D_{\text{ш}}^2 - d_{\text{ш}}^2],$$

де $d_{\text{ш}} = d + 1$ - внутрішній діаметр шайби, то звідси мінімальний зовнішній діаметр шайби $D_{\text{ш}}$

$$D_{\text{ш}} \geq \sqrt{\frac{4 A_{\text{зм}}}{\pi} + (d + 1)^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1131}{3,14} + (8 + 1)^2} = 39 \text{ мм}$$

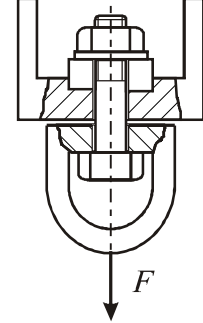


Рис. 8.6

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 19,8$ мм , приймаємо болт M24.

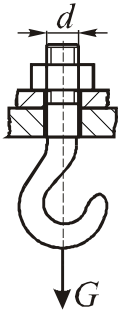
8.3. Розрахувати болт вантажної скоби, який сприймає осьове статичне навантаження $F = 50$ кН . Матеріал болта сталь 40, допустиме напруження $[\sigma]_p = 180$ МПа .

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 18,8$ мм , приймаємо болт M22.

$$\text{Приймаємо} \quad D_{\text{ш}} = 40 \text{ мм} ,$$

$$d_{\text{ш}} = 8 + 1 = 9 \text{ мм} .$$

8.2. Визначити діаметр різьби болта для кріплення вантажної скоби (рис. 8.6). Навантаження статичне $F = 34$ кН . Матеріал болта – сталь Ст3 з границею текучості $\sigma_T = 220$ МПа . Коефіцієнт запасу міцності $n = 2$.



8.4. Визначити діаметр нарізаної частини хвостовика гака (рис. 8.7) для піднімання вантажу вагою $G = 50$ кН. Матеріал болта - сталь Ст3 з границею текучості $\sigma_T = 225$ МПа. Коефіцієнт запасу міцності $n = 4$.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 33,65$ мм, приймаємо $d = 39$ мм.

Рис. 8.7

8.5. Визначити діаметр нарізаної частини гвинта стяжки (рис. 8.8), якщо осьове навантаження $F = 20$ кН. Матеріал гвинтів – сталь 35. Допустиме напруження розтягу $[\sigma]_p = 120$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 14,5$ мм, приймаємо, $d = 18$ мм.

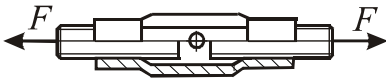


Рис. 8.8

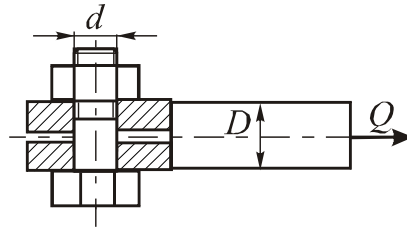


Рис. 8.9

8.6. З'єднання поздовжніх тяг поршневого насоса подвійної дії з фігурним кривошипом здійснене за допомогою проушини, яка насаджена на болт діаметром $d = 18$ мм (рис. 8.9). Перевірити міцність з'єднання, якщо сила, яка діє на одну тягу, складає $Q = 6$ кН. Діаметр тяги $D = 19$ мм, висота $h = 7$ мм. Допустимі напруження - $[\tau]_{зр} = 45$ МПа, $[\sigma]_{зм} = 120$ МПа, $[\sigma]_p = 60$ МПа.

Відповідь: напруження зрізу болта $\tau_{зр} = 14,4$ МПа, напруження зминання болта $\sigma_{зм} = 26,3$ МПа, напруження розтягу тяги $\sigma_p = 21$ МПа. Умови міцності виконуються.

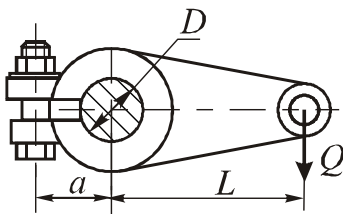
8.7. Дібрати два болти для кріплення двох сталевих листів, до яких прикладена поперечна сила $Q = 9$ кН. Болти зі сталі Ст3 поставлені в отвори з зазором. Коефіцієнт тертя $f = 0,15$, коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $K = 1,4$. Допустиме напруження розтягу $[\sigma]_p = 110$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 25,14$ мм, приймаємо болти *М 30*.

8.8. Визначити діаметр двох болтів, які з'єднують листи зі сталі Ст3. Листи товщиною $\delta_1 = 6$ мм і $\delta_2 = 5$ мм розтягуються поперечною силою $Q = 9$ кН. Болти вставлені в отвори без зазору. Допустиме напруження зрізу для матеріалу болтів $[\tau]_{зр} = 62$ МПа. Перевірити міцність з'єднання на зминання. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 180$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_0 = 9,6$ мм, приймаємо $d = 11$ мм, $\sigma_{зм} = 93,75$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 180$ МПа.

8.9. Підібрати болт клемового з'єднання для кріплення важеля на валу (рис. 8.10). Діаметр вала $D = 36$ мм, сила, яка діє на важіль, $Q = 580$ Н, довжина важеля $L = 440$ мм, відстань від осі болта до



осі вала $a = 30$ мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,14$. Допустиме напруження $[\sigma]_p = 120$ МПа. Коефіцієнт навантаження за умовою нерозкриття стику $K = 2$.

Рис. 8.10

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 22,9$ мм; приймаємо болт *М 27*.

8.10. Дібрати два болти для клемового з'єднання, зображеного на рис. 8.11. Діаметр вала $d = 68$ мм, коефіцієнт тертя $f = 0,18$, сила

$F = 5$ кН. Допустиме напруження $[\sigma]_p = 130$ МПа. Коефіцієнт навантаження за умовою нерозкриття стику $K = 2,1$.

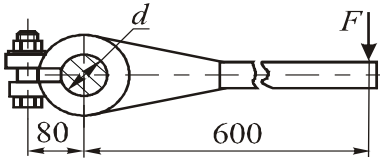


Рис. 8.11

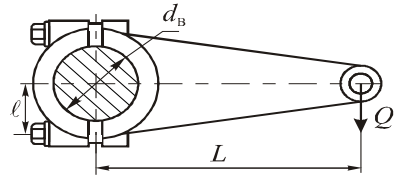


Рис. 8.12

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 31,27$ мм; приймаємо болти M36.

8.11. Важіль з вантажем вагою $Q = 950$ Н (рис. 8.12) закріплено на валу діаметром $d_B = 80$ мм за допомогою клемового з'єднання, яке затягується двома болтами. Дібрати болти зі сталі Ст3 з допустимим напруженням розтягу $[\sigma]_p = 120$ МПа. Плече важеля $L = 500$ мм, коефіцієнт тертя $f = 0,15$, коефіцієнт навантаження за умовою нерозкриття стику $K = 2$.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 23,37$ мм, приймаємо болти M27.

8.12. Визначити діаметр фундаментних болтів, які кріплять стійку до бетонного фундаменту (рис. 8.13). Коефіцієнт тертя основи стійки до бетону $f = 0,35$. Вихідні дані: $Q = 5$ кН, $\alpha = 45^\circ$, $H = 650$ мм, $\ell = 600$ мм. Допустиме напруження матеріалу болтів на розтяг $[\sigma]_p = 80$ МПа, коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $k = 1,5$, коефіцієнт зовнішнього навантаження $\chi = 0,25$.

Примітка. Методика розрахунку задач 8.12-8.13 наведена в [3].

8.13. Розрахувати чотири болти кріплення корпусу підшипника до рами (рис.8.14), якщо рівнодійна сил, що діють на підшипник, дорівнює $R = 8,2$ кН і направлена під кутом $\alpha = 35^\circ$ до горизонталі. Коефіцієнт запасу від взаємного зсуву рівний $k = 1,5$, коефіцієнт тертя $f = 0,15$, коефіцієнт зовнішнього навантаження $\chi = 0,3$. Задані

розміри $h = 100$ мм, $l = 80$ мм. Коefіцієнт надійності з'єднання 1,5. Допустимі напруження: $[\sigma]_p = 80$ МПа, $[\tau]_{зр} = 60$ МПа.

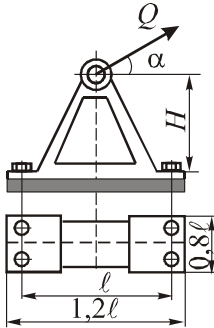


Рис.8.13

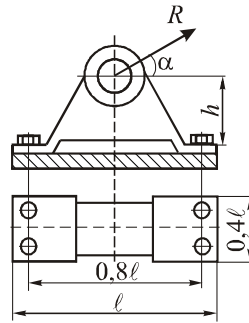


Рис.8.14

8.14. Чавунний корпус підшипника (рис. 8.15) навантажений силою $Q = 20$ кН кріпиться до станини чотирма болтами, розміщеними в отворах без зазору. Дібрати болти зі сталі Ст3 з допустимим напруженням зрізу $[\tau]_{зр} = 61$ МПа. Перевірити з'єднання на зминання, якщо $\delta = 25$ мм. Допустиме напруження зминання для чавуну $[\sigma]_{зм} = 100$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_0 = 10,22$ мм, болти М11, $\sigma_{зм} = 19,3$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 100$ МПа.

8.15. Кругла пила діаметром $D = 800$ мм утримується між двома шайбами (рис. 8.16) за допомогою сил тертя, що виникають при затягуванні гайки на кінці вала верстата. Визначити діаметр нарізаної частини вала, якщо відомі сила опору різанню $F = 990$ Н, діаметри шайби $D_1 = 195$ мм та $D_2 = 115$ мм, матеріал вала - сталь 45 з границею текучості $\sigma_T = 225$ МПа. Коefіцієнт запасу міцності $n = 2$. Коefіцієнт тертя між шайбами і пилою $f = 0,15$. Коefіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $K = 1,5$.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 11,99$ мм, різьба М16.

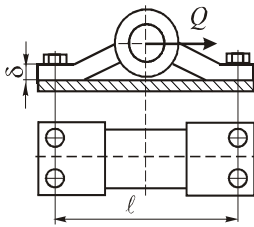


Рис. 8.15

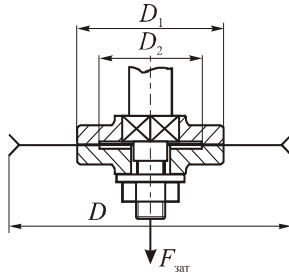


Рис. 8.16

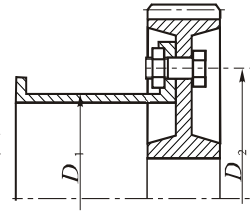


Рис. 8.17

8.16. Дібрати шість болтів для з'єднання зубчастого колеса з барабаном лебідки (рис. 8.17). Розрахунок провести для двох варіантів: а) болти розміщені в отвори з зазором: б) болти розміщені без зазору. Вантажність лебідки $Q = 50$ кН, діаметри $D_1 = 400$ мм, $D_2 = 550$ мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,15$. Коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $K = 1,25$. Допустимі напруження: $[\sigma]_p = 125$ МПа, $[\tau]_{зр} = 85$ МПа.

Відповідь: а) розрахунковий діаметр $d_1 = 25,87$ мм, болти М30; б) розрахунковий діаметр $d_0 = 11,97$ мм, болти М14.

8.17. Підібрати болти із сталі Ст3 для фланцевого з'єднання трубопроводу (рис. 8.18), якщо величина тиску в трубопроводі дорівнює $p = 10$ ат (1 ат = $9,81 \cdot 10^{-2}$ МПа), внутрішній діаметр $D = 250$ мм, кількість болтів $z = 8$.

Розв'язок

В таких конструкціях болти повинні мати значний монтажний натяг, щоб не порушилась герметичність стику при дії робочого навантаження. Сумарна сила затягування болтів

$$F_{зат} = p \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 10 \cdot 9,81 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6 \frac{3,14 \cdot (250 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 48,13 \cdot 10^3 \text{ Н} = 48,13 \text{ кН}.$$

Допустимі напруження для болтів із сталі 45 при $\sigma_T = 284$ МПа (табл. 6.2) і коефіцієнті запасу міцності $n = 2$

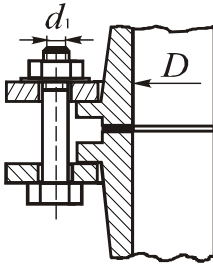


Рис. 8.18

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{284}{2} = 142 \text{ МПа} .$$

З умови забезпечення герметичності з'єднання

$$\sigma_p = \frac{4 k_{\text{зат}} \cdot K \cdot F_{\text{зат}}}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p ,$$

де $K = 2,4$ ($K = 1,5 \dots 2,8$ для м'якої прокладки), отримуємо розрахунковий діаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 k_{\text{зат}} \cdot K \cdot F_{\text{зат}}}{\pi \cdot z \cdot [\sigma]_p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 2,4 \cdot 48,13 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 142 \cdot 10^6}} = 12,98 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 12,98 \text{ мм}$$

За табл. 8.1 приймемо болти з різьбою $M16$, для яких $d = 16 \text{ мм}$, $d_1 = 13,835 \text{ мм}$.

8.18. Визначити діаметр болтів фланцевого з'єднання верхньої частини автоклава з його корпусом (рис. 8.19). Тиск рідини всередині автоклава $p = 1,2 \text{ МПа}$, внутрішній діаметр верхньої частини автоклава $D = 300 \text{ мм}$, кількість болтів $z = 8$. Матеріал болтів – сталь 35. Решту даних прийняти самостійно.

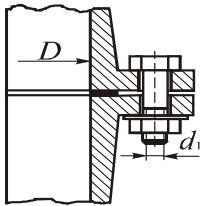


Рис. 8.19

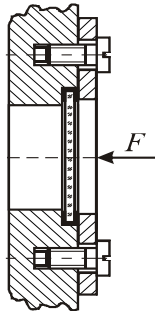


Рис. 8.20

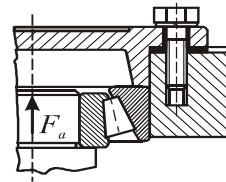


Рис. 8.21

8.19. Розрахувати гвинти кільця кріплення скла в оглядовому вікні вакуум-камери (рис. 8.20). За умовою герметичності загальне зусилля притиснення кільця повинно складати $F = 8 \text{ кН}$; число гвинтів $z = 6$; матеріал гвинтів – сталь 40X. Решту даних прийняти самостійно.

8.20. Кришка підшипника черв'ячного редуктора кріпиться до корпусу шістьма гвинтами (рис. 8.21), які повинні забезпечити герметичність підшипникового вузла при м'якій прокладці ($K = 2,2$). Дібрати гвинти зі сталі Ст3 з допустимим напруженням розтягу $[\sigma]_p = 112$ МПа для двох випадків: а) сила $F_a = 4,5$ кН, б) сила $F_a = 5,8$ кН.

Відповідь: а) розрахунковий діаметр $d_1 = 4,9$ мм, гвинти М6, б) розрахунковий діаметр $d_1 = 5,6$ мм, гвинти М7.

8.21. Розрахувати болти дискової муфти (рис. 8.22). Муфта передає потужність $P = 40$ кВт; частота обертання валів, що з'єднуються муфтою, $n = 300$ об/хв; діаметр кола центрів болтів $D_0 = 240$ мм; число болтів $z = 4$; матеріал болтів і дисків - сталь Ст3 з допустимими напруженнями: $[\sigma]_p = 115$ МПа, $[\tau]_{зр} = 62$ МПа, $[\sigma]_{зм} = 160$ МПа. Коefіцієнт тертя $f = 0,15$. Коefіцієнт запасу від взаємного зсуву $k = 1,5$. Розрахунок болтів виконати для двох випадків встановлення їх в отвори півмуфт: без зазору і з зазором.

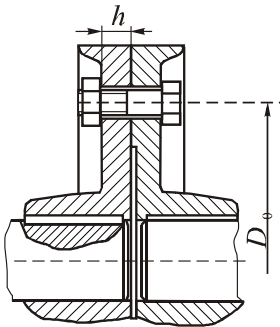


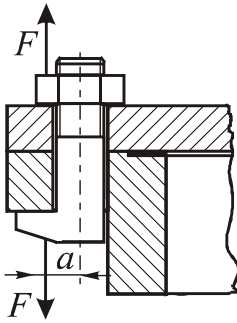
Рис. 8.22

8.22. Дібрати болти дискової муфти, яка передає потужність $P = 80$ кВт. Частота обертання валів, з'єднаних муфтою, $n = 400$ об/хв. Діаметр кола, на якому розміщені болти, $D = 220$ мм. Кількість болтів $z = 4$, болти поставлені в отвори без

отвори півмуфт: без зазору і з зазором. Визначити мінімально необхідну товщину h дисків півмуфт.

Відповідь: для встановлення в отвори без зазору розрахунковий діаметр $d_0 = 7,38$ мм, болти М8, для встановлення в отвори з зазором розрахунковий діаметр $d_1 = 19,55$ мм, болти М24, необхідна товщина дисків півмуфт 2,17 мм.

зазору. Допустиме напруження зрізу для матеріалу болтів $[\tau]_{зр} = 96$ МПа .



Відповідь: розрахунковий діаметр $d_0 = 7,59$ мм , болти М8 .

8.23. Розрахувати болти малогабаритного фланцевого з'єднання днища автоклаву з циліндричним корпусом (рис. 8.23). Через обмежений розмір фланця болти виконані з костильною голівкою. Розрахункове навантаження на кожний болт 8 кН. Ексцентриситет $e=0,7d_1$. Допустиме напруження $[\sigma]_p = 125$ МПа .

Рис. 8.23

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 23,7$ мм , болти М27.

Тема 9. Кручення. Теоретична довідка

Деформація *кручення* викликається двома протилежно напрямленими парами сил, що діють у площинах, перпендикулярних до осі стержня. Стержень, що працює на кручення, називають *валом*. Зовнішні моменти, що закручують вал, називають *закручувальними моментами*. Під дією цих моментів в поперечних перерізах вала, як протидія, виникають внутрішні моменти M_K - *крутні моменти*. Для визначення крутних моментів використовують метод перерізів. За допомогою цього методу можна сформулювати таке правило для визначення крутних моментів:

крутний момент M_K у довільному поперечному перерізі вала чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх моментів, прикладених до вала з одного боку від даного перерізу. При цьому додатним вважають ті моменти, що обертають вал проти ходу стрілки годинника, якщо дивитись уздовж зовнішньої нормалі до перерізу.

Графік розподілу крутних моментів по довжині вала називають *єпюрою крутних моментів M_K* . Якщо відома потужність P (кВт), що передається валом, і швидкість обертання вала n (об/хв.), то закручувальний момент визначають за формулою

$$M = 9,55 \cdot \frac{N(\text{кВт})}{n(\text{об/хв})} = \dots (\text{кНм}).$$

При крученні вала в поперечних перерізах виникають *дотичні напруження*. Формула для визначення їх величини в довільній точці круглого або кільцевого поперечного перерізу з полярною координатою ρ має вигляд

$$\tau_\rho = \frac{M_K \cdot \rho}{I_p}.$$

Максимальне дотичне напруження, що виникає на зовнішньому радіусі перерізу (при $\rho = \rho_{\max}$) визначають з виразу

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p},$$

де полярний момент опору W_p , який визначають за формулами:

- для круглого поперечного перерізу вала з радіусом r і діаметром d

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}} = \frac{\pi r^4}{2} \div r = \frac{\pi r^3}{2} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3;$$

- для кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром D і внутрішнім - d

$$W_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) \div \frac{D}{2} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4) \approx 0,2D^3(1 - \alpha^4),$$

$$\text{де } \alpha = \frac{d}{D}.$$

Кут закручування ділянки вала з круглим перерізом довжиною l , на якій виникає момент M_K , визначають за формулою

$$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{G \cdot I_p}.$$

Умова міцності вала при крученні має вигляд

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau].$$

Умова жорсткості вала

$$\theta_{\max} \leq [\theta],$$

$$\text{де } \theta_{\max} = \max \left| \frac{\varphi}{l} \right|.$$

Оскільки допустимі кути закручування $[\theta]$ найчастіше задають в градусах, то перейшовши в умові жорсткості до градусів, одержуємо

$$\frac{M_K}{GI_p} \cdot \frac{180^0}{\pi} \leq [\theta]^0.$$

Отримані співвідношення при крученні можна використати при наближеному розрахунку гвинтових пружин з невеликими кутами нахилу витків. У цьому випадку найбільші напруження та видовження або скорочення пружини визначають за формулами:

$$\tau_{\max} = \frac{F}{\pi r^2} \left(\frac{2R}{r} + 1 \right) \approx \frac{2FR}{\pi r^3}, \quad \lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4},$$

де r , R – радіус перерізу дроту та радіус витка пружини; n – кількість витків пружини.

При точніших розрахунках у формулу для максимального дотичного напруження вводять поправочний коефіцієнт K , який враховує вплив поперечної та осьової сил і згинального моменту,

$$K = \frac{4m - 1}{4m - 4} + \frac{0,615}{m},$$

$$\text{де } m = \frac{R}{r}.$$

Тоді формула для визначення максимального дотичного напруження у гвинтовій пружині набуває вигляду

$$\tau_{\max} = K \frac{M_K}{W_p} = K \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot r^3}.$$

Задачі

9.1. Визначити діаметр круглого вала, що передає потужність $N=100$ кВт здійснюючи 500 об/хв, якщо допустиме напруження $[\tau]=60$ МПа.

Відповідь: $d=55$ мм.

9.2. Визначити необхідний діаметр круглого вала, що передає потужність $N=20$ кВт при $n=120$ об/хв, якщо допустимий кут закручування $[\varphi]=0,8^{\circ}$ на 1 м довжини. Які при цьому будуть дотичні напруження? Модуль зсуву $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $d=62$ мм, $\tau_{\max}=34$ МПа.

9.3. Сталевий круглий вал діаметром 10 см і довжиною 6 м закручений на кут 4° . Чому дорівнює найбільше дотичне напруження, якщо $G=8 \cdot 10^4$ МПа?

Відповідь: $\tau_{\max}=46,5$ МПа.

9.4. Сталевий вал діаметром $d=40$ мм і довжиною $l=2,0$ м, обертаючись, робить 300 об/хв. Яку потужність він передає, якщо його кут закручування при цьому складає 2° ? Модуль зсуву сталі $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $P=11,2$ кВт.

9.5. Визначити зовнішній діаметр вала з кільцевим перерізом, що передає потужність 800 кВт, обертаючись з кутовою швидкістю $\omega=200$ с⁻¹, якщо внутрішній діаметр становить 0,6 від зовнішнього, допустиме напруження $[\tau]=60$ МПа.

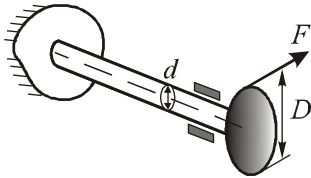
Відповідь: $d=44$ мм.

9.6. Защемлений на лівому краї сталевий вал (рис. 9.1) круглого перерізу з діаметром $d=50$ мм навантажений на правому краї коловою силою F , яка прикладена до шків діаметром $D=80$ см. Враховуючи тільки деформацію кручення, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, якщо допустиме напруження для матеріалу вала $[\tau]=60$ МПа.

Розв'язок

Колова сила F при дії на шків діаметра $D=80$ см створює закручувальний момент $M=F \cdot 40$. Крутний момент M_K у довільному

перерізі заданого вала дорівнює прикладеному на торці закручувальному моменту. З умови міцності при крученні



$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p} = \frac{M_K}{0,2d^3} \leq [\tau]$$

дістаємо

$$F_{\text{дон}} = \frac{0,2d^3 \cdot [\tau]}{40} = \frac{0,2 \cdot 5^3 \cdot 6}{40} = 3,75 \text{ кН.}$$

Рис. 9.1

9.7. Вал круглого перерізу з діаметром $d=80$ мм замінили рівномічним валом кільцевого перерізу з відношенням $d_1/D_1=0,8$ (рис. 9.2). Визначити величину діаметрів d_1 і D_1 та встановити, наскільки вага кільцевого вала менша від ваги круглого вала, якщо матеріали валів та їх довжини однакові.

Відповідь: $d_1=77$ мм, $D_1=96$ мм. Вага кільцевого вала менша від ваги круглого в 1,95 рази

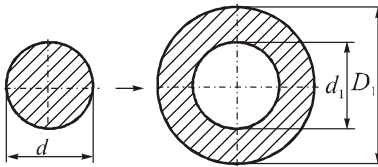


Рис. 9.2

Відповідь: $n_{\text{гр}}=76,4$ об/хв.

9.9. Круглий і кільцевий вали, що мають однакову вагу, виготовлені з однакового матеріалу та передають однаковий обертовий момент. Відношення внутрішнього d і зовнішнього D діаметрів кільцевого вала $d/D=0,6$. В якому з валів дотичні напруження будуть більшими і в скільки раз?

Відповідь: $\tau_{\text{кр}}=9,76 \text{ М/Д}^3$, $\tau_{\text{кіль}}=5,74\text{М/Д}^3$. Напруження в круглому валі більші від напружень в кільцевому валі в 1,7 рази.

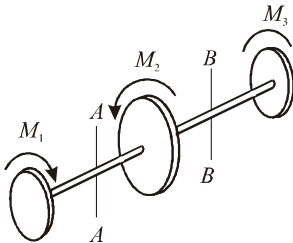
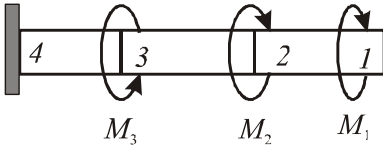


Рис. 9.3

9.10. Визначити найбільші дотичні напруження в перерізах AA і BB вала (рис. 9.3) за такими даними: $M_1=130$ кНсм, $M_2=300$ кНсм. Діаметр вала в перерізі AA дорівнює 5 см, а в перерізі BB – 7 см.

Відповідь: $\tau_{\max}^{AA} = 53$ МПа, $\tau_{\max}^{BB} = 20,5$ МПа.

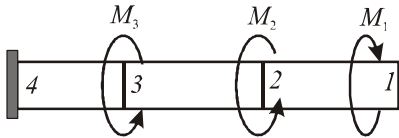
9.11. Для показаної на рис. 9.4 схеми вала, навантаженого моментами $M_1=10$ кНм, $M_2=20$ кНм, $M_3=50$ кНм, потрібно: побудувати епюру крутних моментів, підібрати діаметр круглого вала та визначити кут закручування ділянки 2-3, довжина якої 2 м, якщо $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.



Відповідь: $d=125$ мм, $\varphi_{2-3} = 1,79^\circ$.

Рис. 9.4

9.12. Для показаної на рис. 9.5 схеми вала, навантаженого моментами $M_1=30$ кНм, $M_2=50$ кНм, $M_3= 40$ кНм, потрібно: побудувати епюру крутних моментів, підібрати діаметри кільцевого вала та визначити кут закручування ділянки 1-2, довжина якої 3 м, якщо відношення діаметрів



$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,6, G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа.}$$

Відповідь: $D=163$ мм, $d=98$ мм, $\varphi_{1-2}=1,04^\circ$.

Рис. 9.5

9.13. Круглий вал обертається з постійною швидкістю під дією моментів $M_0, M_1=10$ кНм, $M_2=30$ кНм, $M_3=20$ кНм (рис. 9.6, а). Побудувати епюру M_K . Підібрати з умови міцності діаметр вала на кожній ділянці, якщо $[\tau] = 80$ МПа.

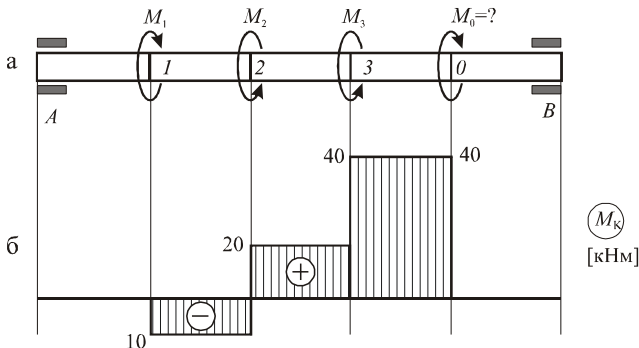


Рис. 9.6

Розв'язок

При рівномірному обертанні вала для визначення невідомого моменту M_0 складаємо рівняння рівноваги

$$\sum M = 0: M_0 + M_1 - M_2 - M_3 = 0.$$

Звідси

$$M_0 = 30 + 20 - 10 = 40 \text{ кНм}.$$

За значеннями закручувальних моментів знаходимо величини крутних моментів на ділянках вала:

$$M_{\kappa}^{1-2} = -10 \text{ кНм}, M_{\kappa}^{2-3} = 20 \text{ кНм}, M_{\kappa}^{3-0} = 40 \text{ кНм}.$$

За цими даними побудована еюра крутних моментів M_{κ} , яка наведена на рис. 9.6, б. Діаметри вала на ділянках визначаємо з умови міцності

$$\frac{M_{\kappa}}{0,2d^3} \leq [\tau].$$

Звідси

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa}}{0,2[\tau]}}.$$

Результати обчислень: $d_{1-2} = 8,5 \text{ см}$, $d_{2-3} = 10,8 \text{ см}$, $d_{3-0} = 13,6 \text{ см}$.

9.14. Для показаних на рис. 9.7 а, б схем валів, навантажених закручувальними моментами (в кНм) потрібно: а) побудувати епюру M_{κ} ; б) з умови міцності підібрати діаметри круглих валів, якщо $[\tau] = 80 \text{ МПа}$; в) визначити абсолютні та відносні кути закручування ділянок вала і побудувати епюру кутів закручування; г) перевірити вали на жорсткість, якщо $[\varphi] = 2^\circ$ на 1 м довжини. Модуль пружності $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

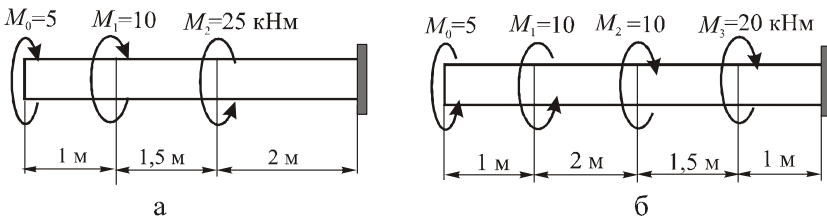


Рис. 9.7

Відповідь: схема а: $d = 98 \text{ мм}$, кути закручування $\varphi_{0-1} = 0,39^\circ$, $\varphi_{1-2} = 1,75^\circ$, $\varphi_{2-3} = -1,55^\circ$, відносні кути закручування $\theta_{0-1} = 0,39 \text{ гр/м}$, $\theta_{1-2} = 1,17 \text{ гр/м}$,

$\theta_{2-3} = -0,78 \text{ гр/м}$; умова жорсткості $\theta_{\max} \leq [\theta]$ ($1,17 < 2$) виконується;
 схема б: $d = 98 \text{ мм}$, кути закручування $\varphi_{0-1} = 0,39^\circ$, $\varphi_{1-2} = 2,33^\circ$, $\varphi_{2-3} = 0,59^\circ$,
 $\varphi_{3-4} = -1,17^\circ$, відносні кути закручування $\theta_{0-1} = 0,39 \text{ гр/м}$, $\theta_{1-2} = 1,17 \text{ гр/м}$,
 $\theta_{23} = 0,39 \text{ гр/м}$, $\theta_{3-4} = -1,17 \text{ гр/м}$; умова жорсткості $1,17 < 2$ виконується.

9.15. Круглий стержень з жорстко защемленими кінцями (рис. 9.8) навантажений парою сил з моментом $M = 12 \text{ кНм}$. Діаметр стержня 8 см . Визначити найбільші дотичні напруження.

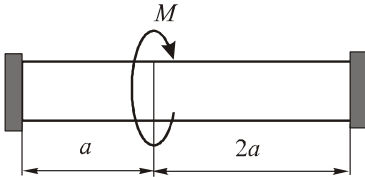


Рис. 9.8

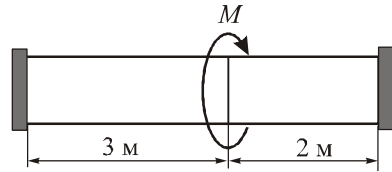


Рис. 9.9

Відповідь: $\tau_{\max} = 78 \text{ МПа}$.

9.16. Кінці круглого вала жорстко защемили (рис. 9.9). Після цього в перерізі, що віддалений на відстань 3 м від лівої опори, приклали закручувальний момент величиною $M = 18 \text{ кНм}$. Визначити діаметр вала d , якщо допустиме напруження для матеріалу вала $[\tau] = 80 \text{ МПа}$.

Відповідь: $d = 88 \text{ мм}$.

9.17. Кінці вала з круглим поперечним перерізом спочатку жорстко защемили, після чого у вказаних на рис. 9.10 перерізах приклали два протилежно направлені закручувальні моменти $M = 12 \text{ кНм}$. Визначити необхідний діаметр вала, якщо допустиме напруження $[\tau] = 80 \text{ МПа}$.

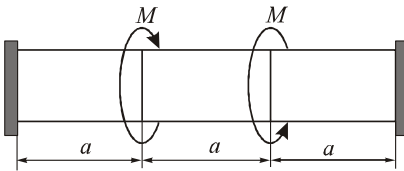
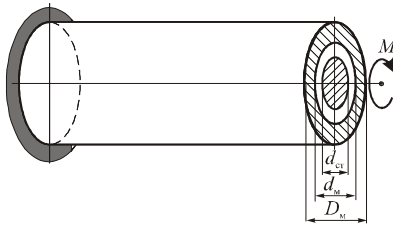


Рис. 9.10

Відповідь: $d = 80 \text{ мм}$.

9.18. У мідну трубку кільцевого перерізу з діаметрами $d_m = 5 \text{ см}$ і $D_m = 7 \text{ см}$ поміщено сталевий суцільний стержень круглого перерізу з діаметром $d_{ст} = 4 \text{ см}$. Кінці трубки та стержня жорстко з'єднали між собою. Лівий кінець защемили, а до правого приклали закручувальний момент величиною $M = 4 \text{ кНм}$ (рис. 9.11). Визначити найбільші дотичні напруження в сталевій і мідній частині системи, якщо відношення між модулями сталі і міді $G_{ст}/G_m = 2$.



Розв'язок

Сумарний закручувальний момент M розподіляється на частину M_c , що закручує сталевий стержень, і частину M_m , що закручує мідну трубку. Ці величини зв'язані між собою рівнянням рівноваги:

$$M_c + M_m = M.$$

Рис. 9.11

Оскільки дві невідомі M_m і M_c знайти з одного рівняння рівноваги неможливо, то задача є один раз статично неозначеною. Оскільки праві кінці жорстко з'єднані між собою, то додаткове рівняння переміщень має вигляд

$$\varphi_c = \varphi_m$$

Враховавши, що

$$\varphi_c = \frac{M_c l}{G_c I_p^c}, \quad \varphi_m = \frac{M_m l}{G_m I_p^m}, \quad I_p^c = 0,1d_c^4, \quad I_p^m = 0,1D_m^4(1 - \alpha^4),$$

де $\alpha = \frac{d_m}{D_m}$, а також задане в умові співвідношеннями між модулями та

підставивши числові дані, знаходимо після нескладних розрахунків: $M_c = 0,288 M_m$.

Сумісний розв'язок рівняння рівноваги та отриманого рівняння переміщень дає результат:

$$M_c = 0,90 \text{ кНм}, \quad M_m = 3,10 \text{ кНм}.$$

Найбільші дотичні напруження:

$$\max \tau_c = \frac{M_c}{0,2d_c^3} = \frac{90}{0,2 \cdot 4^3} = 7,03 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 70,3 \text{ МПа},$$

$$\max \tau_m = \frac{M_m}{0,2D_m^3(1 - \alpha^4)} = \frac{310}{0,2 \cdot 7^3(1 - 0,26)} = 6,1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 61 \text{ МПа}.$$

9.19. На рис. 9.12 показана схема різання матеріалу дисковим різцем з діаметром диску $D=400$ мм і діаметром d вала, на який насаджено диск. Зусилля, що діє на диск різця при різанні, $F=8$ кН. Визначити значення діаметра d , якщо допустиме напруження матеріалу вала $[\tau]=60$ МПа.

Відповідь: $d=51$ мм.

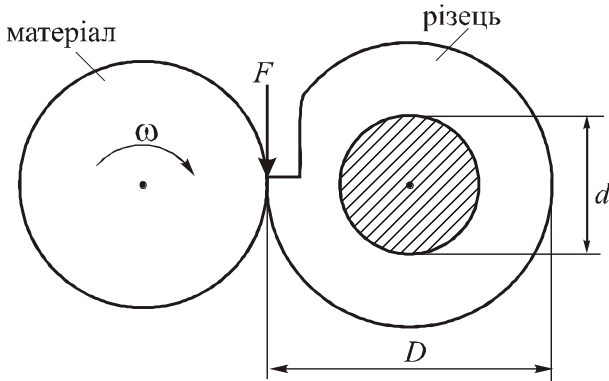


Рис. 9.12

9.20. Трубчастий карданний вал автоцистерни АЦ-40 повинен передавати обертовий момент $M = 1,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Відношення внутрішнього діаметра труби вала d до зовнішнього D дорівнює $\alpha = \frac{d}{D} = 0,9$. Допустиме напруження матеріалу вала $[\tau] = 60 \text{ МПа}$.

Визначити зовнішній та внутрішній діаметри вала. Знайти відсоток економії металу у випадку трубчастого вала відносно суцільного круглого вала однакової міцності.

Розв'язок

Умова міцності вала

$$\tau = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau],$$

де $M_K = 1,6 \text{ кН} \cdot \text{м} = 160 \text{ кН} \cdot \text{см}$, $[\tau] = 60 \text{ МПа} = 6 \text{ кН} / \text{см}^2$.

Для трубчастого вала

$$W_p \approx 0,2D^3(1 - \alpha^4)$$

Отже,

$$\frac{M_K}{0,2D^3(1 - \alpha^4)} \leq [\tau]$$

Звідси

$$D = \sqrt[3]{\frac{M_K}{0,2[\tau] \cdot (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{160}{0,2 \cdot 6 \cdot (1 - 0,9^4)}} = 7,3 \text{ см.}$$

Внутрішній діаметр вала $d = \alpha \cdot D = 0,9 \cdot 7,3 = 6,6 \text{ см}$.

Для визначення відсотку економії матеріалу відповідно до умови задачі з умови міцності

$$\frac{M_K}{0,2d_1^3} \leq [\tau]$$

обчислюємо діаметр круглого вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_K}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{160}{0,2 \cdot 6}} = \sqrt[3]{133,3} = 5,1 \text{ см}.$$

Витрати матеріалу на виготовлення валів є пропорційні до площ поперечних перерізів

$$\frac{A_{\text{круг}}}{A_{\text{труб}}} = \frac{\pi \cdot d_1^2 \cdot 4}{4 \cdot \pi \cdot D^2 (1 - \alpha^2)} = \frac{5,1^2}{7,3^2 (1 - 0,9^2)} = \frac{26,01}{10,12} = 2,57; A_{\text{круг}} = 2,57 A_{\text{труб}}$$

Якщо б виготовляли вал суцільним круглим, то витрати матеріалу зросли б в 2,57 рази.

9.21. Вал спочатку передавав потужність $P_1 = 8 \text{ кВт}$ при кутовій швидкості обертання $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}$. Як зміниться величина найбільшого дотичного напруження, якщо потужність збільшилась до $P_2 = 20 \text{ кВт}$, а кутова швидкість зменшилась до $\omega_2 = 50 \text{ с}^{-1}$?

Відповідь: напруження зростає в 2 рази.

9.22. Циліндрична гвинтова пружина, що виготовлена зі сталевого дроту, навантажена стискувальною силою $F = 2 \text{ кН}$. Визначити найбільше напруження у витках пружини за наближеною та точною формулами, перевірити міцність пружини та визначити її усадку, якщо допустиме напруження $[\tau] = 500 \text{ МПа}$, модуль зсуву $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, діаметр дроту $d = 10 \text{ мм}$, радіус витків пружини $R = 40 \text{ мм}$, число витків $n = 8$.

Розв'язок

Найбільші дотичні напруження за наближеною формулою

$$\tau_{\text{max}} \approx \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot r^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,04}{3,14 \cdot 0,005^3} = 408 \text{ МПа}.$$

Поправочний коефіцієнт

$$K = \frac{4m-1}{4m-4} + \frac{0,615}{m} = \frac{4 \cdot 8 - 1}{4 \cdot 8 - 4} + \frac{0,615}{8} = 1,18,$$

де $m = \frac{R}{r} = \frac{40}{5} = 8$.

Найбільші дотичні напруження за уточненою формулою

$$\tau_{\max}^{\text{умоч}} = K \cdot \tau_{\max} = 1,18 \cdot 408 = 483 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконується

$$\tau_{\max}^{\text{умоч}} = 483 \text{ МПа} < [\tau] = 500 \text{ МПа}.$$

Осадка пружини

$$\lambda = \frac{64 \cdot F \cdot R^3 \cdot n}{G \cdot d^4} = \frac{64 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,04^3 \cdot 8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,010^4} = 0,082 \text{ м} = 82 \text{ мм}.$$

9.23. Циліндрична гвинтова пружина виготовлена з дроту діаметром $d=10$ мм. Середній діаметр витків пружини $D=120$ мм.

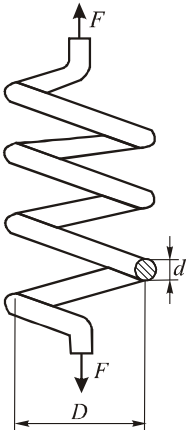


Рис. 9.13

Пружина навантажена силою $F=0,2$ кН. Визначити найбільші дотичні напруження в матеріалі пружини. Яке число витків n повинна мати пружина, щоб її осадка дорівнювала 8 мм? Модуль зсуву матеріалу $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $\tau_{\max} = 63,7$ МПа ; $n=2,31$ витка.

9.24. Визначити величину допустимого навантаження розтягу на сталеву циліндричну гвинтову пружину, якщо допустиме напруження $[\tau]=200$ МПа і допустима деформація $[\lambda]=4$ см.

Параметри пружини: діаметр дроту $d=12$ мм, середній діаметр витків пружини $D=200$ мм, число витків $n=4$, модуль зсуву $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $F_{\text{доп}}=0,26$ кН.

9.25. Циліндрична сталева гвинтова пружина виготовлена з дроту діаметром $d=16$ мм. Середній діаметр витків пружини $D=200$ мм, кількість витків $n=8$. Під дією стискувальної сили пружина дала осадку $\lambda=6$ см. Визначити максимальні напруження в пружині, якщо модуль пружності $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: 78,9 МПа.

Тема 10. Прямий згин балки. Теоретична довідка

Стержень з прямою віссю, що працює на згин, називають *балкою*. Ознакою деформації згину є зміна кривизни осі балки. Згин, при якому скривлення осі відбувається в одній з її головних площин, тобто у площині, утвореній віссю балки та однією з головних центральних осей її поперечного перерізу, називають *прямим згином*. На розрахунковій схемі балку зображують у вигляді її осі. Для того, щоб забезпечити нерухомість балки при дії на неї навантаження, її слід закріпити на опорах. Конструктивні форми опор різноманітні. Для розрахунку їх схематизують і представляють у вигляді трьох типів:

1) шарнірно-рухома опора, в якій виникає тільки одна складова реакції в'язі опори - R , що направлена вздовж опорного стержня;

2) шарнірно-нерухома опора, в якій виникають дві складові реакції в'язі опори: вертикальна R і горизонтальна H ;

3) жорстке защемлення, де виникають три складові – вертикальна складова реакції в'язі R , горизонтальна - H і опорний момент M . Коли закріплення балки таке, що реакції в опорах можна визначити з рівнянь рівноваги, балку називають *статично означеною*, а якщо реакцій більше ніж рівнянь рівноваги – *статично неозначеною*.

Під дією зовнішніх сил в перерізах балки, як протидія їм, виникають *внутрішні сили*. Для з'ясування характеру цих сил і визначення їх величин використовують метод перерізів. Встановлено, що цими внутрішніми силами є *згинальний момент $M(x)$* і *поперечна сила $Q(x)$* , для визначення яких можна сформулювати такі правила:

- *поперечна сила $Q(x)$ в довільному перерізі балки чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекцій на вертикальну вісь у зовнішніх сил, що розміщені з одного боку (зліва або справа) від даного перерізу. Додатними при цьому вважають ліві сили, які напрямлені вгору, або праві – які напрямлені вниз;*

- *згинальний момент $M(x)$ у довільному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів або лівих або правих сил відносно центра перерізу. Додатними вважають моменти від тих сил, що викликають розтяг нижніх волокон балки.*

На основі аналітичних виразів для $Q(x)$ і $M(x)$ будують графіки зміни цих величин по довжині балки, які називають *епюрами $Q(x)$ і $M(x)$* .

Розподілене навантаження з інтенсивністю q , поперечна сила $Q(x)$ та згинальний момент $M(x)$ зв'язані диференціальними залежностями:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q; \quad \frac{dM(x)}{dx} = Q(x); \quad \frac{d^2M(x)}{dx^2} = -q.$$

Ці залежності та деякі інші факти дозволяють сформулювати такі правила для перевірки або побудови епюрі:

1. На ділянках балки, де відсутнє розподілене навантаження q , $Q(x)$ – постійна, а $M(x)$ – лінійна функція.

2. На ділянках балки, де прикладене рівномірно розподілене навантаження q , $Q(x)$ – лінійна функція, а $M(x)$ – парабола.

3. На відрізьку ділянки балки, де прикладене q , на якому $Q(x) > 0$, $M(x)$ – зростає, а там, де $Q(x) < 0$, $M(x)$ зменшується. В точці, де $Q(x) = 0$, $M(x)$ приймає екстремальне значення.

4. На ділянці балки, де $Q(x) \equiv 0$, згинальний момент $M(x) = const$. Згин балки в цьому випадку називають *чистим згином*.

5. Якщо в якійсь точці балки прикладена сила, то в цій точці $Q(x)$ має стрибок на величину цієї сили, а на епюрі $M(x)$ буде перелом.

6. Якщо в якійсь точці балки прикладена пара сил з моментом M , то в цій точці $M(x)$ має стрибок на величину моменту.

Нормальні напруження при згині визначають за формулою

$$\sigma = \frac{M(x) \cdot y}{I_z},$$

де y – координата точки, в якій визначають напруження, I_z – момент інерції поперечного перерізу балки відносно *нейтральної* (горизонтальної центральної) осі z . Нормальні напруження при поперечному згині балки залежать не тільки від координати y точки, але й від координати x перерізу, в якому визначають напруження. Максимальні нормальні напруження виникають у небезпечному перерізі, де $M(x) = M_{\max}$. Тоді в балках з симетричним відносно осі z перерізом

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z},$$

де W_z – осьовий момент опору перерізу відносно осі z . Для поширених простих перерізів момент опору W_z дорівнює:

а) для круглого перерізу з діаметром d : $W_z = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$;

б) для прямокутного перерізу з шириною b і висотою h :

$$W_z = \frac{bh^2}{6};$$

в) для квадратного перерізу із стороною a : $W_z = \frac{a^3}{6}$;

г) для кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром D і внутрішнім d (при $\frac{d}{D} = \alpha$): $W_z = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4) = 0,1 D^3 (1 - \alpha^4)$;

д) для перерізів прокатних профілів (двотавра, швелера, кутника) моменти опору наведені в таблицях сортаменту.

Дотичні напруження при згині балки визначають за формулою

$$\tau_{yx} = \frac{Q(x) \cdot S_z^{e\partial c}}{b \cdot I_z},$$

де $Q(x)$ – поперечна сила в перерізі балки; b – ширина перерізу в тому місці, де визначають напруження; $S_z^{e\partial c} = A_{e\partial c} \cdot y_c$ – статичний момент відсіченої площі відносно осі z ; $A_{e\partial c}$ – відсічена площа, що розміщена з одного боку від точки, в якій визначають напруження; y_c – координата центра відсіченої площі.

Основна умова міцності при згині має вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Дана умова, переписана у вигляді

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]},$$

служить для визначення розмірів поперечного перерізу балки. Повна перевірка міцності балки включає такі три перевірки:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma],$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{b I_z} \leq [\tau],$$

$$\sigma_{екв}^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma], \quad \text{або} \quad \sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Останню перевірку виконують в небезпечній точці перерізу, в якому $Q(x)$ і $M(x)$ одночасно досягають якнайбільших значень.

У багатьох випадках практичного розрахунку елементів конструкцій, що працюють на згин, крім розрахунку на міцність треба

проводити і *розрахунок на жорсткість*. Для проведення такого розрахунку необхідно вміти визначати *переміщення при згині*. Такими переміщеннями є : *прогин осі балки $y(x)$* і *кут повороту осі $\theta(x)$* . Ці величини визначають шляхом інтегрування *диференціального рівняння згнутої осі балки*, яке має вигляд

$$y''(x) = -\frac{M(x)}{EI_z}$$

У випадку навантаження балки декількома різними силовими факторами при визначенні прогинів доцільно використати *універсальне рівняння згнутої осі балки*, яке має вигляд

$$EIy(x) = EIy(0) + EIy'(0)x + \frac{\sum M_i(x - a_i)^2}{2!} + \frac{\sum F_i(x - b_i)^3}{3!} + \frac{\sum q_i[(x - c_i)^4]}{4!}$$

де $y(0), y'(0)$ - прогин і кут повороту осі балки в початку системи координат, який розміщується на якомусь краї балки; M_i, F_i, q_i - навантаження, які діють на довжині x з координатами точок прикладання a_i, b_i, c_i, d_i .

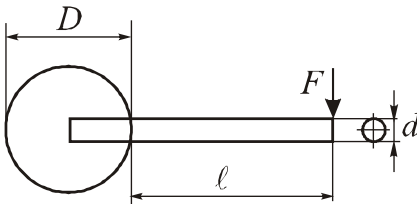
Розрахунок на жорсткість виконують за умовою жорсткості, яка має вигляд:

$$y_{\max} \leq [f],$$

де y_{\max} - найбільший прогин осі балки; $[f]$ - допустимий прогин.

Задачі

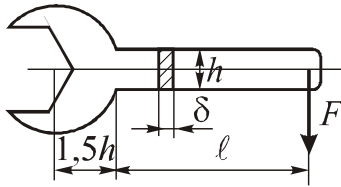
10.1. Визначити найбільші напруження згину, що виникають в ручці домкрата (рис. 10.1), яка має круглий поперечний переріз діаметром $d=30$ мм і довжину $l=400$ мм. При роботі домкрата до ручки прикладають силу $F=0,3$ кН. Діаметр головки домкрата $D=100$ мм.



Відповідь: $\sigma_{\max} = 5$
кН/см² = 50 МПа.

Рис. 10.1

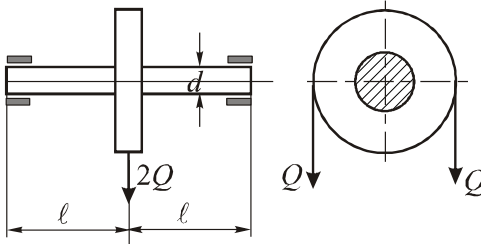
10.2. Перевірити міцність ключа, до якого прикладають силу $F=0,2$ кН при таких даних (рис. 10.2): $l=400$ мм, $h=30$ мм, $\delta=6$ мм. Матеріал ключа – сталь. Допустиме напруження згину $[\sigma] = 80$ МПа.



Відповідь: $\sigma_{\max} = 53,3$
 МПа < 80 МПа. Міцність
 забезпечена.

Рис. 10.2

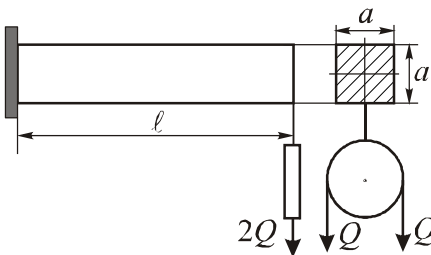
10.3. Блок для піднімання вантажу Q закріплено на нерухомій осі так, як показано на рис. 10.3. Визначити величину найбільшого допустимого навантаження $Q_{\text{доп}}$, якщо діаметр осі блока $d=20$ мм, відстань від середини блока до опор $l=200$ мм. Матеріал осі – сталь; $[\sigma] = 80$ МПа.



Відповідь: $Q_{\text{доп}} = 0,32$
 кН.

Рис. 10.3

10.4. Дерев'яна балка квадратного поперечного перерізу використана на будівництві як місце кріплення блока для піднімання малих вантажів $Q=0,5$ кН (рис. 10.4). Підібрати мінімальний розмір поперечного перерізу a , якщо допустиме напруження згину для дерева $[\sigma]_{\text{зг}} = 0,6$ МПа. Відстань від місця закріплення балки до місця підвішування блока $l=1,0$ м.



Відповідь: $a = 10$ см.

Рис. 10.4

10.5. На рис. 10.5 зображена схема гальмівного пристрою. На штангу цього пристрою під час гальмування діють сили $F_1=1$ кН і $F_2=5$ кН. Поперечний переріз штанги - прямокутник шириною $b=20$ мм з отвором під вісь діаметром $d=30$ мм. Визначити необхідну висоту штанги h , якщо $[\sigma] = 80$ МПа.

Відповідь: $h = 47$ мм.

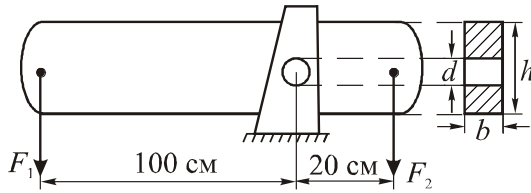


Рис. 10.5

10.6. Побудувати епюри $Q(x)$ і $M(x)$ для консолей, схеми яких показані на рис. 10.6, а, б, в, г, д.

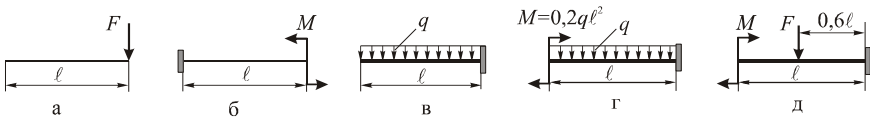


Рис. 10.6

10.7. Побудувати епюри $Q(x)$ і $M(x)$ для балок на двох опорах, показаних на рис. 10.7, а, б, в, г, якщо $F=20$ кН, $q=10$ кН/м, $M=30$ кНм.

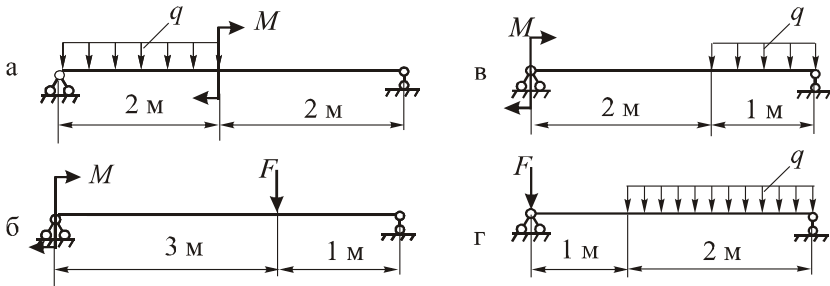


Рис. 10.7

10.8. Дерев'яна балка прямокутного перерізу з розмірами $b \times h = 20 \times 30$ см (рис. 10.8) навантажена силою $F=5$ кН і розподіленим навантаженням з інтенсивністю $q=10$ кН/м. Побудувати епюри $Q(x)$ і $M(x)$ та визначити в перерізі, де $M(x)=M_{max}$ максимальні нормальні напруження та напруження в точці С, що віддалена від нижньої сторони балки на відстань $c=4$ см.

Відповідь: $\sigma_{max} = 18,33$ МПа, $\sigma_c = 13,44$ МПа.

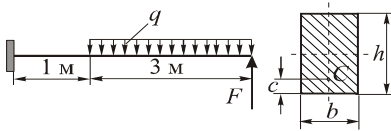


Рис. 10.8

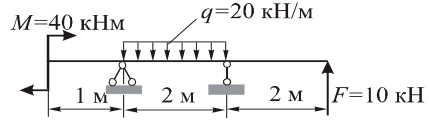


Рис. 10.9

10.9. Підібрати круглий і кільцевий (з відношенням $\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$) перерізи сталеві балки, яка показана на рис. 10.9. Допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа. Порівняти вагу погонного метра балок.

Відповідь: $d_{кр} = 14$ см; $D_{кіль} = 15$ см, $d_{кіль} = 9$ см; $\frac{G_{кр}}{G_{кіль}} = 1,36$.

10.10. Для балок, схеми яких показані на рис. 10.10 а, б, підібрати вказані форми поперечних перерізів. Навантаження: $q = 20$ кН/м, $F = 40$ кН, $M = 30$ кНм. Балки сталеві. Допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа.

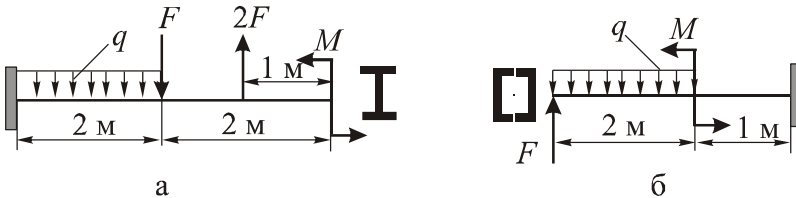


Рис. 10.10

Відповідь: схема а – двотавр №30 ($W_z = 472$ см³); схема б – швелери №18а ($W_z = 132$ см³).

10.11. Для балки, схема якої показана на рис. 10.11, з прямокутним поперечним перерізом $b \times h = 20 \times 40$ см, в небезпечному перерізі побудувати епюри нормальних і дотичних напружень, визначивши напруження в характерних точках перерізу.

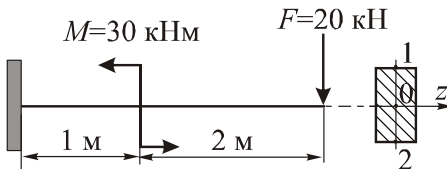


Рис. 10.11

Відповідь:

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = 90 \text{ МПа}, \sigma_0 = 0;$$

$$\tau_1 = \tau_2 = 0, \tau_0 = 1,5 \text{ МПа}.$$

10.12. Для балки (рис. 10.12, а), поперечний переріз якої має вигляд тавра (рис. 10.12, б) в перерізі, де виникає M_{max} , побудувати епюру нормальних напружень, визначивши значення напружень у характерних точках перерізу.

Розв'язок

Епюра згинальних моментів для заданої балки показана на рис. 10.12, в. Визначаємо положення центра ваги перерізу. Для цього розкладаємо переріз на два прямокутники $20 \times 5 \text{ см}^2$ і $5 \times 30 \text{ см}^2$. Положення центра ваги знаходимо відносно осі z_2 , яка проходить через центр ваги нижнього прямокутника:

$$y_c = \frac{0 + 5 \cdot 30 \cdot 17,5}{20 \cdot 5 + 5 \cdot 30} = 10,5 \text{ см}.$$

Проводимо через центр ваги горизонтальну (нейтральну) вісь z і визначаємо момент інерції відносно цієї осі

$$I_z = \frac{20 \cdot 5^3}{12} + 20 \cdot 5 \cdot 10,5^2 + \frac{5 \cdot 30^3}{12} + 5 \cdot 30 \cdot 7^2 = 29833 \text{ см}^4.$$

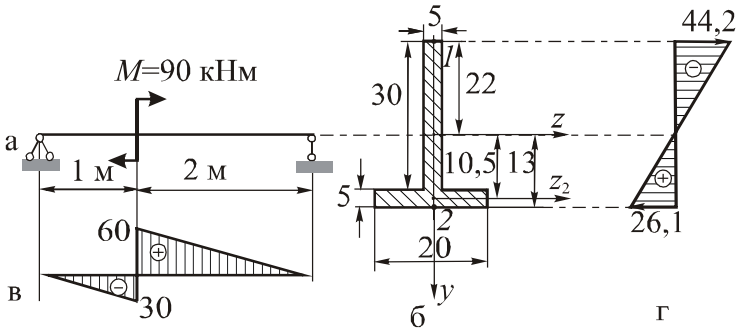


Рис. 10.12

Напруження в характерних точках перерізу:

$$\sigma_1 = \frac{M_{\max} y_1}{I_z} = \frac{60 \cdot 100 \cdot (-22)}{29833} = -4,42 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -44,2 \text{ МПа},$$

$$\sigma_2 = \frac{M_{\max} y_2}{I_z} = \frac{60 \cdot 100 \cdot 13}{29833} = 2,61 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 26,1 \text{ МПа}.$$

Епюра нормальних напружень, що побудована за цими даними, показана на рис. 10.12, г.

10.13. Консольна балка довжиною $l=1,0$ м навантажена на краю силою $F=50$ кН. Балка має переріз, форма і розміри якого показані на рис. 10.13. Визначити найбільші напруження розтягу і стиску в небезпечному перерізі балки та побудувати епюру напружень.

Відповідь: $\max \sigma_p = 185 \text{ МПа}$, $\max \sigma_c = -244 \text{ МПа}$.

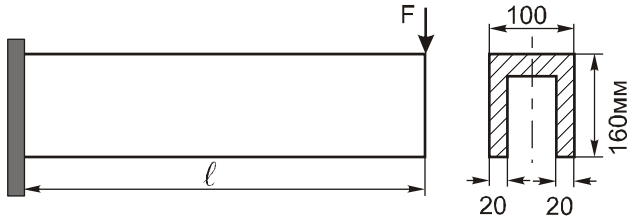


Рис. 10.13

10.14. Балка на двох опорах, відстань між якими $l=2,0$ м, навантажена на всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням з інтенсивністю $q=20$ кН/м. Матеріал балки – чавун, для якого допустимі напруження дорівнюють: на розтяг $[\sigma]_p=10$ МПа, на стиск - $[\sigma]_c=80$ МПа. Форма поперечного перерізу балки та його розміри показані на рис. 10.14. Визначити найбільші напруження розтягу і стиску та перевірити міцність балки.

Вказівка: Якщо матеріал балки неоднаково працює при розтягу і стиску, тобто $[\sigma]_p \neq [\sigma]_c$, то для забезпечення міцності балки повинні одночасно виконуватись дві умови міцності:

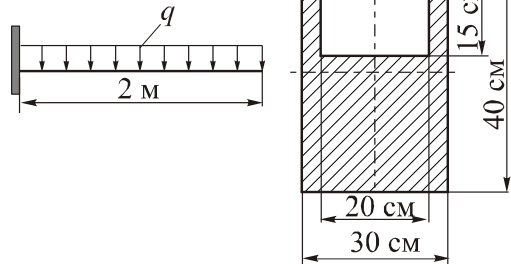


Рис. 10.14

$$\max \sigma_p \leq [\sigma]_p, \max \sigma_c \leq [\sigma]_c.$$

Відповідь: $\max \sigma_p = 0,132$ кН/см² < 1 кН/см², $\max \sigma_c = 0,170$ кН/см² < 5 кН/см². Міцність балки забезпечена.

10.15. Консоль довжиною 2 м навантажена рівномірно розподіленим навантаженням з інтенсивністю q (рис. 10.15). Форма і розміри поперечного перерізу показані на рисунку. Матеріал балки – чавун, для якого $[\sigma]_p=18$ МПа, $[\sigma]_{ct}=80$ МПа. Визначити величину допустимого навантаження на балку $q_{\text{доп}}$ при раціональному розташуванні перерізу. Чому буде дорівнювати величина $q_{\text{доп}}$, якщо переріз розташувати нерационально?

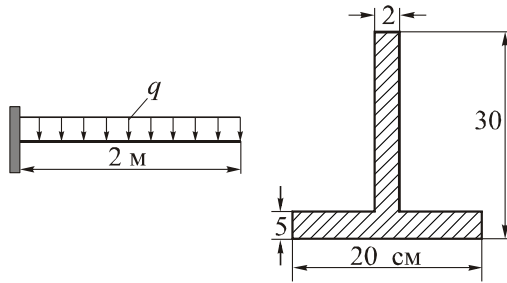


Рис. 10.15

Вказівка: Якщо матеріал балки неоднаково працює на розтяг і стиск, тобто $[\sigma]_p \neq [\sigma]_c$, причому $[\sigma]_p < [\sigma]_c$, то раціональним розташованим переріз є той, коли відстань від нейтральної осі до точки, в якій виникає найбільше напруження стиску, є більша від відстані до точки, в якій виникає найбільше напруження розтягу (тобто $y_{\max}^p < y_{\max}^c$).

Відповідь: при раціональному розташуванні перерізу $[q]=12,4$ кН/м; при нераціональному розташуванні перерізу $[q]=4,12$ кН/м.

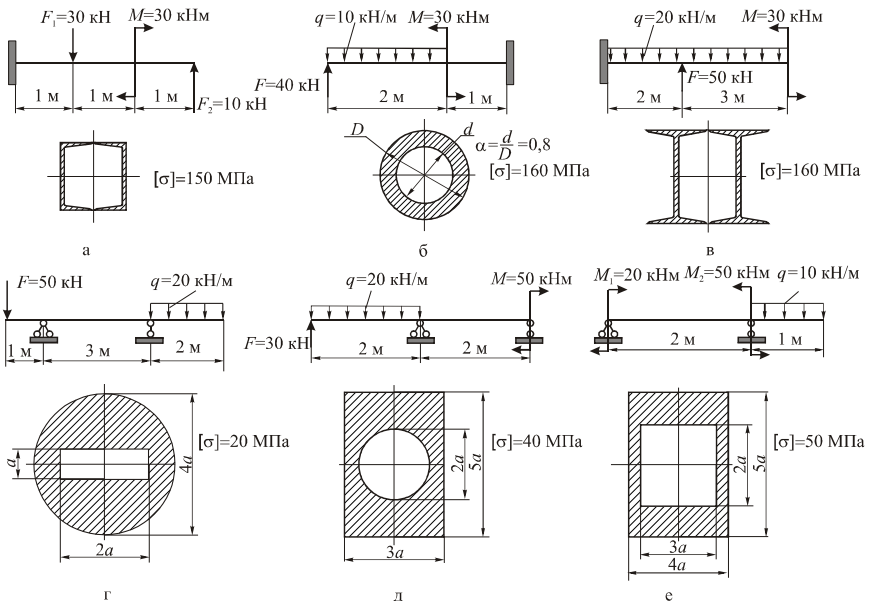


Рис. 10.16

10.16. Для балок (рис. 10.16, а, б, в, г, д, е) побудувати та перевірити епюри $Q(x)$ і $M(x)$. Підібрати розміри поперечних перерізів. Форма поперечних перерізів і величина допустимих напружень вказані на рисунках.

Відповідь: схема а – швелери №16; схема б – кільце з діаметрами $D=19$ см, $d=15,2$ см; схема в – двотаври №27; схема г – $a=7,4$ см; схема д – $a=4,7$ см; схема е – $a=3,9$ см.

10.17. Для показаних на рис. 10.17, а, б, в, г, д, е балок при наведених формах і розмірах поперечних перерізів побудувати та перевірити епюри $Q(x)$, $M(x)$ і визначити значення найбільшого нормального напруження σ_{max} .

Відповідь: схема а: $\sigma_{max} = 3,58 \text{ кН/см}^2 = 35,8 \text{ МПа}$;

схема б: $\sigma_{max} = 40,0 \text{ МПа}$; схема в: $\sigma_{max} = 21,4 \text{ МПа}$;

схема г: $\sigma_{max} = 653,6 \text{ МПа}$; схема д: $\sigma_{max} = 273,4 \text{ МПа}$; схема

е: $\sigma_{max} = 4,1 \text{ МПа}$.

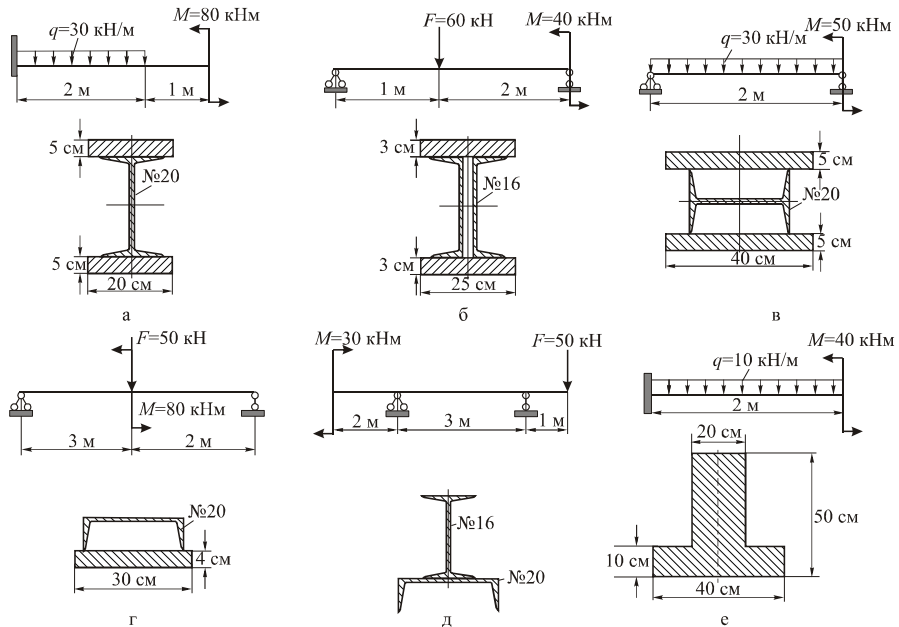


Рис. 10.17

10.18. Для балки двотаврового перерізу (двотавр № 20), показаної на рис. 10.18, а, виконати повну перевірку міцності, якщо $[\sigma] = 160$ МПа, $[\tau] = 80$ МПа. У небезпечному перерізі побудувати епюри нормальних і дотичних напружень.

Розв'язок

Епюри $Q(x)$ і $M(x)$ для заданої схеми показані на рис. 10.18, б. Для двотавра №20 з таблиць сортаменту виписуємо геометричні характеристики: $h=20$ см, $b=10$ см, $d=0,52$ см, $t=0,84$ см, $I_z=1840$ см⁴, $W_z=184$ см³, $S_z=104$ см³.

Повна перевірка міцності включає три перевірки (рис. 10.18, в):

1). У перерізі, в якому $M(x) = M_{\max}$, виконують перевірку за найбільшими нормальними напруженнями (в точках 1 або 2

$$\text{перерізу)} \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]:$$

$$\sigma_{\max} = \frac{20 \cdot 100 \text{ кНсм}}{184 \text{ см}^3} = 10,86 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 108,6 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Умова міцності виконується.

2). У перерізі, в якому $Q(x) = Q_{\max}$, виконують перевірку за найбільшими дотичними напруженнями (в точці 4 перерізу)

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_z}{d \cdot I_z} \leq [\tau]:$$

$$\tau_{\max} = \frac{20 \cdot 104}{0,52 \cdot 1840} = 2,175 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 21,75 \text{ МПа} < [\tau].$$

Умова міцності виконується.

3) У небезпечній точці перерізу, в якому $Q(x)$ і $M(x)$ одночасно досягають якомога більших значень, виконують перевірку за головними напруженнями. Такою точкою в двотавровому перерізі є точка 3, яка показана на рис. 10.18, в. Умова міцності має вигляд

$$\sigma_{\text{екв}}^{III} = \sqrt{\sigma_3^2 + 4\tau_3^2} \leq [\sigma],$$

де

$$\sigma_3 = \frac{M \cdot y_3}{I_z} = \frac{2000 \cdot 9,16}{1840} = 99,6 \text{ МПа},$$

$$\tau_3 = \frac{Q(x) \cdot S_z^{\text{пол}}}{d \cdot I_z} = \frac{20 \cdot 10 \cdot 0,84 \cdot 9,58}{0,52 \cdot 1840} = 16,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{екв}^{III} = \sqrt{\sigma_3^2 + 4\tau_3^2} = \sqrt{99,6^2 + 4 \cdot 1,68^2} = 99,7 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Умова міцності виконується.

Оскільки всі три умови міцності виконуються, то міцність балки забезпечена. За обчисленими значеннями напружень побудовані епюри нормальних і дотичних напружень в небезпечному перерізі балки, які показані на рис. 10.18, г, д.

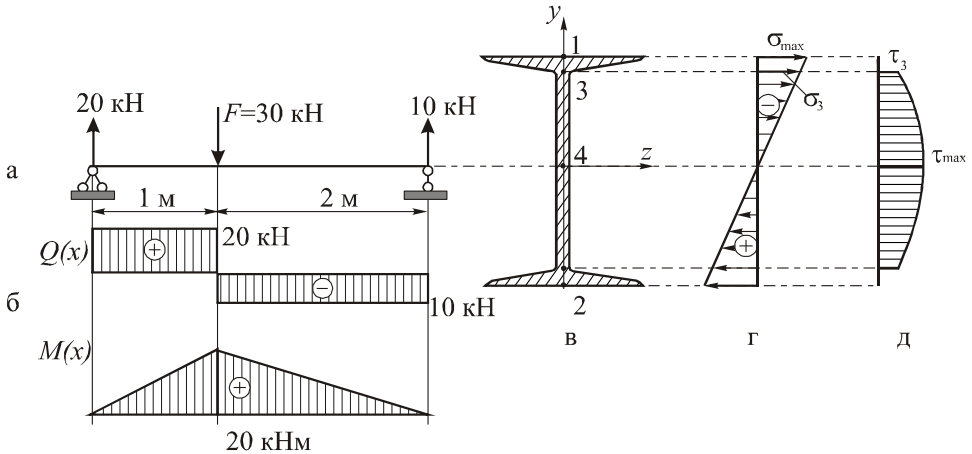


Рис.10.18

10.19. Шляхом інтегрування диференціального рівняння зігнутої осі балки скласти рівняння прогинів та визначити найбільші прогини осей балок, схеми яких показані на рис. 10.19, а, б, в. Модуль пружності матеріалів балок $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

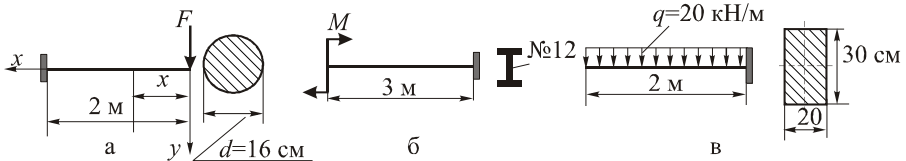


Рис. 10.19

Розв'язок

Розв'язок виконаний для балки, схема якої наведена на рис. 10.19, а. Диференціальне рівняння зігнутої осі балки має вигляд

$$EI_z \cdot y''(x) = -M(x),$$

де для заданої схеми згинальний момент

$$M(x) = -F \cdot x = -20x.$$

Інтегруючи диференціальне рівняння два рази, дістаємо

$$EI_z y'(x) = 10x^2 + C_1, \quad EI_z y(x) = \frac{10}{3} x^3 + C_1 x + C_2.$$

Постійні інтегрування C_1 , C_2 , що визначають з умов закріплення балки $y(2)=0$, $y'(2)=0$, дорівнюють: $C_1 = -40$, $C_2 = 53,33$. Рівняння прогинів набирає кінцевого вигляду

$$EI_z y(x) = 3,33x^3 - 40x + 53,3.$$

Звідси

$$EI_z y_{max} = EI_z y(0) = 53,3 \text{ кНм}^3.$$

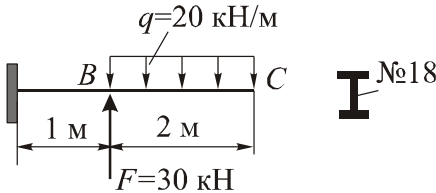
Враховавши, що для заданого перерізу $I_z = 0,05 d^4 = 3276 \text{ см}^4$, знаходимо $y_{max} = 0,812 \text{ см}$.

Відповідь: схема б: $y_{max} = -25,7 \text{ см}$ (вверх); схема в: $y_{max} = 0,044 \text{ см}$ (вниз).

10.20. Для балки, схема якої показана на рис. 10.19, а з умови жорсткості визначити величину допустимої сили $F_{доп}$. Модуль пружності матеріалу балки $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Допустимий прогин $[f] = 2 \text{ см}$.

Відповідь: $F_{доп} = 98,4 \text{ кН}$.

10.21. Користуючись універсальним рівнянням зігнутої осі балки визначити прогини в точках B і C балки, схема якої показана на рис.

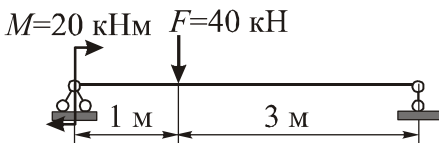


10.20. Переріз балки – двотавр №18. Матеріал балки – сталь, для якої модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: $y_C = 0,904 \text{ см}$ (вниз); $y_B = 5,93 \text{ см}$ (вниз).

Рис. 10.20

10.22. Перевірити жорсткість балки, схема якої показана на рис. 10.21. Матеріал балки – сталь, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Осьовий момент інерції поперечного перерізу відносно нейтральної осі $I_z = 2000 \text{ см}^4$. Допустимий



прогин $[f] = 0,01 l$.

Відповідь: $y_{max} = 1,41 \text{ см}$ $< [f] = 4 \text{ см}$. Жорсткість балки достатня.

Рис. 10.21

10.23. Виходячи з умови жорсткості, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$ на балку (рис. 10.22) при таких числових даних: $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $I_z=1500\text{см}^4$.

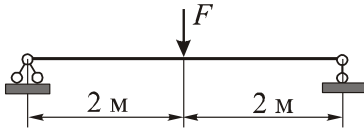


Рис. 10.22

Допустимий прогин $[f] = 2$ см.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 22,5$ кН.

10.24. Визначити розміри поперечного перерізу дерев'яної балки, яку використовують для випробування пожежних поясів і поясних карабінів (рис. 10.23, а). Балка прямокутного перерізу з відношенням сторін $b/h = 2$. При розрахунках вважати, що балка шарнірно оперта.

Випробувальне навантаження $F = 3,5$ кН. Допустиме напруження дерева на згин $[\sigma] = 8$ МПа $= 0,8 \text{ кН} / \text{см}^2$.

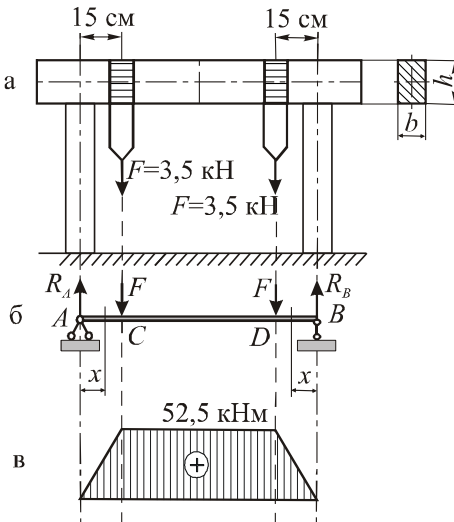
Розв'язок

Схема навантаження та закріплення балки показана на рис. 10.23, б. Унаслідок симетрії навантаження відносно опор їх реакції

$$R_A = R_B = F = 3,5 \text{ кН.}$$

Згинальні моменти на ділянках балки:

Ділянки AC і BD ($0 \leq x \leq 15$ см)



$$M(x) = R_A \cdot x = F \cdot x = 3,5 \cdot x (\text{кН} \cdot \text{м})$$

$$M(0) = M_A = M_B = 0;$$

$$M(15) = M_C = M_D = 3,5 \cdot 15 = 52,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Епюра моментів $M(x)$

показана на рис. 10.23, в.

$$M_{\text{max}} = 52,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Умова міцності балки

$$\frac{M_{\text{max}}}{W_z} \leq [\sigma],$$

де для заданої прямокутної балки

$$W_z = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4}{6} b^3.$$

Рис. 10.23

Тоді
$$\frac{6M_{\max}}{4b^3} \leq [\sigma].$$

Звідси

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6M_{\max}}{4[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 52,5}{4 \cdot 0,8}} = \sqrt[3]{98,4} = 4,7 \text{ см.}$$

Приймаємо $b = 5,0$ см. Тоді $h = 2b = 10$ см.

Тема 11. Складний опір. Теоретична довідка

Якщо в поперечних перерізах стержня виникає тільки одна внутрішня сила, то такий випадок навантаження називають *простим опором*, а якщо дві та більше – *складним опором*. Простий опір, до якого належить *розтяг (стиск)* стержня (виникає тільки N), *кручення* (виникає лише M_K), *чистий згин* (виникає один згинальний момент M_y або M_z), детально розглядався вище. Нижче будуть розглянуті такі класичні випадки *складного опору*:

1. *Косий згин балки*. В перерізах виникають моменти M_y, M_z і поперечні сили Q_y, Q_z . При розрахунках на міцність впливом поперечних сил найчастіше нехтують.

2. *Позацентричний розтяг (стиск)*. У перерізах виникають: поздовжня сила N та згинальні моменти M_y, M_z .

3. *Сумісний згин і кручення*. В перерізах виникають крутний момент M_K і згинальні моменти (або один з них) M_y, M_z .

Загальні формули для визначення напружень при складному опорі:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z} = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} + \frac{M_z \cdot y}{I_z};$$

$$\tau = \tau_{Q_y} + \tau_{Q_z} + \tau_{M_K} \approx \frac{M_K \cdot \rho}{I_p}.$$

Косий згин зумовлений навантаженням, рівнодійна якого проходить через центр поперечного перерізу під певним кутом до його головних центральних осей. Напруження у довільній точці з координатами y, z визначають як суму напружень від моментів M_z, M_y :

$$\sigma(y, z) = \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y} = \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y}.$$

Геометричне місце точок, в яких $\sigma(y, z) = 0$, називають *нейтральною лінією*. Це – пряма лінія, що проходить через центр ваги перерізу та нахилена до горизонтальної осі z під кутом α , який визначають із співвідношення

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{M_y \cdot I_z}{M_z \cdot I_y}.$$

Формула для визначення максимальних напружень і умова міцності мають вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y}, \quad \sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma].$$

При підборі розмірів перерізів використовують вираз

$$W_z \geq \frac{M_z}{[\sigma]} \left(1 + \frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{W_z}{W_y} \right).$$

Поцентровий розтяг (стиск) зумовлений навантаженням, рівнодійна якого F , що паралельна до осі стержня x , прикладена в точці з координатами z_F, y_F . У цьому випадку в перерізах стержня виникає поздовжня сила $N = F$ та згинальні моменти $M_z = F \cdot y_F, M_y = F \cdot z_F$. Нормальне напруження в точці з координатами (y, z) дорівнює

$$\sigma(y, z) = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_y \cdot z}{I_y} \pm \frac{M_z \cdot y}{I_z} = \pm \frac{F}{A} \left(1 + \frac{z_F \cdot z}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2} \right),$$

де $i_y^2 = \frac{I_y}{A}, i_z^2 = \frac{I_z}{A}$ - квадрати радіусів інерції перерізу.

Знак «+» в останньому виразі відноситься до випадку, коли F - розтягувальна сила, а «-» - коли стискувальна.

Лінію, на якій *нормальні напруження* дорівнюють нулю, називають *нейтральною лінією*. Це - пряма лінія, що відсікає на осях y, z відрізки:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}.$$

Умови міцності:

а) для матеріалу, що неоднаково працює на розтяг і стиск

$$\max \sigma_p \leq [\sigma]_p, \quad \max \sigma_{cm} \leq [\sigma]_{cm};$$

б) для матеріалу, в якого $[\sigma]_p = [\sigma]_{cm} = [\sigma]$,

$$|\max \sigma| \leq [\sigma],$$

де $[\sigma]_p$, $[\sigma]_{ст}$ - допустимі напруження на розтяг і стиск.

Сумісний згин з крученням має місце, коли в стержні одночасно виникають згинальний $M_{зг}$ і крутний M_K моменти та, відповідно, напруження $\sigma_{зг}$, τ_K .

Умови міцності при сумісному згині з крученням:

а) за III теорією $\sigma_{екв}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma_{зг}^2 + 4\tau_K^2} \leq [\sigma]$;

б) за IV теорією $\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma_{зг}^2 + 3\tau_K^2} \leq [\sigma]$.

Для стержня з круглим (кільцевим) перерізом умови міцності записують у вигляді

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{екв}}{W_z} \leq [\sigma],$$

де $M_{екв}$ - еквівалентні (розрахункові) моменти за вибраною теорією міцності:

$$M_{екв}^{III} = \sqrt{M_{зг}^2 + M_K^2}, \quad M_{екв}^{IV} = \sqrt{M_{зг}^2 + 0,75M_K^2}.$$

Рамами називають стержневі системи, окремі стержні яких з'єднані між собою жорстко. Якщо осі стержнів рами та навантаження на раму лежать в одній площині, що є головною площиною поперечних перерізів стержнів, раму називають *плоскою*. При навантаженні плоскої рами в її поперечних перерізах виникають згинальні моменти (M), поздовжні (N) та поперечні (Q) сили. Для визначення цих величин у довільному перерізі використовують ті самі правила, що прийняті для балок (при визначенні $M(x)$ та $Q(x)$) і для розтягу-стиску стержнів (при визначенні $N(x)$). Формула для нормальних напружень і умова міцності мають вигляд

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{I_z}, \quad \sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_z} \leq [\sigma].$$

Поряд з прямими стержнями в деяких інженерних конструкціях зустрічаються *криволінійні стержні*. Осі цих стержнів – плоскі криві. Вважатимемо, що переріз стержня сталий та симетричний відносно площини осі стержня і навантаження лежить у цій площині. Радіус кривизни стержня R вважатимемо сталим. У поперечних перерізах плоских кривих стержнів виникають: поздовжня сила N , поперечна сила

Q , згинальний момент M . Залежно від відношення радіуса кривизни осі стержня R до висоти перерізу h криві стержні ділять на: стержні малої кривизни, для яких $\frac{R}{h} \geq 5$; та стержні великої кривизни, для яких $\frac{R}{h} < 5$.

При розрахунку на міцність стержнів великої кривизни вирішальну роль відіграють напруження σ_M (від згинального моменту M), які визначають за формулою

$$\sigma_M = \frac{M \cdot y}{S(R_0 + y)},$$

де: R_0 - радіус кривизни нейтрального шару волокон, які при згині не деформуються; y - координата точки, в якій визначають напруження, визначена відносно нейтральної осі z ; $S = A \cdot y_0$ - статичний момент площі перерізу відносно осі z ; y_0 - координата центра перерізу відносно нейтральної осі z . Екстремальні значення напружень, що виникають в крайніх точках перерізу, дорівнюють

$$\sigma_I = \frac{M \cdot y_I}{S \cdot R_I}, \quad \sigma_{II} = \frac{M \cdot y_{II}}{S \cdot R_{II}},$$

де y_I , y_{II} - координати крайніх точок I і II відносно осі z ; R_I , R_{II} - радіуси кривизни крайніх волокон. Формулами для напружень можна скористатись тоді, коли відомий радіус кривизни нейтрального шару R_0 . Тоді координата центра $y_0 = R - R_0$. Для прямокутного та круглого перерізів R_0 визначають з виразів:

- для прямокутного перерізу з розмірами $b \times h$: $R_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_I}{R_{II}}}$;

для круглого перерізу з діаметром d : $R_0 = \frac{d^2}{4 \left[2R - \sqrt{4R^2 - d^2} \right]}$.

Задачі

11.1. Визначити величину найбільшого нормального напруження в балці прямокутного перерізу (рис. 11.1), що згинається силою $F=20$ кН.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 16,2$ МПа.

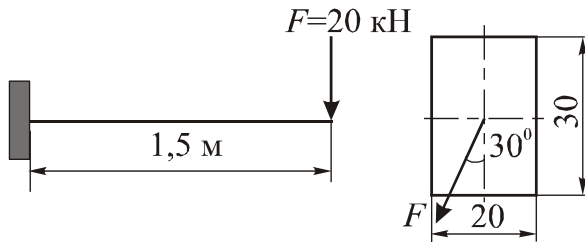
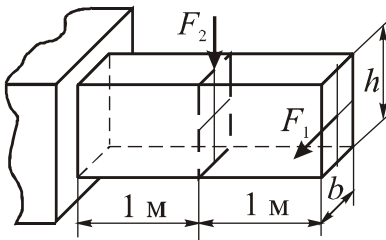


Рис. 11.1

11.2. Підібрати розміри прямокутного поперечного перерізу з



відношенням $\frac{h}{b} = 2$ для балки, схема якої показана на рис. 11.2, якщо $F_1 = 1,2$ кН, $F_2 = 3,0$ кН. Допустиме напруження $[\sigma] = 10$ МПа.

Відповідь: $b = 10,6$ см , $h = 21,2$ см.

Рис. 11.2

11.3. При встановленні на опори двотавра №60, що призначався для роботи на згин у вертикальній площині, яка сумісна з площиною стійки двотавра, була допущена неточність і стійка двотавра відхилилась від вертикалі на кут $\varphi = 2^\circ$. Визначити на скільки відсотків збільшились при цьому нормальні напруження.

Вказівка. При точному встановленні двотавра він перебував би в умовах прямого згину навколо горизонтальної осі z , викликаного моментом M . При відхиленні стінки двотавра на кут φ , балка працюватиме в умовах косоного згину моментами $M_z = M \cdot \cos\varphi$ і $M_y = M \cdot \sin\varphi$.

Відповідь: $\frac{\sigma_{\max}^{\text{кос}}}{\sigma_{\max}^{\text{пр}}} = 1,49$.

11.4. Двотаврова балка із двотавра №20 навантажена силою $F = 20$ кН (рис. 11.3). Кут нахилу сили до вертикальної осі $\varphi = 45^\circ$. Визначити величину найбільших нормальних напружень.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 286,5$ МПа.

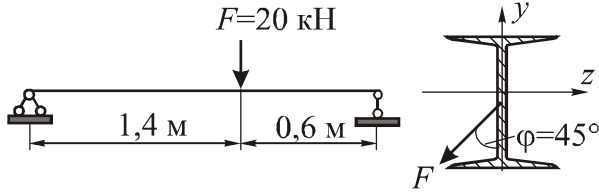
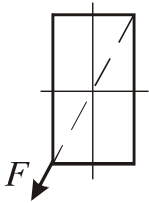


Рис. 11.3

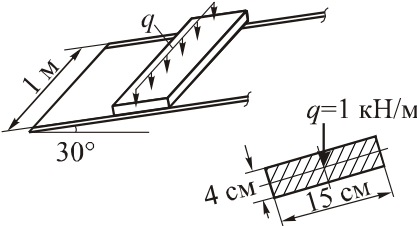
11.5. Балка прямокутного поперечного перерізу навантажена силою, лінія дії якої сумісна з однією з діагоналей прямокутника (рис. 11.4). Яке положення при цьому займатиме нейтральна лінія?



Відповідь: співпадає з другою діагоналлю прямокутника.

Рис. 11.4

11.6. Дах нахилений до горизонту під кутом 30° (рис. 11.5). До крокв, що віддалені одна від одної на відстань 1 м, прикріплені дерев'яні дошки з перерізом 4×15 см. На них діє вертикальне рівномірне розподілене навантаження інтенсивності $q=1$ кН/м. Вважаючи краї дошок шарнірно опертими, перевірити їх міцність, якщо допустиме напруження на згин дерева $[\sigma]=10$ МПа.

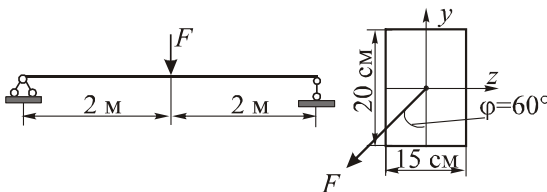


$[\sigma]=10$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{\max}=3,1$ МПа < 10 МПа. Міцність забезпечена.

Рис. 11.5

11.7. Балка на двох опорах прямокутного перерізу навантажена силою F , що нахилена під кутом $\varphi=60^\circ$ до вертикальної осі (рис. 11.6). Визначити в небезпечному перерізі балки положення нейтральної лінії та,



виходячи з умови міцності, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, якщо $[\sigma]=5$ МПа.

Рис. 11.6

Відповідь: $\alpha = 72^\circ$, $F_{\text{доп}} = 30,2$ кН.

11.8. Сталева смуга (рис. 11.7, а, б) з вирізаним отвором розтягується силами $F = 70$ кН. Побудувати епюри напружень в перерізах CC і BB . Якою могла б бути ширина отвору при тій самій величині найбільшого напруження, якби отвір був розташований симетрично відносно осі x ?

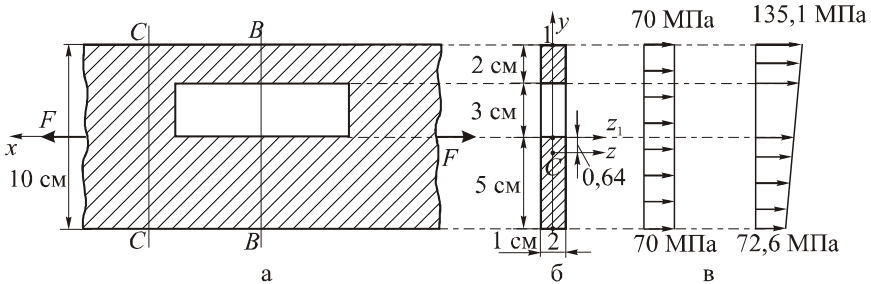


Рис. 11.7

Розв'язок

У перерізі CC , де немає отвору, сили F діють уздовж центральної осі перерізу. Отже це випадок центрального розтягу, при якому

$$\sigma_{CC} = \frac{F}{A_{CC}} = \frac{70 \text{ кН}}{1,0 \cdot 10 \text{ см}^2} = 70 \text{ МПа}.$$

У перерізі BB , де вирізано отвір, сили F прикладені поза центром перерізу і маємо випадок позacentрового розтягу. В цьому випадку

$$\sigma = \sigma(y) = \frac{F}{A_{BB}} \left(1 + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2} \right).$$

Визначаємо положення центра ваги перерізу відносно осі z_1 , що проходить через центр великого прямокутника,

$$y_c = \frac{-1 \cdot 3 \cdot 1,5}{1 \cdot 10 - 1 \cdot 3} = -0,64 \text{ см}.$$

Наносимо центр C , проводимо центральну вісь z та визначаємо відносно неї момент інерції. Дістаємо

$$I_z = \frac{1 \cdot 10^3}{12} - 0,64^2 \cdot 10 - \frac{1 \cdot 3^3}{12} - 2,14^2 \cdot 3 = 71,44 \text{ см}^4.$$

Тоді

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A_{BB}} = \frac{71,44}{7} = 10,2 \text{ см}^2.$$

Координата точки прикладання сили $y_F = 0,64$ см. Тоді напруження в крайніх точках 1 і 2, координати яких $y_1 = 5,64$ см, $y_2 = -4,36$ см, дорівнюють:

$$\sigma_1 = \frac{70}{7} \left(1 + \frac{0,64 \cdot 5,64}{10,2} \right) = 13,51 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 135,1 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{70}{7} \left(1 + \frac{0,64 \cdot (-4,36)}{10,2} \right) = 7,26 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 72,6 \text{ МПа}.$$

За отриманими даними побудовані епюри напружень в перерізах CC і BB , які показані на рис. 11.7, в. Якщо б отвір було зроблено посередині, то ширину цього отвору при знайденому найбільшому напруженні $\sigma_{\max} = \sigma_1 = 13,51 \text{ кН/см}^2$ визначають з умови:

$$13,51 = \frac{70}{(10 - \delta) \cdot 1}.$$

Звідси знаходимо $\delta = 4,82$ см.

11.9. При свердлінні деталі на шпиндель A свердлильного верстата (рис. 11.8) передається сила $F = 15$ кН. Визначити мінімальний діаметр круглої чавунної колони B , якщо допустиме напруження чавуну при розтязі $[\sigma]_p = 35$ МПа.

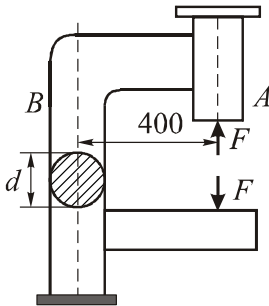


Рис. 11.8

Відповідь: $d = 12,2$ см.

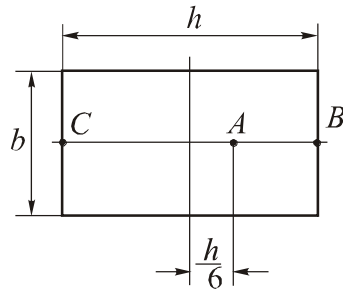


Рис. 11.9

11.10. Від якого виду напружень (розтягу чи стиску) проходить руйнування бетонної колони, переріз якої показаний на рис. 11.9, якщо сила, що її стискує, буде прикладена: а) в точці A ; б) в точці B ? Границя міцності бетону при стиску в шість разів вища від границі міцності при розтягу.

Відповідь: а) якщо сила прикладена в точці A , руйнування проходить від напружень стиску в точці B ; б) якщо сила прикладена в точці B , руйнування проходить від напружень розтягу в точці C .

11.11. Короткий бетонний стовп з поперечним перерізом 30×20 см стиснутий силою $F=1200$ кН (рис. 11.10). Знайти положення нейтральної лінії та визначити найбільші напруження розтягу і стиску.

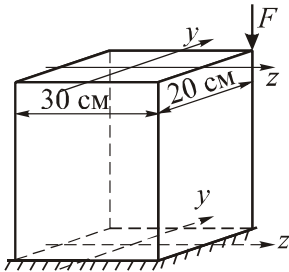


Рис. 11.10

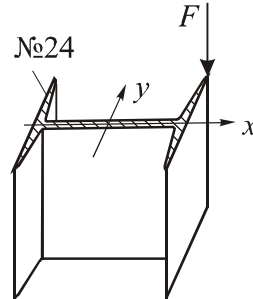


Рис. 11.11

Відповідь: відрізки, які нейтральна лінія відсікає на осях, рівні: $a_z = -5,0$ см, $a_y = -3,33$ см. Найбільші напруження: $\max \sigma_p = 100$ МПа, $\max \sigma_c = -140$ МПа.

11.12. Коротка сталева колона виготовлена із двотавра № 24 навантажена осьовою силою F , яка прикладена в точці A (рис. 11.11). Визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 67,1$ кН.

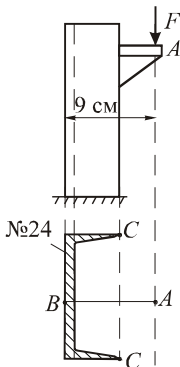


Рис. 11.12

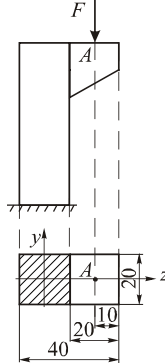


Рис. 11.13

11.13. До короткого стояка приварений кронштейн, на який діє сила стиску $F=50$ кН (рис. 11.12). Переріз стояка – швелер № 24. Визначити найбільші напруження в стояку та перевірити його міцність, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: $\max \sigma_p = \sigma_B = 22,1$ МПа, $\max \sigma_c = \sigma_C = -120,6$ МПа.

11.14. Визначити величину допустимого навантаження стиску, яке можна прикласти до бетонного стовпа, що зображений на рис. 11.13, якщо допустимі напруження для бетону дорівнюють: на розтяг - $[\sigma]_p=5$ МПа, на стиск - $[\sigma]_{ст}=80$ МПа.

Відповідь: $F_{дон}=40$ кН.

11.15. Дерев'яний стержень квадратного перерізу 200×200 мм (рис. 11.14) має посередині довжини виріз глибиною 50 мм. Стержень розтягується осьовими силами $F=30$ кН. Визначити найбільше напруження в матеріалі стержня. Чому буде дорівнювати це напруження, якщо аналогічний виріз додатково виконати з протилежного боку перерізу?

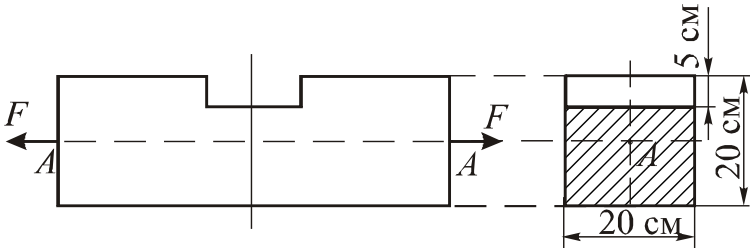


Рис. 11.14

Відповідь: $\sigma_{max}=2$ МПа; при додатковому вирізі - $\sigma=1,5$ МПа= $const$.

11.16. Стоп для підвіски трамвайного дроту виготовлено з труби з зовнішнім діаметром $D=30$ см і товщиною стінки $\delta=1$ см (рис. 11.15). Вважаючи, що дріт підвішений до підвіски в центрі її ваги, визначити найбільші напруження розтягу і стиску в стовпі. Відстань від точки підвіски до центра перерізу стовпа $l=2$ м. Вага дроту і підвіски $F=2,0$ кН.

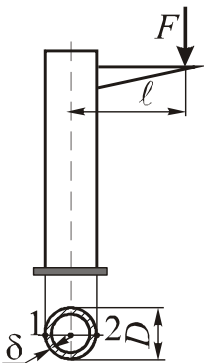
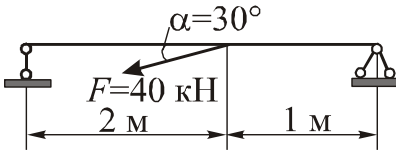


Рис. 11.15

Відповідь: $\max \sigma_p = \sigma_1 = 59$ МПа,

$\max \sigma_c = \sigma_2 = -63,6$ МПа.

11.17. Балка на двох опорах, поперечний переріз якої двотавр № 20, навантажена нахилоною під кутом $\alpha=30^\circ$ до осі балки силою $F=40$ кН



(рис. 11.16). Визначити найбільші нормальні напруження σ_{max} .

Відповідь: $\sigma_{max}=85,4$ МПа.

Рис. 11.16

11.18. На стрілі крану, яка має переріз у вигляді двох швелерів №20, підвішений вантаж вагою $G=20$ кН (рис. 11.17). Перевірити міцність стріли, якщо допустиме напруження для матеріалу стріли $[\sigma]=160$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{max}=135,2$ МПа < 160 МПа. Міцність забезпечена.

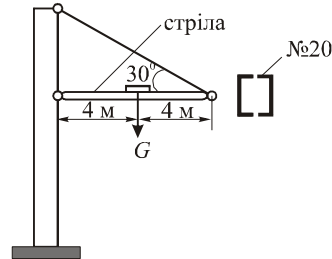


Рис. 11.17

1.19. На нахилений під кутом $\alpha=60^\circ$ до горизонту стовп кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром $D=20$ см, товщиною стінки $\delta=5$ мм і довжиною $l=2$ м, що защемлений по нижньому краю, діє горизонтальна сила $F=10$ кН (рис. 11.18). Визначити найбільші нормальні напруження в стовпі.

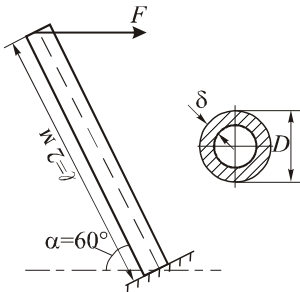


Рис. 11.18

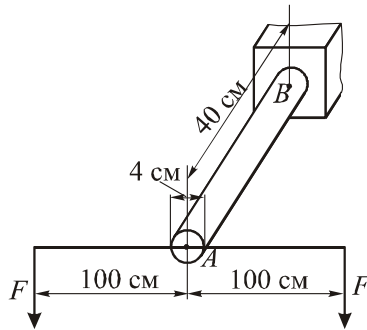


Рис. 11.19

Відповідь: $\sigma_{max} = 118,3$ МПа

11.20. Суцільний вал круглого поперечного перерізу з діаметром $d=80$ мм передає потужність $P=50$ кВт при кутовій швидкості $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$. Згинальний момент у небезпечному перерізі вала $M_{зг}=10$ кНм. Визначити величину найбільшого еквівалентного напруження за III теорією міцності.

Відповідь: $\sigma_{екв}^{III} = 222,5$ МПа.

11.21. Суцільний вал круглого поперечного перерізу передає потужність $P=24$ кВт при кутовій швидкості $\omega = 8 \text{ с}^{-1}$. у небезпечному перерізі вала виникає згинальний момент $M_{зг}=8$ кНм. Виходячи із III теорії міцності, підібрати необхідний діаметр вала, якщо $[\sigma] = 150$ МПа.

Відповідь: $d=84$ мм.

11.22. У сталевому валу кільцевого поперечного перерізу виникає крутний момент $M_{к}=12$ кНм і згинальний момент $M_{зг}=10$ кНм. Виходячи із IV теорії міцності, визначити зовнішній D та внутрішній d діаметри вала, якщо відношення внутрішнього діаметра до зовнішнього дорівнює $\alpha=d/D=0,8$. Допустиме напруження для матеріалу вала $[\sigma] = 100$ МПа.

Відповідь: $D=135$ мм, $d = 108$ мм.

11.23. Визначити найбільше розрахункове напруження в круглому сталевому стержні AB , навантаженому силами $F=1$ кН (рис. 11.19). Яким буде це напруження, коли одну з сил зняти? Використати IV теорію міцності.

Відповідь: При двох силах $\sigma_p = 127,4$ МПа; при одній силі $\sigma_p = 151,9$ МПа.

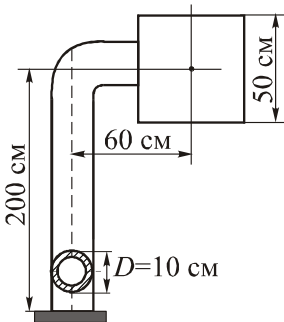


Рис. 11.20

11.24. Квадратний дорожній знак закріплений на стояку кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром $D=100$ мм (рис. 11.20). Виходячи з III теорії міцності, визначити необхідну товщину стінки стояка при допустимому напруженні $[\sigma] = 60$ МПа. Найбільше вітрове розподілене навантаження на знак дорівнює $p=6$ кН/м². Власною вагою знака та стояка знехтувати.

Відповідь: товщина $\delta=8$ мм.

11.25. Виходячи з умови міцності за III теорією, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, яке можна прикласти до

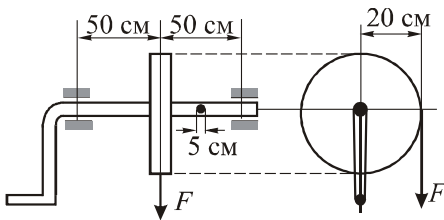


Рис. 11.21

коловорота, показаного на рис.11.21, якщо допустиме напруження для матеріалу осі $[\sigma] = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 2,34 \text{ кН}$.

11.26. На вал, за допомогою якого передається потужність $N=10 \text{ кВт}$ при $n=100 \text{ об/хв}$, насаджені два шківів діаметрами $D_1=50 \text{ см}$, $D_2=30 \text{ см}$ (рис. 11.22). На шківів насаджені паса. Сили натягу ведучих віток T_i удвічі більші від сил натягу ведених віток t_i ($T_i=2t_i$). Використавши III теорію міцності, підібрати необхідний діаметр вала, якщо $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$.

Відповідь: $d = 82 \text{ мм}$.

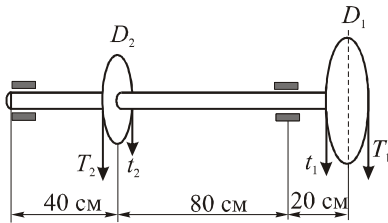


Рис. 11.22

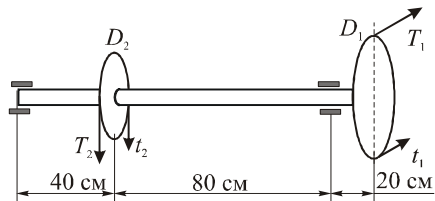


Рис. 11.23

11.27. Розв'язати задачу за умовою задачі 11.26 для випадку, коли сили T_1 , t_1 направлені горизонтально, як це показано на рис. 11.23.

Відповідь: $d = 87 \text{ мм}$.

11.28. Кулачок (рис. 11.24), що навантажений силою $F=4,0 \text{ кН}$, має круглий переріз діаметром $d=70 \text{ мм}$. Побудувати епюри внутрішніх сил і перевірити міцність за III теорією, якщо $[\sigma] = 60 \text{ МПа}$.

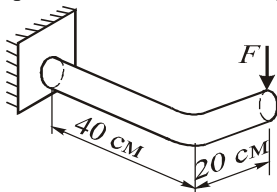


Рис. 11.24

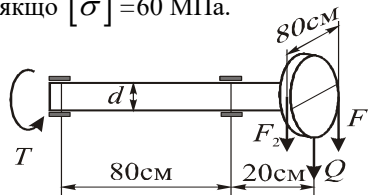


Рис. 11.25

Відповідь: $52,1 \text{ МПа} < 60 \text{ МПа}$. Міцність забезпечена.

11.29. На вал діаметром $d=60$ мм насаджено круглий шків діаметром $D=800$ мм вагою $Q=2$ кН (рис. 11.25), на якому натягнуто паси пасової передачі. Сили натягу віток паса $F_1=10$ кН, $F_2=5$ кН. Визначити найбільше еквівалентне напруження у валі за ІУ теорією міцності.

Відповідь: $\sigma_{екв}^{IV} = 180 \text{ МПа}$.

11.30. Вал круглого поперечного перерізу, що обертається з кутовою швидкістю $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$,

передає потужність $P=10$ кВт. На вал насаджено шків пасової передачі вагою $Q=3$ кН (рис. 11.26, а). Натяги віток паса, які розміщені горизонтально, дорівнюють $F_1=3F$, $F_2=F$. Діаметр шківа $D=400$ мм. Визначити діаметр вала d , використавши ІІІ теорію міцності.

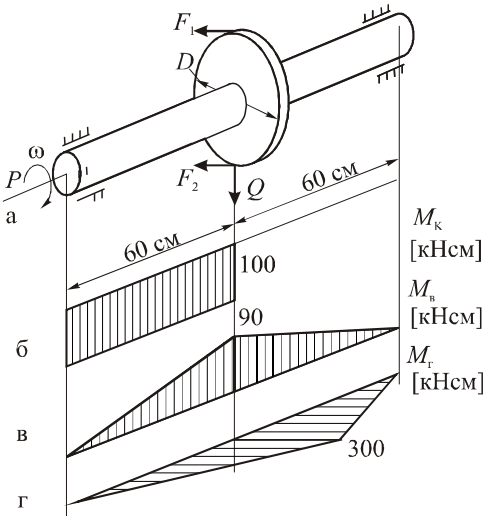


Рис. 11.26

Розв'язок

При заданій потужності P і кутовій швидкості ω визначаємо обертовий момент T за формулою

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{10}{10} = 1 \text{ кНм} = 100 \text{ кНсм}.$$

Епора крутних моментів для заданого навантаження наведена на рис. 11.26, б. Визначаємо значення сили F натягу пасів, врахувавши, що

$$T = (F_1 - F_2) \frac{D}{2} = (3F - F) \frac{D}{2} = 40F.$$

Дістаємо $F=2,5$ кН. Будемо епору згинальних моментів M_e від вертикального навантаження $Q=3$ кН (рис. 11.26, в) та епору згинальних моментів M_e від сумарної горизонтальної сили $S=F_1+F_2=4F=10$ кН (рис. 11.26, г).

Як видно з епюр, небезпечним перерізом вала є переріз, що розміщений лівіше від шківів, в якому: $M_k=100$ кНсм, $M_b=90$ кНсм, $M_T=300$ кНсм. Повний згинальний момент у цьому перерізі

$$M_{зг} = \sqrt{M_b^2 + M_k^2} = \sqrt{90^2 + 100^2} = 134,5 \text{ кНсм.}$$

Еквівалентний момент за III теорією міцності

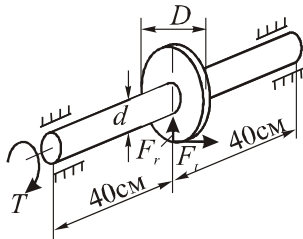
$$M_{екв}^{III} = \sqrt{M_{зг}^2 + M_k^2} = \sqrt{134,5^2 + 100^2} = 170,8 \text{ кНсм.}$$

Визначаємо діаметр вала з умови міцності

$$\frac{M_{екв}^{III} \cdot 32}{\pi d^3} \leq [\sigma].$$

Отримуємо $d = 5,95$ см. Приймаємо $d = 60$ мм.

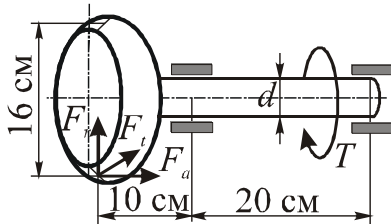
11.31. На зубчасте колесо передачі, що насаджене на вал круглого перерізу, при рівномірному обертанні діють сили (рис. 11.27): колова горизонтальна $F_t=3$ кН, вертикальна радіальна $F_r=0,8$ кН та обертальний момент T . Діаметр зубчастого колеса $D=400$ мм. Визначити необхідний діаметр вала d , використавши III теорію міцності, якщо допустиме напруження для матеріалу вала $[\sigma]=120$ МПа.



Відповідь: $d = 42$ мм.

Рис. 11.27

11.32. На рис. 11.28 показана схема вала конічного редуктора. Визначити діаметр вала d , використавши IV теорію міцності, якщо на вал діють сили: колова $F_t=2$ кН, радіальна $F_r=1,2$ кН, осьова $F_a=0,8$ кН та обертовий момент T . Швидкість обертання вала постійна. Допустиме напруження для матеріалу вала $[\sigma]=80$ МПа.



Відповідь: $d = 32$ мм.

Рис. 11.28

11.33. Колесо конічного редуктора (рис. 11.29) при рівномірному обертанні навантажене силами $F_t=2$ кН, $F_r=1$ кН, $F_a=0,8$ кН та обертовим моментом T . Визначити діаметр вала, використавши IV теорію міцності,

якщо $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$. Діаметр колеса $D = 20 \text{ см}$.

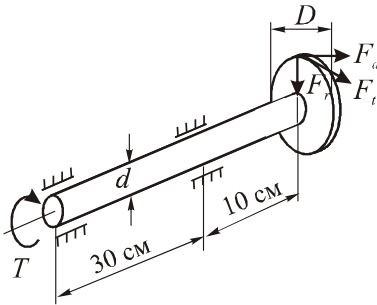


Рис. 11.29

Відповідь: $d = 30 \text{ мм}$.

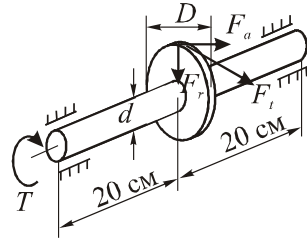


Рис. 11.30

11.34. Перевірити міцність вала косозубої циліндричної передачі (рис. 11.30) за такими даними $F_t = 3 \text{ кН}$, $F_r = 1,6 \text{ кН}$, $F_a = 1 \text{ кН}$. Діаметр вала $d = 40 \text{ мм}$. Діаметр колеса $D = 160 \text{ мм}$. Допустиме напруження $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$. Використати третю теорію міцності.

Відповідь: $64,4 \text{ МПа} < 80 \text{ МПа}$. Міцність забезпечена.

11.35. Для плоских рам, схеми яких показані на рис. 11.31, а, б, в, побудувати епюри згинальних моментів $M(x)$ та підібрати квадратні перерізи, якщо $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$. Довжини окремих стержнів рам задані на рисунку в метрах.

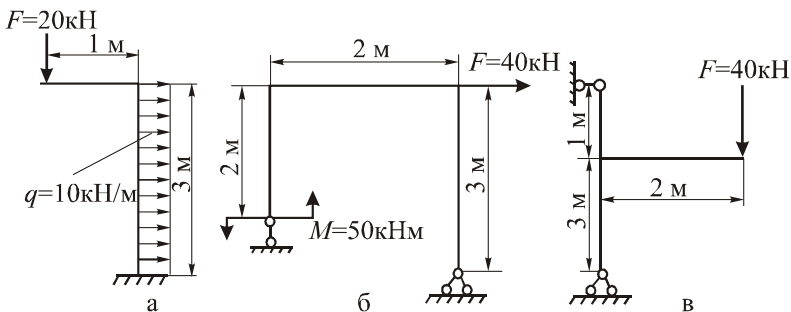


Рис. 11.31

Відповідь: схема (а) – $a = 24,7 \text{ см}$; схема (б) – $a = 41,6 \text{ см}$; схема (в) – $a = 33,0 \text{ см}$.

11.36. Для рам, схеми яких показані на рис. 11.32, а, б, в, г, визначити опорні реакції та побудувати епюру згинальних моментів M .

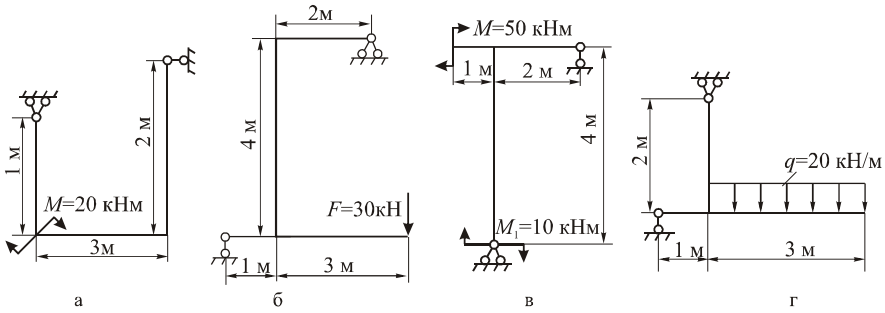


Рис. 11.32

11.37. Для рам, схеми яких показані на рис. 11.33, а, б, в, г, побудувати епюру згинальних моментів M та поздовжніх сил N .

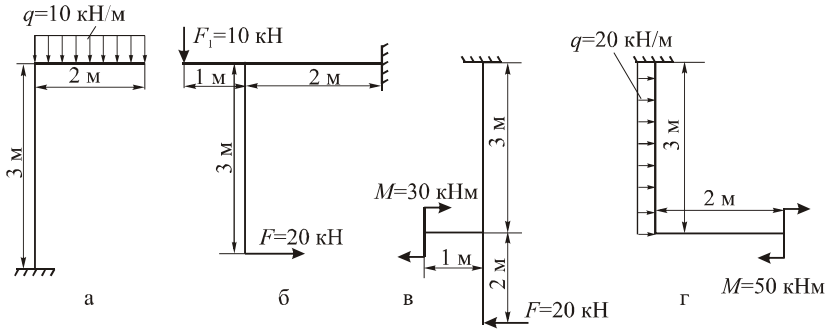


Рис. 11.33

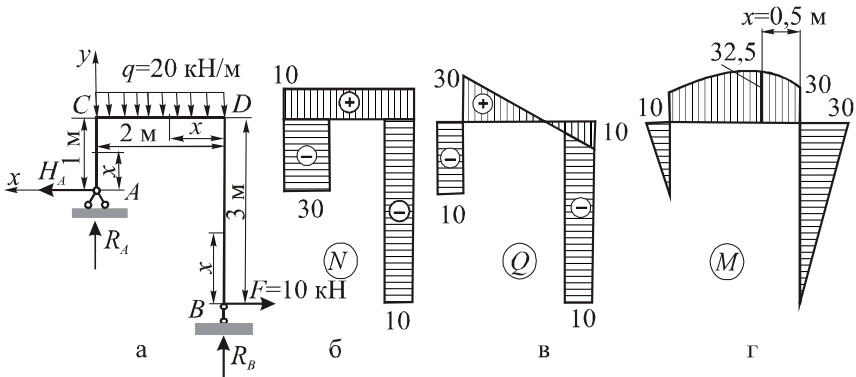


Рис. 11.34

11.38. Для рами, що зображена на рис. 11.34, а, побудувати епюри силових факторів, підібрати та перевірити на міцність круглий переріз, якщо $[\sigma] = 10 \text{ кН/см}^2$.

Розв'язок

Реакції в опорах:

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A - F = 0 ; H_A = 10 \text{ кН};$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 2 + F \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0 ; R_B = 10 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - q \cdot 2 = 0 ; R_A = 30 \text{ кН}.$$

Вирази для внутрішніх сил на ділянках рами (рис. 11.34, а)

$AC \quad (0 \leq x \leq 1 \text{ м})$

$$\left\{ \begin{array}{l} N(x) = -R_A = -30 \text{ кН}; \\ Q(x) = H_A = 10 \text{ кН}; \\ M(x) = H_A \cdot x = 10 \cdot x, \\ (M(0) = 0; M(1) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}) \end{array} \right.$$

$BD \quad (0 \leq x \leq 3 \text{ м})$

$$\left\{ \begin{array}{l} N(x) = -R_B = -10 \text{ кН}; \\ Q(x) = -F = -10 \text{ кН}; \\ M(x) = F \cdot x = 10 \cdot x, \\ (M(0) = 0 ; M(3) = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}) \end{array} \right.$$

$DC \quad (0 \leq x \leq 2 \text{ м})$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = F = 10 \text{ кН}; \\ Q(x) = -R_B + q \cdot x = -10 + 20x \\ (Q(0) = -10 \text{ кН}; Q(2) = 30 \text{ кН}); \\ M(x) = R_B \cdot x + F \cdot 3 - \frac{q \cdot x^2}{2} = 10 \cdot x + 30 - 10x^2, \\ (M(0) = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}; M(2) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}) \end{array} \right.$$

Екстремум:

$$\frac{dM}{dx} = 20x - 10 = 0 \Rightarrow x = 0.5 \text{ м}, M(0.5) = 32.5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

За цими даними побудовані епюри N , Q , M (рис. 11.34, б, в, г).

Підбір розмірів перерізу здійснюється без врахування напруження

$$\sigma_N = \frac{N}{A}, \text{ тобто з умови } \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]. \text{ У даному випадку}$$

$$M_{\max} = 32.5 \text{ кН} \cdot \text{м}. \text{ Тоді } W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{32.5 \cdot 100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{10 \text{ кН/см}^2} = 325 \text{ см}^3.$$

Для круглого перерізу $W_z = 0.1d^3$. Отже, $0.1d^3 \geq 325$; $d \geq 14.8 \text{ см}$.

Приймаємо $d = 15 \text{ см}$.

Перевірка міцності здійснюється в небезпечному перерізі, де

$M(x) = 32.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $N = 10 \text{ кН}$. Умова міцності дає результат

$$\sigma_{\max} = \frac{10 \cdot 4 \text{ кН}}{3,14 \cdot 15^2 \text{ см}^2} + \frac{32,5 \cdot 100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{0,1 \cdot 15^3 \text{ см}^3} = 9.62 \text{ кН/см}^2 < 10 \text{ кН/см}^2.$$

Міцність забезпечена.

11.39. Для рам, схеми яких показані на рис. 11.35, а, б, в, побудувати епюри згинальних моментів M та поздовжніх сил N . У небезпечних перерізах визначити найбільше напруження σ_{\max} . Поперечний переріз рам – двотавр № 20.

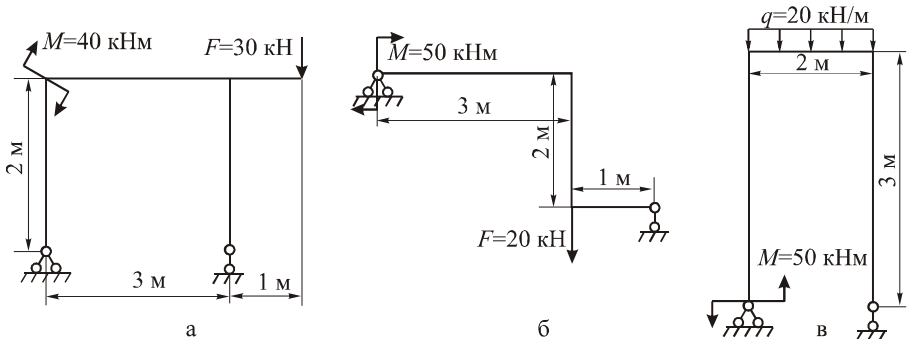


Рис. 11.35

Відповідь: схема (а) - $\sigma_{\max} = 217,4 \text{ МПа}$; схема (б) - $\sigma_{\max} = 271 \text{ МПа}$; схема (в) - $\sigma_{\max} = 288 \text{ МПа}$.

11.40. Кільце, що показане на рис. 11.36, має круглий переріз діаметром 8 см . Внутрішній діаметр кільця 12 см . Визначити напруження

в точках A і B від згинального моменту при стискуванні кільця силами $F=20$ кН.

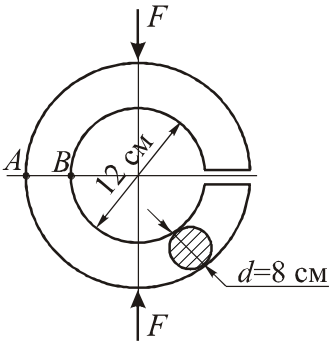


Рис. 11.36

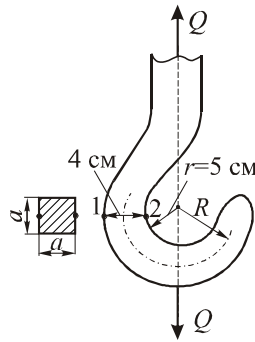


Рис. 11.37

Відповідь: $\sigma_A = 29,9$ МПа; $\sigma_B = -56,5$ МПа.

11.41. Визначити найбільші напруження розтягу та стиску, які виникають при підніманні вантажу вагою $Q=40$ кН в небезпечному перерізі гака (рис. 11.37). Профіль гака – дуга з внутрішнім радіусом $r=5$ см. Поперечний переріз - квадрат зі стороною $a=4$ см.

Розв'язок

Радіус осі стержня

$$R = r + 2 = 5 + 2 = 7 \text{ см.}$$

Оскільки $\frac{R}{h} = \frac{7}{4} = 1,75 < 5$, то гак потрібно розраховувати як стержень великої кривизни. Нормальні напруження в перерізах стержня

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M,$$

$$\text{де } \sigma_N = \frac{Q}{A} = \frac{40}{4 \cdot 4} = 2,5 \text{ кН/см}^2 = 25 \text{ МПа}, \quad \sigma_M = \frac{M \cdot y}{S \cdot \rho}.$$

Небезпечними точками перерізу є точки 1 і 2, для яких $R_1 = 7 + 2 = 9$ см, $R_2 = 7 - 2 = 5$ см. Радіус кривизни нейтрального шару

$$R_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}} = \frac{4}{\ln 1,8} = 6,80 \text{ см.}$$

Статичний момент перерізу відносно нейтральної осі

$$S = A \cdot y_0 = A (R - R_0) = 16 \cdot 0,20 = 3,20 \text{ см}^3.$$

Координати точок відносно нейтральної осі:

$$y_1 = -(2+0,2) = -2,2 \text{ см}, y_2 = 2-0,2 = 1,8 \text{ см}.$$

Згинальний момент $M = Q \cdot R = 40 \cdot 7 = 280 \text{ кНсм}$.

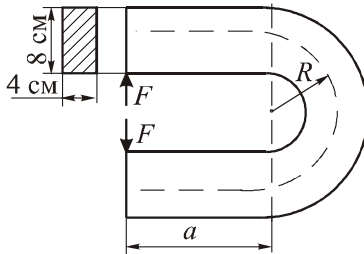
Тоді

$$\sigma_M^1 = -\frac{280 \cdot 2,2}{3,2 \cdot 9} = -21,4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -214 \text{ МПа},$$

$$\sigma_M^2 = \frac{280 \cdot 1,8}{3,2 \cdot 5} = 315 \text{ МПа}.$$

Сумарні напруження:

$$\max \sigma_p = 25 + 315 = 340 \text{ МПа}, \max \sigma_c = 25 - 214 = -189 \text{ МПа}.$$



11.42.

Стержень прямокутного перерізу з розмірами $4 \times 8 \text{ см}$, що зігнутий у формі підкови (рис. 11.38), розгинається двома силами $F = 20 \text{ кН}$. Середній радіус кривизни зігнутого стержня $R = 12 \text{ см}$. Відстань $a = 10 \text{ см}$. Визначити найбільші напруження розтягу та стиску в стержні.

Рис. 11.38

Відповідь: $\max \sigma_p = 90,2 \text{ МПа}$, $\max \sigma_c = -127,4 \text{ МПа}$.

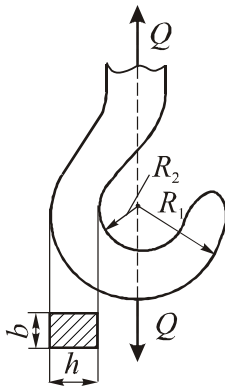


Рис. 11.39

11.43. Вантажопідіймальний гак (рис. 11.39) має прямокутний переріз з розмірами $b \times h = 3 \times 6 \text{ см}$. Радіуси кривизни: внутрішній $R_2 = 10 \text{ см}$, зовнішній $R_1 = 16 \text{ см}$. Визначити величину допустимого навантаження гака $Q_{\text{доп}}$, якщо $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$.

Відповідь: $Q_{\text{доп}} = 10 \text{ кН}$.

11.44. Визначити найбільші напруження, що виникають в поясах карабінах (рис. 11.40, а) з круглим поперечним перерізом діаметра d , навантажених силою $F = 3,5 \text{ кН}$ під час їх випробування.

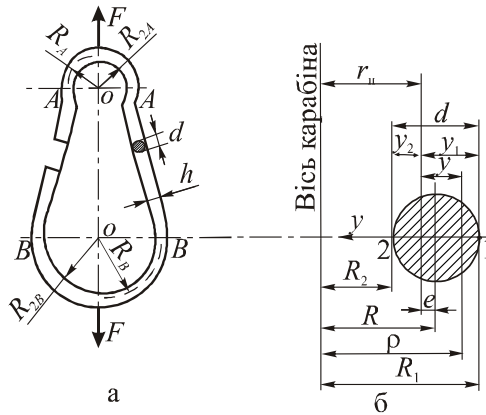


Рис. 11.40

Розв'язок

Напруження визначимо в двох поперечних перерізах $A-A$ і $B-B$.

Визначимо у вказаних перерізах величину $\frac{R}{h}$, де $h = d$. У

перерізі $A-A$: $\frac{R}{h} = \frac{1,0 + 0,5d}{d} = \frac{1,0 + 0,65}{1,3} = 1,27 < 5$. У перерізі $B-B$:

$$\frac{R}{h} = \frac{3,3 + 0,5d}{d} = \frac{3,3 + 0,65}{1,3} = 3,04 < 5.$$

Оскільки у вказаних перерізах $\frac{R}{h} < 5$, то в обох перерізах слід проводити розрахунок стержнів великої кривизни.

У стержнях великої кривизни сумарне напруження

$$\sigma_{max} = \sigma_N + \max \sigma_M,$$

де $\sigma_N = \frac{N}{A}$ - напруження від поздовжньої сили, $\sigma_M = \frac{M \cdot y}{A \cdot e \cdot \rho}$

напруження від згинального моменту M , $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ - площа

поперечного перерізу, N - поздовжня сила, M - згинальний момент. Усі решта параметрів вказані на рис. 11.40, б.

$$\max \sigma_M = \sigma_2 = \frac{M \cdot y_2}{A \cdot e \cdot R_2}.$$

Тоді

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y_2}{A \cdot e \cdot R_2}.$$

При відкритому фіксаторі (запобіжнику)

$$N = F = 3,5 \text{ кН}, \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1,3^2}{4} = 1,327 \text{ см}^2.$$

$$M_{A-A} = F \cdot R_A = 3,5 \left(R_{0_A} + \frac{d}{2} \right) = 3,5 \left(1,0 + \frac{1,3}{2} \right) = 3,5 \cdot 1,65 = 5,775 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$M_{B-B} = F \cdot R_B = 3,5 \left(R_{0_B} + \frac{d}{2} \right) = 3,5 \left(3,3 + \frac{1,3}{2} \right) = 3,5 \cdot 3,95 = 13,825 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{3,5}{1,327} = 2,64 \text{ кН/см}^2 = 26,4 \text{ МПа}.$$

Визначаємо $\max \sigma_M$ в перерізах $A-A$ і $B-B$.

Переріз $A-A$:

$$R_2 = 1,0 \text{ см}, \quad R = R_A = 1,0 + \frac{1,3}{2} = 1,65 \text{ см}, \quad d = 1,3 \text{ см}.$$

$e = R - r_H$, де

$$r_H = \frac{d^2}{4 \left[2R - \sqrt{4R^2 - d^2} \right]} = \frac{1,3^2}{4 \left[2 \cdot 1,65 - \sqrt{4 \cdot 1,65^2 - 1,3^2} \right]} = 1,584 \text{ см},$$

$$e = 1,65 - 1,584 = 0,0664 \text{ см},$$

$$y_2 = \frac{d}{2} - e = \frac{1,3}{2} - 0,0664 = 0,5836 \text{ см},$$

$$\max \sigma_{\max}^{A-A} = \sigma_2 = \frac{5,775 \text{ кН} \cdot \text{см} \cdot 0,5836 \text{ см}}{1,327 \text{ см}^2 \cdot 0,0664 \text{ см} \cdot 1,0 \text{ см}} = 38,25 \text{ кН/см}^2 = 382,5 \text{ МПа}.$$

Переріз $B-B$:

$$R_2 = 3,3 \text{ см}, \quad R = R_B = 3,3 + \frac{1,3}{2} = 3,95 \text{ см}, \quad d = 1,3 \text{ см}.$$

$e = R - r_H$, де

$$r_H = \frac{d^2}{4[2R - \sqrt{4R^2 - d^2}]} = \frac{1,3^2}{4[2 \cdot 3,95 - \sqrt{4 \cdot 3,95^2 - 1,3^2}]} = 3,9229 \text{ см}$$

$$e = 3,95 - 3,9225 = 0,02707 \text{ см},$$

$$y_2 = \frac{d}{2} - e = \frac{1,3}{2} - 0,02707 = 0,6229 \text{ см},$$

$$\max \sigma_{\max}^{B-B} = \frac{13,825 \text{ кН} \cdot \text{см} \cdot 0,6229 \text{ см}}{1,327 \text{ см}^2 \cdot 0,02707 \text{ см} \cdot 3,3 \text{ см}} = 72,66 \text{ кН/см}^2 = 726,6 \text{ МПа}$$

Найбільші напруження в перерізах

$$\sigma_{\max}^{A-A} = 26,4 + 382,5 \approx 409 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\max}^{B-B} = 26,4 + 726,6 = 753 \text{ МПа}.$$

Ділянка CD ($5 \leq x \leq 10$ м):

$$N_{CD}(x) = -F_3 - q_1 \cdot 5 - F_2 - q_2(x-5) = -175 - 7,2(x-5),$$

$$N_C = N(5) = -175 \text{ кН},$$

$$N_C = N(10) = -211 \text{ кН}.$$

Ділянка DK ($10 \leq x \leq 20$ м):

$$N_{DK}(x) = -411 - 9,8(x-10),$$

$$N_D = N(10) = -411 \text{ кН},$$

$$N_C = N(20) = -509 \text{ кН}.$$

Епюра N , що побудована за цими даними, показана на рис. 1.13, в.

Визначаємо напруження в характерних перерізах стовпа:

Ділянка BC :

$$\sigma_B = \frac{N_B}{A_{BC}} = \frac{N_B}{a_{BC}^2} = -\frac{50 \text{ кН}}{50^2 \text{ см}^2} = -0,02 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -0,2 \text{ МПа},$$

$$\sigma_C = \frac{N_C}{A_{BC}} = -0,3 \text{ МПа}.$$

Ділянка CD :

$$\sigma_C = \frac{N_C}{A_{CD}} = -\frac{175}{60^2} = -0,49 \text{ МПа},$$

$$\sigma_D = -\frac{211}{60^2} = -0,59 \text{ МПа}.$$

Ділянка DK :

$$\sigma_D = \frac{N_D}{a_{DK}^2} = -\frac{411}{70^2} = -0,84 \text{ МПа},$$

$$\sigma_K = -\frac{509}{70^2} = -1,04 \text{ МПа}.$$

Епюра нормальних напружень, що побудована за отриманими даними, показана на рис. 1.13, г.

Визначаємо видовження (вкорочення) ділянок стовпа, використавши формулу

$$\Delta l = \frac{1}{EA} \int_a^b N(x) dx.$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{1}{EA_{BC}} \int_0^5 N_{BC} dx = \frac{1}{2 \cdot 10^2 \cdot 50^2} \int_0^5 (-50 - 5x) dx = -0,625 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,625 \text{ мм}$$

;

$$\Delta l_{CD} = \frac{1}{EA_{CD}} \int_5^{10} N_{CD} dx = \frac{1}{2 \cdot 10^2 \cdot 60^2} \int_5^{10} [-175 - 7,2(x-5)] dx = -4,72 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -4,72 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{DK} = \frac{1}{EA_{DK}} \int_{10}^{20} [-411 - 9,8(x-10)] dx = -\frac{1}{2 \cdot 10^2 \cdot 70^2} 4600 = -4,69 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -4,69 \text{ мм}.$$

Визначаємо переміщення характерних точок осі стовпа відносно нерухомої точки K

$$\Delta_K = 0;$$

$$\Delta_D = \Delta_K + \Delta l_{DK} = 0 + (-4,69) = -4,69 \text{ мм};$$

$$\Delta_C = \Delta_D + \Delta l_{CD} = -9,41 \text{ мм};$$

$$\Delta_B = \Delta_C + \Delta l_{BC} = -10,03 \text{ мм}.$$

Епора переміщень, що побудована за даними розрахунків, показана на рис. 1.13, д.

1.19. Сталевий стержень з двотавровим поперечним перерізом (двотавр №20) довжиною $l = 5$ м був зашпелений кінцями в стіни при температурі $t_1 = 10^\circ \text{ С}$. Визначити напруження в стержні та силу тиску стержня на стіни, якщо температура піднялась до значення $t_2 = 70^\circ \text{ С}$.

Відповідь: $\sigma = -150$ МПа, $N = -402$ кН.

1.20. Паропровідна сталева труба (рис. 1.14, а) мала довжину 30 м при температурі $t_1 = 20^\circ \text{ С}$ (рис. 1.14, а). Через трубу пропустили пару і вона нагрілась до температури $t_2 = 200^\circ \text{ С}$. Якою при цьому стала довжина труби? Чому б дорівнювали напруження в трубі, якщо вона не могла би вільно видовжуватись? Модуль пружності сталі $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт температурного розширення $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$.

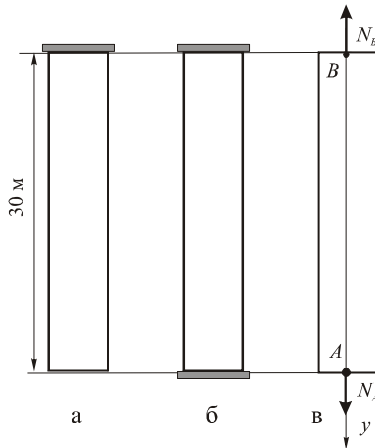


Рис. 1.14

Розв'язок

Видовження труби при зміні температури на Δt°

$$\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot l = 125 \cdot 10^{-7} \cdot (200 - 20) \cdot 3000 \text{ см} = 6,75 \text{ см}.$$

Довжина труби стала дорівнювати $3006,75 \text{ см} = 30,0675 \text{ м}$.

Якщо труба закріплена на краях (рис. 1.14, б) і не може вільно видовжуватись, то в місцях закріплень виникають сили N_A , N_B (рис. 1.14, в), що зв'язані рівнянням рівноваги

$$\sum Y = 0 : N_A - N_B = 0.$$

Звідси знаходимо

$$N_A = N_B = N.$$

Для визначення величини N рівняння рівноваги недостатньо. Потрібно скласти одне додаткове рівняння переміщень (тобто задача один раз статично невизначна). Це рівняння має вигляд

$$\Delta l = 0,$$

або

$$\frac{Nl}{EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot l = 0.$$

З останнього виразу знаходимо

$$N = -\alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot A.$$

Напруження в трубі

$$\sigma = \frac{N}{A} = -\alpha \Delta t E = -125 \cdot 10^{-7} \cdot 180^0 \cdot 2 \cdot 10^4 = -45 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -450 \text{ МПа}.$$

1.21. Залізобетонна колона з поперечним перерізом 30×30 см (рис. 1.15) навантажена стискувальною силою $F=600$ кН. Визначити напруження в сталевій арматурі та в бетоні, якщо загальна площа поперечного перерізу арматури становить 10% від загальної площі поперечного перерізу колони. Модулі пружності: арматури $E_{\text{ар}}=2 \cdot 10^5$ МПа, бетону – $E_{\text{бет}}=1 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{\text{бет}}=-2,3$ МПа, $\sigma_{\text{ар}}=-46$ МПа.

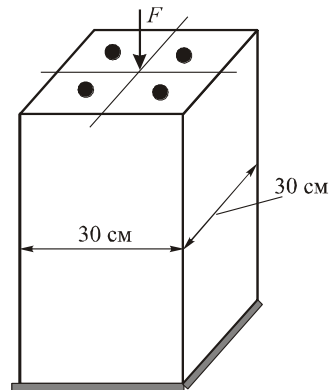


Рис. 1.15

1.22. Рейки трамвайної колії укладались при температурі $+5^\circ\text{C}$. Визначити необхідну величину зазорів між окремими рейками, при якій

не проходить стискання рейок, якщо температура піднялась до $+45^{\circ}\text{C}$. Відстань між стиками рейок 10 м. Визначити величину напружень стиску, які виникли б в рейках при вказаній зміні температури, коли вони були б укладені без зазорів.

Відповідь: $\Delta = 5 \text{ мм}$; $\sigma = -100 \text{ МПа}$.

1.23. Сталевий болт М 20 з зовнішнім діаметром $d=20 \text{ мм}$, внутрішнім діаметром різьби $d_1=19,3 \text{ мм}$ та кроком різьби $s=2,5 \text{ мм}$ вставлений в трубку з дюралюмінію довжиною $\ell = 1000 \text{ мм}$ (рис. 1.16).

Діаметри трубки $d_2=25 \text{ мм}$, $d_3=40 \text{ мм}$. Визначити напруження в болті та трубці при затягуванні гайки на $1/5$ оберту. Модулі пружності: сталі – $E_c=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, дюралюмінію – $E_d=0,7 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

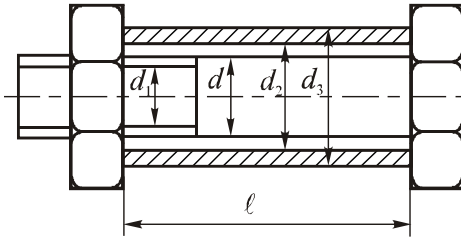


Рис. 1.16

Відповідь: $\sigma_6=48,0 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{тр}}=-17,8 \text{ МПа}$.

1.24. На показаний на рис.1.17 ступінчастий стержень квадратного поперечного перерізу діють зосереджені сили $F_1=40 \text{ кН}$, $F_2=30 \text{ кН}$ та рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю $q_1=10 \text{ кН/м}$, $q_2=20 \text{ кН/м}$. Побудувати епюри поздовжніх сил і напружень. Визначити деформацію окремих частин стержня та переміщення точки А, якщо модуль пружності матеріалу стержня $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

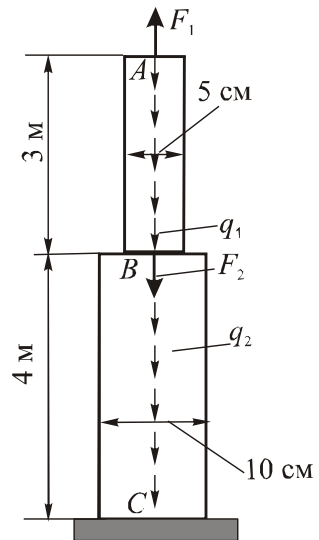


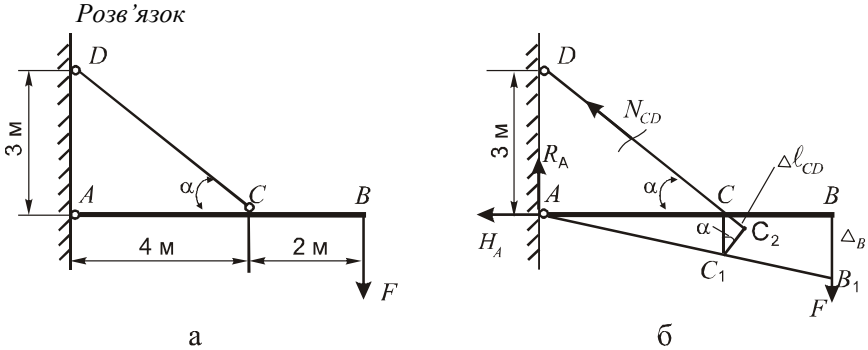
Рис. 1.17

Відповідь: $\Delta l_{AB} = 0,15 \text{ мм}$, $\Delta l_{BC} = -0,04 \text{ мм}$, $\Delta_A = 0,11 \text{ мм}$ (вверх).

1.25. Жорсткий стержень AB (рис. 1.18, а) навантажений силою F та підтримується сталевю тягою CD круглого поперечного перерізу з діаметром 20мм. Визначити допустиме значення сили $[F]$ і опускання

точки B . Допустиме напруження для матеріалу тяги $[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \text{ кН/см}^2$.

Рис. 1.18



Визначаємо зусилля в стержні CD , використавши метод перерізів. На рис. 1.18, б показано переріз системи та зусилля в розрізаних стержнях. Для визначення N_{CD} складаємо рівняння рівноваги

$$\sum M_A = 0: N_{CD} \cdot \sin \alpha \cdot 4 - 6F = 0,$$

$$\text{де } \sin \alpha = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 0,6.$$

Тоді

$$N_{CD} = 2,5F.$$

З умови міцності

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{A_{CD}} \leq [\sigma]$$

визначаємо

$$[F] = \frac{\pi d^2 \cdot [\sigma]}{4 \cdot 2,5} = 20 \text{ кН}.$$

Опускання точки B знаходимо зі співвідношення подібності трикутників ABB_1 і ACC_1 :

$$\frac{\Delta_B}{CC_1} = \frac{AB}{AC}.$$

Звідси

$$\Delta_B = \frac{6}{4} CC_1.$$

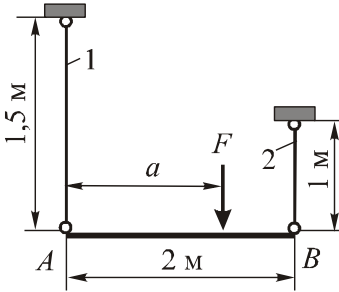
З трикутника CC_1C_2

$$CC_1 = \frac{\Delta l_{CD}}{\sin \alpha} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{EA \sin \alpha} = \frac{2,5 \cdot 20 \cdot 500 \cdot 4}{2 \cdot 10^4 \cdot 3,14 \cdot 2^2 \cdot 0,6} = \frac{4}{0,6} \text{ см.}$$

Отже

$$\Delta_B = \frac{4}{0,6} \cdot \frac{6}{4} = 1,0 \text{ см.}$$

1.26. Жорсткий брус AB горизонтально підвішений на тягах 1 і 2 (рис. 1.19). Тяга 1 – сталева, круглого поперечного перерізу діаметром 20 мм; тяга 2 – мідна, круглого перерізу діаметром 25 мм. На якій відстані a від вузла A потрібно прикласти силу F , щоб і після деформації системою брус AB залишився горизонтальним? Чому в цьому випадку будуть дорівнювати напруження в тягах, якщо $F=30$ кН?



Відповідь: $a=1,08$ м; $\sigma_c=44$ МПа, $\sigma_m=33$ МПа.

Рис. 1.19

1.27. Кронштейн (рис. 1.20) навантажений силою $F=60$ кН. Стержень AC – сталевий ($[\sigma]_c = 160$ МПа);

стержень BC – дерев'яний ($[\sigma]_d = 4$ МПа).

Підібрати круглий переріз сталевого та квадратний переріз дерев'яного стержня. Визначити горизонтальне, вертикальне та повне переміщення вузла C , якщо $E_c=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_d=1 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $d_c=2,67$ см, $a_d=16,4$ см; $\Delta_{гор}=2,25$ мм, $\Delta_{вер}=6,2$ мм, $\Delta_n=6,60$ мм.

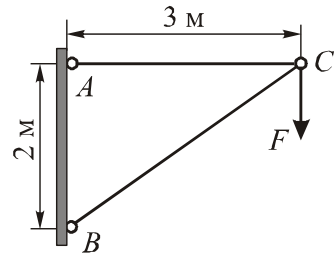


Рис. 1.20

1.28. Перевірити міцність стержневої системи (рис. 1.21), якщо $A=5$ см², $F=20$ кН. Допустиме напруження $[\sigma]=200$ МПа.

Відповідь: умова міцності виконується ($\sigma_{\max} = 180$ МПа $<$ $[\sigma]$).

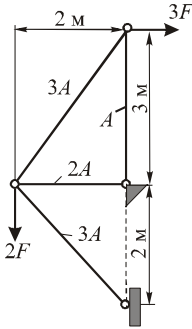


Рис. 1.21

1.29. Визначити необхідні величини площ поперечних перерізів стержнів системи, що показана на рис. 1.22, якщо $F=50$ кН, $[\sigma]=140$ МПа.

Відповідь: $A_{AB}=A_{AC}=7,14$ см², $A_{BC}=2,61$ см², $A_{CD}=3,57$ см².

1.30. Водонепроникний щит (рис. 1.23) підтримується від перекидання водою короткими сталевими підпорками, що поставлені через кожні 4 м. Підібрати двотавровий переріз підпорок, якщо допустиме напруження на стиск для підпорок $[\sigma]=100$ МПа.

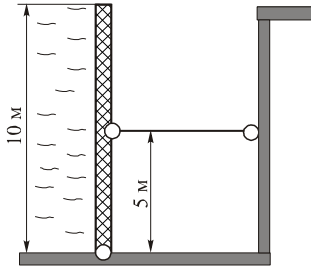


Рис. 1.23

Стержень 1 - сталевий, з діаметром $d_1=10$ мм; стержень 2 - мідний, з діаметром $d_2=20$ мм. На якій відстані a від стержня 1 необхідно підвісити вантаж F , щоб після деформування системи брус AB залишився горизонтальним.

Визначити при цьому напруження в стержнях системи, якщо $F=50$ кН.

Відповідь: $a=0,76$ м; $\sigma_1=242$ МПа, $\sigma_2=98,7$ МПа.

1.32. На стержневу систему, яка показана на рис. 1.25, діє сила $F=60$ кН. Визначити напруження в стержнях системи, що мають однакові

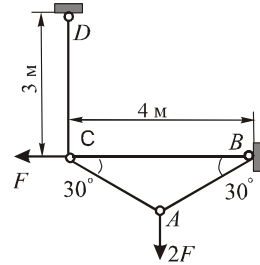


Рис. 1.22

Відповідь: двотавр №60 ($A=138$ см²).

1.31. Жорсткий брус AB горизонтально підвішений на стержнях 1 і 2 круглого поперечного перерізу (рис. 1.24).

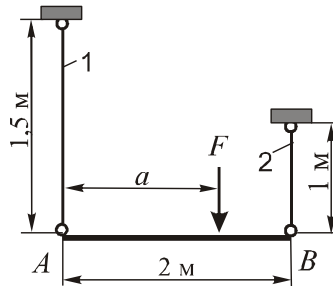


Рис. 1.24

площі поперечних перерізів $A=2 \text{ см}^2$. Яким буде видовження стержня BC ?
Матеріал стержнів – сталь, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

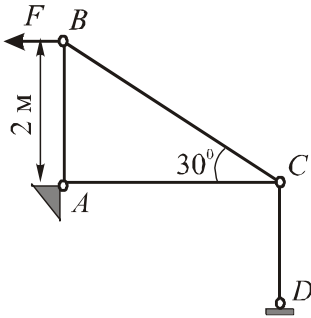


Рис. 1.25

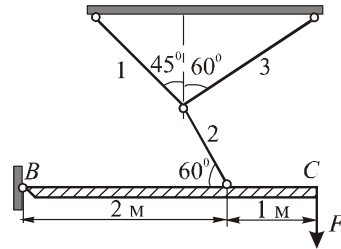


Рис. 1.26

Відповідь: $\sigma_{AB}=-173,2 \text{ МПа}$, $\sigma_{BC}=346,4 \text{ МПа}$, $\sigma_{AC}=-300 \text{ МПа}$,
 $\sigma_{CD}=138 \text{ МПа}$, $\Delta l_{BC}=0,346 \text{ см}$.

1.33. Для показаній на рис. 1.26 стержневої системи, що складається з жорсткого бруса BC , підвішеного на трьох стержнях, площі поперечних перерізів яких дорівнюють $A_1=2 \text{ см}^2$, $A_2=5 \text{ см}^2$, $A_3=3 \text{ см}^2$, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$. Матеріал стержнів – сталь, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$, коефіцієнт запасу міцності $k_T = 1,5$.

Відповідь: $F_{\text{доп}}=17,83 \text{ кН}$.

1.34. Стержень, що складається з верхньої мідної та нижньої сталеві частин (рис. 1.27), навантажений силою $F=100 \text{ кН}$. Площа поперечного перерізу стержня $A=20 \text{ см}^2$. Визначити напруження в обох частинах стержня, якщо $E_c=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_m=1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

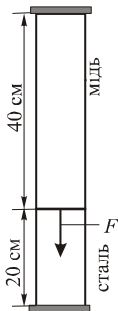


Рис. 1.27

Відповідь: $\sigma_c=-80 \text{ МПа}$, $\sigma_m=20 \text{ МПа}$.

1.35. Визначити напруження в стержні, що показаний на рис. 1.27 при $F=0$, якщо після защемлення його температура зросла на $\Delta t = 50^\circ$.

Відповідь: $\sigma_c=\sigma_m=-58,2 \text{ МПа}$.

1.36. До стержневої системи, що складається з двох стержнів (рис. 1.28, а), площа поперечного перерізу кожного з яких $A=3 \text{ см}^2$, прикладена сила $F=45 \text{ кН}$. Визначити напруження в стержнях системи. Які напруження виникнуть в стержнях, коли в систему додано

центральний стержень (рис. 1.28, в) і площу кожного з стержнів зменшено до 2 см^2 ?

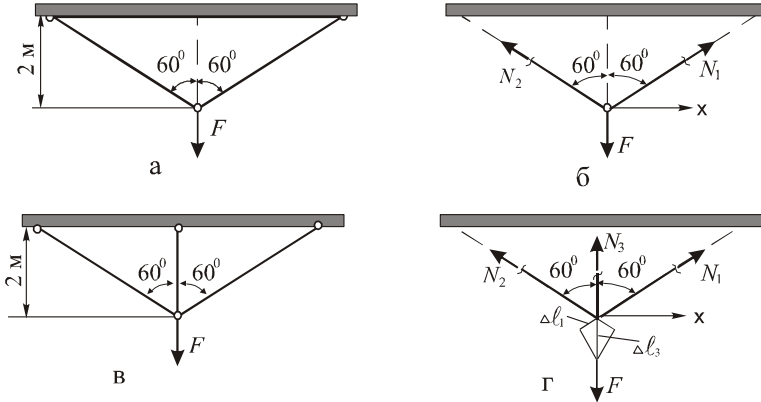


Рис. 1.28

Розв'язок

Система, що показана на рис. 1.28, а, є статично означеною. Зусилля в стержнях системи (рис. 1,28, б) визначаємо з рівнянь рівноваги

$$\sum X=0 \rightarrow N_1 \sin 60^\circ - N_2 \sin 60^\circ = 0, \rightarrow N_1 = N_2 ;$$

$$\sum Y=0 \rightarrow 2N_1 \cos 60^\circ - F = 0, \rightarrow N_1 = N_2 = F = 45 \text{ кН} .$$

Напруження в стержнях системи

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{N_1}{A} = 15 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 150 \text{ МПа} .$$

Система, що показана на рис. 1.28, в, є один раз статично неозначеною, оскільки для визначення трьох зусиль в стержнях N_1 , N_2 , N_3 (рис. 1.28, г) можна, як і в попередньому випадку, скласти два аналогічні рівняння рівноваги, з яких дістаємо:

$$N_1 = N_2, N_1 + N_3 = 45.$$

Складаємо додатково одне рівняння переміщень, яке має вигляд (рис.1.28, г):

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_3} = \cos 60^\circ .$$

Розкривши останнє співвідношення за допомогою закону Гука та врахувавши, що

$$l_1 = \frac{l_3}{\cos 60^\circ},$$

знаходимо

$$N_1 = 0,25N_3.$$

Сумісне розв'язування рівнянь рівноваги та перетвореного рівняння переміщень дає результат:

$$N_1 = 9 \text{ кН}, N_3 = 36 \text{ кН}.$$

Напруження в стержнях системи: $\sigma_1 = \sigma_2 = 45 \text{ МПа}$, $\sigma_3 = 180 \text{ МПа}$.

1.37. Жорсткий брус AB підтримується двома тягами, як показано на рис. 1.29. Матеріал тяг – сталь. Підібрати діаметри круглих перерізів

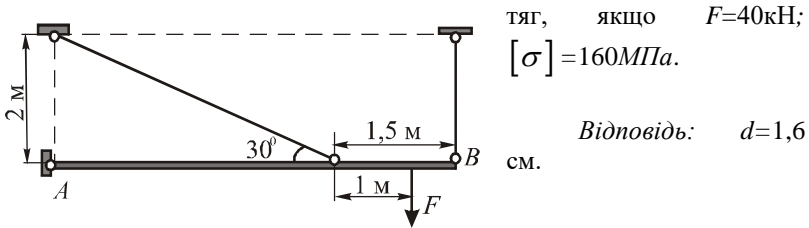


Рис. 1.29.

1.38. У показаній на рис. 1.30 конструкції всі три стержні сталеві з однаковими розмірами поперечних перерізів. Що небезпечніше при нагріванні на Δt °: а) нагрівання всіх стержнів; б) тільки середнього стержня? Відповідь аргументуйте розрахунком.

Відповідь: найбільш небезпечним є нагрівання тільки центрального стержня, оскільки в цьому випадку зусилля в бокових стержнях дорівнюватимуть $0,326EA\alpha \cdot \Delta t$, зусилля в центральному стержні - $-0,565EA\alpha \cdot \Delta t$, а при нагріванні всіх стержнів $-0,109EA\alpha \cdot \Delta t$ та $0,189EA\alpha \cdot \Delta t$ відповідно.

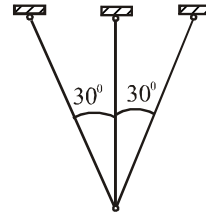


Рис. 1.30.

1.39. При якій довжині сталевого дроту, що висить вертикально, напруження від власної ваги досягне значення $\sigma = 10 \text{ МПа}$? Чому при цьому дорівнюватиме абсолютне видовження дроту?

Відповідь: $l = 128,2 \text{ м}$, $\Delta l = 0,32 \text{ см}$.

1.40. Який вантаж можна піднімати із шахти за допомогою каната, що складається із 6 сталок, кожна з яких має 17 дротин? Діаметри дротин $d = 0,9 \text{ мм}$. Вага одного метра каната 12 Н . Допустиме напруження каната

на розтяг $[\sigma]_p=150$ МПа. Довжина каната 400 м. Чому при цьому дорівнюватиме напруження в нижньому перерізі каната ?

Відповідь: $F=4,93$ кН, $\sigma=75,8$ МПа.

1.41. Для сталевго стержня довжиною $l=20$ м з діаметром $d=50$ мм, підвишеного за верхній кінець, визначити величину допустимого навантаження без врахування та з врахуванням власної ваги, якщо густина сталі $\rho=7800$ кг/м³. Допустиме напруження $[\sigma]_p=160$ МПа.

Відповідь: без врахування – $F_{\text{доп}}=314$ кН ; з врахуванням – $F_{\text{доп}}=310,9$ кН .

1.42. Болт, що стягує два листи (рис. 1.31), вставлений в отвір з зазором. Він повинен забезпечити з'єднання листів за рахунок сил тертя між ними. Визначити внутрішній діаметр різьби d_1 , якщо коефіцієнт тертя між листами $f=0,20$. Сила розтягу $F=10$ кН. Допустиме напруження для матеріалу болта $[\sigma]_p=100$ МПа.

Відповідь: $d_1=25,2$ мм.

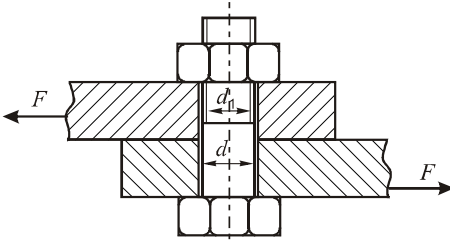


Рис. 1.31

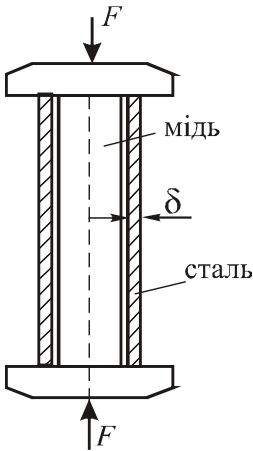


Рис. 1.32

1.43. Мідний стержень з діаметром $d_m=50$ мм (рис. 1.32) вставлений у сталеву трубку, внутрішній діаметр якої $d_{\text{ст}}=60$ мм і товщина стінки $\delta=10$ мм. Система навантажена силами $F=600$ кН. Визначити напруження в мідному стержні та сталевій трубці, якщо їхні модулі пружності дорівнюють: $E_c=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_m=1 \cdot 10^5$ МПа.

Відповідь: $\sigma_c=188,7$ МПа, $\sigma_m=94,3$ МПа.

1.44. Сталевий прямий брус защемлений двома кінцями при температурі $t_1=20^\circ\text{C}$. Визначити напруження в брусі коли: а) температура бруса підвищилась до 80°C ; б) понизилась до -15°C . Для сталі: модуль $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

Відповідь: а) $\sigma=-155$ МПа; б) $\sigma=82,5$ МПа.

1.45. Стержнева система складається з трьох симетрично розташованих стержнів (рис.1.33, а) з однаковими площами поперечних перерізів $A=2$ см², до яких прикріплений жорсткий брус BC. Визначити

напруження в стержнях у двох випадках: а) усі стержні нагріті на величину $\Delta t=40^\circ$; б) на величину $\Delta t=40^\circ$ нагріто тільки центральний стержень. Матеріал стержнів - сталь, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

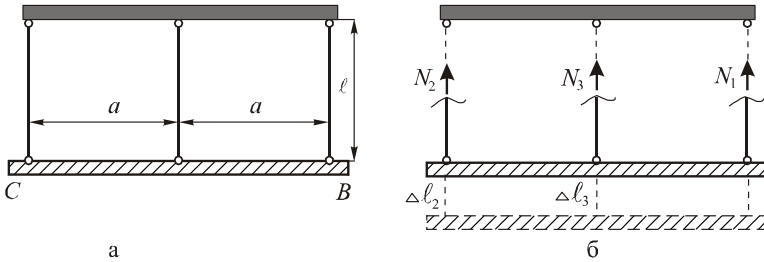


Рис. 1.33

Розв'язок

Унаслідок симетрії системи та навантаження

$$N_1 = N_2.$$

Рівняння рівноваги:

$$2 N_2 + N_3 = 0.$$

При нагріванні стержнів система zdeформується так, як показано на рис. 1.33, б. Рівняння переміщень має вигляд

$$\Delta l_2 = \Delta l_3.$$

Коли стержень не нагрітий, то

$$\Delta l = Nl/EA.$$

Для нагрітого стержня

$$\Delta l = Nl/EA + \alpha \cdot \Delta t \cdot l.$$

Для випадку (а) задачі рівняння переміщень дає результат:

$$N_1 = N_2 = N_3.$$

Тоді з рівняння статки дістаємо

$$N_1 = N_2 = N_3 = 0.$$

Отже, напруження в стержнях у цьому випадку відсутні.

Для випадку (б) задачі маємо:

$$\Delta l_2 = N_2 l/EA, \Delta l_3 = N_3 l/EA + \alpha \cdot \Delta t \cdot l.$$

Після підстановки цих значень у рівняння переміщень отримуємо:

$$N_2 = N_3 + 20.$$

Розв'язавши сумісно рівняння статки та перетворене рівняння переміщень, знаходимо

$$N_1 = N_2 = 6,67 \text{ кН}, N_3 = -13,33 \text{ кН}.$$

Напруження в стержнях системи:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 33,4 \text{ МПа}, \sigma_3 = -66,7 \text{ МПа}.$$

1.46. Визначити напруження в сталевих стержнях системи (рис. 1.34), якщо після монтажу середній стержень системи нагріли на $\Delta t=50^\circ$. Коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

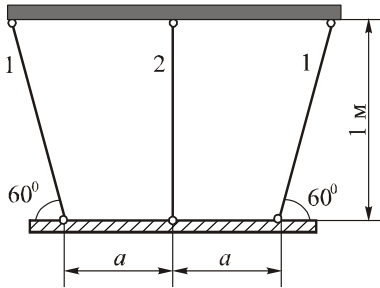


Рис. 1.34

Відповідь: $\sigma_1=40,8$ МПа; $\sigma_2=-70,6$ МПа.

1.47. Визначити напруження в сталевих стержнях системи (рис. 1.34), якщо після монтажу всі стержні системи нагріли на $\Delta t=50^\circ$. Коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha=125 \cdot 10^{-7}$.

Відповідь: $\sigma_1=-13,6$ МПа; $\sigma_2=23,5$ МПа.

Тема 2. Розрахунок на міцність при складних напружених станах Теоретична довідка

Сукупність нормальних ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) і дотичних ($\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$) напружень, що виникають на трьох взаємно перпендикулярних площинках виділеного навколо досліджуваної точки безмежно малого елемента, називають *напруженим станом* у цій точці тіла. Якщо виділений з тіла елемент зорієнтувати в такий спосіб, що по його площинках діятимуть тільки нормальні напруження (дотичні напруження дорівнюватимуть нулеві), то такі площинки називають *головними площинками*, а нормальні напруження – *головними напруженнями*. Головні напруження позначають $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, враховуючи при цьому співвідношення $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Залежно від того, скільки головних напружень відмінні від нуля, відрізняють *об'ємний*, *плоский* і *лінійний* напружений стан. При аналізі плоского (лінійного) напруженого стану виникають два типи задач:

- за відомими головними напруженнями визначити нормальні та дотичні напруження, що виникають на заданій площинці (*пряма задача*);
- за відомими нормальними та дотичними напруженнями, що виникають на двох довільних взаємно перпендикулярних площинках, знайти положення головних площинок і визначити величину головних напружень (*обернена задача*).

У прямій задачі напруження на нахиленій під кутом α до напрямку напруження σ_1 площинці визначають за формулами

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \\ \tau_a &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} .$$

В оберненій задачі положення головної площинки відносно площинки з напруженням σ_x задається кутом α , який знаходять з формули

$$\operatorname{tg} 2\alpha = - \frac{2 \tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} .$$

Величину головних напружень визначають за залежністю

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{yx}^2} .$$

Від дії головних напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ у виділеному з тіла безмежно малому елементі в напрямку цих напружень виникатимуть деформації $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, які визначають з узагальненого закону Гука:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \right\}.$$

Відносна зміна об'єму елемента

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

Розрахунок на міцність при складному напруженому стані виконують за допомогою *теорій (гіпотез) міцності*, серед яких залежно від стану матеріалу можна виділити такі:

а) у випадку крихкого стану матеріалу це *теорія найбільших нормальних напружень (I теорія міцності)* – для розрахунку крихких матеріалів; *теорія найбільших лінійних деформацій (II теорія міцності)* – для розрахунку дуже крихких матеріалів. Умови міцності за цими теоріями:

$$\begin{aligned} \sigma_{екв}^I &= \sigma_1 \leq [\sigma] \\ \sigma_{екв}^{II} &= \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]; \end{aligned}$$

б) у випадку пластичного стану матеріалу це *теорія найбільших дотичних напружень (III теорія міцності)* та *теорія питомої потенціальної енергії зміни форми (IV теорія міцності)* – для розрахунку пластичних матеріалів. Умови міцності за цими теоріями:

$$\begin{aligned} \sigma_{екв}^{III} &= \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma], \\ \sigma_{екв}^{IV} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma]; \end{aligned}$$

в) у випадку матеріалів, що по різному опираються розтягу та стиску, для яких $\sigma_{T,p} \neq \sigma_{T,c}$; $\sigma_{мц,p} \neq \sigma_{мц,c}$ - це *теорія міцності Мора (V теорія міцності)*. Умова міцності за цією теорією має вигляд

$$\sigma_{екв}^V = \sigma_1 - \frac{[\sigma]_p}{[\sigma]_c} \sigma_3 \leq [\sigma]_p.$$

Слід зазначити, що крихкий чи пластичний стани матеріалу визначаються не тільки його властивостями, але і виглядом напруженого стану.

Задачі

2.1. На гранях виділеного з тіла елемента діють головні напруження, що показані на рис. 2.1. Визначити нормальні і дотичні напруження на площинці, нахиленій до горизонтальної осі під кутом $\alpha = 30^\circ$.

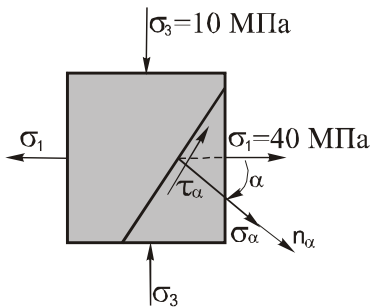


Рис. 2.1

Розв'язок

Враховуючи, що напруження $\sigma_3 = -10$ МПа (стиск) і кут $\alpha = -30^\circ$ (за ходом стрілки годинника) отримуємо:

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha = \\ &= 40 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (-10) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 27,5 \text{ МПа}; \\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha =\end{aligned}$$

$$= \frac{40 - (-10)}{2} \sin 2(-30^\circ) = -21,5 \text{ МПа}.$$

Тобто, на нахиленій площинці виникає напруження розтягу $\sigma_\alpha = 27,5$ МПа і дотичне напруження, що оббігає елемент проти ходу стрілки годинника (знак “-“) $\tau_\alpha = -21,5$ МПа.

2.2. Стержень прямокутного поперечного перерізу розміром 5×10 см розтягнутий силою $F = 400$ кН. Визначити величину нормального та дотичного напружень, що виникають у перерізі, нормаль до якого складає кут $\alpha = 30^\circ$ з віссю стержня (рис. 2.2). Визначити найбільше нормальне та дотичне напруження в стержні.

Відповідь: $\sigma_\alpha = 60$ МПа, $\tau_\alpha = -34,6$ МПа, $\sigma_{\max} = 80$ МПа, $\tau_{\max} = 40$ МПа.

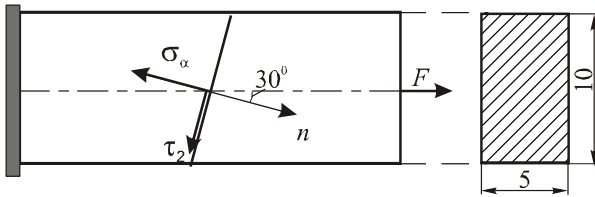


Рис. 2.2

2.3. Стержень круглого перерізу розтягнутий силою $F=200\text{кН}$. Дотичні напруження в стержні не повинні перевищувати 60 МПа. Визначити діаметр стержня.

Відповідь: $d=46\text{ мм}$.

2.4. Коротка бетонна колона з квадратним поперечним перерізом $20\times 20\text{см}$ стиснута силою F . При цьому нормальне напруження на площинці, що нахилена під кутом 60° до осі стержня, дорівнює 5 МПа. Визначити величину сили, що стискає колону.

Відповідь: $F=266,6\text{ кН}$.

2.5. Для елемента, що показаний на рис. 2.3, знайти положення головних площинок і визначити головні напруження.

Розв'язок

Положення головних площинок :

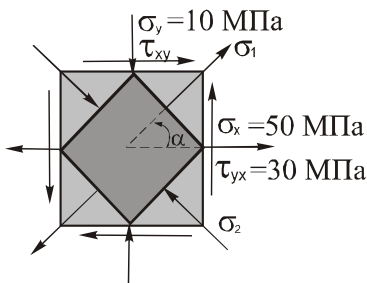


Рис. 2.3

Величина головних напружень:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = -\frac{2(-30)}{50 - (-10)} = 1$$

$2\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 22^\circ 30'$ (проти ходу стрілки годинника). Оскільки $\sigma_x > \sigma_y$, то знайдений кут α це кут між напрямками σ_x і σ_1 .

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2} = \frac{50 + (-10)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{50 - (-10)}{2}\right)^2 + (-30)^2} = 20 \pm 42,3;$$

$\sigma_1 = 20 + 42,3 = 62,3\text{ МПа}$ (розтяг),

$\sigma_2 = 20 - 42,3 = -22,3\text{ МПа}$ (стиск).

Головні напруження і їх напрямки показані на рис. 2.3.

2.6. На виділений з тіла плоский елемент діють напруження (МПа), що вказані на рис. 2.4 а, б, в, г. Визначити величину та напрям дії головних напружень і показати елемент, на який діють ці головні напруження.

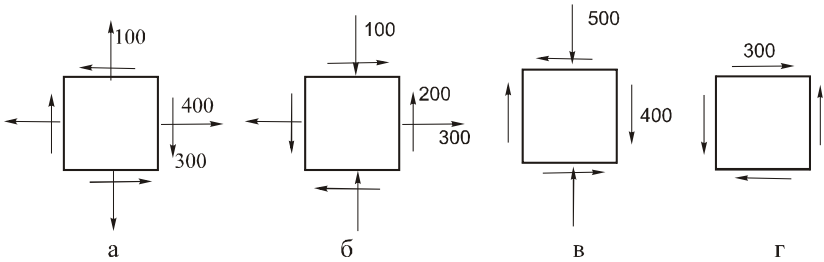


Рис. 2.4

Відповідь: а) $\sigma_1 = 585,4$ МПа; $\sigma_2 = -85,4$ МПа; $\alpha = -31,7^\circ$;

б) $\sigma_1 = 382,0$ МПа; $\sigma_2 = -182,0$ МПа; $\alpha = 22,5^\circ$;

в) $\sigma_1 = 221,7$ МПа; $\sigma_2 = -721,7$ МПа; $\alpha = -29,0^\circ$;

г) $\sigma_1 = 300,0$ МПа; $\sigma_2 = -300,0$ МПа; $\alpha = 45^\circ$.

2.7. На виділений з тіла безмежно малий елемент діють напруження (МПа), що вказані на рис. 2.5 а, б, в, г. Визначити головні напруження.

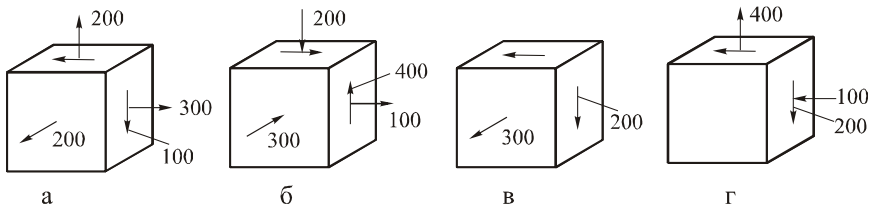


Рис. 2.5

Відповідь: а) $\sigma_1 = 400,0$ МПа; $\sigma_2 = 361,8$ МПа; $\sigma_3 = 138,2$ МПа;

б) $\sigma_1 = 353,0$ МПа; $\sigma_2 = -300,0$ МПа; $\sigma_3 = -453,0$ МПа;

в) $\sigma_1 = 300$ МПа; $\sigma_2 = 200$ МПа; $\sigma_3 = -200$ МПа;

г) $\sigma_1 = 470$ МПа; $\sigma_2 = 0$ МПа; $\sigma_3 = -170$ МПа.

2.8. Визначити відносні деформації ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 виділеного із тіла сталевого кубика (рис. 2.6), що перебуває під дією головних напружень

$\sigma_1=120$ МПа, $\sigma_2=70$ МПа. Модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для сталі: $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,26$.

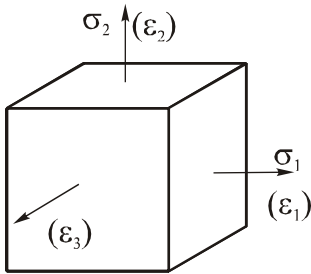


Рис. 2.6

Відповідь: $\varepsilon_1 = 4,85 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2 = 1,85 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_3 = -2,35 \cdot 10^{-4}$.

2.9. Визначити головні напруження σ_1 , σ_2 , що виникають у виділеному із сталевого бруса кубіку (рис. 2.6), якщо відносні деформації в напрямку головних напружень дорівнюють: $\varepsilon_1 = 600 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_2 = 450 \cdot 10^{-6}$. Модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для сталі: $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,26$.

Відповідь: $\sigma_1 = 157,6$ МПа; $\sigma_2 = 134,1$ МПа.

2.10. За заданими величинами головних напружень σ_1 , σ_2 (рис. 2.7) визначити нормальне σ_α та дотичне τ_α напруження на площинці, нормаль до якої n_α нахилена під кутом α до лінії дії напруження σ_1 , при таких числових даних: а) $\sigma_1=100$ МПа, $\sigma_2=40$ МПа, $\alpha=60^\circ$; б) $\sigma_1=50$ МПа, $\sigma_2=-80$ МПа, $\alpha=-30^\circ$; в) $\sigma_1=80$ МПа, $\sigma_2=-80$ МПа, $\alpha=45^\circ$; г) $\sigma_1=200$ МПа, $\sigma_2=-200$ МПа, α -довільний; д) $\sigma_1=-30$ МПа, $\sigma_2=-90$ МПа, $\alpha=-45^\circ$.

Відповідь: а) $\sigma_\alpha = 55$ МПа,

$\tau_\alpha = 26$ МПа;

б) $\sigma_\alpha = 17,5$

МПа, $\tau_\alpha = -56,3$ МПа;

в) $\sigma_\alpha = 0$ МПа,

$\tau_\alpha = 80$ МПа;

г) $\sigma_\alpha = 200$ МПа,

$\tau_\alpha = 0$ МПа;

д) $\sigma_\alpha = -60$ МПа,

$\tau_\alpha = -30$ МПа.

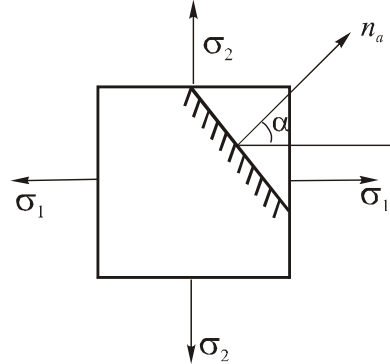


Рис. 2.7

2.11. Сталевий паралелепіпед перебуває під дією трьох взаємно перпендикулярних нормальних напружень: 300 МПа, -400 МПа, 100 МПа. Визначити відносні деформації в напрямках напружень і відносну зміну об'єму паралелепіпеда. Обчислити розрахункові напруження за III і IV теоріями міцності та оцінити міцність, якщо $[\sigma] = 600$ МПа.

Відповідь: $\varepsilon_1=10,5 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2=6,5 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_3=-26 \cdot 10^{-4}$; $\theta=9 \cdot 10^{-4}$;
 $\sigma_p^{III}=700 \text{ МПа} > 600 \text{ МПа}$ (міцність не забезпечена), $\sigma_p^{IV}=624,5 \text{ МПа} > 600$
 МПа (міцність не забезпечена).

2.12. Визначити найбільшу відносну деформацію елементарного сталевго кубика (рис. 2.8) при таких значеннях головних напружень (МПа): а) 15, 30, 45; б) 15, 30, -45; в) 15, -30, 45; г) -15, 30, 45. Модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона для сталі: $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\mu=0,25$.

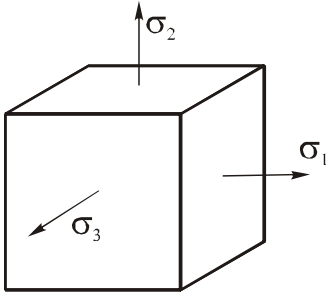


Рис. 2.8

Відповідь: а) $22,5 \cdot 10^{-5}$; б) 0; в) $7,5 \cdot 10^{-5}$; г) $15 \cdot 10^{-5}$.

2.13. У товстій плиті (рис. 2.9) зроблено гніздо кубічної форми в 1 см^3 . У це гніздо вставлений кубик, який

навантажений після цього стискувальною силою $F=30 \text{ кН}$. Вважаючи плиту жорсткою, визначити головні напруження в кубіку та перевірити його міцність за ІУ теорією, якщо допустиме напруження $[\sigma]=200 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

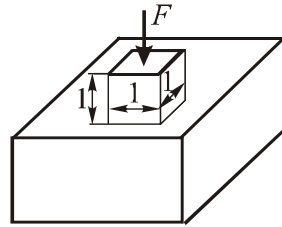


Рис. 2.9

Розв'язок

Визначаємо нормальні напруження на верхній та нижній горизонтальних площинках

$$\sigma' = -\frac{F}{A} = -\frac{30 \text{ кН}}{1 \cdot 1 \text{ см}^2} = -300 \text{ МПа}.$$

Напруження на бокових площинках унаслідок симетрії будуть однаковими, тобто

$$\sigma'' = \sigma'''.$$

Відносні деформації в напрямку цих напружень будуть однаковими та дорівнюють нулеві, оскільки плиту вважають абсолютно жорсткою. З узагальненого закону Гука дістаємо

$$\varepsilon'' = \varepsilon''' = \frac{1}{E} [\sigma'' - \mu(\sigma' + \sigma''')] = 0,$$

звідси знаходимо

$$0,7 \cdot \sigma'' = -0,3 \cdot \sigma' = -0,3 \cdot 300 = -90 \text{ МПа} ,$$

$$\sigma'' = -\frac{90}{0,7} = -129 \text{ МПа} .$$

Враховуючи правило позначення головних напружень $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, дістаємо

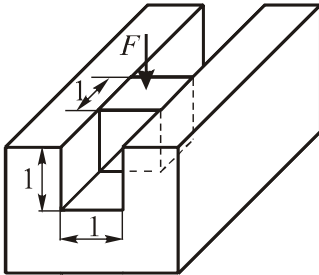
$$\sigma_1 = -129 \text{ МПа}; \sigma_2 = -129 \text{ МПа}; \sigma_3 = -300 \text{ МПа}.$$

Розрахункове (еквівалентне) напруження за ІУ теорією та умова міцності мають вигляд

$$\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma].$$

Підставивши в умову числові значення, дістаємо: 171 МПа < 200 МПа. Умова міцності виконується.

2.14. У товстій жорсткій плиті (рис. 2.10) зроблено поздовжній паз шириною і глибиною по 1 см, куди вставлено алюмінієвий кубик $1 \times 1 \times 1$ см. Кубик стиснуто силою $F=6$ кН. Визначити головні напруження та перевірити міцність кубика за Ш теорією міцності, якщо $\mu = 0,33$.



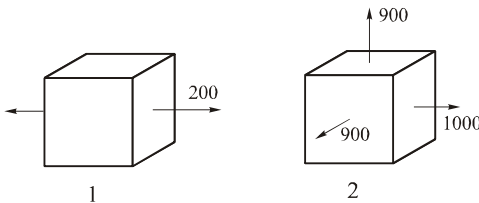
Допустиме напруження для алюмінію $[\sigma] = 60$ МПа.

Відповідь: $\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = -20$ МПа;

$\sigma_3 = -60$ МПа; $\sigma_p^{III} = 60$ МПа. Міцність забезпечена.

Рис. 2.10

2.15. З двох різних деталей, виготовлених зі сталі Ст3, виділені елементи, на гранях яких виникають напруження, що показані на рис. 2.11. Встановити, який з виділених елементів міцніший, визначивши

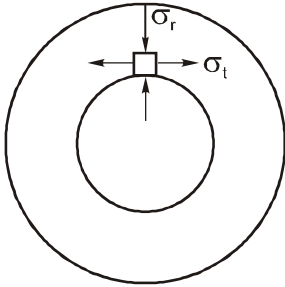


розрахункові напруження за відповідною теорією міцності. Перевірити міцність цього елемента, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Рис. 2.11

Відповідь: для елемента 1 - $\sigma_p^{III} = 200 \text{ МПа} > 160 \text{ МПа}$, умова міцності не виконується. Для елемента 2 - $\sigma_p^{III} = 100 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$, умова міцності виконується.

2.16. Підчас вистрілу в небезпечній точці ствола гармати (рис. 2.12) виникають напруження $\sigma_r = -300 \text{ МПа}$, $\sigma_t = 600 \text{ МПа}$ і напруження $\sigma_z = 400 \text{ МПа}$, що перпендикулярне до площини рисунка. Визначити найбільше дотичне напруження та розрахункове напруження за III теорією міцності.



Оцінити міцність ствола, якщо $[\sigma] = 1000 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\tau_{\max} = 450 \text{ МПа}$; $\sigma_p^{III} = 900 \text{ МПа} < 1000 \text{ МПа}$, умова міцності виконується.

2.17. Визначити розрахункові напруження за III і IV теоріями міцності (при $\mu = 0,30$) для таких значень головних напружень (МПа):

Рис. 2.12

а) 120, 100, 80; б) -120, -80, 100; в) -100, -80, -80; г) 100, 150, -40.

Відповідь: а) $\sigma_p^{III} = 40 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 34,6 \text{ МПа}$;

б) $\sigma_p^{III} = 220 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 203 \text{ МПа}$;

в) $\sigma_p^{III} = 20 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 20 \text{ МПа}$;

г) $\sigma_p^{III} = 190 \text{ МПа}$, $\sigma_p^{IV} = 170,6 \text{ МПа}$.

Тема 3. Геометричні характеристики поперечних перерізів стержнів

Теоретична довідка

Геометричними характеристиками перерізу є: *площа, статичні моменти, моменти інерції*.

Якщо відома площа A перерізу та координати центра ваги перерізу відносно вибраних осей $y, z - y_c, z_c$, то *статичні моменти* відносно цих осей дорівнюють

$$S_y = z_c \cdot A; \quad S_z = y_c \cdot A.$$

Формули для визначення положення центра ваги перерізу в координатній системі Oyz

$$z_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_z}{A}.$$

Положення центра ваги складного перерізу, який можна розкласти на такі прості частини, для кожної з яких відома площа та положення центра, визначають за формулами:

$$z_c = \frac{\sum_i S_y^{(i)}}{\sum_i F_i}; \quad y_c = \frac{\sum_i S_z^{(i)}}{\sum_i F_i}.$$

Моменти інерції бувають: *осьові* (відносно осей y, z), *відцентровий*, *полярний*. Полярний і осьові моменти зв'язані залежністю

$$I_p = I_z + I_y.$$

При переході від *центральної осей* y_c, z_c (осей, що проходять через центр перерізу) до довільних осей y, z , які паралельні до центральних, використовують *формули паралельного переносу*

$$\left. \begin{aligned} I_z &= I_{z_c} + a^2 A \\ I_y &= I_{y_c} + b^2 A \\ I_{yz} &= I_{y_c z_c} + abA \end{aligned} \right\},$$

де a, b – координати центра перерізу відносно осей y, z .

Головними центральними осями перерізу називають такі центральні осі, відносно яких відцентровий момент інерції I_{yz} дорівнює нулеві.

Якщо переріз має безліч осей симетрії (круг, кільце), то будь-які центральні осі є головними центральними. Якщо переріз має дві осі симетрії (прямокутник, двотавр), то ці осі симетрії є головними центральними осями. Якщо переріз має одну вісь симетрії (рівнобедрений

трикутник, швелер), то ця вісь симетрії та перпендикулярна до неї вісь, що проходить через центр перерізу, є головними центральними осями. Якщо переріз не має жодної осі симетрії, то положення головних центральних осей відносно довільних центральних осей z_c, y_c задається кутом α , який знаходять зі співвідношення

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{y_c z_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}}.$$

Додатній кут α відкладають проти ходу стрілки годинника.

Головними моментами інерції перерізу називають осьові моменти інерції, визначені відносно його головних центральних осей. Серед інших осьових моментів інерції відносно довільних центральних осей перерізу головні моменти інерції набувають екстремального (*max*, *min*) значення. Ці головні моменти визначають з виразу

$$\left. \begin{array}{l} I_{\max} \\ I_{\min} \end{array} \right\} = \frac{I_{z_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{z_c} - I_{y_c}}{2}\right)^2 + I_{y_c z_c}^2}.$$

Моменти інерції деяких простих перерізів відносно головних центральних осей:

а) круг з радіусом d : $I_z = I_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4$;

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4;$$

б) кільце з внутрішнім діаметром d і зовнішнім D ($D/d = \alpha$):

$$I_z = I_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4) \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4); \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \alpha^4) \approx 0,1D^4(1 - \alpha^4);$$

в) прямокутник з розмірами $b \times h$ (сторона b паралельна до осі z):

$$I_z = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{hb^3}{12}; \quad I_p = I_z + I_y;$$

г) квадратний переріз зі стороною a :

$$I_z = I_y = \frac{a^4}{12}; \quad I_p = 2I_z = \frac{a^4}{6};$$

д) переріз у вигляді рівнобедреного трикутника (сторона b паралельна до осі z):

$$I_z = \frac{bh_3}{36}; \quad I_y = \frac{hb^3}{48};$$

е) перерізи прокатних профілів – двотавр, швелер, рівносторонній та нерівносторонній кутники: розміри перерізів профілів і всі геометричні характеристики наведені в таблицях сортаменту залежно від номера профілю.

Осьові (W_z , W_y) та полярний (W_p) моменти опору перерізу визначають за формулами

$$W_z = \frac{I_z}{y_{\max}} ; W_y = \frac{I_y}{z_{\max}} ; W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}} .$$

Задачі

3.1. Визначити статичні моменти відносно осей y , z перерізів, які показані на рис. 3.1.

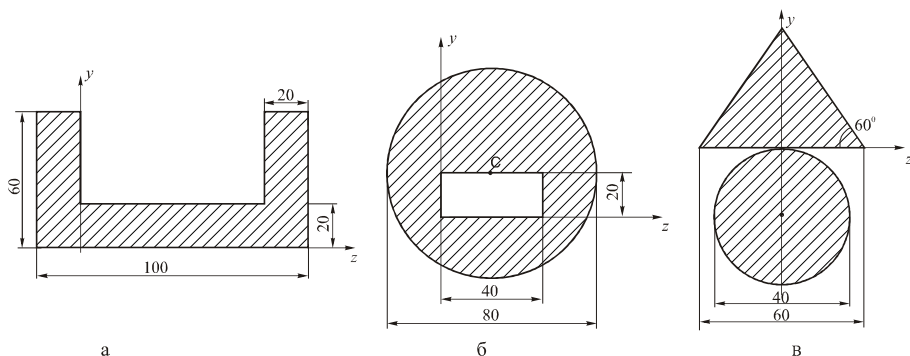


Рис. 3.1

Розв'язок

Розв'язок наведемо для схеми б. Розкладаємо складний переріз на дві прості частини: круг діаметром 80 мм і вирізаний прямокутник з розмірами 40×20 мм. Статичні моменти відносно осей визначаємо за формулами $S_z = \sum_i A_i \cdot y_i$, $S_y = \sum_i A_i \cdot z_i$, де A_i , y_i , z_i – площі та координати центрів цих площ відносно вибраних осей y , z . Для даного перерізу

$$S_z = \frac{3,14 \cdot 80^2}{4} \cdot 20 - 40 \cdot 20 \cdot 10 = 100480 - 8000 = 92480 \text{ мм}^3,$$

$$S_y = \frac{3,14 \cdot 80^2}{4} \cdot 20 - 40 \cdot 20 \cdot 20 = 100480 - 16000 = 84480 \text{ мм}^3.$$

Відповідь: а) $S_z = 84000 \text{ см}^3$, $S_y = 84000 \text{ мм}^3$; в) $S_z = 1870 \text{ см}^3$, $S_y = 0 \text{ мм}^3$.

3.2. Визначити момент інерції прямокутника зі сторонами 120×200 мм (рис. 3.2) відносно осей y_1, z_1 і відцентровий момент інерції відносно цих осей.

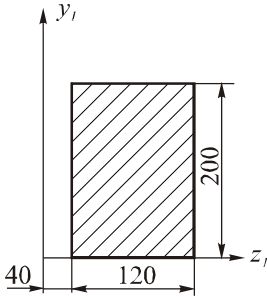


Рис. 3.2

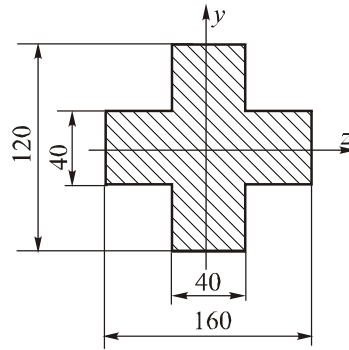


Рис. 3.3

Відповідь: $I_{z_1} = 2,24 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$, $I_{y_1} = 1,152 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$,

$$I_{y_1 z_1} = 1,44 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

3.3. Обчислити головні моменти інерції та осьові моменти опору симетричного перерізу, який показаний на рис. 3.3.

Відповідь: $I_z = 640 \text{ см}^4$, $I_y = 2048 \text{ см}^4$, $W_z = 106,67 \text{ см}^3$, $W_y = 256 \text{ см}^3$.

3.4. Визначити моменти інерції та моменти опору перерізів, що показані на рис. 3.4, а, б, в, г відносно осей y, z .

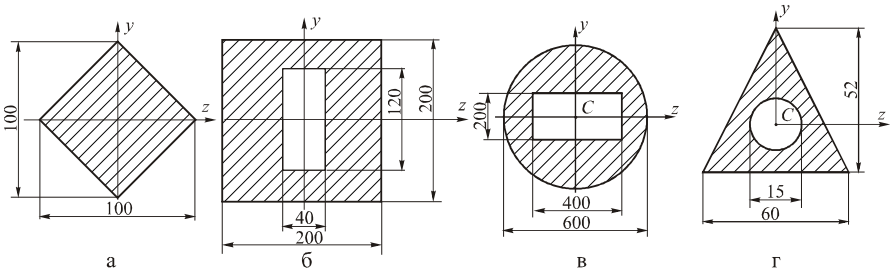


Рис. 3.4

Відповідь: переріз (а): $I_z = I_y = 65104 \text{ мм}^4$, $W_z = W_y = 2604 \text{ мм}^3$;
 переріз (б): $I_z = 1,275 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$, $I_y = 1,327 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$,
 $W_z = 1,275 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$, $W_y = 1,327 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$;
 переріз (в): $I_z = 62,14 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$, $I_y = 54,13 \cdot 10^8 \text{ мм}^4$,
 $W_z = 20,71 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$, $W_y = 18,04 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$;
 переріз (г): $I_z = 231815 \text{ мм}^4$, $I_y = 231469 \text{ мм}^4$, $W_z = 6681 \text{ мм}^3$,
 $W_y = 7716 \text{ мм}^3$.

3.5. Визначити головні моменти інерції та моменти опору перерізів, складених з прокатних профілів (рис. 3.5, а, б, в).

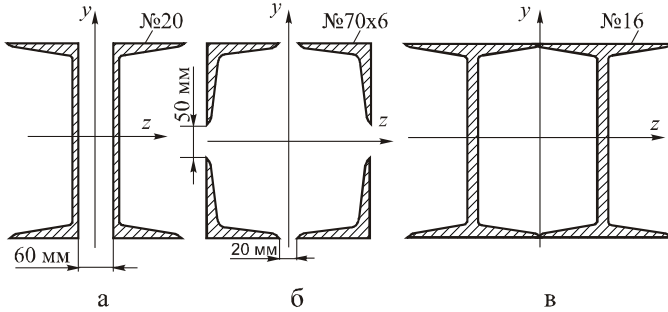


Рис. 3.5

Відповідь: переріз (а): $I_z=3040 \text{ см}^4$, $I_y=1428 \text{ см}^4$, $W_z=304 \text{ см}^3$, $W_y=134,7 \text{ см}^3$;

переріз (б): $I_z=2014 \text{ см}^4$, $I_y=1348 \text{ см}^4$, $W_z=212 \text{ см}^3$, $W_y=168,4 \text{ см}^3$;

переріз (в): $I_z=1746 \text{ см}^4$, $I_y=780 \text{ см}^4$, $W_z=218,3 \text{ см}^3$, $W_y=96,3 \text{ см}^3$.

3.6. Визначити положення центра ваги та величину головних моментів інерції перерізів (рис. 3.6 а, б, в, г), розміри яких задані в мм.

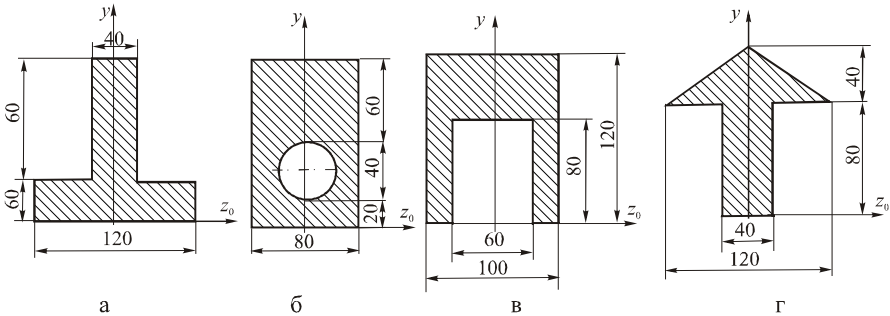


Рис. 3.6

Відповідь: переріз (а): $y_c=3,67 \text{ см}$, $I_z=535,84 \text{ см}^4$, $I_y=608 \text{ см}^4$,

переріз (б): $y_c=6,30 \text{ см}$, $I_z=1081,6 \text{ см}^4$, $I_y=499,4 \text{ см}^4$,

переріз (в): $y_c=7,33 \text{ см}$, $I_z=864 \text{ см}^4$, $I_y=856 \text{ см}^4$,

переріз (г): $y_c=6,28 \text{ см}$, $I_z=581,61 \text{ см}^4$, $I_y=186,67 \text{ см}^4$.

3.7. Визначити положення центра ваги, показати головні центральні осі та знайти величини головних моментів інерції перерізів, які показані на рис. 3.7 а,б,в,г.

Відповідь: переріз (а): $y_c=3,38 \text{ см}$, $I_z=4252 \text{ см}^4$, $I_y=3015 \text{ см}^4$,

переріз (б): $y_c=5,60$ см, $I_z=732,4\text{см}^4$, $I_y=593,9\text{см}^4$,
 переріз (в): $y_c=4,80$ см, $I_z=1313\text{см}^4$, $I_y=1621\text{см}^4$,
 переріз (г): $y_c=3,28$ см, $I_z=387,0\text{см}^4$, $I_y=551,0\text{см}^4$.

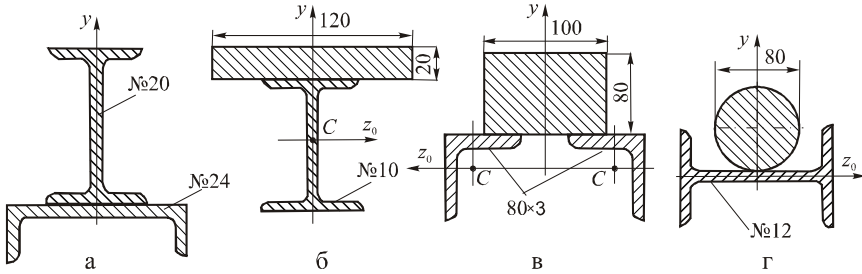


Рис. 3.7

3.8. Визначити положення головних центральних осей і обчислити головні моменти інерції перерізу, що зображений на рис. 3.8, а.

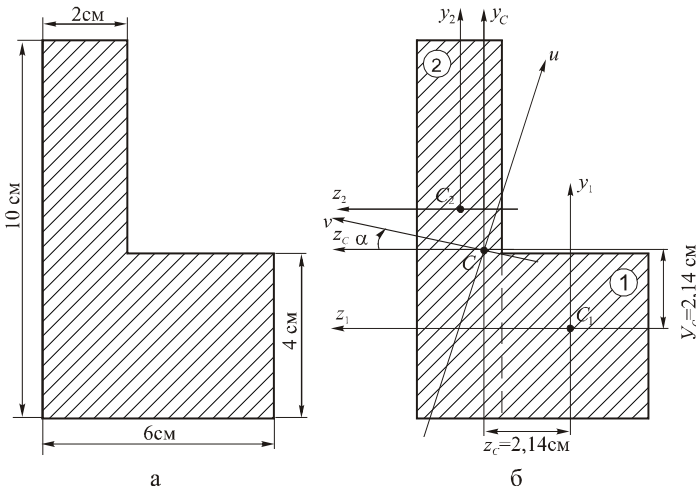


Рис. 3.8

Розв'язок

Розкладаємо складний переріз на дві прості частини (рис. 3.8, б): прямокутники (1) і (2). Проводимо для них головні центральні осі y_1, z_1 та y_2, z_2 . Визначаємо положення центра перерізу відносно осей y_1, z_1 :

$$y_c = \frac{\sum S_{z_1}}{\sum A} = \frac{0 + 2 \cdot 10 \cdot 3}{4 \cdot 4 + 2 \cdot 10} = \frac{60}{28} = 2,14 \text{ см};$$

$$z_c = \frac{\sum S_{y_1}}{\sum A} = \frac{0 + 2 \cdot 10 \cdot 3}{28} = 2,14 \text{ см.}$$

Відкладаємо отримані координати і наносимо центр C перерізу. Проводимо через центр центральні осі y_c, z_c . Визначаємо моменти інерції відносно цих осей

$$I_{z_c} = I_{z_1} + a_1^2 A_1 + I_{z_2} + a_2^2 A_2 = \frac{4^4}{12} 2,14^2 \cdot 16 + \frac{2 \cdot 10^3}{12} + 0,86^2 \cdot 20 = 276 \text{ см}^4,$$

$$I_{y_c} = I_{y_1} + b_1^2 A_1 + I_{y_2} + b_2^2 A_2 = \frac{4^4}{12} 2,14^2 \cdot 16 + \frac{10 \cdot 2^3}{12} + 0,86^2 \cdot 20 = 116 \text{ см}^4,$$

$$I_{y_c z_c} = I_{y_1 z_1} + a_1 b_1 A_1 + I_{y_2 z_2} + a_2 b_2 A_2 = 0 + 2,14^2 \cdot 16 + 0 + 0,86^2 \cdot 20 = 88 \text{ см}^4.$$

Знаходимо задане кутом α положення головних центральних осей u, v . Величину кута обчислюємо за формулою

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{y_c z_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 88}{276 - 116} = -1,1 \rightarrow 2\alpha = -47,72^\circ.$$

Тобто $\alpha = -23,86^\circ$.

Відкладаємо знайдений кут від осі z_c за ходом стрілки годинника (цим враховано знак “-”) і проводимо головні центральні осі u, v . Знаходимо значення головних моментів інерції:

$$I_{u,v} = \frac{I_{z_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{z_c} - I_{y_c}}{2}\right)^2 + I_{y_c z_c}^2} = \frac{276 + 116}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{276 - 116}{2}\right)^2 + 88^2} = 196 \pm 119.$$

Отже $I_u = 315 \text{ см}^4, I_v = 77 \text{ см}^4$.

3.9. Визначити положення центра ваги, провести центральні осі, знайти положення головних центральних осей та обчислити значення головних моментів інерції перерізів, які показані на рис. 3.9 а, б, в.

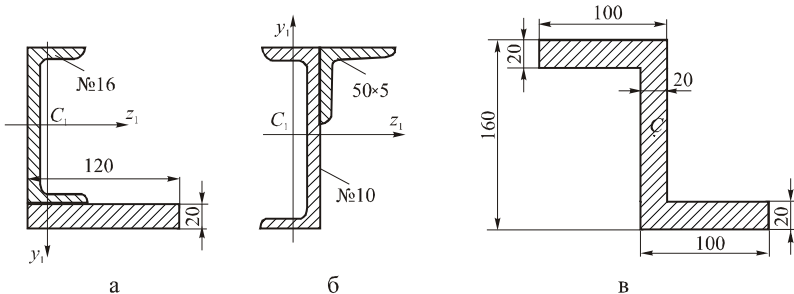
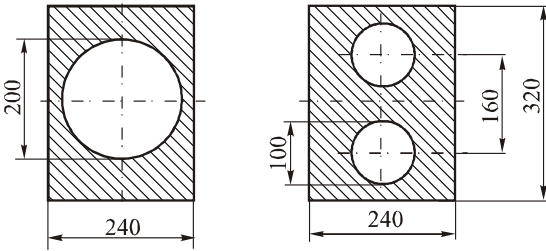


Рис. 3.9

Відповідь: переріз (а): координати центра (відносно головних осей

швелера) $y_C=1,09$ см, $z_C=0,87$ см; $\alpha=-12,86^\circ$; $I_u=237,2$ см⁴, $I_v=49,6$ см⁴;
 переріз (б): координати центра (відносно головних осей швелера) $y_C=3,87$ см, $z_C=1,81$ см; $\alpha = -18,20^\circ$; $I_u=1719,1$ см⁴, $I_v = 405,3$ см⁴;
 переріз (в): переріз симетричний, центр ваги перерізу розміщений на перетині осей симетрії; $\alpha=20,6^\circ$; $I_u=2912$ см⁴, $I_v=331$ см⁴.

3.10. Як зміняться площа та головні моменти інерції перерізу трубчастої балки (рис. 3.10), якщо один отвір діаметром 20 см замінити двома отворами діаметрами 10 мм?



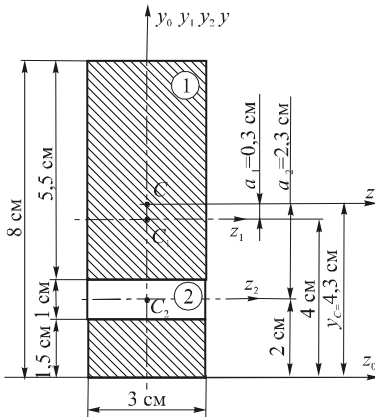
Відповідь: площа зросте в 1,35 рази; момент інерції відносно горизонтальної осі зменшиться і становитиме 0,95 від першого значення; момент інерції відносно вертикальної осі зросте в 1,24 рази.

Рис. 3.10

3.11. Знайти моменти інерції відносно головних центральних осей поперечного перерізу тятиви другого коліна висувної трьохколіної драбини Л-60. Розміри поперечного перерізу тятиви показані на рис. 3.11.

Розв'язок

Заданий складний переріз розділяємо на дві частини: частина 1 – прямокутник з розмірами 8×3 см, з площею $A_1 = 24$ см²; частина 2 – прямокутник з розмірами 1×3 см, з площею $A_2 = 3$ см²;



Положення центра ваги всього перерізу визначаємо відносно осей z_0, y_0 , де y_0 - вісь симетрії перерізу. Центр ваги перерізу лежить на осі симетрії, отже координата $z_C = 0$.

Координату y_C знайдемо за формулою

$$y_C = \frac{\sum S_{z_0}}{\sum A} = \frac{S_{z_0}^{(1)} - S_{z_0}^{(2)}}{A_1 - A_2} = \frac{24 \cdot 4 - 3 \cdot 2}{24 - 3} = \frac{96 - 6}{21} = 4,3 \text{ см.}$$

Рис. 3.11

Знак „ - „, у попередньому виразі прийнятий тому, що в даному випадку складний переріз є різницею частин 1 та 2. Відкладаємо значення $z_C = 0$ і $y_C = 4,3$ см на рисунку, показуємо центр ваги (т. С) і проводимо головні центральні осі z, y .

Головні моменти інерції I_Z, I_Y обчислюємо за формулами паралельного переносу

$$I_Z = I_{Z_1}^{(1)} + a_1^2 A_1 - (I_{Z_2}^{(2)} + a_2^2 A_2);$$

$$I_Y = I_{Y_1}^{(1)} + b_1^2 A_1 - (I_{Y_2}^{(2)} + b_2^2 A_2),$$

де: $a_1 = -0,3$ м; $b_1 = 0$ - координати центра C_1 відносно осей z, y ;

$a_2 = -2,3$ м; $b_2 = 0$ - координати центра C_2 відносно осей z, y .

$$I_{Z_1}^{(1)} = \frac{b_1 h_1^2}{12} = \frac{3 \cdot 8^3}{12} = 128 \text{ см}^4; \quad I_{Z_2}^{(2)} = \frac{b_2 h_2^2}{12} = \frac{3 \cdot 1^3}{12} = 0,25 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y_1}^{(1)} = \frac{h_1 b_1^2}{12} = \frac{8 \cdot 3^3}{12} = 18 \text{ см}^4; \quad I_{Y_2}^{(2)} = \frac{h_2 b_2^2}{12} = \frac{1 \cdot 3^3}{12} = 0,75 \text{ см}^4.$$

Тоді

$$I_Z = 128 + (-0,3)^2 \cdot 24 - 0,25 - (-2,3)^2 \cdot 3 = 114,0 \text{ см}^4,$$

$$I_Y = 18 - 0,75 = 17,25 \text{ см}^4.$$

Тема 4. Зсув. Теоретична довідка

Окремий випадок плоского напруженого стану, при якому на гранях елементарного кубика, виділеного з тіла, виникають лише дотичні напруження, називають *чистим зсувом*. Умова міцності при зсуві має вигляд

$$\tau \leq [\tau].$$

Допустиме напруження $[\tau]$ за ІУ теорією міцності дорівнює

$$[\tau] = 0,6 \cdot [\sigma].$$

Умову міцності при зсуві використовують для розрахунків на міцність елементів конструкцій, що з'єднані між собою заклепками чи зваркою. В таких елементах руйнування відбувається внаслідок *зрізу* заклепок або зварного шва. Умова міцності набирає вигляду

$$\tau_{\max} = \frac{N}{A_{зр}} \leq [\tau]_{зр},$$

де: $A_{зр}$ - сумарна площа зрізу; $[\tau]_{зр}$ - допустиме напруження на зріз. У випадку заклепкового з'єднання площа зрізу дорівнює

$$A_{зр} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot i \cdot z,$$

де i - кількість площин зрізу однієї заклепки; $\frac{\pi \cdot d^2}{4}$ - площа

поперечного перерізу однієї площини зрізу; d - діаметр заклепки; z - кількість заклепок у з'єднанні. Для розрахунку *напусткових швів* зварних з'єднань умова міцності має вигляд

$$\tau = \frac{F}{0,7 \delta l} \leq [\tau]$$

де δ, l - товщина і довжина шва.

Задачі

4.1. Вставлений в захвати розривної машини зразок круглого перерізу розірвався при напруженні $\sigma_{\text{мц}} = 200$ МПа (рис. 4.1). Які напруження зрізу $\tau_{зр}$ виникли в цей момент в головці зразка?

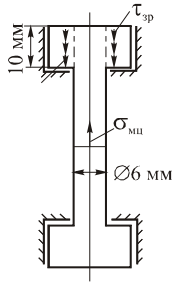


Рис. 4.1

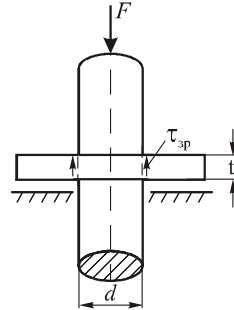


Рис. 4.2

Відповідь: $\tau_{зр}=30$ МПа.

4.2. Напруження стиску в болті діаметром $d=4$ см (рис. 4.2) дорівнює $\sigma_{ст}=200$ МПа. Визначити дотичні напруження зрізу в заплечнику, якщо його товщина $t=1,5$ см.

Відповідь: $\tau=133,3$ МПа.

4.3. Дві шпильки діаметром $d=20$ мм кріплять стіни лист, який навантажений силою $F=100$ кН (рис. 4.3). Визначити дотичні напруження в шпильках.

Відповідь: $\tau=154,3$ МПа.

4.4. Границя міцності на зріз м'якої сталі $\tau_{ми}=200$ МПа. Визначити зусилля F , необхідне для протискування отвору діаметра d в сталевій пластині товщиною t (рис. 4.4), якщо:

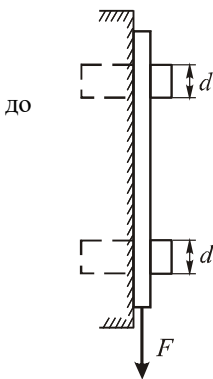


Рис. 4.3

а) $d=20$ мм; $t=10$ мм; б) $d=16$ мм; $t=15$ мм;

в) $d=10$ мм; $t=20$ мм; г) $d=20$ мм; $t=20$ мм.

Відповідь: а) $F=125,6$ кН; б) $F=150,7$ кН; в) $F=125,6$ кН; г) $F=251,2$ кН.

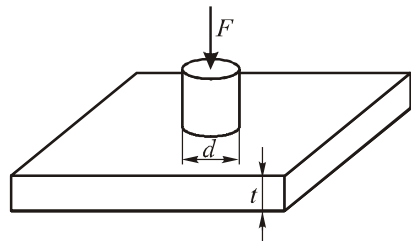


Рис. 4.4

4.5. Визначити необхідну кількість заклепок діаметром $d=20$ мм для напусткового з'єднання двох листів (рис. 4.5). Сила F , що розтягує з'єднання, дорівнює 200 кН. Допустиме напруження матеріалу заклепки на зріз $[\tau]=140$ МПа.

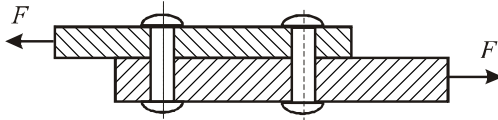


Рис. 4.5

Відповідь: 5 заклепок.

4.6. Лист з поперечним перерізом 12×150 мм має стик (рис. 4.6), перекритий двома накладками товщиною 6 мм. У з'єднанні застосовані заклепки діаметром 20 мм. Сила, що розтягує з'єднання, $F=200$ кН. Визначити напруження зрізу в заклепках і напруження розтягу в небезпечних перерізах листів і накладок.

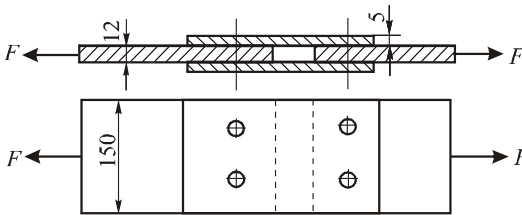


Рис. 4.6

Розв'язок

Напруження зрізу в заклепках

$$\tau = \frac{F}{A_{зр}} = \frac{4F}{\pi \cdot d^2 \cdot i \cdot z} = \frac{4 \cdot 200}{3,14 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2} = 15,9 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 159 \text{ МПа}$$

Напруження розтягу в небезпечному перерізі листа (де є отвори під заклепки)

$$\sigma_p^{\text{листа}} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{200}{15 \cdot 1,2 - 2 \cdot \pi \cdot 1^2} = 17,06 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 170,6 \text{ МПа}$$

Напруження розтягу в небезпечному перерізі накладок (де є отвори під заклепки)

$$\sigma_p^{\text{накл}} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{200}{15 \cdot 1 - 2 \cdot \pi \cdot 1^2} = 22,93 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 229,3 \text{ МПа}.$$

4.7. Визначити величину сили, яку можна прикласти до пуансона (рис. 4.7) і найбільший діаметр отвору, який можна пробити в сталевому листі товщиною 12 мм, якщо допустиме напруження на стиск для матеріалу пуансона $[\sigma] = 1200$ МПа і границя міцності матеріалу листа при зрізі $\tau_{\text{мц}} = 400$ МПа.

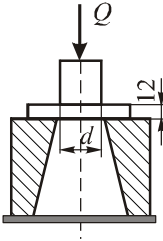


Рис. 4.7

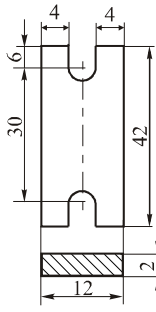


Рис. 4.8

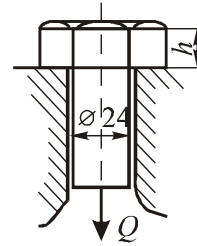


Рис. 4.9

Відповідь: $Q=241$ кН, $d=16$ мм.

4.8. Із сталевого листа товщиною 2 мм штамнують деталь, що показана на рис. 4.8. Визначити силу, потрібну для штампування, якщо границя міцності на зріз матеріалу листа $\tau_{\text{мі}}=200$ МПа.

Відповідь: $Q=54,6$ кН.

4.9. Визначити необхідну висоту h головки болта (рис. 4.9), що розтягується силою $Q=50$ кН, якщо допустиме напруження на зріз матеріалу болта $[\tau]_{\text{зр}}=60$ МПа.

Відповідь: $h=1,1$ см.

4.10. Визначити необхідні розміри h , a , b врубки «прямим зубом» для дерев'яного бруса квадратного поперечного перерізу (рис. 4.10), розтягнутого силами $F=50$ кН. Допустимі напруження дерева: на розтяг - $[\sigma]_{\text{р}}=12$ МПа; на зминання - $[\sigma]_{\text{зм}}=10$ МПа.; на зріз (сколювання) - $[\tau]_{\text{зр}}=2$ МПа.

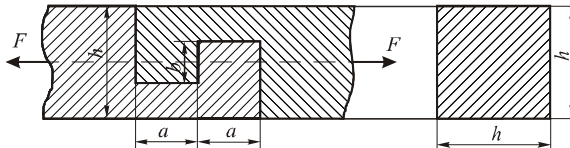


Рис. 4.10

Розв'язок

Для нормальної роботи з'єднання повинні виконуватись умови міцності:

$$1) \text{ на зминання: } \sigma_{зм} = \frac{F}{A_{зм}} = \frac{F}{b \cdot h} \leq [\sigma]_{зм}, \text{ звідси знаходимо:}$$

$$b \cdot h = 50;$$

$$2) \text{ на зріз: } \tau_{зр} = \frac{F}{a \cdot h} \leq [\tau]_{зр}, \text{ звідси дістаємо: } a \cdot h = 250;$$

$$3) \text{ на розтяг } \sigma_{\max} = \frac{F}{A_{\min}} = \frac{F \cdot 2}{h(h-b)} \leq [\sigma]_p, \text{ звідси: } h(h-b) = 83,3.$$

Розв'язавши систему отриманих рівнянь, знаходимо необхідні розміри: $b=4,5$ см, $h=11,5$ см, $a=21,8$ см.

4.11. Сталевий кубик з розмірами сторін $a=20$ см перебуває в умовах чистого зсуву (рис. 4.11) з дотичними напруженнями $\tau=80$ МПа. Визначити величину абсолютної деформації зсуву Δs і кут зсуву γ , якщо модуль Юнга для матеріалу кубика $E=2 \cdot 10^5$ МПа, а коефіцієнт Пуассона $\mu=0,30$.

Відповідь: $\Delta s=2,08 \cdot 10^{-2}$ см, $\gamma=1,04 \cdot 10^{-3}$.

4.12. Кришка котла закріплена до стінок заклепками, як показано на рис. 4.12. Внутрішній діаметр котла $D=1200$ мм. Тиск в котлі $p=2$ МПа.

Діаметр

р

заклепо

к $d=20$

мм. Допустиме напруження

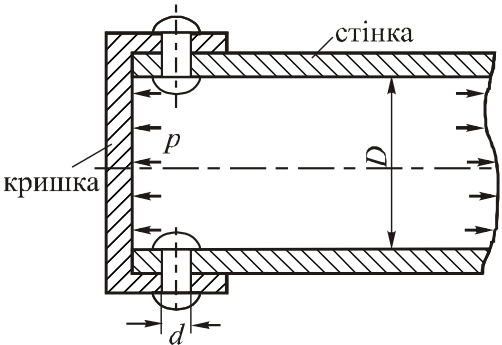
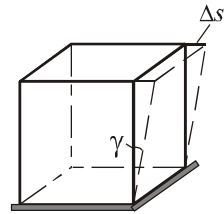


Рис. 4.11

матеріалу заклепок на зріз $[\tau]_{зр}=80$ МПа. Визначити

сумарну кількість заклепок, яка потрібна для закріплення двох днищ.

Рис. 4.12

Відповідь: $z=2 \cdot 90=180$ заклепок.

4.13. Визначити необхідну довжину l флангових швів для напусткового з'єднання двох листів різної товщини (рис. 4.13). З'єднання розтягується силою $F=150$ кН. Товщина вузького листа 10 мм, а

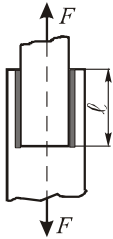


Рис. 4.13

широкого – 8 мм. Допустиме напруження зварки на зріз $[\tau] = 110$ МПа.

Відповідь: $l_{\text{розр}} = 9,75$ см; $l = 9,75 + 2 \cdot 0,5 = 10,75$ см.

4.14. Два листи з розмірами $b \times \delta = 200 \times 8$ мм приварені подвійним лобовим швом (рис. 4.14). Яке найбільше навантаження F можна прикласти до листів, якщо допустиме напруження для листів $[\sigma] = 160$ МПа, а для зварного шва $[\tau]_{\text{зр}} = 110$ МПа.

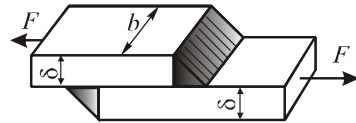


Рис. 4.14

Відповідь: $F = 246,4$ кН.

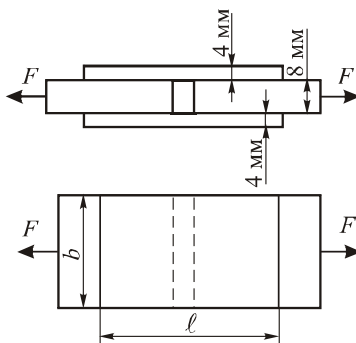


Рис. 4.15

4.15. Дві текстолітові пластинки з'єднані між собою за допомогою двох накладок, що приклеєні до пластинок так, як показано на рис. 4.15. Система навантажена силами розтягу $F = 30$ кН. Визначити необхідну ширину b і довжину l накладок, якщо допустиме напруження текстоліту на розтяг $[\sigma]_{\text{р}} = 25$ МПа, а допустиме напруження клейового шва на зріз $[\tau]_{\text{зр}} = 4$ МПа.

Відповідь: $b = 150$ мм, $l = 50$ мм.

4.16. Дві сталеві труби з діаметрами $D = 80$ мм і $d = 70$ мм з'єднані встик за допомогою сталеві втулки, яка приклеєна до труб клеєм (рис. 4.16). Виходячи з умови однакової міцності з'єднання, визначити внутрішній діаметр втулки $d_{\text{в}}$ і довжину втулки l . Допустиме напруження сталі на розтяг $[\sigma]_{\text{р}} = 160$ МПа; допустиме напруження клеєного з'єднання на зріз $[\tau]_{\text{зр}} = 6$ МПа.

Відповідь: $d_{\text{в}} = 58,3$ мм,
 $l = 286$ мм.

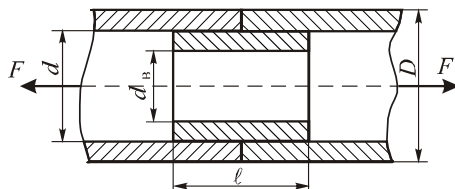


Рис. 4.16

Тема 5. Заклепкові з'єднання. Теоретична довідка

З'єднання, здійснене заклепками, належить до *нероз'ємних* з'єднань. Окрім деформації зсуву в таких з'єднаннях виникають деформації розтягу (стиску) та змінання бокових поверхонь деталей.

Заклепкові з'єднання застосовують у випадках, коли: зварювання і склеювання неефективне; деталі виготовлені із різнорідних матеріалів, кольорових металів чи сплавів; нагрів деталей недопустимий; конструкції унікальні чи особливо відповідальні (ферми залізничних мостів); у випадку великих ударних і вібраційних навантажень (авіація).

Заклепка – металевий стержень циліндричної форми з головкою на кінці. *Матеріали виготовлення* заклепок: сталі Ст1, Ст2, Ст3, 10, 15, мідні та алюмінієві сплави. Всі заклепки стандартизовані.

За призначенням заклепкові шви класифікують на *міцні*, що забезпечують міцність з'єднання, та *щільні*, що забезпечують міцність та герметичність з'єднання.

Заклепки розраховують тільки на зріз і змінання, а з'єднувані деталі – тільки на розтяг (стиск) за ослабленим отворами перерізом і на змінання стінок отворів. При розрахунку заклепкових швів приймають такі припущення: навантаження рівномірно розподілене між всіма заклепками; концентрацію напружень біля отворів не враховують; тиск між боковою поверхнею заклепки та стінкою отвору вважають розподіленим рівномірно; напруження зрізу приймають розподіленими рівномірно по поперечному перерізу заклепки.

Розрахунки виконують за діаметром отвору під заклепку d_0 , що незначно більший від діаметра заклепки d . Стандартні значення d і d_0 наведено в табл. 5.1. Діаметр заклепок рекомендовано вибирати так

$$d \approx (1,8 \dots 2,2) \delta_{\min},$$

де δ_{\min} - мінімальна товщина з'єднуваних деталей.

Умови міцності:

- на зріз заклепок

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{z \cdot A_{зр}} \leq [\tau]_{зр},$$

де Q - сила, що розтягує шов; z - кількість заклепок; $A_{зр}$ - площа зрізу однієї заклепки; $A_{зр} = \frac{i \cdot \pi \cdot d_0^2}{4}$; i - число площин зрізу заклепки; d_0 - діаметр отвору під заклепку; $[\tau]_{зр}$ - допустиме напруження матеріалу заклепки на зріз;

Таблиця 5.1

Рекомендовані діаметри отворів під заклепки (мм)

Номінальний діаметр заклепки d	Діаметри отворів (свердлені)		Номінальний діаметр заклепки d	Діаметри отворів (свердлені)			
	Точне складання			Грубе складання	Точне складання		Грубе складання
	1-е	2-е			1-е	2-е	
6,0	6,2	6,5	6,8	19,0	20	21	21
7,0	7,2	7,5	7,8	22,0	23	23	24
8,0	8,2	8,5	8,8	25,0	26	26	27
10,0	10,5	11,0	11,0	28,0	29	29	30
13,0	13,5	13,5	14,0	30,0	31	31	32
13,5	14,0	14,0	14,5	31,0	32	32	33
16,0	16,5	16,5	17,0	34,0	35	35	36
16,5	17,0	17,0	17,5	37,0	38	38	39

- на змінання бокової поверхні заклепок і стінок отворів у з'єднаних деталях

$$\sigma_{зм} = \frac{Q}{z \cdot A_{зм}} \leq [\sigma]_{зм},$$

де $A_{зм}$ - площа змінання заклепки чи листа, яка дорівнює проєкції бічної поверхні циліндра заклепки на осьовий переріз;

$A_{зм} = d_0 \cdot \Sigma \delta_{\min}$; $\Sigma \delta_{\min}$ - сумарна мінімальна товщина з'єднаних

деталей, які зміщуються в одному напрямі; $[\sigma]_{зм}$ - допустиме

напруження змінання матеріалу заклепки чи листа;

- на розтяг (стиск) листа

$$\sigma_p = \frac{Q}{A_{\text{нетто}}} \leq [\sigma]_p,$$

де $A_{\text{нетто}}$ - розрахункова площа в небезпечному перерізі листа;
 $A_{\text{нетто}} = (b - d_0 \cdot m) \cdot \delta_{\text{мін}}$; m - число отворів в небезпечному перерізі листа; b - ширина листа.

Допустимі напруження на зріз $[\tau]_{\text{зр}}$ та зминання $[\sigma]_{\text{зм}}$ для заклепок міцних швів сталевих конструкцій наведені в табл. 5.2, допустимі напруження для з'єднаних деталей конструкцій наведені в табл. 5.3.

Таблиця 5.2

Допустимі напруження на зріз та зминання для заклепок міцних швів сталевих конструкцій з низьковуглецевих сталей (МПа)

Напруження	Обробка отвору	Матеріал заклепок - сталь		Напруження	Обробка отвору	Матеріал заклепок - сталь	
		Ст0 і Ст2	Ст3			Ст0 і Ст2	Ст3
$[\tau]_{\text{зр}}$	свердлений	140	140	$[\sigma]_{\text{зм}}$	свердлений	280	320
	продавлений	100	100		продавлений	240	280

Таблиця 5.3

Допустимі напруження для з'єднаних деталей конструкцій (МПа)

Напруження	Матеріал конструкції - сталь	
	Ст0 і Ст2	Ст3
Розтяг $[\sigma]_{\text{р}}$, стиск $[\sigma]_{\text{с}}$, згин $[\sigma]_{\text{зг}}$	140	160
Зріз $[\tau]_{\text{зр}}$	90	100
Зминання $[\sigma]_{\text{зм}}$	210	240

У випадку можливої появи випадкових додаткових навантажень значення допустимих напружень зменшують на 20 %.

Для заклепок зі сплавів кольорових металів марок Л62, М3, АД1, Д18П тощо допустимі напруження можна приймати за співвідношеннями

$$[\sigma]_{\text{р}} = (0,4 \dots 0,5) \sigma_{\text{Т}}$$

$$[\tau]_{\text{зр}} = (0,25 \dots 0,3) \sigma_{\text{Т}}$$

$$[\sigma]_{\text{зм}} = (1,5 \dots 2,0) \sigma_{\text{Т}}$$

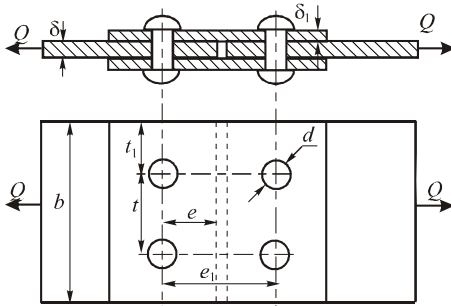


Рис. 5.1

Значення основних параметрів заклепкового з'єднання (рис. 5.1), які забезпечують рівномірність з'єднання, такі: $t \approx (3...6)d$ - крок заклепкового шва; $e \approx (1,5...2)d$ - віддаль від осі заклепки до краю листа; $e_1 \approx (3...6)d$ - віддаль між рядами заклепок; товщина накладок $\delta_1 = 1,25\delta$ (однозрізні заклепки – одна накладка), $\delta_1 = (0,6...0,7)\delta$ (двозрізні заклепки – дві накладки); δ - товщина основного матеріалу.

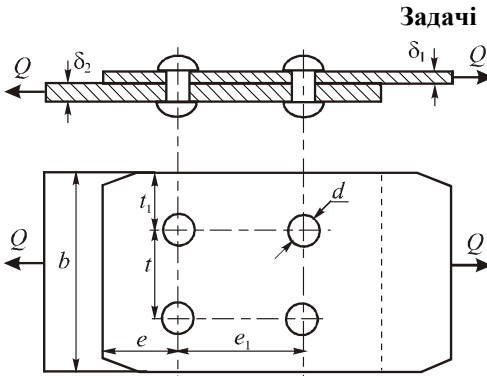


Рис.5.2

5.1. Розрахувати та сконструювати напусткове заклепкове з'єднання двох листів зі сталі Ст3 (рис. 5.2) при таких вихідних даних: ширина листів $b = 350$ мм, товщина листів $\delta_1 = 12$ мм, $\delta_2 = 15$ мм, сила розтягу $Q = 250$ кН.

Розв'язок

Діаметр заклепок приймаємо з умови $d \approx (1,8...2,2)\delta_{\min}$, де $\delta_{\min} = \delta_1 = 12$ мм. Тоді $d = (21,6...26,4)$ мм. За табл. 5.1 приймаємо $d = 25$ мм і $d_0 = 26$ мм (при точному складанні). Допустимі напруження вибираємо за табл. 5.3: для з'єднуваних деталей зі сталі Ст3 $[\sigma]_p = 160$ МПа; за табл. 5.2 для свердлених отворів $[\sigma]_{зм} = 320$ МПа, $[\tau]_{зр} = 140$ МПа.

Визначаємо кількість заклепок:

$$\text{а) з умови міцності на зріз } \tau_{\text{зр}} = \frac{Q}{z \cdot A_{\text{зр}}} = \frac{4Q}{z \cdot i \cdot \pi \cdot d_0^2} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

$$\text{отримаємо } z \geq \frac{4Q}{i \cdot \pi \cdot d_0^2 \cdot [\tau]_{\text{зр}}} = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^3}{1,3,14 \cdot (26 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 140 \cdot 10^6} = 3,36;$$

приймаємо $z = 4$;

б) з умови міцності на зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{Q}{z \cdot A_{\text{зм}}} = \frac{Q}{z \cdot d_0 \cdot \Sigma \delta_{\text{мін}}} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

$$\text{отримаємо } z \geq \frac{Q}{d_0 \cdot \delta_{\text{мін}} \cdot [\sigma]_{\text{зм}}} = \frac{250 \cdot 10^3}{26 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 320 \cdot 10^6} = 2,5;$$

приймаємо $z = 3$.

З двох отриманих значень z приймаємо більшу кількість заклепок $z = 4$ (з умови міцності на зріз).

Основні параметри заклепкового шва:

- крок заклепкового шва

$$t \approx (3 \dots 6)d = (3 \dots 6)25 = 75 \dots 150 \text{ мм, приймаємо } t = 130 \text{ мм.}$$

При $b = 350$ мм та $t = 130$ мм в ряді можна розмістити по 2 заклепки;

- відстань від осі заклепки до краю листа

$$e \approx (1,5 \dots 2)d = (1,5 \dots 2)25 = 37,5 \dots 50 \text{ мм; приймаємо } e = 50 \text{ мм.}$$

- відстань між суміжними рядами заклепок

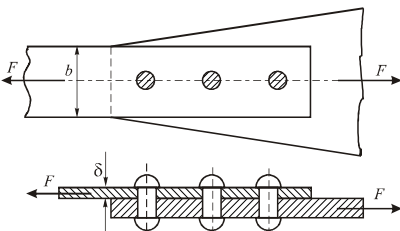
$$e_1 \approx (3 \dots 6)d = (3 \dots 6)25 = 75 \dots 150 \text{ мм; приймаємо}$$

$$e_1 = 120 \text{ мм.}$$

Перевіряємо з'єднувані листи на розтяг за небезпечним перерізом при наявності двох отворів ($m = 2$)

$$\sigma_p = \frac{Q}{A_{\text{нетто}}} = \frac{Q}{(b - m \cdot d_0) \cdot \delta_{\text{мін}}} = \frac{250 \cdot 10^3}{(350 - 2 \cdot 26)10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 69,91 \text{ МПа}$$

Умова міцності $\sigma_p = 69,91 \text{ МПа} < [\sigma]_p = 160 \text{ МПа}$ виконується.



5.2. Визначити ширину b стержня, діаметр d заклепок та їх кількість z для заклепкового з'єднання стержня з косинкою (рис.

5.3) за умови, що зусилля розтягу стержня дорівнює $F = 90$ кН. Матеріал деталей та заклепок – сталь Ст2. Товщина стержня $\delta = 8$ мм.

Рис. 5.3

Допустимі напруження: розтягу $[\sigma]_p = 150$ МПа, зрізу - $[\tau]_{зр} = 130$ МПа.

Відповідь: $b = 92$ мм, $d = 16$ мм, $z = 4$.

5.3. Розрахувати та сконструювати стиковий заклепковий шов з однією накладкою (рис. 5.4), який з'єднає дві смуги шириною $b = 260$

мм та товщиною $\delta = 8$ мм.

Смуги розтягуються силою $F = 120$ кН. Товщина накладки

$\delta_1 = 10$ мм.

Матеріал смуг і заклепок – сталь Ст3. Отвори під заклепки продавлені.

Відповідь: $d = 16$ мм, $z = 6$.

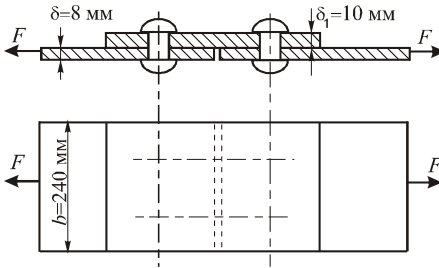


Рис. 5.4

5.4. Розрахувати та сконструювати напусткове заклепкове з'єднання (рис. 5.5) двох смуг шириною $b = 300$ мм та товщиною

$\delta = 12$ мм. Смуги розтягуються

силою $F = 220$ кН. Матеріал смуг

та заклепок – дюралюміній.

Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 160$ МПа,

зрізу - $[\tau]_{зр} = 70$ МПа.

Відповідь: $d = 25$ мм, $z = 6$.

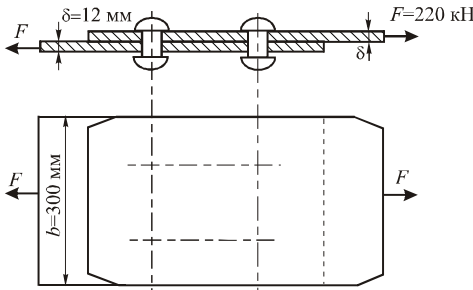


Рис. 5.5

5.5. Визначити діаметр заклепок, товщину з'єднуваних смуг та накладок зі сталі Ст3, а також ширину заклепкового з'єднання (рис. 5.6), якщо $Q = 360$ кН. Отвори під заклепки свердлені.

Відповідь: $d = 22$ мм, $\delta = 12$ мм, $\delta_1 = 8$ мм, $b = 260$ мм.

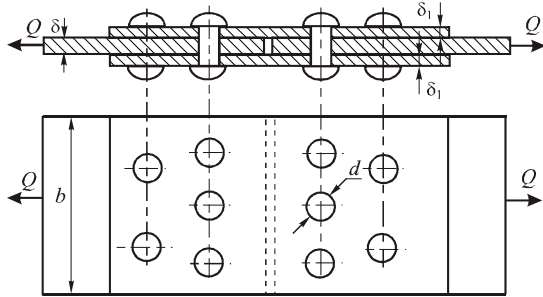


Рис. 5.6

5.6. Визначити діаметр заклепок у стиковому з'єднанні з двома накладками (рис. 5.7). Перевірити міцність смуг на розтяг за ослабленим перерізом, якщо навантаження $F = 240$ кН прикладене статично.

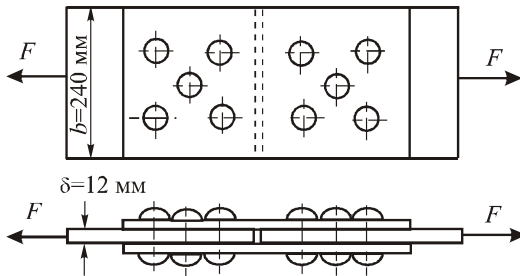


Рис. 5.7

Смуги, накладки та заклепки виготовлені з дюралюмінію. Допустимі напруження

$$[\sigma]_p = 100 \text{ МПа},$$

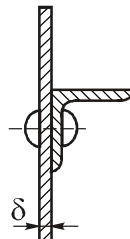
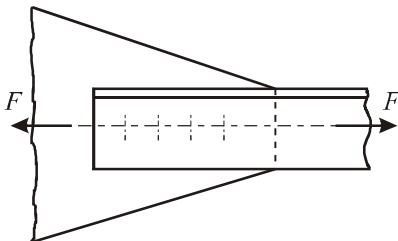
$$[\sigma]_{зм} = 160 \text{ МПа},$$

$$[\tau]_{зр} = 70 \text{ МПа} .$$

Відповідь: $d = 25$ мм , $\sigma_p = 106 \text{ МПа} > [\sigma]_p = 100 \text{ МПа}$,

умова міцності не виконується.

5.7. Визначити діаметр і кількість заклепок, що кріплять рівнобічний кутник №9 ($90 \times 90 \times 8$) до косинки, товщиною $\delta = 10$ мм.



Кутник сприймає зусилля $F = 90$ кН (рис. 5.8). Матеріал кутника, косинки і заклепок – сталь Ст3, отвори свердлені.

Рис. 5.8

Допустимі напруження $[\sigma]_p = 160$ МПа, $[\sigma]_{зм} = 320$ МПа, $[\tau]_{зр} = 140$ МПа. Перевірити також напруження кутнику в ослабленому перерізі.

Відповідь: $d = 16$ мм, $z = 3$,

$\sigma_p = 153$ МПа $< [\sigma]_p = 160$ МПа, умова міцності виконується.

5.8. Визначити напруження в елементах заклепкового з'єднання (рис. 5.9), що передає зусилля $Q = 80$ кН. Матеріал заклепок та смуг – сталь Ст2.

Відповідь: $\sigma_p = 153$ МПа, $\sigma_{зм} = 152$ МПа, $\tau_{зр} = 94$ МПа.

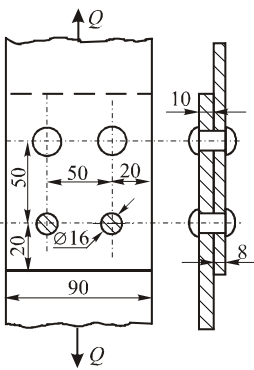


Рис. 5.9

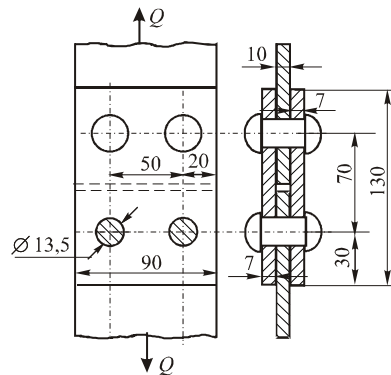


Рис. 5.10

5.9. Знайти допустиме навантаження Q заклепкового шва (рис. 5.10) при таких допустимих напруженнях: на розтяг основного матеріалу 140 МПа, на зріз заклепок 110 МПа, на зминання заклепок 248 МПа.

Відповідь: $Q = 67$ кН.

5.10. Підібрати діаметр та необхідну кількість заклепок для з'єднання, яке показано на рис. 5.11, за такими числовими даними:

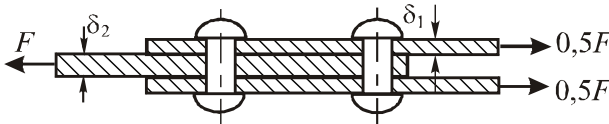


Рис. 5.11

$\delta_1 = 6$ мм , $\delta_2 = 10$ мм , $F = 100$ кН . Матеріал заклепок – сталь Ст0, допустимі напруження $[\sigma]_{зм} = 240$ МПа, $[\tau]_{зр} = 100$ МПа .

Відповідь: $d = 13$ мм , $z = 4$.

5.11. Розрахувати несну здатність заклепкового з'єднання, що кріпить кронштейн до стіни (рис. 5.12). Відстань від заклепкового шва до точки прикладання сили $L = 500$ мм , товщина кронштейну $\delta = 14$ мм . Матеріал заклепок – латунь, для якої $[\sigma]_{зм} = 120$ МПа , $[\tau]_{зр} = 50$ МПа .

Розв'язок

Визначаємо параметри заклепкового шва. Діаметр заклепки $d \approx (1,8 \dots 2,2) \delta_{\min} = (1,8 \dots 2,2) 14 = 25,2 \dots 30,8$ мм . Приймаємо за

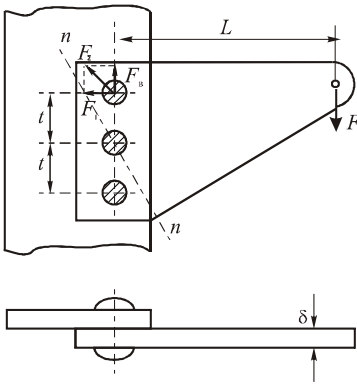


Рис. 5.12

табл. 5.1 діаметр заклепки $d = 28$ мм і діаметр отвору під заклепку $d_0 = 29$ мм при точному складанні. Крок заклепкового шва $t \approx (3 \dots 6) d = (3 \dots 6) \cdot 28 = 84 \dots 168$ мм .

Приймаємо $t = 120$ мм .

Вертикальне зусилля F_e , що діє на заклепку,

$$F_e = \frac{F}{z},$$

де z - кількість заклепок ($z = 3$).

Вираз для горизонтального зусилля, що діє на найбільш навантажену заклепку, отримаємо з рівності моментів. Момент від дії сили F

$$M = F \cdot L .$$

Цей момент дорівнює моменту, який намагається зрізати заклепки, тобто

$$M = M_{зр} = 2F_z \cdot t .$$

Прирівнюючи вирази моментів, отримаємо вираз для горизонтального зусилля, що діє на заклепку,

$$F_z = \frac{F \cdot L}{2t}.$$

Сумарне зусилля, що діє на найбільш навантажену заклепку,

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_z^2 + F_s^2} = \sqrt{F^2 \left(\frac{L}{2t}\right)^2 + F^2 \left(\frac{1}{z}\right)^2} = F \sqrt{\left(\frac{L}{2t}\right)^2 + \left(\frac{1}{z}\right)^2} = k F,$$

$$\text{де } k = \sqrt{\left(\frac{L}{2t}\right)^2 + \left(\frac{1}{z}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{500}{2 \cdot 120}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 2,11.$$

Визначаємо величину зусилля F_{Σ} , яке може витримати заклепка, виготовлена з латуні:

$$\text{а) з умови міцності на зріз } \tau_{\text{зр}} = \frac{4 F_{\Sigma}^{\text{зр}}}{\pi \cdot d_0^2} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

отримаємо

$$F_{\Sigma}^{\text{зр}} \leq \frac{\pi \cdot d_0^2 \cdot [\tau]_{\text{зр}}}{4} = \frac{3,14 \cdot (29 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 50 \cdot 10^6}{4} = 33 \cdot 10^3 \text{ Н} = 33 \text{ кН};$$

$$\text{б) з умови міцності на зминання } \sigma_{\text{зм}} = \frac{F_{\Sigma}^{\text{зм}}}{\Sigma \delta_{\text{мін}} \cdot d_0} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

отримаємо

$$F_{\Sigma}^{\text{зм}} \leq \Sigma \delta_{\text{мін}} \cdot d_0 \cdot [\sigma]_{\text{зм}} = 14 \cdot 10^{-3} \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^6 = 48720 \text{ Н} = 48,72 \text{ кН}.$$

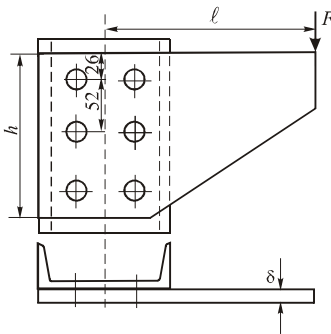


Рис.5.13

З двох значень зусиль F_{Σ} приймаємо менше значення. Отже $F_{\Sigma} = 33 \text{ кН}$. Максимальне навантаження на кронштейн

$$F = \frac{F_{\Sigma}}{k} = \frac{33}{2,11} = 15,64 \text{ кН}.$$

5.12. Визначити висоту косинки, кількість та діаметр заклепок, що з'єднують косинку зі швелерною балкою (рис. 5.13). Косинка, швелер №30 і

заклепки виготовлені зі сталі Ст3. Отвори під заклепки свердлені. Дані для розрахунку такі: $F = 60$ кН, $\ell = 0,6$ м, $a = 0,2$ м, товщина косинки $\delta = 12$ мм.

Відповідь: $h = 416$ мм, $z = 8$, $d = 13$ мм.

5.13. Яке зусилля діє на найбільш навантажену заклепку (рис. 5.14), якщо на косинку діє зовнішня сила $Q = 16,4$ кН?

Відповідь: $F_z = 22,55$ кН.

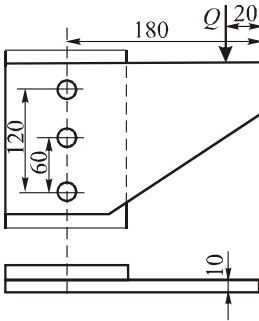


Рис. 5.14

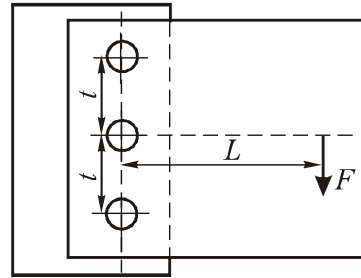


Рис. 5.15

5.14. Заклепкове з'єднання (рис. 5.15) сприймає навантаження $F = 2,2$ кН. Діаметр заклепок $d = 10$ мм. Визначити дотичне напруження в найбільш небезпечній заклепці, якщо $L = 160$ мм, $t = 50$ мм.

Відповідь: $\tau = 41,54$ МПа

5.15. Розрахувати заклепкове з'єднання корпусу ресивера до компресора (рис. 5.16) для стиснутого повітря, якщо тиск в ресивері $p = 4$ МПа, діаметр ресивера $D = 0,32$ м, довжина $L = 0,6$ м. Матеріал ресивера – сталь Ст3, допустиме напруження розтягу $[\sigma]_p = 160$ МПа.

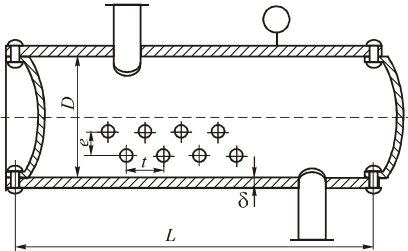


Рис. 5.16

Отвори під заклепки свердлені, діаметр заклепок $d = 2\delta$, крок заклепок $t = 4d$, $e = 2d$. Для заклепок, що кріплять дно ресивера, крок $t' = 3d$, $e' = 1,5d$. Матеріал заклепок – сталь Ст3.

Примітка. Методика розв'язування задач 5.15-5.17 наведена в [7].

5.16. Визначити товщину листів, накладок та розміри поздовжнього заклепкового шва циліндричного автоклава (рис. 5.17), призначеного для випробування деталей під тиском. Діаметр автоклава $D = 0,8$ м, тиск рідини в автоклаві $p = 1,8$ МПа. Матеріал листів, накладок та заклепок – сталь Ст3.

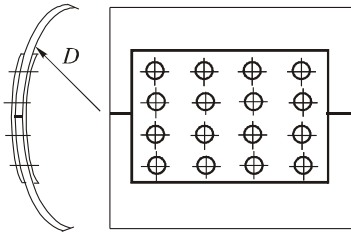


Рис.5.17

5.17. Визначити дотичне напруження та діаметр заклепок поздовжнього заклепкового шва барабана парового котла за умови, що внутрішній діаметр барабана $D = 1,24$ м, тиск пару в котлі за манометром $p = 1,5$ МПа, температура стінки барабана $t < 250^0$ C. Барабан котла виготовлений з листової сталі Ст3 з границею міцності при розтягу $\sigma_{\text{мц}} = 380$ МПа. Коефіцієнт запасу міцності 4,75.

Відповідь: $d = 25$ мм, $\tau = 59,59$ МПа.

Тема 6. Зварні з'єднання. Теоретична довідка

Зварювання – технологічний процес утворення нероз'ємного з'єднання деталей і складальних одиниць шляхом їх місцевого сплавлення чи деформації. Методи зварювання поділяють на дві основні групи: зварювання *плавленням* та *пластичним деформуванням*. Найбільш поширеними видами зварювання плавленням є електродугове і газове зварювання.

Для електродугового зварювання використовують електроди. Вони мають за стандартом діаметр 1,6...12 (12,5) мм. Стандарт також регламентує тип електродів: Е34, Е42, Е50, Е50А, ... та їх умовне позначення. Цифра після букви Е позначає *границю міцності шва* в кгс/мм² (1 кгс/мм² = 10 МПа); буква А означає *гарантоване отримання пластичних властивостей шва*.

Зварні з'єднання розрізняють стикові, кутові, таврові, напусткові. Залежно від напрямку валика шва та сили, що діє на деталь напусткового з'єднання, умовно прийнято називати шви: *лобовими*, коли напрям сили перпендикулярний до валика шва; *фланговими*, коли напрям сили паралельний до валика шва; *комбінованими та кільцевими*.

Розрахунок стикових і напусткових з'єднань при осьовому навантаженні

Вихідна умова проектування зварних з'єднань – рівномірність шва і з'єднуваних деталей виробу. Концентрацію напружень не враховують.

Стикові з'єднання розраховують тільки за нормальними напруженнями розтягу (стиску) у шві

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{Q}{\ell \cdot \delta} \leq [\sigma]_{\text{ш}},$$

де Q - сила, що розтягує чи стискає з'єднані елементи, ; ℓ - довжина шва; δ - товщина більш тонкої зі з'єднуваних деталей (смуг, листів тощо); $[\sigma]_{\text{ш}}$ - допустиме напруження розтягу (стиску) шва. Значення цих напружень при різних способах зварювання наведені в табл. 6.1.

У випадку дії на стиковий шов моменту M в площині, що перпендикулярна до площини стику (рис. 6.1), розрахунок шва проводять за нормальними напруженнями за формулою

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{M}{W} \leq [\sigma]_{\text{ш}},$$

де $W = \frac{\delta \cdot \ell^2}{6}$ - момент опору розрахункового перерізу шва при згині.

Якщо стиковий шов перебуває під дією моменту M та сили F , яка розтягує чи стискає його (рис. 6.2), то такий шов розраховують за формулою

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} \leq [\sigma]_{\text{ш}},$$

де $A = \delta \cdot \ell$ - площа розрахункового перерізу шва.

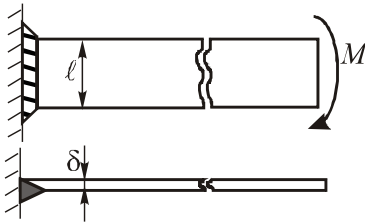


Рис. 6.1

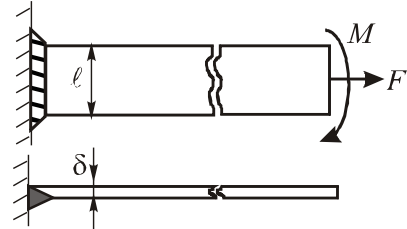


Рис. 6.2

Таблиця 6.1

Допустимі напруження для зварних швів

Вид технологічного процесу	$[\sigma]_{\text{р}}^{\text{ш}}$	$[\sigma]_{\text{с}}^{\text{ш}}$	$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}}$
Автоматичне і напівавтоматичне зварювання під флюсом, ручне зварювання електродами Е42А, Е50А	$[\sigma]_{\text{р}}$	$[\sigma]_{\text{р}}$	$0,65 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$
Зварювання товсто покритими електродами Е42, Е50	$0,9 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$	$[\sigma]_{\text{р}}$	$0,6 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$
Зварювання електродами Е34 з іонізуючими (тонкими) покриттями	$0,6 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$	$0,75 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$	$0,5 \cdot [\sigma]_{\text{р}}$

Величину допустимого напруження розтягу $[\sigma]_{\text{р}}$ визначають за формулою

$$[\sigma]_{\text{р}} = \frac{\sigma_{\text{Т}}}{n},$$

де σ_T - границя текучості основного матеріалу (табл. 6.2), n - коефіцієнт запасу міцності, $n = 1,3 \dots 1,6$ - для маловуглецевих сталей, $n = 1,5 \dots 1,7$ - для слабо легованих сталей.

У напусткових з'єднаннях незалежно від розташування валика шва відносно зовнішньої сили приймають, що вони руйнуються від зрізу у площині, бісекторіальній до сторін шва. Висота шва у цій площині $\approx 0,7k$, де k - катет шва.

Рівняння міцності шва має вигляд

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{Q}{A_{\text{зр}}} = \frac{Q}{0,7kL} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

де Q - сила, що розтягує чи стискає з'єднання; $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}}$ - допустиме напруження зрізу для зварного шва (табл. 6.1), L - сумарна розрахункова довжина шва. Враховуючи технологічні дефекти зварювання дійсну довжину окремих швів деколи збільшують на 5-10 мм порівняно з розрахунковою.

Якщо напусткове з'єднання кутовим швом (рис. 6.3) навантажено моментом M у площині, перпендикулярній до стику, то розрахунок шва проводять за формулою

$$\tau_{\text{ш}} = \frac{M}{W} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

де $W = \frac{0,7 \cdot k \cdot \ell^2}{6}$ - момент опору розрахункового перерізу шва при згині.

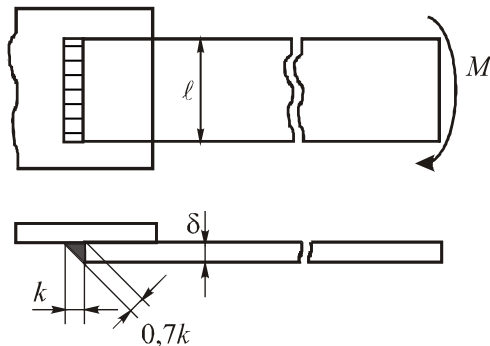


Рис. 6.3

Таблиця 6.2

Механічні характеристики деяких марок сталей і чавуну

Марка сталі	Товщина листа або діаметр заготовки, мм	Границя міцності, $\sigma_{\text{мц}}$, МПа	Границя текучості σ_{T} , МПа	Твердість за Брінеллем, НВ	Термообробка
Сталь вуглецева звичайної якості					
Ст2	До 250	412...333	216...186	133	-
Ст3	До 250	461...373	235...216	132	-
Ст4	До 250	509...412	255...235	152	-
Ст5	До 100	530	265	165...140	-
	100...300	490	255		
	300...500	451	226		
Сталь вуглецева якісна конструкційна					
Сталь 30	-	490	294	179	Нормалізація
Сталь 35	До 100	510	265	187-140	Нормалізація
	100...300	490	255		
	300...500	471	235		
Сталь 40	До 100	550	274	207...152	Нормалізація
	100...300	530	265		
	300...500	510	255		
Сталь 45	До 100	589	294	220...170	Нормалізація
	100...300	569	284		
	300...500	550	274		
	500...700	530	265		
Сталь 45	40...60	883...785	540	250...223 236...207 222...194 207...180	Покращання
	60...90	835...736	440		
	90...120	785...686	392		
	180...250	736...636	343		
Виливки з сірого чавуну					
Марка чавуну	Границя міцності, $\sigma_{\text{мц}}$, МПа			Твердість за Брінеллем, НВ	
	При розтягу	При стиску	При згині		
СЧ 12-28	122	510	286	143...229	
СЧ 15-32	153	612	326	163...229	
СЧ 18-36	183	683	365	170...229	
СЧ 21-40	214	765	408	170...241	
СЧ 24-44	245	846	448	170...241	
СЧ 28-48	286	917	489	170...241	
СЧ 32-52	326	1020	530	187...225	
СЧ 35-56	357	-	557	197...269	

У випадку дії на шов моменту $M = F \cdot \ell$ та сили F , що паралельна до шва (рис. 6.4), умова міцності має вигляд

$$\tau_{\text{ш}} = \sqrt{\left(\frac{F \cdot \ell}{W}\right)^2 + \left(\frac{F}{A}\right)^2} \leq [\tau]_{\text{зр}},$$

де W , A - момент опору та площа розрахункового бісекторного перерізу шва, які визначають за формулами $W = 0,7 \frac{k \cdot \ell^2}{6}$, $A = 0,7 \cdot k \cdot \ell$.

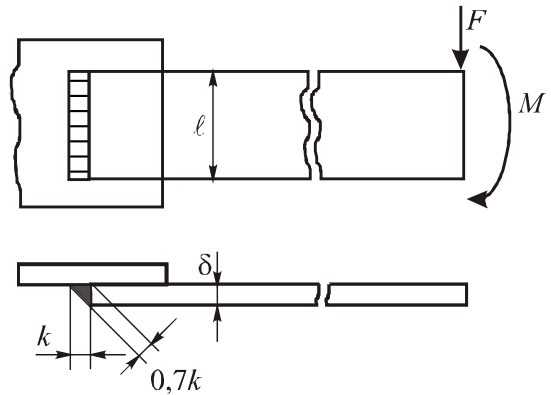


Рис. 6.4

При з'єднанні фланговими швами конструкцій з несиметричними профілями перерізів (рис. 6.5), довжини швів l_1 , l_2 приймають

обернено пропорційними відстаням y_1 , y_2 від центра перерізу профілю до його країв.

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{y_2}{y_1}.$$

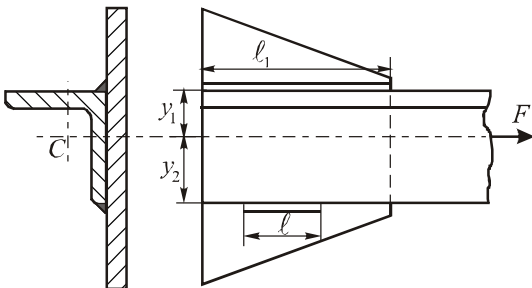


Рис. 6.5

Задачі

6.1. Визначити довжину стикового шва (рис. 6.6), що з'єднує дві

смуги, при таких вихідних

даних: товщина смуг

$\delta = 10$ мм, сила розтягу

$F = 56$ кН, тип електрода

E42A, матеріал – сталь 30,

для якої

$\sigma_T = 294$ МПа, $n = 1,6$.

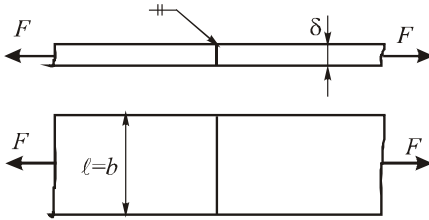


Рис. 6.6

Відповідь: $l_{ш} \approx 30$ мм.

6.2. Розрахувати довжину стикового шва, що з'єднує дві штаби зі сталі 30 товщиною 12 мм. Сила, яка розтягує з'єднання, $Q = 120$ кН.

Зварювання ручне електродом Е50. Коефіцієнт запасу $n = 1,6$.

Відповідь: $l_{ш} \approx 60$ мм.

6.3. Розрахувати лобовий шов напусткового з'єднання двох листів завтовшки 10 мм зі сталі 30, які розтягуються силою $Q = 140$ кН.

Зварювання ручне електродом Е42. Коефіцієнт запасу $n = 1,3$.

Відповідь: $l_{ш} \approx 68$ мм.

6.4. Визначити товщину накладок δ_1 для зварного з'єднання двох листів товщиною $\delta = 10$ мм (рис. 6.7). До листів прикладене зусилля

$F = 95$ кН. Ширина листа $b = 100$ мм. Допустиме напруження зрізу

для шва $[\tau]_{зр}^{ш} = 85$ МПа. Матеріал листів і накладок – сталь Ст3 з

допустимим напруженням розтягу $[\sigma]_p = 155$ МПа. Перевірити

міцність з'єднання.

Відповідь:

$$\delta_1 = 4 \text{ мм.}$$

$$\tau_{зр}^{ш} = 84,8 \text{ МПа} < [\tau]_{зр}^{ш} = 85 \text{ МПа}$$

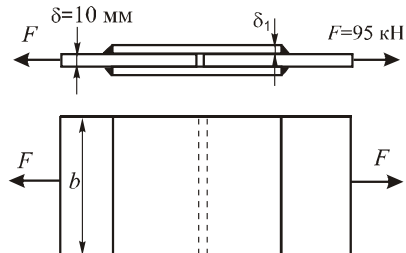


Рис. 6.7

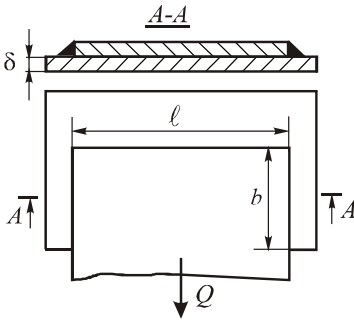


Рис. 6.8

6.5. Розрахувати зварне напусткове з'єднання фланговими швами смуги з косинцем (рис. 6.8) при таких вихідних даних: ширина смуги $b = 200$ мм, зусилля розтягу $Q = 190$ кН, тип електрода Е34, матеріал – сталь Ст5.

Розв'язок

Визначаємо допустимі напруження розтягу з'єднаних деталей. Приймаємо за табл. 6.2 для сталі Ст5 $\sigma_T = 255$ МПа і приймаємо $n = 1,4$. Отримаємо

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{255}{1,4} = 182 \text{ МПа} .$$

За табл. 6.2 визначаємо допустимі напруження шва на зріз

$$[\tau]_{зр}^{III} = 0,5[\sigma]_p = 0,5 \cdot 182 = 91 \text{ МПа} .$$

З умови міцності для основного металу при розтягу

$$\sigma_p = \frac{Q}{A_p} = \frac{Q}{b \cdot \delta} \leq [\sigma]_p$$

визначаємо товщину смуги

$$\delta \geq \frac{Q}{b \cdot [\sigma]_p} = \frac{190 \cdot 10^3}{140 \cdot 10^{-3} \cdot 182 \cdot 10^6} = 7,46 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 7,46 \text{ мм} .$$

Приймаємо $\delta = 8$ мм .

Приймаючи катет шва $k = \delta = 8$ мм , з рівняння міцності на зріз визначаємо потрібну довжину шва

$$l \geq \frac{Q}{2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot [\tau]_{зр}^{III}} = \frac{190 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 91 \cdot 10^6} = 0,186 \text{ м} = 186 \text{ мм} .$$

Враховуючи можливість технологічних дефектів зварювання, приймаємо $l = 196$ мм .

6.6. Розрахувати довжину шва зварного з'єднання, що кріпить опорний швелер №20 до сталевій плити (рис. 6.9) за такими вихідними даними: $M = 4,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$, катет шва $k = 5 \text{ мм}$. Допустиме напруження $[\tau]_{\text{сп}}^{\text{ш}} = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: $l_{\text{ш}} \approx 100 \text{ мм}$.

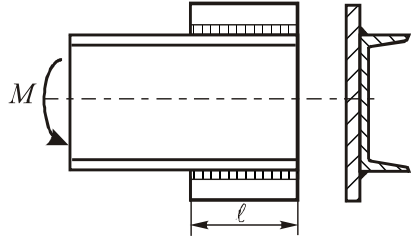


Рис. 6.9

6.7. Визначити довжину флангових швів, що забезпечують міцність з'єднання рівнобічного кутника і косинки (рис. 6.10) при таких вихідних даних: профіль кутника $50 \times 50 \times 4$, тип електрода Е42А, матеріал – сталь Ст4. Коефіцієнт запасу міцності $n = 1,5$.

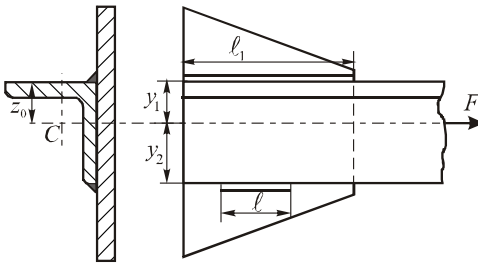


Рис. 6.10

Розв'язок

За таблицею додатку 1 для рівнобічного кутника профілю №5 приймаємо $b = 50 \text{ мм}$, $d = 4 \text{ мм}$, $A = 3,89 \text{ см}^2$, $z_0 = 1,38 \text{ см}$.

Визначаємо допустимі напруження розтягу основного матеріалу. Для сталі Ст4 за табл. 6.2 приймаємо $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$. Тоді

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

З умови міцності кутника на розтяг

$$\sigma_p = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_p,$$

визначаємо допустиме значення сили розтягу

$$F = [\sigma]_p \cdot A = 160 \cdot 10^6 \cdot 3,89 \cdot 10^4 = 62,24 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

За значенням цієї сили проводимо розрахунок шва, тобто забезпечимо рівномірність кутника на розтяг і шва на зріз.

За табл. 6.1 визначаємо допустимі напруження шва на зріз

$$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 0,65 [\sigma]_{\text{р}} = 0,65 \cdot 160 = 104 \text{ МПа}.$$

З рівняння міцності визначаємо сумарну довжину швів, приймаючи $k = d = 4 \text{ мм}$:

$$L \geq \frac{Q}{0,7 k \cdot [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}}} = \frac{62,24 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 104 \cdot 10^6} = 0,214 \text{ м} = 214 \text{ мм}.$$

За наведеними в теоретичній довідці формулами при $b = 50 \text{ мм}$ і $z_0 = 13,8 \text{ мм}$ визначаємо довжини швів l_1 і l_2 :

$$l_1 = l_2 \frac{y_2}{y_1} = l_2 \frac{b - z_0}{z_0}, \quad l_1 = L - l_2.$$

Розв'язавши ці два рівняння, знаходимо

$$l_1 = \frac{L \cdot (b - z_0)}{b} = \frac{214(50 - 13,8)}{50} = 155 \text{ мм},$$

$$l_2 = \frac{L \cdot z_0}{b} = \frac{214 \cdot 13,8}{50} = 59 \text{ мм}.$$

Враховуючи можливість технологічних дефектів зварювання, остаточно приймаємо $l_1 = 165 \text{ мм}$, $l_2 = 69 \text{ мм}$ (+10 мм).

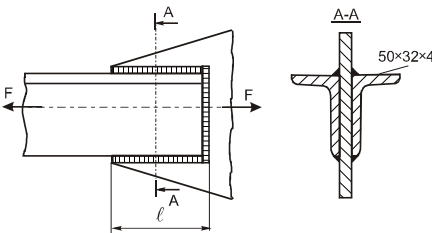


Рис. 6.11

6.8. Визначити допустиме навантаження F , яке можна прикласти до зварного з'єднання (рис. 6.11), якщо $[\sigma]_{\text{р}} = 130 \text{ МПа}$, $l = 70 \text{ мм}$. Зварювання ручне електродом Е42А.

Відповідь: $F = 80 \text{ кН}$.

Примітка. Загальна довжина комбінованого шва

$$L = 0,28 \ell_{\text{лоб}} + 1,5 \ell_{\text{флан}},$$

де $\ell_{\text{лоб}}$ - довжина лобового шва, $\ell_{\text{флан}}$ - довжина флангового шва.

6.9. Розрахувати необхідну довжину флангових швів, що з'єднують кутник рівнобічний $63 \times 63 \times 4$ з косинкою при дії навантаження $F = 420$ кН. Допустиме напруження зрізу для шва $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 90$ МПа .

Відповідь: $l_1 = 1667$ мм , $l_2 = 447$ мм .

6.10. Сила стиску Q передається косинці ферми двома нерівнобічними кутниками (рис. 6.12). Визначити номер профілю нерівнобічного кутника і розміри комбінованого шва (B , l_1 , l_2), якщо $Q = 380$ кН. Матеріал кутника – сталь Ст2, $[\sigma]_c = 124$ МПа . Зварювання ручне електродом Е34.

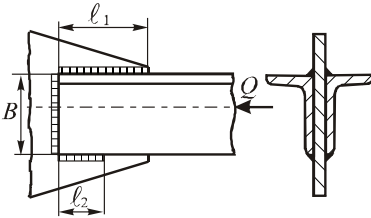


Рис. 6.12

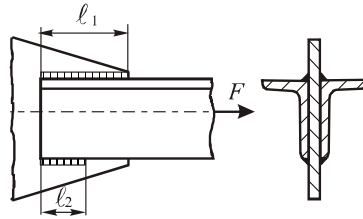


Рис. 6.13

Відповідь: кутник $160 \times 100 \times 14$, $B = 160$ мм , $l_1 = 257$ мм , $l_2 = 130$ мм .

6.11. Розтягнутий стержень складається з двох кутників $90 \times 56 \times 6$, які приварені до листа фланговими швами (рис. 6.13). Визначити довжини швів l_1 та l_2 , якщо допустимі напруження на розтяг для кутників $[\sigma]_p = 140$ МПа . Допустиме напруження на зріз шва $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 80$ МПа .

Відповідь: $l_1 = 239$ мм , $l_2 = 117$ мм .

6.12. Консольна балка з'єднана з колоною двома кутовими швами (рис. 6.14). Зварка виконана електродом Е42. Визначити допустиму величину сили F , виходячи з умови міцності зварних швів, катет яких $k = 6$ мм . Допустиме напруження для матеріалу балки $[\sigma]_p = 140$ МПа .

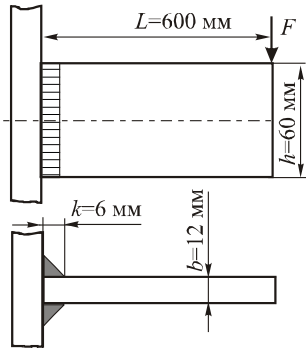


Рис. 6.14

Розв'язок

Кутові шви розраховують на зріз. Допустиме напруження для кутових швів (табл. 6.1) зварених електродом Е42

$$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 0,6 \cdot [\sigma]_p = 0,6 \cdot 140 = 84 \text{ МПа}$$

Вважають, що в найбільш навантажених крайніх точках швів виникають дотичні напруження від моменту $M = F \cdot \ell$ та від поперечної сили $Q = F$. Приймають, що

$$\tau_M = \frac{F \cdot \ell}{W}, \tau_Q = \frac{F}{A}.$$

Умову міцності записують у вигляді

$$\tau^{\text{ш}} = \sqrt{\tau_M^2 + \tau_Q^2} = \sqrt{\left(\frac{F \cdot \ell}{W}\right)^2 + \left(\frac{F}{A}\right)^2} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

де розрахунковий момент опору W та розрахункову площу A зварних швів визначають за їх бісекторним перерізом

$$W = 2 \cdot 0,7 \frac{k \cdot h^2}{6} = 2 \cdot 0,7 \frac{6 \cdot 60^2}{6} = 5040 \text{ мм}^3 = 5,04 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

$$A = 2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot h = 2 \cdot 0,7 \cdot 6 \cdot 60 = 504 \text{ мм}^2 = 504 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Отримані значення підставляємо у умову міцності

$$\sqrt{\left(\frac{F \cdot 0,6}{5,040 \cdot 10^{-6}}\right)^2 + \left(\frac{F}{504 \cdot 10^{-6}}\right)^2} \leq [\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}},$$

або

$$F \sqrt{\left(\frac{0,6}{5,040 \cdot 10^{-6}}\right)^2 + \left(\frac{1}{504 \cdot 10^{-6}}\right)^2} \leq 84 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Звідси допустиме значення навантаження $[F] = 695 \text{ Н}$.

6.13. Перевірити міцність зварного з'єднання листа 1 з кутником 2 (рис. 6.15) за такими вихідними даними: $Q = 10 \text{ кН}$, $a = 150 \text{ мм}$,

$b = 50$ мм, $h = 100$ мм, $\alpha = 45^\circ$. Катет шва $k = 8$ мм.
Допустиме напруження $[\tau]_{зр}^{\text{III}} = 80$ МПа. Шов двосторонній.

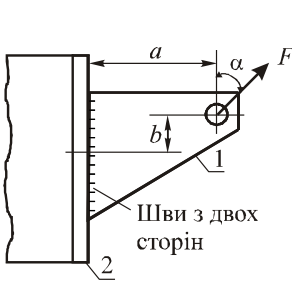


Рис. 6.15

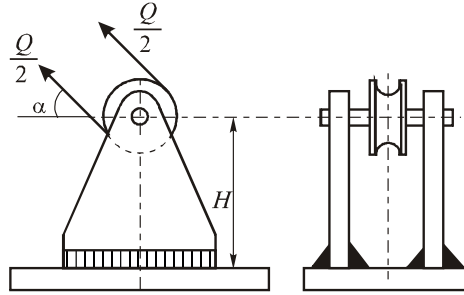


Рис. 6.16

Відповідь: $\tau_{зр}^{\text{III}} = 44,56$ МПа $< [\tau]_{зр}^{\text{III}} = 80$ МПа, міцність забезпечена.

6.14. Перевірити міцність зварного з'єднання, що кріпить нерухомий блок монтажного пристрою до плити (рис. 6.16) за такими даними: $Q = 8$ кН, $H = 300$ мм, $\ell = 110$ мм, $k = 10$ мм, $\alpha = 30^\circ$. Допустиме напруження $[\tau]_{зр}^{\text{III}} = 90$ МПа.

Відповідь: $\tau_{зр}^{\text{III}} = 37$ МПа $< [\tau]_{зр}^{\text{III}} = 90$ МПа.

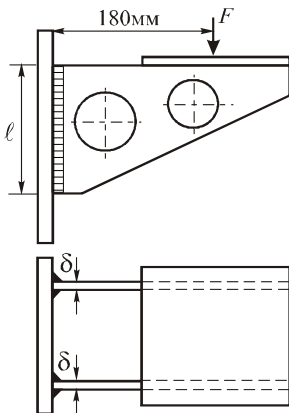


Рис. 6.17

6.15. Призначити довжину і катет зварного шва, яким кронштейн приварений до вертикальної плити (рис. 6.17). Навантаження на кронштейн $F = 40$ кН, товщина листів $\delta = 8$ мм. Матеріал кронштейна – сталь Ст3, для якої $\sigma_T = 225$ МПа, $n = 1,5$. Зварка виконана електродом Е42.

Відповідь: $l \approx 50$ мм.

6.16. Визначити довжини зварних швів, якщо на зварні з'єднання шириною $b = 80$ мм (рис. 6.18) діє статичне

навантаження розтягу $F = 58$ кН. В розрахунках прийняти для основного металу $[\sigma]_p = 150$ МПа та для матеріалу шва $[\tau]_{ш} = 0,6 \cdot [\sigma]_p$.

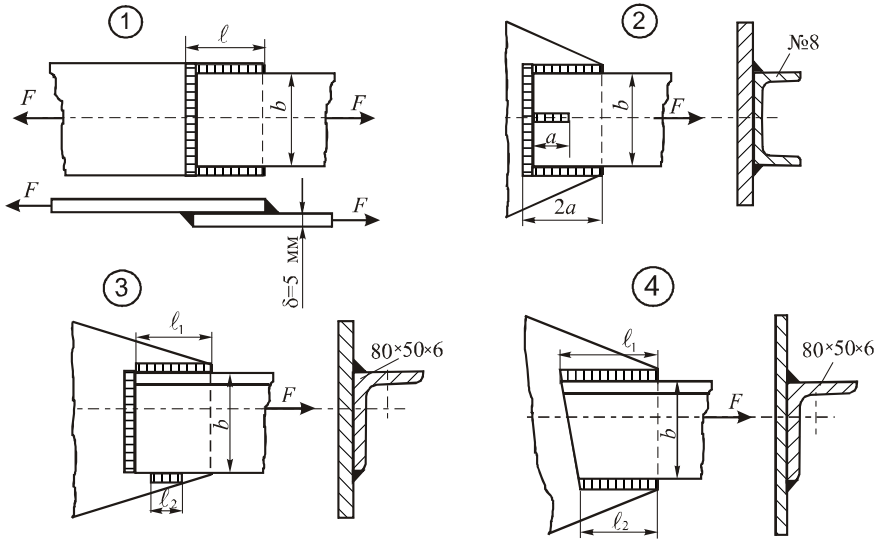


Рис. 6.18

Відповідь: 1. $\delta = k = 5$ мм, $l \approx 108$ мм; 2. $\delta = k = 4,5$ мм, $a = 24$ мм; 3. $\delta = k = 6$ мм, $l_1 = 59$ мм, $l_2 = 28$ мм; 4. $k = 6$ мм, $l_1 = 103$ мм, $l_2 = 51$ мм.

6.17. Перевірити міцність зварних швів, що з'єднують диск шківів з маточиною (рис. 6.19). Потужність, яку передає шків, дорівнює $P = 30$ кВт, кутова швидкість шківів $\omega = 12$ с⁻¹, діаметр маточини $d_m = 100$ мм, катет шва $k = 4$ мм. Зварювання ручне електродом Е42. матеріал – сталь 40, нормалізована.

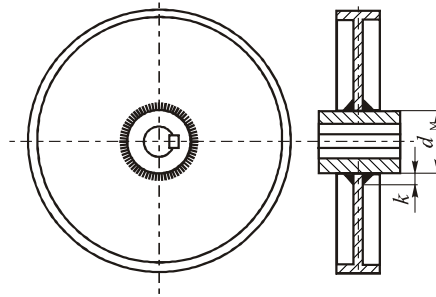


Рис. 6.19

Розв'язок

Обчислюємо допустимі напруження. За табл. 6.2 для сталі 40
 $\sigma_T = 274$ МПа

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{274}{1,6} = 171,25 \text{ МПа} ,$$

$$[\tau]_{\text{зр}}^{\text{III}} = 0,6 \cdot [\sigma]_p = 0,6 \cdot 171,25 = 102,75 \text{ МПа} .$$

Обертний момент, який передає шків, дорівнює

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30 \cdot 10^3}{12} = 2500 \text{ Нм} .$$

З умови рівноваги шківів

$$T = F \frac{d_m}{2}$$

визначаємо силу

$$F = \frac{2T}{d_m} = \frac{2 \cdot 2500}{0,1} = 50 \cdot 10^3 \text{ Н} .$$

Довжина кожного шва

$$L = \pi \cdot d_m = 3,14 \cdot 0,1 = 0,314 \text{ м} .$$

Перевіряємо умову міцності

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{F}{A_{\text{зр}}} = \frac{F}{2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot L} = \frac{50 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,7 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,314} = 28,43 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}}^{\text{III}} = 102,75 \text{ МПа}$$

Умова міцності виконується.

6.18. Перевірити міцність зварних швів, що з'єднують диск з зубчастим ободом і диск з матчиною (рис. 6.20). Потужність, що

передається колесом, $P = 20$ кВт, кутова швидкість колеса $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$, катети швів $k_1 = 4$ мм, $k_2 = 6$ мм, діаметри $d_{\text{мат}} = 120$ мм, $D_0 = 450$ мм. Допустиме напруження $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{ш}} = 100$ МПа.

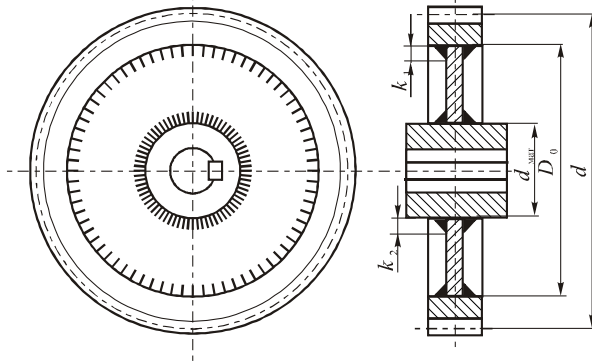


Рис. 6.20

Відповідь: Умова міцності виконується, $\tau_1 = 0,4$ МПа, $\tau_2 = 3,5$ МПа.

6.19. Визначити необхідну довжину зварних швів біля обода та маточини шків плоскопасової передачі (рис. 6.21), який передає обертовий момент $T = 4$ кНм. зовнішній діаметр шків $D = 225$ мм, діаметр маточини $d_{\text{мат}} = 104$ мм, діаметр обода $D_o = D - 2 \cdot \delta$, де $\delta = 6$ мм, катети швів $k = 5$ мм. Матеріал шків – сталь Ст3. Зварка електродами Е34.

Відповідь: $l_{\text{об}} \approx 60$ мм, $l_{\text{мат}} \approx 88$ мм.

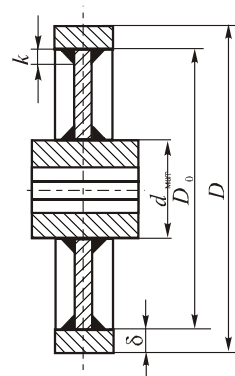


Рис. 6.21

6.20. Дві труби (рис. 6.22) з'єднані напустковим зварним швом. Перевірити міцність з'єднання, якщо до труб прикладені обертові моменти $T = 1$ кНм. Катет шва $k = 4$ мм, діаметр $d = 60$ мм, допустиме напруження зрізу для шва $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{III}} = 90$ МПа .

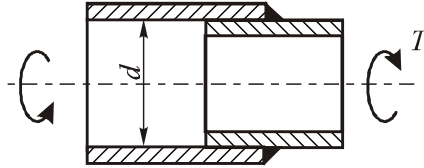


Рис. 6.22

Відповідь: $\tau_{\text{зр}}^{\text{III}} = 126,4$ МПа $>$ $[\tau]_{\text{зр}}^{\text{III}} = 90$ МПа . Міцність не забезпечена.

Тема 7. Шпонкові та шліцьові з'єднання. Теоретична довідка

Шпонкові з'єднання

Шпонкою називають деталь, яку встановлюють у пазах деталей чи складальних одиниць для запобігання їх відносному повороту чи зсуву.

З'єднання деталей за допомогою шпонок можуть бути *ненапруженими* та *напруженими*. В деталях напружених шпонкових з'єднань напруження виникають у процесі складання, тобто до прикладання робочих навантажень.

Ненапружені шпонкові з'єднання здійснюють *призматичними* і *сегментними* шпонками. *Напружені* шпонкові з'єднання здійснюють *клиновими* та *циліндричними* шпонками.

Призматичні шпонки (рис.7.1) бувають з *округленими торцями*, *плоскими торцями*, *одним округленим і другим плоским торцем*. Робочими є бокові грані шпонки. Розміри призматичних шпонок регламентовані стандартом (табл. 7.1).

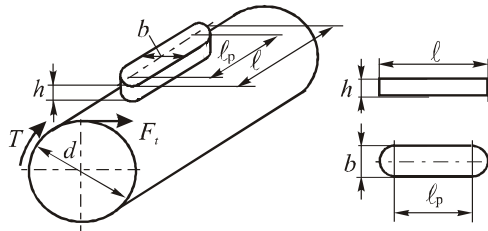


Рис. 7.1

Сегментні шпонки (рис. 7.2) застосовують у тракторо-, верстато- і літакобудуванні. Обертний момент передається боковими гранями сегментної шпонки. При передаванні великих моментів в ряд можна ставити по довжині вала дві чи три сегментні шпонки. Розміри сегментних шпонок регламентовані стандартом (табл. 7.2).

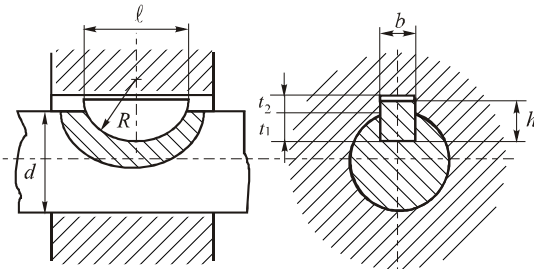


Рис. 7.2

Таблиця 7.1

Шпонки призматичні

Діаметр вала d , мм	Розміри перерізів шпонок		Глибина паза		Гранична довжина шпонки, мм	
	b , мм	h , мм	вала t_1 , мм	Втулки t_2 , мм	min	max
Від 12 до 17	5	5	3,0	2,3	10	56
Від 17 до 22	6	6	3,5	2,8	14	70
Від 22 до 30	8	7	4,0	3,3	18	90
Від 30 до 38	10	8	5,0	3,3	22	110
Від 38 до 44	12	8	5,0	3,3	28	140
Від 44 до 50	14	9	5,5	3,8	36	160
Від 50 до 58	16	10	6,0	4,3	45	180
Від 58 до 65	18	11	7,0	4,4	50	200
Від 65 до 75	20	12	7,5	4,9	56	220
Від 75 до 85	22	14	9,0	5,4	63	250
Від 85 до 95	25	14	9,0	5,4	70	280
Від 95 до 110	28	16	10,2	6,4	80	320
Від 110 до 130	32	18	11	7,4	90	360

Примітка. Стандартний ряд довжин шпонок, мм: 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56; 63; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; 200

Таблиця 7.2

Шпонки сегментні

Діаметр вала d , мм	Розміри шпонки $b \times h \times R \times \ell$, мм	Глибина пазів, мм	
		вала t_1 , мм	маточини t_2 , мм
Від 8 до 10	$3 \times 5 \times 6,5 \times 12,6$	3,8	1,4
Від 10 до 12	$3 \times 6,5 \times 8 \times 15,7$	5,3	1,4
Від 12 до 14	$4 \times 6,5 \times 8 \times 15,7$	5,0	1,8
Від 14 до 16	$4 \times 7,5 \times 9,5 \times 18,6$	6,0	1,8
Від 16 до 18	$5 \times 6,5 \times 8 \times 15,7$	4,5	2,3
Від 18 до 20	$5 \times 7,5 \times 9,5 \times 18,6$	5,5	2,3
Від 20 до 24	$6 \times 9 \times 11 \times 21,6$	6,5	2,9
Від 24 до 30	$8 \times 10 \times 12,5 \times 24,4$	7,0	3,5
Від 30 до 36	$10 \times 13 \times 16 \times 31,4$	9,5	4,2
Від 36 до 42	$12 \times 19 \times 32,5 \times 59,1$	15,5	4,4

Клинові шпонки за способом розміщення на валах бувають врізні, на лисці, фрикційні (рис. 7.3). Усі клинові шпонки виготовляють з ухилом 1:100. Такий самий ухил виконується в пазу маточини чи втулки. Так само як призматичні, клинові врізні шпонки частково розміщують у пазу вала і частково в пазу маточини. Клинові шпонки на лисці та фрикційні розміщують по всій своїй висоті в пазах маточини. З'єднання клиновими шпонками передають обертовий момент за рахунок сил тертя на робочих гранях. Сили тертя створюються відповідним натягом в радіальному напрямі при забиванні шпонок.

Циліндричні шпонки (рис. 7.4) – це циліндричні штифти, які вставляють в отвори паралельно до осі з'єднання. Розміри циліндричних шпонок: діаметр шпонки $d_{ш} = (0,13...0,16)d$, довжина шпонки $l = (3...4)d_{ш}$. Якщо міцність з'єднання не забезпечується, то ставлять дві або три циліндричні шпонки, зміщені під кутом 180^0 або 120^0 .

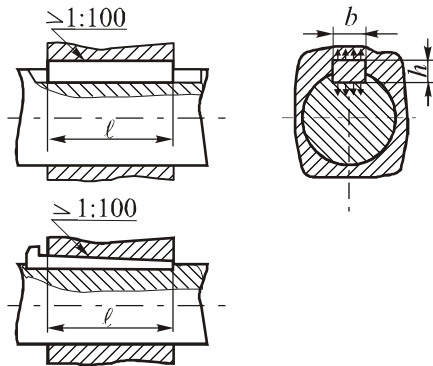


Рис. 7.3

Матеріалом виготовлення шпонок є спеціальний точний прокат зі сталей Ст5, Ст6, 45, 50, 55, 60 та інших з границею міцності $\sigma_{мц} \geq 590$ МПа. Шпонки підбирають за таблицями стандарту залежно від діаметра вала (табл. 7.1, 7.2).

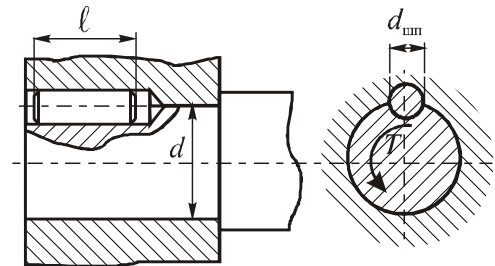


Рис. 7.4

З'єднання призматичними чи сегментними шпонками перевіряють за умовою міцності на зминання робочих поверхонь шпонки та з'єднуваних деталей:

$$\sigma_{зм} = \frac{F_t}{A_{зм}} = \frac{2T}{d(h-t_1)l_p} \leq [\sigma]_{зм},$$

де F_t - колова сила; $F_t = \frac{2T}{d}$; T - обертовий момент; d - діаметр вала; $A_{зм}$ - розрахункова площа зминання в маточині, яка дорівнює (рис. 7.2)

$$A_{зм} = (h - t_1) \cdot \ell_p,$$

де h - висота перерізу шпонки; t_1 - глибина паза вала; $\ell_p = \ell - 0.5b$ - розрахункова довжина призматичної шпонки; для сегментної шпонки $\ell_p = \ell$; $[\sigma]_{зм}$ - допустиме напруження зминання для елементів з'єднання; для чавунних маточин $[\sigma]_{зм} = 60 \dots 90$ МПа, для сталевих - $[\sigma]_{зм} = 100 \dots 120$ МПа. У випадку посадок з гарантованим натягом допустимі напруження: для чавунних маточин $[\sigma]_{зм} = 110 \dots 130$ МПа, для сталевих - $[\sigma]_{зм} = 160 \dots 180$ МПа. Менші значення допустимих напружень приймають для нерівномірних чи ударних навантажень.

Відповідальні з'єднання призматичними та сегментними шпонками перевіряють також на зріз

$$\tau_{зр} = \frac{F_t}{A_{зр}} = \frac{2T}{d \cdot b \cdot \ell_p} \leq [\tau]_{зр},$$

де $A_{зр}$ - площа зрізу, $A_{зр} = b \cdot \ell_p$; b - ширина шпонки; $[\tau]_{зр} = 60 \dots 100$ МПа - допустиме напруження на зріз для шпонки.

З'єднання клинвою врізною шпонкою перевіряють на зминання за формулою

$$\sigma_{зм} = \frac{12T}{b \cdot \ell (b + 6f \cdot d)} \leq [\sigma]_{зм},$$

де f - коефіцієнт тертя між шпонкою та маточиною. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 80 \dots 100$ МПа.

Умова міцності з'єднання фрикційною шпонкою має вигляд

$$\sigma_{зм} = \frac{T}{b \cdot d \cdot f \cdot \ell} \leq [\sigma]_{зм}.$$

Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 70 \dots 80$ МПа.

Розрахунок з'єднання циліндричною шпонкою виконують за формулою

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{4 \cdot T \cdot K}{d \cdot d_{\text{шп}} \cdot \ell} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

де K - коефіцієнт навантаження, який враховує напруженість з'єднання, $K = 1,2 \dots 1,5$, $d_{\text{шп}}$ - діаметр шпонки.

Допустиме напруження змінання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100 \dots 120$ МПа .

Шліцьові з'єднання

Шліцьовим або зубчастим називають багатошпонкове з'єднання, в якому шпонки-зубці виготовлені разом з валом. Профіль перерізу зубців: прямокутний, евольвентний і трикутний (рис. 7.5).

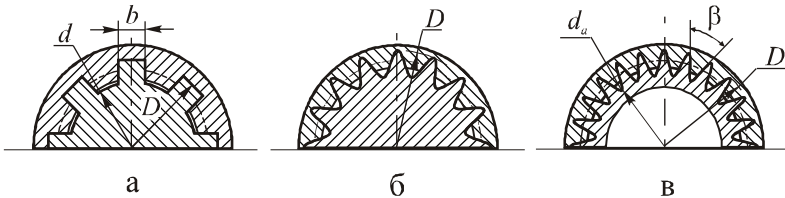


Рис. 7.5

Найбільш поширені та стандартизовані *прямобічні* (прямокутні) і *евольвентні* профілі перерізів зубців, які застосовують як в нерухомих, так і в рухомих з'єднаннях. Стандарт регламентує *три серії* з'єднань з прямобічним профілем зубців: легку (нерухомі і малонавантажені з'єднання); середню (рухомі середньонавантажені з'єднання); важку (передача значних моментів, переміщення втулки під навантаженням).

Розрахунок шліцьових з'єднань на міцність ґрунтується на визначенні напружень змінання, які виникають на бокових поверхнях зубців. Для прямобічних профілів зубців умова міцності має вигляд:

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{2T}{d_{\text{ср}} \cdot z \cdot h \cdot \ell \cdot \psi},$$

де $d_{\text{ср}}$ - середній діаметр з'єднання ; z - число зубців (табл. 7.3); h - висота поверхні контакту зубців; ℓ - довжина маточини; ψ - коефіцієнт, який враховує нерівномірність розподілу напружень в з'єднанні ($\psi = 0,7 \dots 0,8$); $[\sigma]_{\text{зм}}$ - допустимі напруження змінання бокових

поверхонь зубців; вибирають за табл. 7.5 залежно від рухомості з'єднання та умов експлуатації або розраховують [3].

Таблиця 7.3

З'єднання шліцьові прямобічні

$z \times d \times D$, мм	b , мм	f , мм
Легка серія		
$6 \times 26 \times 30$	6	0,3
$6 \times 28 \times 32$	7	0,3
$8 \times 32 \times 36$	6	0,4
$8 \times 36 \times 40$	7	0,4
$8 \times 42 \times 46$	8	0,4
$8 \times 46 \times 50$	9	0,4
$8 \times 52 \times 58$	10	0,5
$8 \times 56 \times 62$	10	0,5
Середня серія		
$6 \times 26 \times 32$	6	0,4
$6 \times 28 \times 34$	7	0,4
$8 \times 32 \times 38$	6	0,4
$8 \times 36 \times 42$	7	0,4
$8 \times 42 \times 48$	8	0,4
$8 \times 46 \times 54$	9	0,5
$8 \times 52 \times 60$	10	0,5
$8 \times 56 \times 65$	10	0,5
Важка серія		
$10 \times 26 \times 32$	4	0,4
$10 \times 28 \times 35$	4	0,4
$10 \times 32 \times 40$	5	0,4
$10 \times 36 \times 45$	5	0,4
$10 \times 42 \times 52$	6	0,4
$10 \times 46 \times 56$	7	0,5
$10 \times 52 \times 60$	5	0,5
$10 \times 56 \times 65$	5	0,5

Таблиця 7.4

З'єднання шліцьові евольвентні з кутом профілю 30°

Номинальний діаметр D , мм		Модуль m , мм									
		Ряд 1	0,8	-	1,25	-	2	2	3	-	-
		Ряд 2	-	1	-	1,5	-	2,5	-	3,5	4
Ряд 1	Ряд 2	Кількість зубів									
20	-	23	18	14	12	8	6	-	-	-	
-	22	26	20	16	13	9	7	6	-	-	
25	-	30	24	18	15	11	8	7	-	-	
-	28	34	26	21	17	12	10	8	-	-	
30	-	36	28	22	18	13	10	8	-	-	
-	32	38	30	24	20	14	11	9	-	6	
35	-	42	34	26	22	16	12	10	-	7	
-	38	46	36	29	24	18	14	11	-	8	
40	-	48	38	30	25	18	14	12	-	8	
-	42	51	40	32	26	20	15	12	-	9	
45	-	55	44	34	28	21	16	13	12	10	
-	48	58	46	37	30	22	18	14	12	10	
50	-	60	48	38	32	24	18	15	12	11	
-	52	64	50	40	33	24	19	16	12	11	
55	-	66	54	42	35	26	20	17	14	12	
-	58	70	56	45	37	28	22	18	14	13	
60	-	74	58	46	38	28	22	18	16	13	
-	62	-	-	48	40	30	23	19	16	14	
65	-	-	-	50	42	31	24	20	18	15	

Для евольвентних зубців умова міцності

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{T}{0,3(D - 2m) \cdot z \cdot m \cdot \ell} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

де m - модуль зубців.

Висоту поверхні контакту зубців та середній діаметр з'єднання визначають за формулами:

$$\text{- для прямобічних зубців: } h = \frac{D - d}{2} - 2f; \quad d_{\text{ср}} = \frac{D + d}{2};$$

- для евольвентних зубців: $h = \theta m$; $d_{\text{ср}} = d = m \cdot z$,

де $\theta = 1$ при центруванні по бокових поверхнях, $\theta = 0,9$ при центруванні по зовнішньому діаметру; d - діаметр ділительного кола;

- для трикутних зубців: $h = \frac{D - d_a}{2}$; $d_{\text{ср}} = d = m \cdot z$.

Граничний момент, який передається з'єднанням,

$$T_{\text{гр}} = \frac{[\sigma]_{\text{зм}} \cdot z \cdot h \cdot \ell \cdot \psi \cdot d_{\text{ср}}}{2}.$$

Таблиця 7.5

Допустимі напруження змінання $[\sigma]_{\text{зм}}$ для бічних граней шліців

З'єднання	Умови експлуатації	$[\sigma]_{\text{зм}}$, МПа	
		Без термообробки поверхонь	З термообробкою поверхонь
Нерухоме	Важкі	35...40	40...70
	Середні	60...100	100...140
	Легкі	80...120	120...200
Рухоме не під навантаженням	Важкі	15...20	20...35
	Середні	20...30	30...60
	Легкі	25...40	40...70
Рухоме під навантаженням	Важкі	-	3...10
	Середні	-	5...15
	Легкі	-	10...20

Задачі

7.1. Чавунний шків клинопасової передачі передає від електродвигуна до вентилятора потужність $P = 10$ кВт при частоті обертання $n = 1360$ об/хв. Підібрати і перевірити на міцність призматичну шпонку, якщо діаметр вала $d = 35$ мм, довжина маточини шківів $\ell_{\text{мат}} = 70$ мм. Допустиме напруження змінання для чавуна $[\sigma]_{\text{зм}} = 60$ МПа.

Розв'язок

За табл. 7.1 для вала діаметром $d = 35$ мм підбираємо призматичну шпонку $b \times h = 10 \times 8$ мм, $t_1 = 5$ мм. Довжину шпонки вибираємо так, щоб вона була менша за довжину маточини шківів ($\ell_{\text{мат}} = 70$ мм) на 3...10 мм і не виходила за межі граничних розмірів для шпонок 22...110 мм (табл. 7.1). Приймаємо стандартну довжину шпонки $\ell = 63$ мм.

Розрахункова довжина шпонки:

- виконання *A* (з заокругленими торцями)
 $\ell_p = \ell - b = 63 - 10 = 53$ мм ;

- виконання *B* (з плоскими торцями) $\ell_p = \ell = 63$ мм ;

- виконання *C* (з одним плоским і одним заокругленим торцем)
 $\ell_p = \ell - 0,5 b = 63 - 0,5 \cdot 10 = 58$ мм .

Перевіряємо вибрану шпонку на зминання. Визначаємо обертовий момент на валу шківів

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 10 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 1360} = 70,25 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

При можливості встановлення призматичної шпонки довільного виконання робочі напруження зминання найбільшими будуть у шпонки виконання *A* (робоча довжина шпонки ℓ_p найменша). Тому подальший розрахунок проведемо для цієї шпонки.

Розрахункове напруження зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{2T}{d(h-t_1)\ell_p} = \frac{2 \cdot 70,25}{35 \cdot (8-5) \cdot 53 \cdot 10^{-9}} = 25,24 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}$$

Умова міцності виконується.

Умовне позначення шпонки з заокругленими торцями: *Шпонка*
 $b \times h \times l = 10 \times 8 \times 63$.

7.2. Підібрати за стандартом призматичну шпонку та перевірити шпонкове з'єднання на міцність за умови, що діаметр вала $d = 32$ мм, довжина маточини зубчастого колеса $\ell_{\text{мат}} = 60$ мм, момент, що

передається з'єднанням, $T = 220 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Матеріал вала – сталь 45, матеріал маточини колеса – сталь 40Х. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100 \text{ МПа}$, зрізу $[\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 10 \times 8 \times 56$,
 $\tau_{\text{зр}} = 30 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$, умови міцності виконуються.

7.3. Підібрати за стандартом розміри поперечного перерізу призматичної шпонки та визначити її довжину з умови міцності на зминання. Обертовий момент на валу $T = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, діаметр вала $d = 24 \text{ мм}$, матеріал вала та маточини – сталь 35. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 105 \text{ МПа}$.

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 8 \times 7 \times 22$.

7.4. Чавунний шків клинопасової передачі передає від електродвигуна до вентилятора потужність $P = 18 \text{ кВт}$ при частоті обертання $n = 1460 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Дібрати та перевірити на міцність призматичну шпонку, якщо діаметр вала $d = 40 \text{ мм}$. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 90 \text{ МПа}$, зрізу $[\tau]_{\text{зр}} = 70 \text{ МПа}$.

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 12 \times 8 \times 36$;
 $\tau_{\text{зр}} = 20,5 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}} = 70 \text{ МПа}$, умова міцності на зріз виконується.

7.5. Визначити обертовий момент, який можна передати через шпонкове з'єднання стандартною призматичною шпонкою $b \times h \times l = 25 \times 14 \times 125$. Діаметр вала $d = 86 \text{ мм}$. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 120 \text{ МПа}$, зрізу - $[\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$.

Відповідь: $T = 2580 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

7.6. Циліндричне зубчасте колесо закріплене призматичною шпонкою на валу редуктора, діаметр якого $d = 45 \text{ мм}$. Вал (сталь 50) передає обертовий момент $T = 400 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Матеріал шпонки - сталь 45, матеріал зубчастого колеса - сталь 40Х. Допустимі напруження: зминання - $[\sigma]_{\text{зм}} = 110 \text{ МПа}$, зрізу - $[\tau]_{\text{зр}} = 80 \text{ МПа}$. Довжина маточини

$\ell_{\text{мат}} = 53 \text{ мм}$. Підібрати за стандартом шпонку та перевірити на міцність.

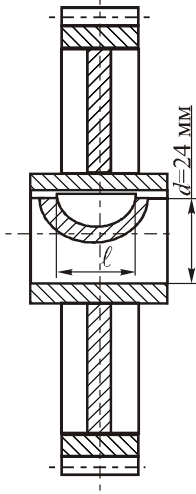


Рис. 7.6

Відповідь: шпонка $b \times h \times l = 14 \times 9 \times 50$ з плоскими торцями;
 $\sigma_{\text{зм}} = 101,6 \text{ МПа} \leq [\sigma_{\text{зм}}] = 110 \text{ МПа}$,
 $\tau_{\text{зр}} = 25,4 \text{ МПа} < [\tau]_{\text{зр}} = 80 \text{ МПа}$, умови міцності виконуються.

7.7. Сталеve зубчасте колесо, закріплене на валу діаметром $d = 24 \text{ мм}$, передає потужність $P = 8 \text{ кВт}$ при частоті обертання вала $n = 1160 \text{ об/хв}$ (рис. 7.6). Підібрати сегментну шпонку і перевірити з'єднання на міцність, якщо навантаження передається з легкими поштовхами. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100 \text{ МПа}$, зрізу $[\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}$.

Розв'язок

За табл. 7.2 при $d = 24 \text{ мм}$ підбираємо сегментну шпонку з розмірами $b = 6 \text{ мм}$, $h = 9 \text{ мм}$, $R = 11 \text{ мм}$, $\ell_p = \ell = 21,6 \text{ мм}$, $t_1 = 6,5 \text{ мм}$.

Перевіряємо з'єднання на зминання, а шпонку – на зріз.

Обертний момент на валу

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 1160} = 65,89 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Розрахункове напруження зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{F_t}{A_{\text{зм}}} = \frac{2T}{d(h - t_1)\ell_p} = \frac{2 \cdot 65,89}{24 \cdot (9 - 6,5) \cdot 21,6 \cdot 10^{-9}} = 101,7 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{\text{зм}} = 110 \text{ МПа}$$

Розрахункове напруження зрізу шпонки

$$\tau_{\text{зр}} = \frac{2T}{d \cdot b \cdot \ell_p} = \frac{2 \cdot 65,89}{24 \cdot 6 \cdot 21,6 \cdot 10^{-9}} = 42,4 \text{ МПа} \leq [\tau]_{\text{зр}} = 60 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконуються.

Умовне позначення вибраної сегментної шпонки: Шпонка $b \times h \times R \times \ell = 6 \times 9 \times 11 \times 21,6$.

7.8. Підібрати сегментну шпонку для кріплення втулкової муфти на валу діаметром $d = 25$ мм, перевіривши її на зріз і зминання. Потужність, яка передається валом, дорівнює $P = 7,8$ кВт, частота обертання валу $n = 1140$ об/хв. Муфта виконана зі сталі 40Х, шпонка - із сталі 45, вал із сталі 50. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 120$ МПа, зрізу $[\tau]_{зр} = 60$ МПа.

Відповідь: шпонка $b \times h \times R \times \ell = 8 \times 10 \times 12,5 \times 24,5$,
 $\sigma_{зм} = 71,44$ МПа $\leq [\sigma]_{зм} = 120$ МПа,
 $\tau_{зр} = 26,8$ МПа $< [\tau]_{зр} = 60$ МПа, умови міцності виконуються.

7.9. Чавунний шків клинопасової передачі закріплено на валу сегментною шпонкою. Вибрати розміри шпонки та перевірити міцність з'єднання за такими даними: обертовий момент на валу $T = 125$ Н·м, діаметр вала $d = 30$ мм, матеріал вала – сталь 35. Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 85$ МПа, зрізу $[\tau]_{зр} = 62$ МПа.

Відповідь: шпонка $b \times h \times R \times \ell = 10 \times 13 \times 16 \times 31,4$,
 $\sigma_{зм} = 75,8$ МПа $\leq [\sigma]_{зм} = 85$ МПа,
 $\tau_{зр} = 26,5$ МПа $< [\tau]_{зр} = 62$ МПа, умови міцності виконуються.

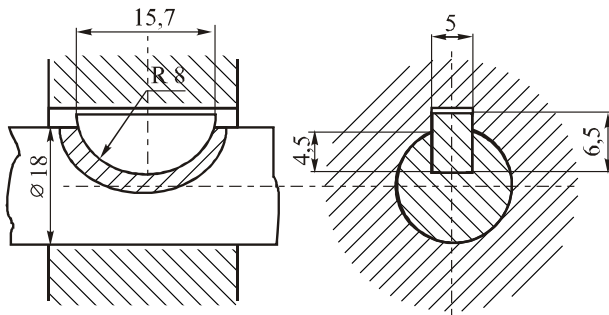


Рис. 7.7

7.10. Визначити напруження зминання в з'єднанні сегментною шпонкою (рис.7.7), яка передає від вала до маточини обертовий момент $T = 30$ кНм.

Відповідь: $\sigma_{зм} = 106$ МПа , $\tau_{зр} = 42,5$ МПа .

7.11. З умови міцності на зминання підібрати сегментні шпонки, за допомогою яких шків пасової передачі кріплять на валу кільцевого перерізу. Зовнішній діаметр вала $d = 30$ мм , товщина стінки вала $\delta = 12$ мм . З'єднання передає момент $T = 140$ Нм . Допустимі напруження: зминання $[\sigma]_{зм} = 150$ МПа , зрізу $[\tau]_{зр} = 100$ МПа . Перевірити вибрані шпонки за умовою міцності на зріз.

Примітка. При вибиранні шпонок слід врахувати, що висота шпонки h має бути меншою від товщини стінки вала δ .

Відповідь: 2 шпонки $b \times h \times R \times \ell = 5 \times 7,5 \times 9,5 \times 18,6$,

$\tau_{зр} = 23,9$ МПа $< [\tau]_{зр} = 100$ МПа .

7.12. Визначити обертовий момент, який можна передати за допомогою клинової врізної шпонки перерізом $b \times h = 32 \times 18$ мм при діаметрі вала $d = 120$ мм і розрахунковій довжині шпонки $l = 200$ мм . Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 90$ МПа , коефіцієнт тертя $f = 0,2$.

Відповідь: $T = 8448$ Н · м .

7.13. Чавунний шків клинопасової передачі з'єднаний із валом діаметром $d = 50$ мм клиновою врізною шпонкою $b \times h = 16 \times 10$ мм . З умови міцності на зминання визначити довжину шпонки. Матеріал шпонки - сталь Ст5; матеріал вала - сталь 40Х; коефіцієнт тертя $f = 0,17$; допустиме напруження зминання для матеріалу шпонки $[\sigma]_{зм} = 140$ МПа . Діаметр шківів $D = 360$ мм ; колова сила $F_t = 3,6$ кН .

Відповідь: $l_p = 52$ мм .

7.14. Визначити граничний обертовий момент, який можна передати з'єднанням фрикційною шпонкою (рис. 7.8.), якщо діаметр вала $d = 70$ мм , ширина шпонки $b = 20$ мм , довжина робочої грані

шпонки $l_p = 64$ мм, коефіцієнт тертя $f=0,1$. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 70$ МПа .

Відповідь: $T = 627$ Н·м .

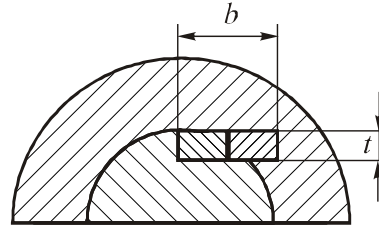


Рис. 7.8

7.15. Розрахувати довжину робочої грані фрикційної шпонки для з'єднання маточини шківів пасової передачі з валом діаметром $d = 45$ мм, якщо коефіцієнт тертя $f = 0,12$, ширина шпонки $b = 14$ мм, допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 76$ МПа . Потужність, яку передає пасова передача, $P = 14$ кВт, кутова швидкість вала шківів $\omega = 28$ с⁻¹ .

Відповідь: $l_p = 101,5$ мм .

7.16. На консольну частину вала відцентрового насоса насаджений шків клинопасової передачі за допомогою циліндричної шпонки (рис. 7.9). Шпонка встановлена з натягом (з'єднання напружене). Визначити діаметр шпонки, якщо потужність, що передається валом, $P = 10$ кВт,

частота обертання $n = 1100$ об/хв, діаметр

вала $d = 30$ мм, матеріал виготовлення маточини – чавун.

Коефіцієнт навантаження $K = 1,5$. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 68$ МПа .

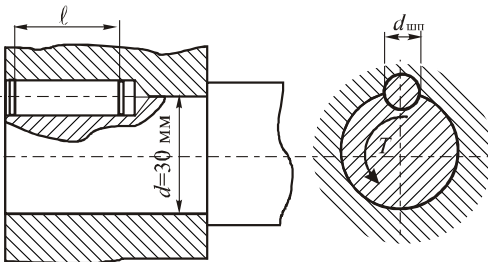


Рис. 7.9

Примітка. Попередньо задати довжину шпонки $l \approx 1,5d$. Напруженість з'єднання врахувати коефіцієнтом навантаження.

Відповідь: $d_{шп} = 6$ мм .

7.17. Перевірити шпонкове з'єднання циліндричною шпонкою за умовою міцності на зминання, якщо діаметр вала $d = 35$ мм, діаметр шпонки $d_{шп} = 4$ мм, довжина шпонки $\ell = 55$ мм. Обертний момент, який передає вал, $T = 100$ Н·м. Коефіцієнт навантаження $K = 1,2$. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 80$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{зм} = 62,3$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 80$ МПа, умова міцності виконується.

7.18. Для вала діаметром $d = 40$ мм необхідно підібрати призматичну, сегментну та клинову врізну шпонки та за напруженнями зминання визначити граничний обертний момент який можуть передати ці шпонки. Взяти довжину з'єднання $\ell = 60$ мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,16$. Допустимі напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 150$ МПа.

Відповідь: для призматичної шпонки $T = 432$ Н·м, для сегментної шпонки $T = 620$ Н·м, для клинової шпонки $T = 454$ Н·м.

7.19 Підібрати та перевірити на міцність прямобічне рухоме шліцьове з'єднання вторинного вала коробки передач автомобіля при передачі обертового моменту $T = 0,4$ кН·м, якщо відомі величини діаметрів $d = 28$ мм та $D = 34$ мм прямобічного зубчастого з'єднання, довжина маточини шестерні $\ell = 50$ мм та матеріал виготовлення деталей – сталь 45, термообробка – нормалізація.

Розв'язок

За табл. 7.3 вибираємо шліцьове з'єднання середньої серії (рухомі середньо навантажені з'єднання) для якого при $d = 28$ мм і $D = 34$ мм: $z = 6$, $b = 7$ мм, $f = 0,4$ мм.

За табл. 7.5 вибираємо допустиме напруження зминання

$$[\sigma]_{зм} = 60 \text{ МПа}.$$

Висота поверхні контакту зубців

$$h = \frac{D - d}{2} - 2f = \frac{34 - 28}{2} - 2 \cdot 0,4 = 2,2 \text{ мм}.$$

Середній діаметр з'єднання

$$d_{\text{cp}} = \frac{D + d}{2} = \frac{34 + 28}{2} = 31 \text{ мм}.$$

Розрахункове напруження змінання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{2T}{d_{\text{cp}} \cdot z \cdot h \cdot \ell \cdot \psi} = \frac{2 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{31 \cdot 6 \cdot 2,2 \cdot 50 \cdot 0,75 \cdot 10^{-9}} = 52,13 \text{ МПа} < [\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконується.

7.20. Підібрати і перевірити на міцність рухоме евольвентне шліцьове з'єднання вторинного вала коробки передач автомобіля при передаванні обертового моменту $T = 0,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Діаметр з'єднання $D = 48 \text{ мм}$, довжина маточини шестерні $\ell = 50 \text{ мм}$. Матеріал виготовлення деталей сталь 45 з термобробкою – покращання. Порівняти отримані дані з відповідними результатами попереднього розрахунку.

Розв'язок

За табл. 7.4 вибираємо шліцьове з'єднання з $D = 48 \text{ мм}$ (за умовою задачі), $m = 2 \text{ мм}$, $z = 22$.

За табл. 7.5 беремо $[\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}$ та перевіряємо з'єднання на змінання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{T}{0,3(D - 2m) \cdot z \cdot m \cdot \ell} = \frac{0,4 \cdot 10^3}{0,3(48 - 2 \cdot 2) \cdot 22 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 10^{-9}} = 13,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 13,8 \text{ МПа} < [\sigma]_{\text{зм}} = 60 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконується.

Для евольвентного шліцьового з'єднання розрахункові напруження змінання виявились значно меншими, ніж для прямобічного. Цим обґрунтовується твердження про перевагу евольвентних зубчастих з'єднань та перспективи їх застосування.

7.21. Підібрати та перевірити на міцність нерухоме шліцьове з'єднання вихідного вала редуктора та зірочки ланцюгової передачі при передаванні моменту $T = 680 \text{ Нм}$ для двох випадків: а) шліці

прямобічні, діаметри $d = 46$ мм, $D = 54$ мм; б) шліці евольвентні $D = 48$ мм, модуль $m = 4$ мм. Матеріал – сталь 45, термообробка – покращання. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 100$ МПа. Довжина маточини зірочки $l = 55$ мм.

Відповідь: а) $\sigma_{\text{зм}} = 25,75$ МПа $< [\sigma]_{\text{зм}} = 100$ МПа ,

б). $\sigma_{\text{зм}} = 25,75$ МПа $< [\sigma]_{\text{зм}} = 100$ МПа .

7.22. Визначити величину граничного обертового моменту, який можна передати рухомих прямобічним шліцьовим з'єднанням важкої серії з параметрами $d = 56$ мм та $D = 65$ мм. Довжина з'єднання $\ell = 60$ мм. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{\text{зм}} = 25$ МПа .

Відповідь: $T = 1016$ Н·м .

7.23. Визначити напруження зминання для стандартного шпонкового з'єднання та стандартного шліцьового з'єднання середньої серії (рис. 7.10). Розрахункова довжина з'єднання в обох випадках дорівнює $\ell = 36$ мм, обертовий момент $T = 120$ Н·м .

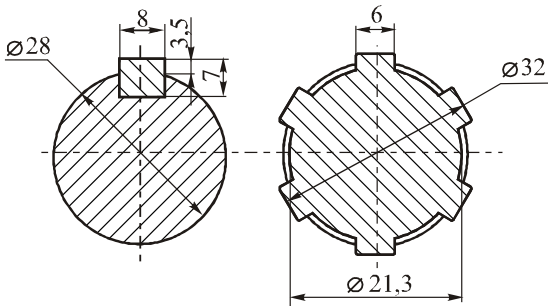


Рис. 7.10

Відповідь: для шпонкового з'єднання $\sigma_{\text{зм}} = 76,53$ МПа , для шліцьового з'єднання $\sigma_{\text{зм}} = 21,8$ МПа .

Тема 8. Різьбові з'єднання. Теоретична довідка

Різьбовими називають з'єднання, що здійснюються кріпильними різьбовими деталями (болтами, гвинтами, шпильками) чи шляхом безпосереднього згвинчування деталей з різьбою.

За *формою поверхні* стержня, на якій нарізана різьба, розрізняють: циліндричні та конічні різьби.

За *призначенням* розрізняють три групи різьб: *кріпильні*, що забезпечують міцність з'єднання, *кріпильно-ущільнювальні*, що забезпечують міцність та герметичність з'єднання (арматура трубопроводів, з'єднання трубопроводів для рідин, газів та пари), *спеціальні*, що призначені для передачі руху з зовнішнім навантаженням.

Типи кріпильних різьб: *метрична* (трикутний профіль, кут профілю $\alpha = 60^{\circ}$, основна кріпильна різьба, приклад позначення $M 24 \times 2$ (зовнішній номінальний діаметр $d = 24$ мм, крок $p = 2$ мм); *трубна* (дюймова, $\alpha = 55^{\circ}$, $1' = 24,4$ мм), приклад позначення $G2 - B$ (номінальний діаметр $d = 2'$, клас точності B ; *кругла*, приклад позначення $Rd16$ ($d = 16$ мм).

Основні параметри метричної різьби з великим кроком подані в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Різьба метрична для кріпильних різьбових деталей

Діаметр різьби, мм			Крок P , мм	Діаметр різьби, мм			Крок P , мм
Зовнішній $d = D$	Середній $d_2 = D_2$	Внутрішній $d_1 = D_1$		Зовнішній $d = D$	Середній $d_2 = D_2$	Внутрішній $d_1 = D_1$	
5	4,480	4,134	0,80	(27)	25,051	23,732	3,00
6	5,350	4,918	1,00	30	27,727	26,211	3,50
7	6,350	5,918	1,00	(33)	30,727	29,211	3,50
8	7,188	6,647	1,25	36	33,402	31,670	4,00
9	8,188	7,647	1,25	(39)	36,402	34,670	4,00
10	9,026	8,376	1,50	42	39,077	34,129	4,50
11	10,026	9,376	1,50	(45)	42,077	40,129	4,50
12	10,863	10,106	1,75	48	44,752	42,587	5,00
(14)	12,701	11,835	2,00	(52)	48,752	46,587	5,00
16	14,701	13,835	2,00	56	52,428	50,046	5,50
(18)	16,376	15,294	2,50	(60)	56,428	54,046	5,50
20	18,376	17,294	2,50	64	60,103	57,505	6,00
(22)	20,376	19,294	2,50	(68)	64,103	61,505	6,00
24	22,051	20,752	3,00	-	-	-	-

Примітка. Числа в дужках належать до другого ряду, перевагу віддають першому ряду.

Залежно від призначення різьбового з'єднання в машинобудуванні використовують кріпильні вироби: болти, гвинти, шпильки. *Болт* – циліндричний стержень з різьбою та головкою. Застосовують при з'єднанні деталей невеликої товщини. Замикаючим елементом болтового з'єднання є *гайка* – деталь з різьбовим отвором. *Гвинт* – болт, гайкою якого є одна з деталей, що з'єднуються. *Шпилька* – циліндричний стержень з нарізаною з обох кінців різьбою.

Усі стандартні болти, гвинти, шпильки виготовляють рівномісними на розрив стержня по різьбі, на зріз різьби та відрив головки. Розрахунок на міцність різьбового з'єднання виконують тільки за одним критерієм працездатності – міцності нарізаної частини стержня. Більшість болтів, гвинтів і шпильок працюють зі значною попередньою затяжкою, коли в поперечному перерізі виникають поздовжня сила та крутний момент, а стержень болта працює на *розтяг і кручення*. Для силових з'єднань не допускають застосування болтів з діаметром, меншим ніж 8 мм.

Розрахунок незатягнутих болтів. Незатягнутими (ненапруженими) вважають болти, що навантажені лише осьовими силами. Їх розраховують лише на розтяг. Умова міцності таких болтів має вигляд

$$\sigma_p = \frac{F_a}{z \cdot A_p} = \frac{4 F_a}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p,$$

де F_a - осьове навантаження; z - число болтів; $A_p = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4}$ - розрахункова мінімальна площа поперечного перерізу болта; d_1 - внутрішній діаметр різьби болта.

Розрахунок затягнутих болтів в з'єднаннях без зовнішнього навантаження. Унаслідок затягування в болтах виникають поздовжня сила та крутний момент. Проте такі болти розраховують лише на розтяг, враховуючи наявність крутного моменту збільшенням на 30% осьової сили за допомогою коефіцієнта затяжки $k_{\text{зат}} = 1,3$. Умова міцності такого з'єднання має вигляд

$$\sigma_p = \frac{4 \cdot k_{\text{зат}} \cdot F_a}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p.$$

Розрахунок болтів, завантажених осьовою силою, при забезпеченні герметичності з'єднання (нерозкриття стику) виконують за такою умовою міцності

$$\sigma_p = \frac{4k_{\text{зат}} \cdot K \cdot F_{\text{зат}}}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p,$$

де $F_{\text{зат}}$ - сила затягування, K - коефіцієнт навантаження. За умовою нерозкриття стику значення K такі: при постійному навантаженні $K = 1,45 \dots 2,3$; при змінному навантаженні - $K = 2,7 \dots 4,3$. За умовою герметичності з'єднання значення K такі: при м'якій прокладці - $K = 1,5 \dots 2,8$, при металевій фасонній прокладці - $K = 2,2 \dots 3,8$, при металевій плоскій прокладці - $K = 3,2 \dots 5,3$.

Розрахунок болтів, завантажених поперечною силою Q , перпендикулярною до осі болта. Такі болти можуть бути розміщені або в отворах з зазором або в отворах без зазору. При розміщенні болтів в отворах з зазором (рис. 8.1) нормальну роботу з'єднання повинна забезпечити сила тертя між поверхнями деталей. Для цього має виконуватись умова

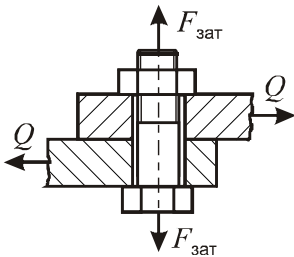


Рис. 8.1

$$f \cdot F_{\text{зат}} = k \cdot Q.$$

Звідси

$$F_{\text{зат}} = \frac{k \cdot Q}{f},$$

де $k = 1,2 \dots 1,5$ - коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей, f - коефіцієнт тертя.

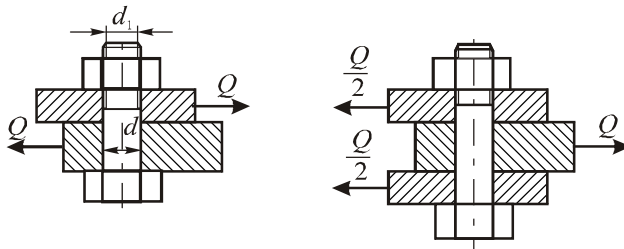


Рис. 8.2

Умова міцності з'єднання

$$\sigma_p = \frac{k_{\text{зат}} \cdot F_{\text{зат}}}{z \cdot A_p} = \frac{4k_{\text{зат}} \cdot k \cdot Q}{z \cdot \pi \cdot d_1^2 \cdot f} \leq [\sigma]_p.$$

При розміщення болтів в отворах без зазору (рис. 8.2) їх діаметр визначають з умови міцності болта *на зріз*

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{i \cdot z \cdot A} = \frac{4Q}{i \cdot z \cdot \pi \cdot d_0^2} \leq [\tau]_{зр}$$

та проводять перевірку міцності болта і з'єднаних деталей *на зминання*

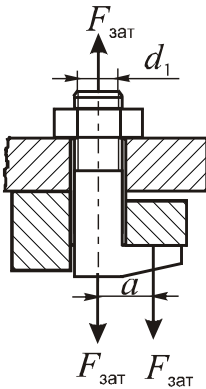
$$\sigma_{зм} = \frac{Q}{z \cdot A_{зм}} = \frac{Q}{z \cdot d_0 \cdot \Sigma \delta_{\min}} \leq [\sigma]_{зм},$$

де $A = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4}$ - площа перерізу болта в місці зрізу; d_0 - діаметр ненарізаної частини болта ($d_0 = d_1 + 1$ мм), $A_{зм} = d_0 \cdot \Sigma \delta_{\min}$ - площа зминання, $\Sigma \delta_{\min}$ - сумарна мінімальна товщина деталей, що зміщуються в одному напрямі; i - число площин зрізу

Розрахунок болтів при ексцентричному осьовому навантаженні. Для з'єднання деталей, які мають скоси, виступи чи несиметричні заглиблення, використовуються болти з костильними (ексцентричними) головками (рис. 8.3) Такі болти окрім розтягу та кручення працюють також на згин унаслідок ексцентрично прикладеного осьового навантаження.

Сумарне напруження в болті

$$\begin{aligned} \sigma_{\Sigma} &= k_{зат} \cdot \sigma_p + \sigma_{зг} = \frac{4 \cdot k_{зат} \cdot F_{зат}}{\pi \cdot d_1^2} + \frac{32 \cdot F_{зат} \cdot a}{\pi \cdot d_1^3} = \\ &= \frac{4 \cdot F_{зат}}{\pi \cdot d_1^2} \left(k_{зат} + \frac{8a}{d_1} \right) = \sigma_p \left(k_{зат} + \frac{8a}{d_1} \right), \end{aligned}$$



де a - ексцентриситет.

Умова міцності болта

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{4 \cdot F_{зат}}{\pi \cdot d_1^2} \left(k_{зат} + \frac{8a}{d_1} \right) \leq [\sigma]_p.$$

Рис. 8.3

Розрахунок болтів клемового з'єднання. Клемовими називають з'єднання, які застосовують для нерухомого закріплення на валах, осях, штангах різних пристроїв за рахунок сил тертя без застосування шпонок, шліців (рис. 8.4). Нерухомість такого з'єднання забезпечується силами

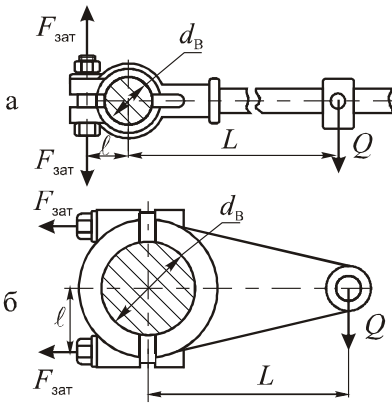


Рис. 8.4

тертя, що виникають від затягування болтів між з'єднуваними поверхнями. Внутрішній діаметр різьби болта визначають за умовою нерозкриття стику.

Сила затягування $F_{зат}$ повинна бути такою, щоб викликана нею сила тертя F_T створила б такий момент, який міг би зрівноважити момент від зовнішньої сили Q . Сила затягування одного болта для випадку клем з нероз'ємною маточиною (рис. 8.4, а)

$$F_{зат} = \frac{Q \cdot L}{f(2 \cdot \ell + d_B)},$$

для випадку клем з роз'ємною маточиною (рис. 8.4, б)

$$F_{зат} = \frac{Q \cdot L}{f \cdot d_B},$$

де d_B - діаметр вала.

Допустимі напруження

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n},$$

де n - коефіцієнт запасу міцності. Для болтів з вуглецевих сталей $n = 1,5 \dots 2$; для болтів з легованих сталей $n = 1,8 \dots 2,5$. Для підйимально-транспортного обладнання величину n збільшують в 2 рази.

Розрахунок групових болтових з'єднань виконують за умовою, що болти навантажені рівномірно. Такими з'єднаннями є кріплення кришок підшипників, круглих кришок посудин тощо. У цьому випадку визначають силу, що діє на один болт

$$F = \Sigma F / z,$$

де ΣF - зовнішня сила, що діє на групу болтів; z - число болтів

групи.

Перевірковий або проектний розрахунок проводять для одного болта. Всі болти групи приймають однакових розмірів для спрощення конструкції. Залежно від конструкції з'єднання формула для визначення сили, що діє на один болт, може бути змінена.

Розрахунок групи болтів, навантажених нерівномірно (наприклад, кріплення корпусів підшипників до металоконструкції, машин з фундаментними болтами) проводять за найбільш навантаженим болтом. Зовнішню силу, що діє на такий болт, в кожному конкретному випадку визначають відповідно до схеми навантаження з рівнянь рівноваги.

Задачі

8.1. Скоба для кріплення розтяжок з'єднана трьома болтами з дерев'яною балкою (рис. 8.5). Дібрати болти з'єднання і визначити зовнішній діаметр шайби з умови міцності деревини на зминання, якщо відомі значення $F_1 = 12$ кН, $\alpha = 45^\circ$. Для деревини прийняти $[\sigma]_{зм} = 5$ МПа. Матеріал болтів – сталь Ст3.

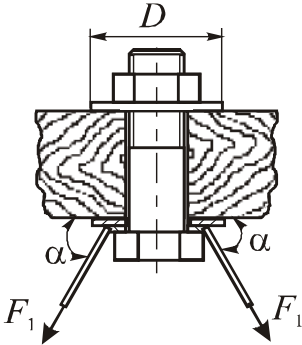


Рис. 8.5

Визначаємо внутрішній діаметр різьби для незатягнутого болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 F_a}{\pi \cdot z \cdot [\sigma]_p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 16,97 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 3 \cdot 153,3 \cdot 10^6}} = 6,86 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6,86 \text{ мм}$$

З табл.8.1 за знайденим значенням d_1 вибираємо болт М8, для якого $d = 8$ мм (різьба М8).

Розв'язок

Осьова сила, яка розтягує болти,

$$F_a = 2 F_1 \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 12 \sin 45^\circ = 16,97 \text{ кН}.$$

Приймаємо для болтів зі сталі Ст3 $\sigma_T = 230$ МПа (табл. 6.2) і приймаємо $n = 1,5$ ($n = 1,5 \dots 2,0$ для незатягнутих болтів з вуглецевих сталей).

Допустиме напруження

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{230}{1,5} = 153,3 \text{ МПа}.$$

Визначаємо зовнішній діаметр шайби з умови міцності деревини на зминання

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{F_a}{z \cdot A_{\text{зм}}} \leq [\sigma]_{\text{зм}}.$$

Звідси

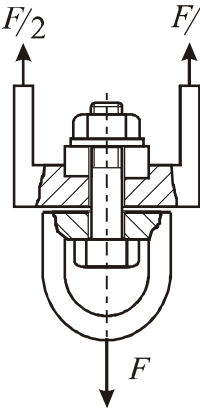
$$A_{\text{зм}} \geq \frac{F_a}{z \cdot [\sigma]_{\text{зм}}} = \frac{16,97 \cdot 10^3}{3 \cdot 5 \cdot 10^6} = 11,31 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1131 \text{ мм}^2.$$

Оскільки площа зминання для шайби, яка є кільцем,

$$A_{\text{зм}} = \frac{\pi}{4} [D_{\text{ш}}^2 - d_{\text{ш}}^2],$$

де $d_{\text{ш}} = d + 1$ - внутрішній діаметр шайби, то звідси мінімальний зовнішній діаметр шайби $D_{\text{ш}}$

$$D_{\text{ш}} \geq \sqrt{\frac{4 A_{\text{зм}}}{\pi} + (d + 1)^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1131}{3,14} + (8 + 1)^2} = 39 \text{ мм}$$



Приймаємо

$$D_{\text{ш}} = 40 \text{ мм},$$

$$d_{\text{ш}} = 8 + 1 = 9 \text{ мм}.$$

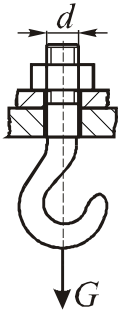
8.2. Визначити діаметр різьби болта для кріплення вантажної скоби (рис. 8.6). Навантаження статичне $F = 34$ кН. Матеріал болта – сталь Ст3 з границею текучості $\sigma_T = 220$ МПа. Коефіцієнт запасу міцності $n = 2$.

Рис. 8.6

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 19,8$ мм, приймаємо болт М24.

8.3. Розрахувати болт вантажної скоби, який сприймає осьове статичне навантаження $F = 50$ кН. Матеріал болта сталь 40, допустиме напруження $[\sigma]_p = 180$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 18,8$ мм, приймаємо болт М22.



8.4. Визначити діаметр нарізаної частини хвостовика гака (рис. 8.7) для піднімання вантажу вагою $G = 50$ кН. Матеріал болта - сталь Ст3 з границею текучості $\sigma_T = 225$ МПа. Коефіцієнт запасу міцності $n = 4$.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 33,65$ мм, приймаємо $d = 39$ мм.

Рис. 8.7

8.5. Визначити діаметр нарізаної частини гвинта стяжки (рис. 8.8), якщо осьове навантаження $F = 20$ кН. Матеріал гвинтів – сталь 35. Допустиме напруження розтягу $[\sigma]_p = 120$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 14,5$ мм, приймаємо, $d = 18$ мм.



Рис. 8.8

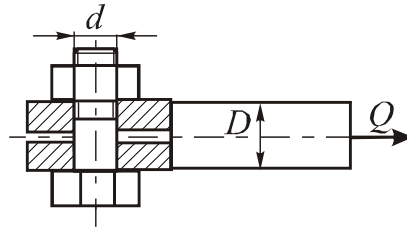


Рис. 8.9

8.6. З'єднання поздовжніх тяг поршневого насоса подвійної дії з фігурним кривошипом здійснене за допомогою проушини, яка насаджена на болт діаметром $d = 18$ мм (рис. 8.9). Перевірити міцність з'єднання, якщо сила, яка діє на одну тягу, складає $Q = 6$ кН. Діаметр тяги $D = 19$ мм, висота $h = 7$ мм. Допустимі напруження - $[\tau]_{зр} = 45$ МПа, $[\sigma]_{зм} = 120$ МПа, $[\sigma]_p = 60$ МПа.

Відповідь: напруження зрізу болта $\tau_{зр} = 14,4$ МПа, напруження зминання болта $\sigma_{зм} = 26,3$ МПа, напруження розтягу тяги $\sigma_p = 21$ МПа. Умови міцності виконуються.

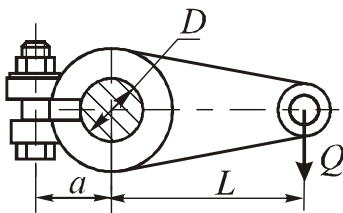
8.7. Дібрати два болти для кріплення двох сталевих листів, до яких прикладена поперечна сила $Q = 9$ кН. Болти зі сталі Ст3 поставлені в отвори з зазором. Коефіцієнт тертя $f = 0,15$, коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $K = 1,4$. Допустиме напруження розтягу $[\sigma]_p = 110$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 25,14$ мм, приймаємо болти *М 30*.

8.8. Визначити діаметр двох болтів, які з'єднують листи зі сталі Ст3. Листи товщиною $\delta_1 = 6$ мм і $\delta_2 = 5$ мм розтягуються поперечною силою $Q = 9$ кН. Болти вставлені в отвори без зазору. Допустиме напруження зрізу для матеріалу болтів $[\tau]_{зр} = 62$ МПа. Перевірити міцність з'єднання на зминання. Допустиме напруження зминання $[\sigma]_{зм} = 180$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_0 = 9,6$ мм, приймаємо $d = 11$ мм, $\sigma_{зм} = 93,75$ МПа $<$ $[\sigma]_{зм} = 180$ МПа.

8.9. Підібрати болт клемового з'єднання для кріплення важеля на валу (рис. 8.10). Діаметр вала $D = 36$ мм, сила, яка діє на важіль, $Q = 580$ Н, довжина важеля $L = 440$ мм, відстань від осі болта до



осі вала $a = 30$ мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,14$. Допустиме напруження $[\sigma]_p = 120$ МПа. Коефіцієнт навантаження за умовою нерозкриття стику $K = 2$.

Рис. 8.10

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 22,9$ мм; приймаємо болт *М 27*.

8.10. Дібрати два болти для клемового з'єднання, зображеного на рис. 8.11. Діаметр вала $d = 68$ мм, коефіцієнт тертя $f = 0,18$, сила

$F = 5$ кН. Допустиме напруження $[\sigma]_p = 130$ МПа. Коефіцієнт навантаження за умовою нерозкриття стику $K = 2,1$.

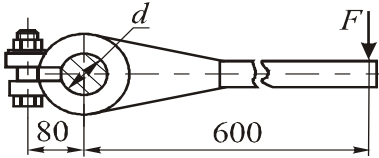


Рис. 8.11

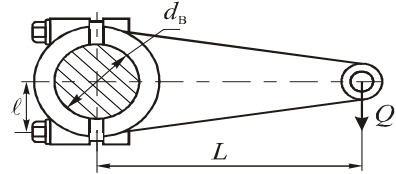


Рис. 8.12

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 31,27$ мм; приймаємо болти M36.

8.11. Важіль з вантажем вагою $Q = 950$ Н (рис. 8.12) закріплено на валу діаметром $d_B = 80$ мм за допомогою клемового з'єднання, яке затягується двома болтами. Дібрати болти зі сталі Ст3 з допустимим напруженням розтягу $[\sigma]_p = 120$ МПа. Плече важеля $L = 500$ мм, коефіцієнт тертя $f = 0,15$, коефіцієнт навантаження за умовою нерозкриття стику $K = 2$.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 23,37$ мм, приймаємо болти M27.

8.12. Визначити діаметр фундаментних болтів, які кріплять стійку до бетонного фундаменту (рис. 8.13). Коефіцієнт тертя основи стійки до бетону $f = 0,35$. Вихідні дані: $Q = 5$ кН, $\alpha = 45^\circ$, $H = 650$ мм, $l = 600$ мм. Допустиме напруження матеріалу болтів на розтяг $[\sigma]_p = 80$ МПа, коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $k = 1,5$, коефіцієнт зовнішнього навантаження $\chi = 0,25$.

Примітка. Методика розрахунку задач 8.12-8.13 наведена в [3].

8.13. Розрахувати чотири болти кріплення корпусу підшипника до рами (рис.8.14), якщо рівнодійна сил, що діють на підшипник, дорівнює $R = 8,2$ кН і направлена під кутом $\alpha = 35^\circ$ до горизонталі. Коефіцієнт запасу від взаємного зсуву рівний $k = 1,5$, коефіцієнт тертя $f = 0,15$, коефіцієнт зовнішнього навантаження $\chi = 0,3$. Задані

розміри $h = 100$ мм, $l = 80$ мм. Коefіцієнт надійності з'єднання 1,5. Допустимі напруження: $[\sigma]_p = 80$ МПа, $[\tau]_{зр} = 60$ МПа.

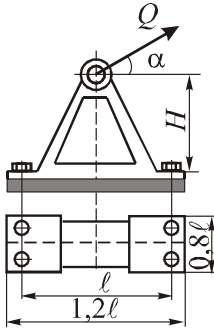


Рис.8.13

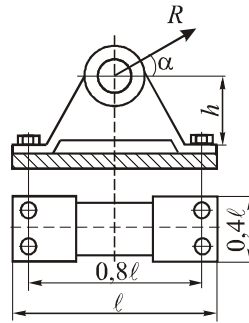


Рис.8.14

8.14. Чавунний корпус підшипника (рис. 8.15) навантажений силою $Q = 20$ кН кріпиться до станини чотирма болтами, розміщеними в отворах без зазору. Дібрати болти зі сталі Ст3 з допустимим напруженням зрізу $[\tau]_{зр} = 61$ МПа. Перевірити з'єднання на зминання, якщо $\delta = 25$ мм. Допустиме напруження зминання для чавуну $[\sigma]_{зм} = 100$ МПа.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_0 = 10,22$ мм, болти М11, $\sigma_{зм} = 19,3$ МПа $< [\sigma]_{зм} = 100$ МПа.

8.15. Кругла пила діаметром $D = 800$ мм утримується між двома шайбами (рис. 8.16) за допомогою сил тертя, що виникають при затягуванні гайки на кінці вала верстата. Визначити діаметр нарізаної частини вала, якщо відомі сила опору різанню $F = 990$ Н, діаметри шайби $D_1 = 195$ мм та $D_2 = 115$ мм, матеріал вала - сталь 45 з границею текучості $\sigma_T = 225$ МПа. Коefіцієнт запасу міцності $n = 2$. Коefіцієнт тертя між шайбами і пилою $f = 0,15$. Коefіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $K = 1,5$.

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 11,99$ мм, різьба М16.

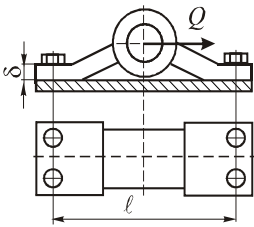


Рис. 8.15

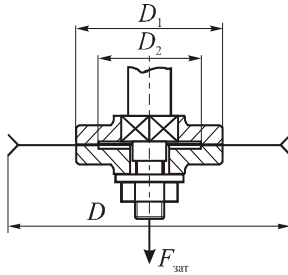


Рис. 8.16

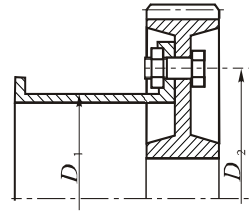


Рис. 8.17

8.16. Дібрати шість болтів для з'єднання зубчастого колеса з барабаном лебідки (рис. 8.17). Розрахунок провести для двох варіантів: а) болти розміщені в отвори з зазором; б) болти розміщені без зазору. Вантажність лебідки $Q = 50$ кН, діаметри $D_1 = 400$ мм, $D_2 = 550$ мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,15$. Коефіцієнт запасу від взаємного зсуву деталей $K = 1,25$. Допустимі напруження: $[\sigma]_p = 125$ МПа, $[\tau]_{зр} = 85$ МПа.

Відповідь: а) розрахунковий діаметр $d_1 = 25,87$ мм, болти М30; б) розрахунковий діаметр $d_0 = 11,97$ мм, болти М14.

8.17. Підібрати болти із сталі Ст3 для фланцевого з'єднання трубопроводу (рис. 8.18), якщо величина тиску в трубопроводі дорівнює $p = 10$ ат (1 ат = $9,81 \cdot 10^{-2}$ МПа), внутрішній діаметр $D = 250$ мм, кількість болтів $z = 8$.

Розв'язок

В таких конструкціях болти повинні мати значний монтажний натяг, щоб не порушилась герметичність стику при дії робочого навантаження. Сумарна сила затягування болтів

$$F_{зат} = p \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 10 \cdot 9,81 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6 \frac{3,14 \cdot (250 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 48,13 \cdot 10^3 \text{ Н} = 48,13 \text{ кН}.$$

Допустимі напруження для болтів із сталі 45 при $\sigma_T = 284$ МПа (табл. 6.2) і коефіцієнті запасу міцності $n = 2$

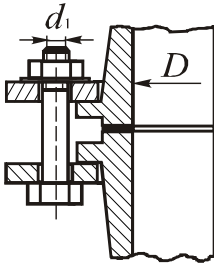


Рис. 8.18

$$[\sigma]_p = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{284}{2} = 142 \text{ МПа} .$$

З умови забезпечення герметичності з'єднання

$$\sigma_p = \frac{4 k_{\text{зат}} \cdot K \cdot F_{\text{зат}}}{z \cdot \pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]_p ,$$

де $K = 2,4$ ($K = 1,5 \dots 2,8$ для м'якої прокладки), отримуємо розрахунковий діаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 k_{\text{зат}} \cdot K \cdot F_{\text{зат}}}{\pi \cdot z \cdot [\sigma]_p}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 2,4 \cdot 48,13 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 142 \cdot 10^6}} = 12,98 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 12,98 \text{ мм}$$

За табл. 8.1 приймаємо болти з різьбою $M16$, для яких $d = 16 \text{ мм}$, $d_1 = 13,835 \text{ мм}$.

8.18. Визначити діаметр болтів фланцевого з'єднання верхньої частини автоклава з його корпусом (рис. 8.19). Тиск рідини всередині автоклава $p = 1,2 \text{ МПа}$, внутрішній діаметр верхньої частини автоклава $D = 300 \text{ мм}$, кількість болтів $z = 8$. Матеріал болтів – сталь 35. Решту даних прийняти самостійно.

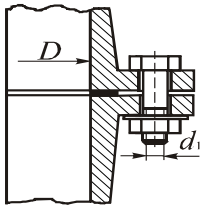


Рис. 8.19

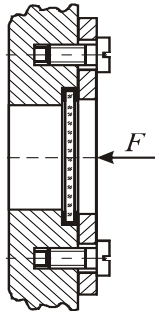


Рис. 8.20

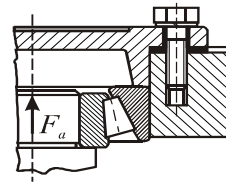


Рис. 8.21

8.19. Розрахувати гвинти кільця кріплення скла в оглядовому вікні вакуум-камери (рис. 8.20). За умовою герметичності загальне зусилля притиснення кільця повинно складати $F = 8 \text{ кН}$; число гвинтів $z = 6$; матеріал гвинтів – сталь 40X. Решту даних прийняти самостійно.

8.20. Кришка підшипника черв'ячного редуктора кріпиться до корпусу шістьма гвинтами (рис. 8.21), які повинні забезпечити герметичність підшипникового вузла при м'якій прокладці ($K = 2,2$). Дібрати гвинти зі сталі Ст3 з допустимим напруженням розтягу $[\sigma]_p = 112$ МПа для двох випадків: а) сила $F_a = 4,5$ кН, б) сила $F_a = 5,8$ кН.

Відповідь: а) розрахунковий діаметр $d_1 = 4,9$ мм, гвинти М6, б) розрахунковий діаметр $d_1 = 5,6$ мм, гвинти М7.

8.21. Розрахувати болти дискової муфти (рис. 8.22). Муфта передає потужність $P = 40$ кВт; частота обертання валів, що з'єднуються муфтою, $n = 300$ об/хв; діаметр кола центрів болтів $D_0 = 240$ мм; число болтів $z = 4$; матеріал болтів і дисків - сталь Ст3 з допустимими напруженнями: $[\sigma]_p = 115$ МПа, $[\tau]_{зр} = 62$ МПа, $[\sigma]_{зм} = 160$ МПа. Коefіцієнт тертя $f = 0,15$. Коefіцієнт запасу від взаємного зсуву $k = 1,5$. Розрахунок болтів виконати для двох випадків встановлення їх в отвори півмуфт: без зазору і з зазором.

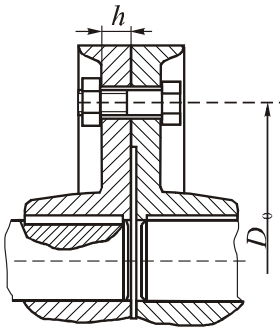


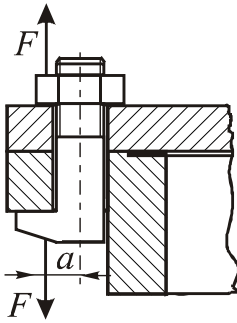
Рис. 8.22

8.22. Дібрати болти дискової муфти, яка передає потужність $P = 80$ кВт. Частота обертання валів, з'єднаних муфтою, $n = 400$ об/хв. Діаметр кола, на якому розміщені болти, $D = 220$ мм. Кількість болтів $z = 4$, болти поставлені в отвори без

отвори півмуфт: без зазору і з зазором. Визначити мінімально необхідну товщину h дисків півмуфт.

Відповідь: для встановлення в отвори без зазору розрахунковий діаметр $d_0 = 7,38$ мм, болти М8, для встановлення в отвори з зазором розрахунковий діаметр $d_1 = 19,55$ мм, болти М24, необхідна товщина дисків півмуфт 2,17 мм.

зазору. Допустиме напруження зрізу для матеріалу болтів $[\tau]_{зр} = 96$ МПа .



Відповідь: розрахунковий діаметр $d_0 = 7,59$ мм , болти М8 .

8.23. Розрахувати болти малогабаритного фланцевого з'єднання днища автоклаву з циліндричним корпусом (рис. 8.23). Через обмежений розмір фланця болти виконані з костильною голівкою. Розрахункове навантаження на кожний болт 8 кН. Ексцентриситет $e=0,7d_1$. Допустиме напруження $[\sigma]_p = 125$ МПа .

Рис. 8.23

Відповідь: розрахунковий діаметр $d_1 = 23,7$ мм , болти М27.

Тема 9. Кручення. Теоретична довідка

Деформація *кручення* викликається двома протилежно напрямленими парами сил, що діють у площинах, перпендикулярних до осі стержня. Стержень, що працює на кручення, називають *валом*. Зовнішні моменти, що закручують вал, називають *закручувальними моментами*. Під дією цих моментів в поперечних перерізах вала, як протидія, виникають внутрішні моменти M_K - *крутні моменти*. Для визначення крутних моментів використовують метод перерізів. За допомогою цього методу можна сформулювати таке правило для визначення крутних моментів:

крутний момент M_K у довільному поперечному перерізі вала чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх моментів, прикладених до вала з одного боку від даного перерізу. При цьому додатним вважають ті моменти, що обертають вал проти ходу стрілки годинника, якщо дивитись уздовж зовнішньої нормалі до перерізу.

Графік розподілу крутних моментів по довжині вала називають *єпюрою крутних моментів M_K* . Якщо відома потужність P (кВт), що передається валом, і швидкість обертання вала n (об/хв.), то закручувальний момент визначають за формулою

$$M = 9,55 \cdot \frac{N(\text{кВт})}{n(\text{об/хв})} = \dots (\text{кНм}).$$

При крученні вала в поперечних перерізах виникають *дотичні напруження*. Формула для визначення їх величини в довільній точці круглого або кільцевого поперечного перерізу з полярною координатою ρ має вигляд

$$\tau_\rho = \frac{M_K \cdot \rho}{I_p}.$$

Максимальне дотичне напруження, що виникає на зовнішньому радіусі перерізу (при $\rho = \rho_{\max}$) визначають з виразу

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p},$$

де полярний момент опору W_p , який визначають за формулами:

- для круглого поперечного перерізу вала з радіусом r і діаметром d

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}} = \frac{\pi r^4}{2} \div r = \frac{\pi r^3}{2} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3;$$

- для кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром D і внутрішнім - d

$$W_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) \div \frac{D}{2} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4) \approx 0,2D^3 (1 - \alpha^4),$$

$$\text{де } \alpha = \frac{d}{D}.$$

Кут закручування ділянки вала з круглим перерізом довжиною l , на якій виникає момент M_K , визначають за формулою

$$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{G \cdot I_p}.$$

Умова міцності вала при крученні має вигляд

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau].$$

Умова жорсткості вала

$$\theta_{\max} \leq [\theta],$$

$$\text{де } \theta_{\max} = \max \left| \frac{\varphi}{l} \right|.$$

Оскільки допустимі кути закручування $[\theta]$ найчастіше задають в градусах, то перейшовши в умові жорсткості до градусів, одержуємо

$$\frac{M_K}{GI_p} \cdot \frac{180^0}{\pi} \leq [\theta]^0.$$

Отримані співвідношення при крученні можна використати при наближеному розрахунку гвинтових пружин з невеликими кутами нахилу витків. У цьому випадку найбільші напруження та видовження або скорочення пружини визначають за формулами:

$$\tau_{\max} = \frac{F}{\pi r^2} \left(\frac{2R}{r} + 1 \right) \approx \frac{2FR}{\pi r^3}, \quad \lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4},$$

де r , R – радіус перерізу дроту та радіус витка пружини; n – кількість витків пружини.

При точніших розрахунках у формулу для максимального дотичного напруження вводять поправочний коефіцієнт K , який враховує вплив поперечної та осьової сил і згинального моменту,

$$K = \frac{4m - 1}{4m - 4} + \frac{0,615}{m},$$

$$\text{де } m = \frac{R}{r}.$$

Тоді формула для визначення максимального дотичного напруження у гвинтовій пружині набуває вигляду

$$\tau_{\max} = K \frac{M_K}{W_p} = K \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot r^3}.$$

Задачі

9.1. Визначити діаметр круглого вала, що передає потужність $N=100$ кВт здійснюючи 500 об/хв, якщо допустиме напруження $[\tau]=60$ МПа.

Відповідь: $d=55$ мм.

9.2. Визначити необхідний діаметр круглого вала, що передає потужність $N=20$ кВт при $n=120$ об/хв, якщо допустимий кут закручування $[\varphi]=0,8^{\circ}$ на 1 м довжини. Які при цьому будуть дотичні напруження? Модуль зсуву $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $d=62$ мм, $\tau_{\max}=34$ МПа.

9.3. Сталевий круглий вал діаметром 10 см і довжиною 6 м закручений на кут 4° . Чому дорівнює найбільше дотичне напруження, якщо $G=8 \cdot 10^4$ МПа?

Відповідь: $\tau_{\max}=46,5$ МПа.

9.4. Сталевий вал діаметром $d=40$ мм і довжиною $l=2,0$ м, обертаючись, робить 300 об/хв. Яку потужність він передає, якщо його кут закручування при цьому складає 2° ? Модуль зсуву сталі $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $P=11,2$ кВт.

9.5. Визначити зовнішній діаметр вала з кільцевим перерізом, що передає потужність 800 кВт, обертаючись з кутовою швидкістю $\omega=200$ с⁻¹, якщо внутрішній діаметр становить 0,6 від зовнішнього, допустиме напруження $[\tau]=60$ МПа.

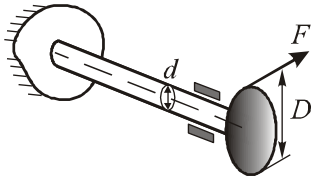
Відповідь: $d=44$ мм.

9.6. Защемлений на лівому краї сталевий вал (рис. 9.1) круглого перерізу з діаметром $d=50$ мм навантажений на правому краї коловою силою F , яка прикладена до шків діаметром $D=80$ см. Враховуючи тільки деформацію кручення, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, якщо допустиме напруження для матеріалу вала $[\tau]=60$ МПа.

Розв'язок

Колова сила F при дії на шків діаметра $D=80$ см створює закручувальний момент $M=F \cdot 40$. Крутний момент M_K у довільному

перерізі заданого вала дорівнює прикладеному на торці закручувальному моменту. З умови міцності при крученні



дістаємо

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p} = \frac{M_K}{0,2d^3} \leq [\tau]$$

$$F_{\text{дон}} = \frac{0,2d^3 \cdot [\tau]}{40} = \frac{0,2 \cdot 5^3 \cdot 6}{40} = 3,75 \text{ кН.}$$

Рис. 9.1

9.7. Вал круглого перерізу з діаметром $d=80$ мм замінили рівномічним валом кільцевого перерізу з відношенням $d_1/D_1=0,8$ (рис. 9.2). Визначити величину діаметрів d_1 і D_1 та встановити, наскільки вага кільцевого вала менша від ваги круглого вала, якщо матеріали валів та їх довжини однакові.

Відповідь: $d_1=77$ мм, $D_1=96$ мм. Вага кільцевого вала менша від ваги круглого в 1,95 рази

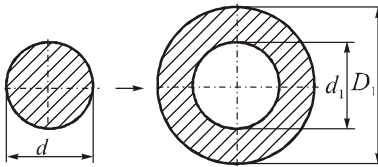


Рис. 9.2

Відповідь: $n_{\text{гр}}=76,4$ об/хв.

9.9. Круглий і кільцевий вали, що мають однакову вагу, виготовлені з однакового матеріалу та передають однаковий обертовий момент. Відношення внутрішнього d і зовнішнього D діаметрів кільцевого вала $d/D=0,6$. В якому з валів дотичні напруження будуть більшими і в скільки раз?

Відповідь: $\tau_{\text{кр}}=9,76 \text{ М/Д}^3$, $\tau_{\text{кіль}}=5,74\text{М/Д}^3$. Напруження в круглому валі більші від напружень в кільцевому валі в 1,7 рази.

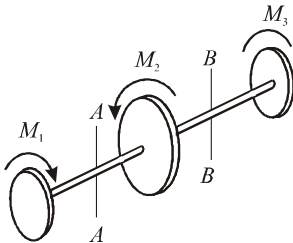
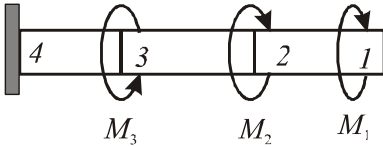


Рис. 9.3

9.10. Визначити найбільші дотичні напруження в перерізах AA і BB вала (рис. 9.3) за такими даними: $M_1=130$ кНсм, $M_2=300$ кНсм. Діаметр вала в перерізі AA дорівнює 5 см, а в перерізі BB – 7 см.

Відповідь: $\tau_{\max}^{AA} = 53$ МПа, $\tau_{\max}^{BB} = 20,5$ МПа.

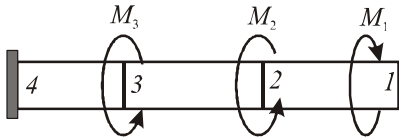
9.11. Для показаної на рис. 9.4 схеми вала, навантаженого моментами $M_1=10$ кНм, $M_2=20$ кНм, $M_3=50$ кНм, потрібно: побудувати епюру крутних моментів, підібрати діаметр круглого вала та визначити кут закручування ділянки 2-3, довжина якої 2 м, якщо $G=8 \cdot 10^4$ МПа.



Відповідь: $d=125$ мм, $\varphi_{2-3} = 1,79^\circ$.

Рис. 9.4

9.12. Для показаної на рис. 9.5 схеми вала, навантаженого моментами $M_1=30$ кНм, $M_2=50$ кНм, $M_3= 40$ кНм, потрібно: побудувати епюру крутних моментів, підібрати діаметри кільцевого вала та визначити кут закручування ділянки 1-2, довжина якої 3 м, якщо відношення діаметрів



$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,6, G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа.}$$

Відповідь: $D=163$ мм, $d=98$ мм, $\varphi_{1-2}=1,04^\circ$.

Рис. 9.5

9.13. Круглий вал обертається з постійною швидкістю під дією моментів $M_0, M_1=10$ кНм, $M_2=30$ кНм, $M_3=20$ кНм (рис. 9.6, а). Побудувати епюру M_K . Підібрати з умови міцності діаметр вала на кожній ділянці, якщо $[\tau]=80$ МПа.

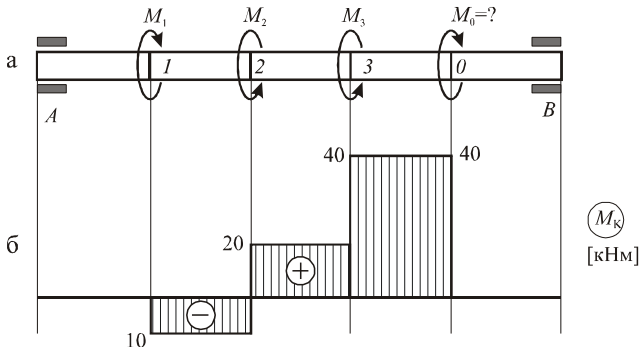


Рис. 9.6

Розв'язок

При рівномірному обертанні вала для визначення невідомого моменту M_0 складаємо рівняння рівноваги

$$\sum M = 0: M_0 + M_1 - M_2 - M_3 = 0.$$

Звідси

$$M_0 = 30 + 20 - 10 = 40 \text{ кНм}.$$

За значеннями закручувальних моментів знаходимо величини крутних моментів на ділянках вала:

$$M_{\kappa}^{1-2} = -10 \text{ кНм}, M_{\kappa}^{2-3} = 20 \text{ кНм}, M_{\kappa}^{3-0} = 40 \text{ кНм}.$$

За цими даними побудована еюра крутних моментів M_{κ} , яка наведена на рис. 9.6, б. Діаметри вала на ділянках визначаємо з умови міцності

$$\frac{M_{\kappa}}{0,2d^3} \leq [\tau].$$

Звідси

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa}}{0,2[\tau]}}.$$

Результати обчислень: $d_{1-2} = 8,5 \text{ см}$, $d_{2-3} = 10,8 \text{ см}$, $d_{3-0} = 13,6 \text{ см}$.

9.14. Для показаних на рис. 9.7 а, б схем валів, навантажених закручувальними моментами (в кНм) потрібно: а) побудувати епюру M_{κ} ; б) з умови міцності підібрати діаметри круглих валів, якщо $[\tau] = 80 \text{ МПа}$; в) визначити абсолютні та відносні кути закручування ділянок вала і побудувати епюру кутів закручування; г) перевірити вали на жорсткість, якщо $[\varphi] = 2^\circ$ на 1 м довжини. Модуль пружності $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

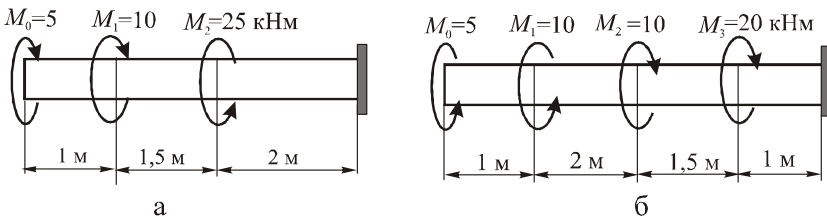


Рис. 9.7

Відповідь: схема а: $d = 98 \text{ мм}$, кути закручування $\varphi_{0-1} = 0,39^\circ$, $\varphi_{1-2} = 1,75^\circ$, $\varphi_{2-3} = -1,55^\circ$, відносні кути закручування $\theta_{0-1} = 0,39 \text{ гр/м}$, $\theta_{1-2} = 1,17 \text{ гр/м}$,

$\theta_{2-3} = -0,78 \text{ гр/м}$; умова жорсткості $\theta_{\max} \leq [\theta]$ ($1,17 < 2$) виконується;
 схема б: $d = 98 \text{ мм}$, кути закручування $\varphi_{0-1} = 0,39^\circ$, $\varphi_{1-2} = 2,33^\circ$, $\varphi_{2-3} = 0,59^\circ$,
 $\varphi_{3-4} = -1,17^\circ$, відносні кути закручування $\theta_{0-1} = 0,39 \text{ гр/м}$, $\theta_{1-2} = 1,17 \text{ гр/м}$,
 $\theta_{23} = 0,39 \text{ гр/м}$, $\theta_{3-4} = -1,17 \text{ гр/м}$; умова жорсткості $1,17 < 2$ виконується.

9.15. Круглий стержень з жорстко зашкеленими кінцями (рис. 9.8) навантажений парою сил з моментом $M = 12 \text{ кНм}$. Діаметр стержня 8 см . Визначити найбільші дотичні напруження.

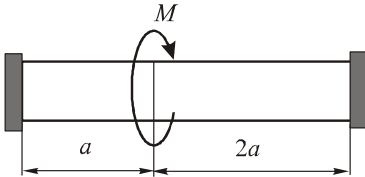


Рис. 9.8

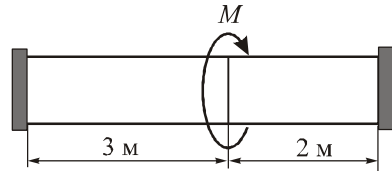


Рис. 9.9

Відповідь: $\tau_{\max} = 78 \text{ МПа}$.

9.16. Кінці круглого вала жорстко зашкелени (рис. 9.9). Після цього в перерізі, що віддалений на відстань 3 м від лівої опори, приклали закручувальний момент величиною $M = 18 \text{ кНм}$. Визначити діаметр вала d , якщо допустиме напруження для матеріалу вала $[\tau] = 80 \text{ МПа}$.

Відповідь: $d = 88 \text{ мм}$.

9.17. Кінці вала з круглим поперечним перерізом спочатку жорстко зашкелени, після чого у вказаних на рис. 9.10 перерізах приклали два протилежно направлені закручувальні моменти $M = 12 \text{ кНм}$. Визначити необхідний діаметр вала, якщо допустиме напруження $[\tau] = 80 \text{ МПа}$.

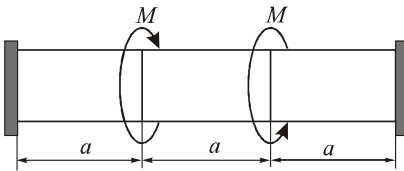
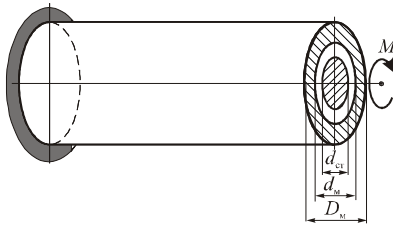


Рис. 9.10

Відповідь: $d = 80 \text{ мм}$.

9.18. У мідну трубку кільцевого перерізу з діаметрами $d_m = 5 \text{ см}$ і $D_m = 7 \text{ см}$ поміщено сталевий суцільний стержень круглого перерізу з діаметром $d_{ст} = 4 \text{ см}$. Кінці трубки та стержня жорстко з'єднали між собою. Лівий кінець зашкелени, а до правого приклали закручувальний момент величиною $M = 4 \text{ кНм}$ (рис. 9.11). Визначити найбільші дотичні напруження в сталевій і мідній частині системи, якщо відношення між модулями сталі і міді $G_{ст}/G_m = 2$.



Розв'язок

Сумарний закручувальний момент M розподіляється на частину M_c , що закручує сталевий стержень, і частину M_m , що закручує мідну трубку. Ці величини зв'язані між собою рівнянням рівноваги:

$$M_c + M_m = M.$$

Рис. 9.11

Оскільки дві невідомі M_m і M_c знайти з одного рівняння рівноваги неможливо, то задача є один раз статично неозначеною. Оскільки праві кінці жорстко з'єднані між собою, то додаткове рівняння переміщень має вигляд

$$\varphi_c = \varphi_m$$

Враховавши, що

$$\varphi_c = \frac{M_c l}{G_c I_p^c}, \quad \varphi_m = \frac{M_m l}{G_m I_p^m}, \quad I_p^c = 0,1d_c^4, \quad I_p^m = 0,1D_m^4(1 - \alpha^4),$$

де $\alpha = \frac{d_m}{D_m}$, а також задане в умові співвідношеннями між модулями та

підставивши числові дані, знаходимо після нескладних розрахунків: $M_c = 0,288 M_m$.

Сумісний розв'язок рівняння рівноваги та отриманого рівняння переміщень дає результат:

$$M_c = 0,90 \text{ кНм}, \quad M_m = 3,10 \text{ кНм}.$$

Найбільші дотичні напруження:

$$\max \tau_c = \frac{M_c}{0,2d_c^3} = \frac{90}{0,2 \cdot 4^3} = 7,03 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 70,3 \text{ МПа},$$

$$\max \tau_m = \frac{M_m}{0,2D_m^3(1 - \alpha^4)} = \frac{310}{0,2 \cdot 7^3(1 - 0,26)} = 6,1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 61 \text{ МПа}.$$

9.19. На рис. 9.12 показана схема різання матеріалу дисковим різцем з діаметром диску $D=400$ мм і діаметром d вала, на який насаджено диск. Зусилля, що діє на диск різця при різанні, $F=8$ кН. Визначити значення діаметра d , якщо допустиме напруження матеріалу вала $[\tau]=60$ МПа.

Відповідь: $d=51$ мм.

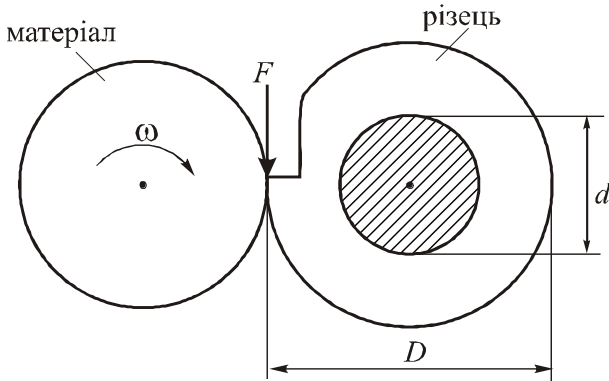


Рис. 9.12

9.20. Трубчастий карданний вал автоцистерни АЦ-40 повинен передавати обертовий момент $M = 1,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Відношення внутрішнього діаметра труби вала d до зовнішнього D дорівнює $\alpha = \frac{d}{D} = 0,9$. Допустиме напруження матеріалу вала $[\tau] = 60 \text{ МПа}$.

Визначити зовнішній та внутрішній діаметри вала. Знайти відсоток економії металу у випадку трубчастого вала відносно суцільного круглого вала однакової міцності.

Розв'язок

Умова міцності вала

$$\tau = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau],$$

де $M_K = 1,6 \text{ кН} \cdot \text{м} = 160 \text{ кН} \cdot \text{см}$, $[\tau] = 60 \text{ МПа} = 6 \text{ кН} / \text{см}^2$.

Для трубчастого вала

$$W_p \approx 0,2D^3(1 - \alpha^4)$$

Отже,

$$\frac{M_K}{0,2D^3(1 - \alpha^4)} \leq [\tau]$$

Звідси

$$D = \sqrt[3]{\frac{M_K}{0,2[\tau] \cdot (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{160}{0,2 \cdot 6 \cdot (1 - 0,9^4)}} = 7,3 \text{ см.}$$

Внутрішній діаметр вала $d = \alpha \cdot D = 0,9 \cdot 7,3 = 6,6 \text{ см}$.

Для визначення відсотку економії матеріалу відповідно до умови задачі з умови міцності

$$\frac{M_K}{0,2d_1^3} \leq [\tau]$$

обчислюємо діаметр круглого вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_K}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{160}{0,2 \cdot 6}} = \sqrt[3]{133,3} = 5,1 \text{ см}.$$

Витрати матеріалу на виготовлення валів є пропорційні до площ поперечних перерізів

$$\frac{A_{\text{круг}}}{A_{\text{труб}}} = \frac{\pi \cdot d_1^2 \cdot 4}{4 \cdot \pi \cdot D^2 (1 - \alpha^2)} = \frac{5,1^2}{7,3^2 (1 - 0,9^2)} = \frac{26,01}{10,12} = 2,57; A_{\text{круг}} = 2,57 A_{\text{труб}}$$

Якщо б виготовляли вал суцільним круглим, то витрати матеріалу зросли б в 2,57 рази.

9.21. Вал спочатку передавав потужність $P_1 = 8 \text{ кВт}$ при кутовій швидкості обертання $\omega_1 = 80 \text{ с}^{-1}$. Як зміниться величина найбільшого дотичного напруження, якщо потужність збільшилась до $P_2 = 20 \text{ кВт}$, а кутова швидкість зменшилась до $\omega_2 = 50 \text{ с}^{-1}$?

Відповідь: напруження зростає в 2 рази.

9.22. Циліндрична гвинтова пружина, що виготовлена зі сталевого дроту, навантажена стискувальною силою $F = 2 \text{ кН}$. Визначити найбільше напруження у витках пружини за наближеною та точною формулами, перевірити міцність пружини та визначити її усадку, якщо допустиме напруження $[\tau] = 500 \text{ МПа}$, модуль зсуву $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, діаметр дроту $d = 10 \text{ мм}$, радіус витків пружини $R = 40 \text{ мм}$, число витків $n = 8$.

Розв'язок

Найбільші дотичні напруження за наближеною формулою

$$\tau_{\text{max}} \approx \frac{2 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot r^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,04}{3,14 \cdot 0,005^3} = 408 \text{ МПа}.$$

Поправочний коефіцієнт

$$K = \frac{4m-1}{4m-4} + \frac{0,615}{m} = \frac{4 \cdot 8 - 1}{4 \cdot 8 - 4} + \frac{0,615}{8} = 1,18,$$

де $m = \frac{R}{r} = \frac{40}{5} = 8$.

Найбільші дотичні напруження за уточненою формулою

$$\tau_{\max}^{\text{умоч}} = K \cdot \tau_{\max} = 1,18 \cdot 408 = 483 \text{ МПа}.$$

Умова міцності виконується

$$\tau_{\max}^{\text{умоч}} = 483 \text{ МПа} < [\tau] = 500 \text{ МПа}.$$

Осадка пружини

$$\lambda = \frac{64 \cdot F \cdot R^3 \cdot n}{G \cdot d^4} = \frac{64 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,04^3 \cdot 8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,010^4} = 0,082 \text{ м} = 82 \text{ мм}.$$

9.23. Циліндрична гвинтова пружина виготовлена з дроту діаметром $d=10\text{мм}$. Середній діаметр витків пружини $D=120 \text{ мм}$.

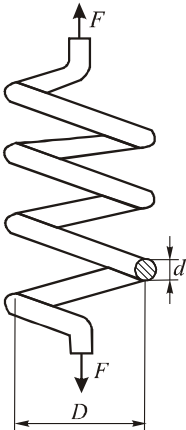


Рис. 9.13

Пружина навантажена силою $F=0,2\text{кН}$. Визначити найбільші дотичні напруження в матеріалі пружини. Яке число витків n повинна мати пружина, щоб її осадка дорівнювала 8 мм ? Модуль зсуву матеріалу $G=8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Відповідь: $\tau_{\max} = 63,7 \text{ МПа}$; $n=2,31$ витка.

9.24. Визначити величину допустимого навантаження розтягу на сталеву циліндричну гвинтову пружину, якщо допустиме напруження $[\tau]=200 \text{ МПа}$ і допустима деформація $[\lambda]=4 \text{ см}$.

Параметри пружини: діаметр дроту $d=12 \text{ мм}$, середній діаметр витків пружини $D=200 \text{ мм}$, число витків $n=4$, модуль зсуву $G=8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Відповідь: $F_{\text{доп}}=0,26 \text{ кН}$.

9.25. Циліндрична сталева гвинтова пружина виготовлена з дроту діаметром $d=16 \text{ мм}$. Середній діаметр витків пружини $D=200 \text{ мм}$, кількість витків $n=8$. Під дією стискувальної сили пружина дала осадку $\lambda=6 \text{ см}$. Визначити максимальні напруження в пружині, якщо модуль пружності $G=8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Відповідь: $78,9 \text{ МПа}$.

Тема 10. Прямий згин балки. Теоретична довідка

Стержень з прямою віссю, що працює на згин, називають *балкою*. Ознакою деформації згину є зміна кривизни осі балки. Згин, при якому скривлення осі відбувається в одній з її головних площин, тобто у площині, утвореній віссю балки та однією з головних центральних осей її поперечного перерізу, називають *прямим згином*. На розрахунковій схемі балку зображують у вигляді її осі. Для того, щоб забезпечити нерухомість балки при дії на неї навантаження, її слід закріпити на опорах. Конструктивні форми опор різноманітні. Для розрахунку їх схематизують і представляють у вигляді трьох типів:

1) шарнірно-рухома опора, в якій виникає тільки одна складова реакції в'язі опори - R , що направлена вздовж опорного стержня;

2) шарнірно-нерухома опора, в якій виникають дві складові реакції в'язі опори: вертикальна R і горизонтальна H ;

3) жорстке защемлення, де виникають три складові – вертикальна складова реакції в'язі R , горизонтальна - H і опорний момент M . Коли закріплення балки таке, що реакції в опорах можна визначити з рівнянь рівноваги, балку називають *статично означеною*, а якщо реакцій більше ніж рівнянь рівноваги – *статично неозначеною*.

Під дією зовнішніх сил в перерізах балки, як протидія їм, виникають *внутрішні сили*. Для з'ясування характеру цих сил і визначення їх величин використовують метод перерізів. Встановлено, що цими внутрішніми силами є *згинальний момент $M(x)$* і *поперечна сила $Q(x)$* , для визначення яких можна сформулювати такі правила:

- *поперечна сила $Q(x)$ в довільному перерізі балки чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проекцій на вертикальну вісь у зовнішніх сил, що розміщені з одного боку (зліва або справа) від даного перерізу. Додатними при цьому вважають ліві сили, які напрямлені вгору, або праві – які напрямлені вниз;*

- *згинальний момент $M(x)$ у довільному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів або лівих або правих сил відносно центра перерізу. Додатними вважають моменти від тих сил, що викликають розтяг нижніх волокон балки.*

На основі аналітичних виразів для $Q(x)$ і $M(x)$ будують графіки зміни цих величин по довжині балки, які називають *епюрами $Q(x)$ і $M(x)$* .

Розподілене навантаження з інтенсивністю q , поперечна сила $Q(x)$ та згинальний момент $M(x)$ зв'язані диференціальними залежностями:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q; \quad \frac{dM(x)}{dx} = Q(x); \quad \frac{d^2M(x)}{dx^2} = -q.$$

Ці залежності та деякі інші факти дозволяють сформулювати такі правила для перевірки або побудови епюрі:

1. На ділянках балки, де відсутнє розподілене навантаження q , $Q(x)$ – постійна, а $M(x)$ – лінійна функція.

2. На ділянках балки, де прикладене рівномірно розподілене навантаження q , $Q(x)$ – лінійна функція, а $M(x)$ – парабола.

3. На відрізьку ділянки балки, де прикладене q , на якому $Q(x) > 0$, $M(x)$ – зростає, а там, де $Q(x) < 0$, $M(x)$ зменшується. В точці, де $Q(x) = 0$, $M(x)$ приймає екстремальне значення.

4. На ділянці балки, де $Q(x) \equiv 0$, згинальний момент $M(x) = const$. Згин балки в цьому випадку називають *чистим згином*.

5. Якщо в якійсь точці балки прикладена сила, то в цій точці $Q(x)$ має стрибок на величину цієї сили, а на епюрі $M(x)$ буде перелом.

6. Якщо в якійсь точці балки прикладена пара сил з моментом M , то в цій точці $M(x)$ має стрибок на величину моменту.

Нормальні напруження при згині визначають за формулою

$$\sigma = \frac{M(x) \cdot y}{I_z},$$

де y – координата точки, в якій визначають напруження, I_z – момент інерції поперечного перерізу балки відносно *нейтральної* (горизонтальної центральної) осі z . Нормальні напруження при поперечному згині балки залежать не тільки від координати y точки, але й від координати x перерізу, в якому визначають напруження. Максимальні нормальні напруження виникають у небезпечному перерізі, де $M(x) = M_{\max}$. Тоді в балках з симетричним відносно осі z перерізом

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z},$$

де W_z – осьовий момент опору перерізу відносно осі z . Для поширених простих перерізів момент опору W_z дорівнює:

а) для круглого перерізу з діаметром d : $W_z = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$;

б) для прямокутного перерізу з шириною b і висотою h :

$$W_z = \frac{bh^2}{6};$$

в) для квадратного перерізу із стороною a : $W_z = \frac{a^3}{6}$;

г) для кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром D і внутрішнім d (при $\frac{d}{D} = \alpha$): $W_z = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4) = 0,1 D^3 (1 - \alpha^4)$;

д) для перерізів прокатних профілів (двотавра, швелера, кутника) моменти опору наведені в таблицях сортаменту.

Дотичні напруження при згині балки визначають за формулою

$$\tau_{yx} = \frac{Q(x) \cdot S_z^{e\partial c}}{b \cdot I_z},$$

де $Q(x)$ – поперечна сила в перерізі балки; b – ширина перерізу в тому місці, де визначають напруження; $S_z^{e\partial c} = A_{e\partial c} \cdot y_c$ – статичний момент відсіченої площі відносно осі z ; $A_{e\partial c}$ – відсічена площа, що розміщена з одного боку від точки, в якій визначають напруження; y_c – координата центра відсіченої площі.

Основна умова міцності при згині має вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Дана умова, переписана у вигляді

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]},$$

служить для визначення розмірів поперечного перерізу балки. Повна перевірка міцності балки включає такі три перевірки:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma],$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{b I_z} \leq [\tau],$$

$$\sigma_{екв}^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma], \quad \text{або} \quad \sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Останню перевірку виконують в небезпечній точці перерізу, в якому $Q(x)$ і $M(x)$ одночасно досягають якнайбільших значень.

У багатьох випадках практичного розрахунку елементів конструкцій, що працюють на згин, крім розрахунку на міцність треба

проводити і *розрахунок на жорсткість*. Для проведення такого розрахунку необхідно вміти визначати *переміщення при згині*. Такими переміщеннями є : *прогин осі балки $y(x)$* і *кут повороту осі $\theta(x)$* . Ці величини визначають шляхом інтегрування *диференціального рівняння згнутої осі балки*, яке має вигляд

$$y''(x) = -\frac{M(x)}{EI_z}$$

У випадку навантаження балки декількома різними силовими факторами при визначенні прогинів доцільно використати *універсальне рівняння згнутої осі балки*, яке має вигляд

$$EIy(x) = EIy(0) + EIy'(0)x + \frac{\sum M_i(x - a_i)^2}{2!} + \frac{\sum F_i(x - b_i)^3}{3!} + \frac{\sum q_i[(x - c_i)^4]}{4!}$$

де $y(0), y'(0)$ - прогин і кут повороту осі балки в початку системи координат, який розміщується на якомусь краї балки; M_i, F_i, q_i - навантаження, які діють на довжині x з координатами точок прикладання a_i, b_i, c_i, d_i .

Розрахунок на жорсткість виконують за умовою жорсткості, яка має вигляд:

$$y_{\max} \leq [f],$$

де y_{\max} - найбільший прогин осі балки; $[f]$ - допустимий прогин.

Задачі

10.1. Визначити найбільші напруження згину, що виникають в ручці домкрата (рис. 10.1), яка має круглий поперечний переріз діаметром $d=30$ мм і довжину $l=400$ мм. При роботі домкрата до ручки прикладають силу $F=0,3$ кН. Діаметр головки домкрата $D=100$ мм.

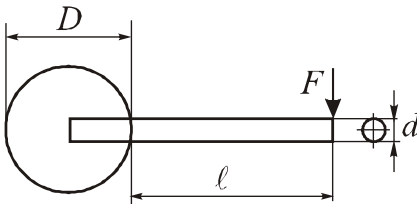
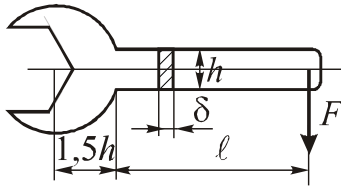


Рис. 10.1

Відповідь: $\sigma_{\max} = 5$
кН/см² = 50 МПа.

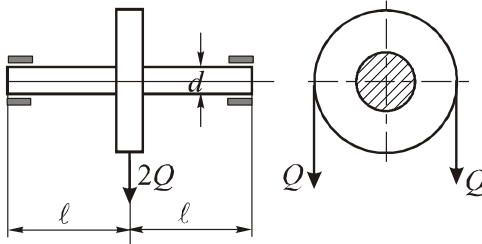
10.2. Перевірити міцність ключа, до якого прикладають силу $F=0,2$ кН при таких даних (рис. 10.2): $l=400$ мм, $h=30$ мм, $\delta=6$ мм. Матеріал ключа – сталь. Допустиме напруження згину $[\sigma] = 80$ МПа.



Відповідь: $\sigma_{\max} = 53,3$
 МПа < 80 МПа. Міцність
 забезпечена.

Рис. 10.2

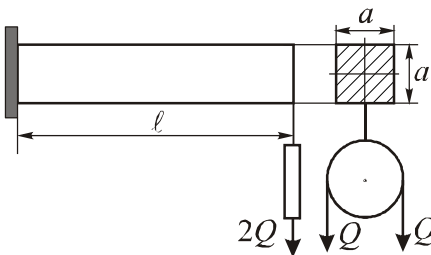
10.3. Блок для піднімання вантажу Q закріплено на нерухомій осі так, як показано на рис. 10.3. Визначити величину найбільшого допустимого навантаження $Q_{\text{доп}}$, якщо діаметр осі блока $d=20$ мм, відстань від середини блока до опор $l=200$ мм. Матеріал осі – сталь; $[\sigma] = 80$ МПа.



Відповідь: $Q_{\text{доп}} = 0,32$
 кН.

Рис. 10.3

10.4. Дерев'яна балка квадратного поперечного перерізу використана на будівництві як місце кріплення блока для піднімання малих вантажів $Q=0,5$ кН (рис. 10.4). Підібрати мінімальний розмір поперечного перерізу a , якщо допустиме напруження згину для дерева $[\sigma]_{\text{зг}} = 0,6$ МПа. Відстань від місця закріплення балки до місця підвішування блока $l=1,0$ м.



Відповідь: $a = 10$ см.

Рис. 10.4

10.5. На рис. 10.5 зображена схема гальмівного пристрою. На штангу цього пристрою під час гальмування діють сили $F_1=1$ кН і $F_2=5$ кН. Поперечний переріз штанги - прямокутник шириною $b=20$ мм з отвором під вісь діаметром $d=30$ мм. Визначити необхідну висоту штанги h , якщо $[\sigma] = 80$ МПа.

Відповідь: $h = 47$ мм.

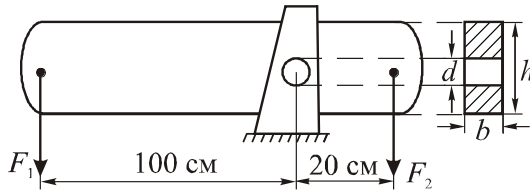


Рис. 10.5

10.6. Побудувати епюри $Q(x)$ і $M(x)$ для консолей, схеми яких показані на рис. 10.6, а, б, в, г, д.

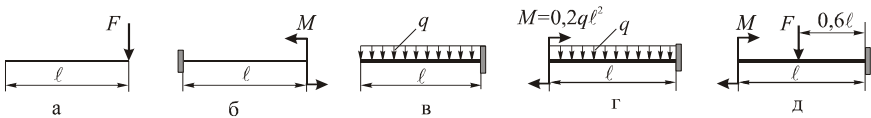


Рис. 10.6

10.7. Побудувати епюри $Q(x)$ і $M(x)$ для балок на двох опорах, показаних на рис. 10.7, а, б, в, г, якщо $F=20$ кН, $q=10$ кН/м, $M=30$ кНм.

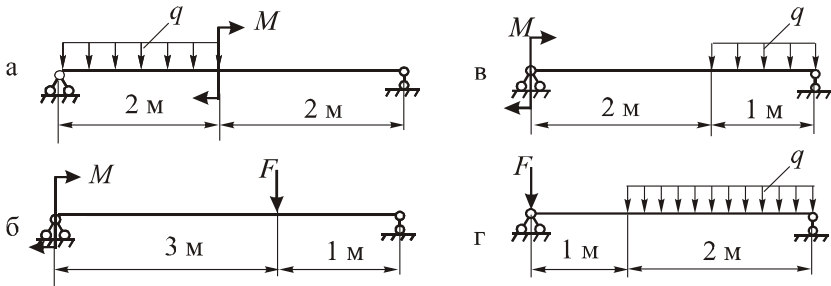


Рис. 10.7

10.8. Дерев'яна балка прямокутного перерізу з розмірами $b \times h = 20 \times 30$ см (рис. 10.8) навантажена силою $F=5$ кН і розподіленим навантаженням з інтенсивністю $q=10$ кН/м. Побудувати епюри $Q(x)$ і $M(x)$ та визначити в перерізі, де $M(x)=M_{\max}$ максимальні нормальні напруження та напруження в точці С, що віддалена від нижньої сторони балки на відстань $c=4$ см.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 18,33$ МПа, $\sigma_c = 13,44$ МПа.

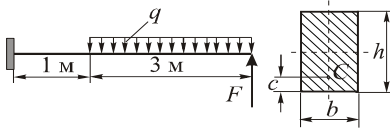


Рис. 10.8

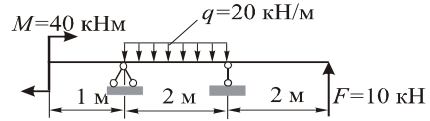


Рис. 10.9

10.9. Підібрати круглий і кільцевий (з відношенням $\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$) перерізи сталеві балки, яка показана на рис. 10.9. Допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа. Порівняти вагу погонного метра балок.

Відповідь: $d_{кр} = 14$ см; $D_{кіль} = 15$ см, $d_{кіль} = 9$ см; $\frac{G_{кр}}{G_{кіль}} = 1,36$.

10.10. Для балок, схеми яких показані на рис. 10.10 а, б, підібрати вказані форми поперечних перерізів. Навантаження: $q = 20$ кН/м, $F = 40$ кН, $M = 30$ кНм. Балки сталеві. Допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа.

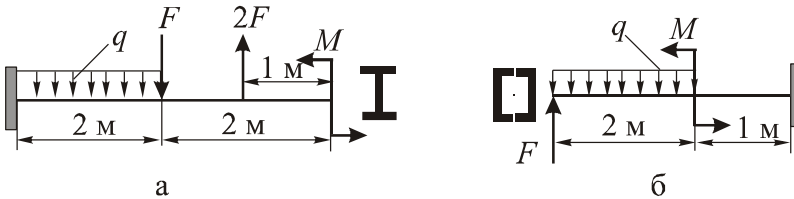


Рис. 10.10

Відповідь: схема а – двотавр №30 ($W_z = 472$ см³); схема б – швелери №18а ($W_z = 132$ см³).

10.11. Для балки, схема якої показана на рис. 10.11, з прямокутним поперечним перерізом $b \times h = 20 \times 40$ см, в небезпечному перерізі побудувати епори нормальних і дотичних напружень, визначивши напруження в характерних точках перерізу.

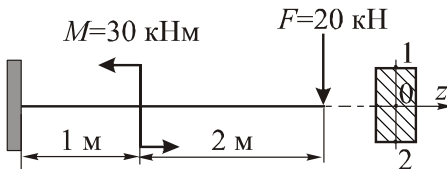


Рис. 10.11

10.12. Для балки (рис. 10.12, а), поперечний переріз якої має вигляд тавра (рис. 10.12, б) в перерізі, де виникає M_{max} , побудувати епору нормальних напружень, визначивши значення напружень у характерних точках перерізу.

Відповідь:

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = 90 \text{ МПа}, \sigma_0 = 0;$$

$$\tau_1 = \tau_2 = 0, \tau_0 = 1,5 \text{ МПа}.$$

Розв'язок

Епюра згинальних моментів для заданої балки показана на рис. 10.12, в. Визначаємо положення центра ваги перерізу. Для цього розкладаємо переріз на два прямокутники $20 \times 5 \text{ см}^2$ і $5 \times 30 \text{ см}^2$. Положення центра ваги знаходимо відносно осі z_2 , яка проходить через центр ваги нижнього прямокутника:

$$y_c = \frac{0 + 5 \cdot 30 \cdot 17,5}{20 \cdot 5 + 5 \cdot 30} = 10,5 \text{ см}.$$

Проводимо через центр ваги горизонтальну (нейтральну) вісь z і визначаємо момент інерції відносно цієї осі

$$I_z = \frac{20 \cdot 5^3}{12} + 20 \cdot 5 \cdot 10,5^2 + \frac{5 \cdot 30^3}{12} + 5 \cdot 30 \cdot 7^2 = 29833 \text{ см}^4.$$

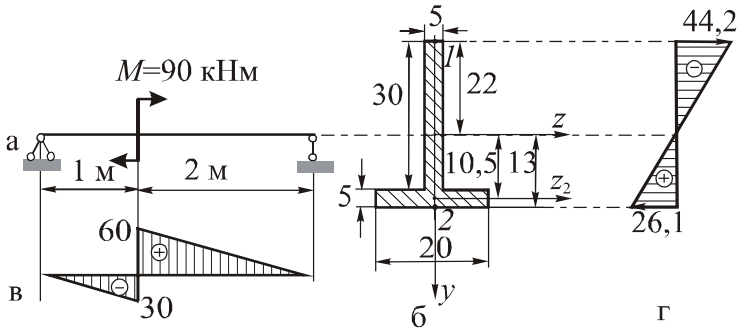


Рис. 10.12

Напруження в характерних точках перерізу:

$$\sigma_1 = \frac{M_{\max} y_1}{I_z} = \frac{60 \cdot 100 \cdot (-22)}{29833} = -4,42 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -44,2 \text{ МПа},$$

$$\sigma_2 = \frac{M_{\max} y_2}{I_z} = \frac{60 \cdot 100 \cdot 13}{29833} = 2,61 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 26,1 \text{ МПа}.$$

Епюра нормальних напружень, що побудована за цими даними, показана на рис. 10.12, г.

10.13. Консольна балка довжиною $l=1,0$ м навантажена на краю силою $F=50$ кН. Балка має переріз, форма і розміри якого показані на рис. 10.13. Визначити найбільші напруження розтягу і стиску в небезпечному перерізі балки та побудувати епюру напружень.

Відповідь: $\max \sigma_p = 185 \text{ МПа}$, $\max \sigma_c = -244 \text{ МПа}$.

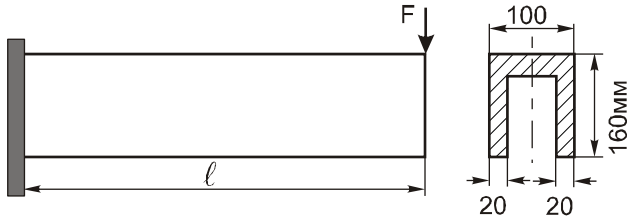


Рис. 10.13

10.14. Балка на двох опорах, відстань між якими $l=2,0$ м, навантажена на всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням з інтенсивністю $q=20$ кН/м. Матеріал балки – чавун, для якого допустимі напруження дорівнюють: на розтяг $[\sigma]_p=10$ МПа, на стиск - $[\sigma]_c=80$ МПа. Форма поперечного перерізу балки та його розміри показані на рис. 10.14. Визначити найбільші напруження розтягу і стиску та перевірити міцність балки.

Вказівка: Якщо матеріал балки неоднаково працює при розтягу і стиску, тобто $[\sigma]_p \neq [\sigma]_c$, то для забезпечення міцності балки повинні одночасно виконуватись дві умови міцності:

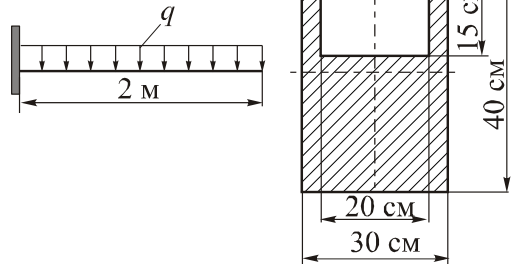


Рис. 10.14

$$\max \sigma_p \leq [\sigma]_p, \max \sigma_c \leq [\sigma]_c.$$

Відповідь: $\max \sigma_p = 0,132$ кН/см² < 1 кН/см², $\max \sigma_c = 0,170$ кН/см² < 5 кН/см². Міцність балки забезпечена.

10.15. Консоль довжиною 2 м навантажена рівномірно розподіленим навантаженням з інтенсивністю q (рис. 10.15). Форма і розміри поперечного перерізу показані на рисунку. Матеріал балки – чавун, для якого $[\sigma]_p=18$ МПа, $[\sigma]_{ct}=80$ МПа. Визначити величину допустимого навантаження на балку $q_{\text{доп}}$ при раціональному розташуванні перерізу. Чому буде дорівнювати величина $q_{\text{доп}}$, якщо переріз розташувати нерационально?

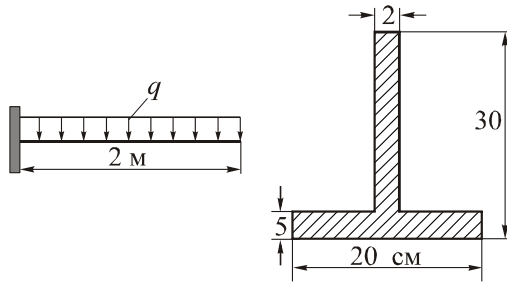


Рис. 10.15

Вказівка: Якщо матеріал балки неоднаково працює на розтяг і стиск, тобто $[\sigma]_p \neq [\sigma]_c$, причому $[\sigma]_p < [\sigma]_c$, то раціональним розташованим переріз є той, коли відстань від нейтральної осі до точки, в якій виникає найбільше напруження стиску, є більша від відстані до точки, в якій виникає найбільше напруження розтягу (тобто $y_{\max}^p < y_{\max}^c$).

Відповідь: при раціональному розташуванні перерізу $[q]=12,4$ кН/м; при нераціональному розташуванні перерізу $[q]=4,12$ кН/м.

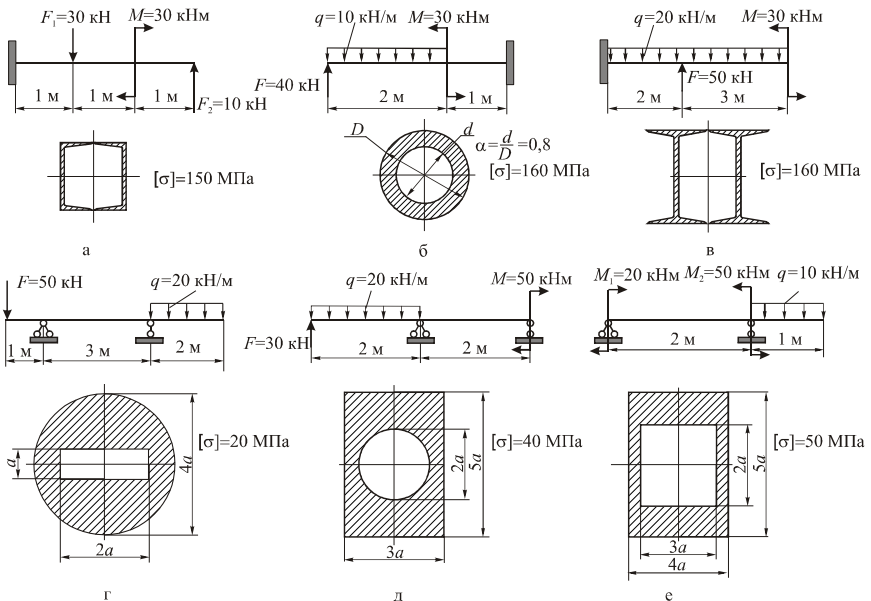


Рис. 10.16

10.16. Для балок (рис. 10.16, а, б, в, г, д, е) побудувати та перевірити епюри $Q(x)$ і $M(x)$. Підібрати розміри поперечних перерізів. Форма поперечних перерізів і величина допустимих напружень вказані на рисунках.

Відповідь: схема а – швелери №16; схема б – кільце з діаметрами $D=19$ см, $d=15,2$ см; схема в – двотаври №27; схема г – $a=7,4$ см; схема д – $a=4,7$ см; схема е – $a=3,9$ см.

10.17. Для показаних на рис. 10.17, а, б, в, г, д, е балок при наведених формах і розмірах поперечних перерізів побудувати та перевірити епюри $Q(x)$, $M(x)$ і визначити значення найбільшого нормального напруження σ_{\max} .

Відповідь: схема а: $\sigma_{\max} = 3,58 \text{ кН/см}^2 = 35,8 \text{ МПа}$;

схема б: $\sigma_{\max} = 40,0 \text{ МПа}$; схема в: $\sigma_{\max} = 21,4 \text{ МПа}$;

схема г: $\sigma_{\max} = 653,6 \text{ МПа}$; схема д: $\sigma_{\max} = 273,4 \text{ МПа}$; схема

е: $\sigma_{\max} = 4,1 \text{ МПа}$.

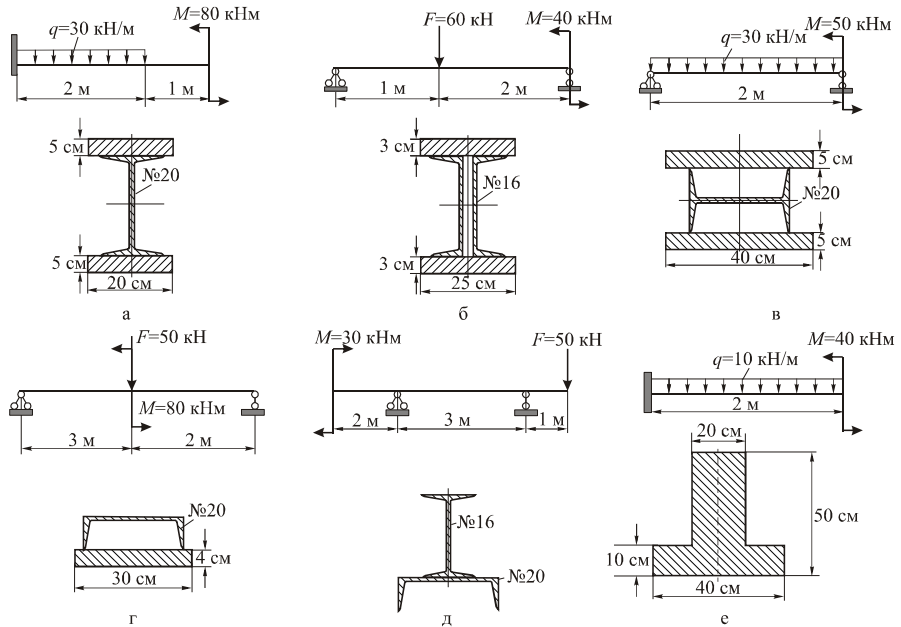


Рис. 10.17

10.18. Для балки двотаврового перерізу (двотавр № 20), показаної на рис. 10.18, а, виконати повну перевірку міцності, якщо $[\sigma] = 160$ МПа, $[\tau] = 80$ МПа. У небезпечному перерізі побудувати епюри нормальних і дотичних напружень.

Розв'язок

Епюри $Q(x)$ і $M(x)$ для заданої схеми показані на рис. 10.18, б. Для двотавра №20 з таблиць сортаменту виписуємо геометричні характеристики: $h=20$ см, $b=10$ см, $d=0,52$ см, $t=0,84$ см, $I_z=1840$ см⁴, $W_z=184$ см³, $S_z=104$ см³.

Повна перевірка міцності включає три перевірки (рис. 10.18, в):

1). У перерізі, в якому $M(x) = M_{\max}$, виконують перевірку за найбільшими нормальними напруженнями (в точках 1 або 2

$$\text{перерізу)} \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]:$$

$$\sigma_{\max} = \frac{20 \cdot 100 \text{ кНсм}}{184 \text{ см}^3} = 10,86 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 108,6 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Умова міцності виконується.

2). У перерізі, в якому $Q(x) = Q_{\max}$, виконують перевірку за найбільшими дотичними напруженнями (в точці 4 перерізу)

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_z}{d \cdot I_z} \leq [\tau]:$$

$$\tau_{\max} = \frac{20 \cdot 104}{0,52 \cdot 1840} = 2,175 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 21,75 \text{ МПа} < [\tau].$$

Умова міцності виконується.

3) У небезпечній точці перерізу, в якому $Q(x)$ і $M(x)$ одночасно досягають якомога більших значень, виконують перевірку за головними напруженнями. Такою точкою в двотавровому перерізі є точка 3, яка показана на рис. 10.18, в. Умова міцності має вигляд

$$\sigma_{\text{екв}}^{III} = \sqrt{\sigma_3^2 + 4\tau_3^2} \leq [\sigma],$$

де

$$\sigma_3 = \frac{M \cdot y_3}{I_z} = \frac{2000 \cdot 9,16}{1840} = 99,6 \text{ МПа},$$

$$\tau_3 = \frac{Q(x) \cdot S_z^{\text{пол}}}{d \cdot I_z} = \frac{20 \cdot 10 \cdot 0,84 \cdot 9,58}{0,52 \cdot 1840} = 16,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{екв}^{III} = \sqrt{\sigma_3^2 + 4\tau_3^2} = \sqrt{99,6^2 + 4 \cdot 1,68^2} = 99,7 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Умова міцності виконується.

Оскільки всі три умови міцності виконуються, то міцність балки забезпечена. За обчисленими значеннями напружень побудовані епюри нормальних і дотичних напружень в небезпечному перерізі балки, які показані на рис. 10.18, г, д.

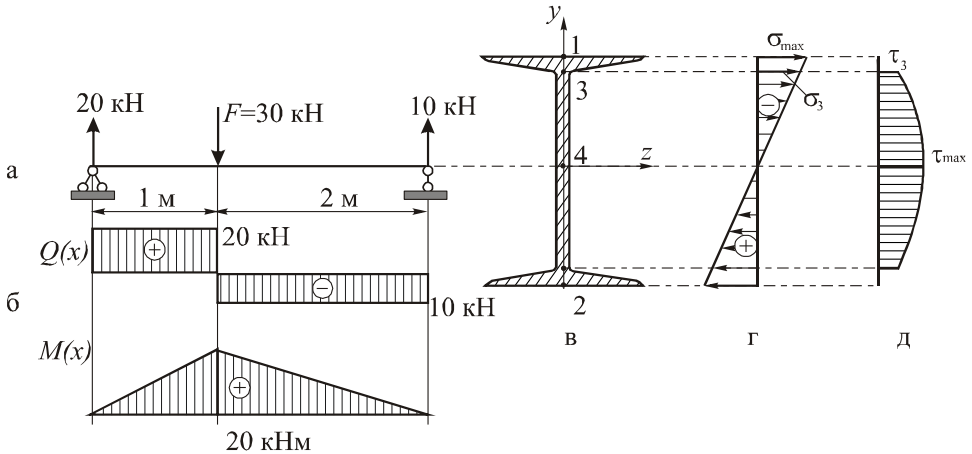


Рис.10.18

10.19. Шляхом інтегрування диференціального рівняння зігнутої осі балки скласти рівняння прогинів та визначити найбільші прогини осей балок, схеми яких показані на рис. 10.19, а, б, в. Модуль пружності матеріалів балок $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

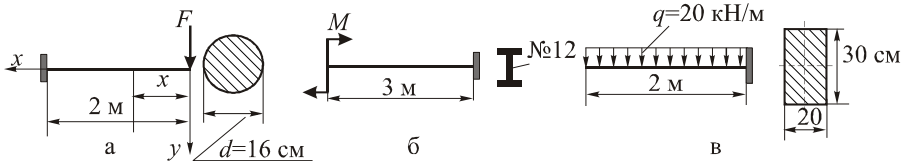


Рис. 10.19

Розв'язок

Розв'язок виконаний для балки, схема якої наведена на рис. 10.19, а. Диференціальне рівняння зігнутої осі балки має вигляд

$$EI_z \cdot y''(x) = -M(x),$$

де для заданої схеми згинальний момент

$$M(x) = -F \cdot x = -20x.$$

Інтегруючи диференціальне рівняння два рази, дістаємо

$$EI_z y'(x) = 10x^2 + C_1, \quad EI_z y(x) = \frac{10}{3} x^3 + C_1 x + C_2.$$

Постійні інтегрування C_1 , C_2 , що визначають з умов закріплення балки $y(2)=0$, $y'(2)=0$, дорівнюють: $C_1 = -40$, $C_2 = 53,33$. Рівняння прогинів набирає кінцевого вигляду

$$EI_z y(x) = 3,33x^3 - 40x + 53,3.$$

Звідси

$$EI_z y_{max} = EI_z y(0) = 53,3 \text{ кНм}^3.$$

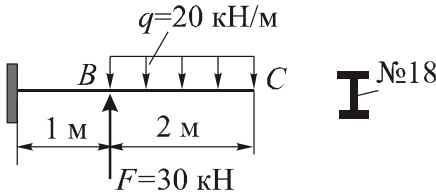
Враховавши, що для заданого перерізу $I_z = 0,05 d^4 = 3276 \text{ см}^4$, знаходимо $y_{max} = 0,812 \text{ см}$.

Відповідь: схема б: $y_{max} = -25,7 \text{ см}$ (вверх); схема в: $y_{max} = 0,044 \text{ см}$ (вниз).

10.20. Для балки, схема якої показана на рис. 10.19, а з умови жорсткості визначити величину допустимої сили $F_{\text{доп}}$. Модуль пружності матеріалу балки $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Допустимий прогин $[f] = 2 \text{ см}$.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 98,4 \text{ кН}$.

10.21. Користуючись універсальним рівнянням зігнутої осі балки визначити прогини в точках B і C балки, схема якої показана на рис.

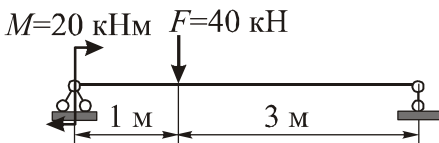


10.20. Переріз балки – двотавр №18. Матеріал балки – сталь, для якої модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: $y_C = 0,904 \text{ см}$ (вниз); $y_B = 5,93 \text{ см}$ (вниз).

Рис. 10.20

10.22. Перевірити жорсткість балки, схема якої показана на рис. 10.21. Матеріал балки – сталь, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Осьовий момент інерції поперечного перерізу відносно нейтральної осі $I_z = 2000 \text{ см}^4$. Допустимий



прогин $[f] = 0,01 l$.

Відповідь: $y_{max} = 1,41 \text{ см}$ $< [f] = 4 \text{ см}$. Жорсткість балки достатня.

Рис. 10.21

10.23. Виходячи з умови жорсткості, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$ на балку (рис. 10.22) при таких числових даних: $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $I_z=1500 \text{ см}^4$.

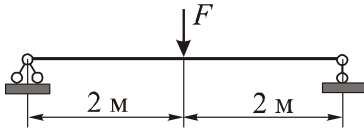


Рис. 10.22

Допустимий прогин $[f] = 2$ см.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 22,5$ кН.

10.24. Визначити розміри поперечного перерізу дерев'яної балки, яку використовують для випробування пожежних поясів і поясних карабінів (рис. 10.23, а). Балка прямокутного перерізу з відношенням сторін $b/h = 2$. При розрахунках вважати, що балка шарнірно оперта.

Випробувальне навантаження $F = 3,5$ кН. Допустиме напруження дерева на згин $[\sigma] = 8$ МПа $= 0,8 \text{ кН/см}^2$.

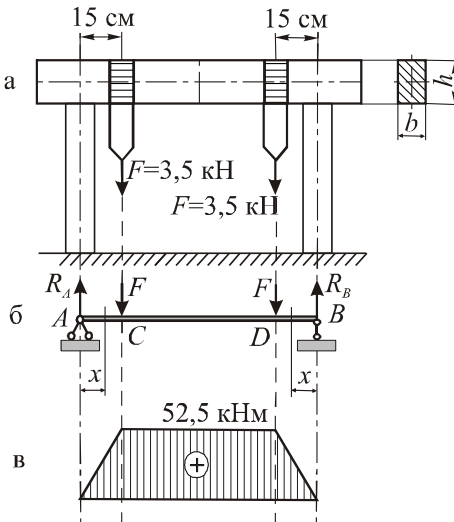
Розв'язок

Схема навантаження та закріплення балки показана на рис. 10.23, б. Унаслідок симетрії навантаження відносно опор їх реакції

$$R_A = R_B = F = 3,5 \text{ кН.}$$

Згинальні моменти на ділянках балки:

Ділянки AC і BD ($0 \leq x \leq 15$ см)



$$M(x) = R_A \cdot x = F \cdot x = 3,5 \cdot x (\text{кН} \cdot \text{м})$$

$$M(0) = M_A = M_B = 0;$$

$$M(15) = M_C = M_D = 3,5 \cdot 15 = 52,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Епюра моментів $M(x)$

показана на рис. 10.23, в.

$$M_{\text{max}} = 52,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Умова міцності балки

$$\frac{M_{\text{max}}}{W_z} \leq [\sigma],$$

де для заданої прямокутної балки

$$W_z = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4}{6} b^3.$$

Рис. 10.23

Тоді
$$\frac{6M_{\max}}{4b^3} \leq [\sigma].$$

Звідси

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6M_{\max}}{4[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 52,5}{4 \cdot 0,8}} = \sqrt[3]{98,4} = 4,7 \text{ см.}$$

Приймаємо $b = 5,0$ см. Тоді $h = 2b = 10$ см.

Тема 11. Складний опір. Теоретична довідка

Якщо в поперечних перерізах стержня виникає тільки одна внутрішня сила, то такий випадок навантаження називають *простим опором*, а якщо дві та більше – *складним опором*. Простий опір, до якого належить *розтяг (стиск)* стержня (виникає тільки N), *кручення* (виникає лише M_K), *чистий згин* (виникає один згинальний момент M_y або M_z), детально розглядався вище. Нижче будуть розглянуті такі класичні випадки *складного опору*:

1. *Косий згин балки*. В перерізах виникають моменти M_y, M_z і поперечні сили Q_y, Q_z . При розрахунках на міцність впливом поперечних сил найчастіше нехтують.

2. *Позацентровий розтяг (стиск)*. У перерізах виникають: поздовжня сила N та згинальні моменти M_y, M_z .

3. *Сумісний згин і кручення*. В перерізах виникають крутний момент M_K і згинальні моменти (або один з них) M_y, M_z .

Загальні формули для визначення напружень при складному опорі:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z} = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} + \frac{M_z \cdot y}{I_z};$$

$$\tau = \tau_{Q_y} + \tau_{Q_z} + \tau_{M_K} \approx \frac{M_K \cdot \rho}{I_p}.$$

Косий згин зумовлений навантаженням, рівнодійна якого проходить через центр поперечного перерізу під певним кутом до його головних центральних осей. Напруження у довільній точці з координатами y, z визначають як суму напружень від моментів M_z, M_y :

$$\sigma(y, z) = \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y} = \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y}.$$

Геометричне місце точок, в яких $\sigma(y, z) = 0$, називають *нейтральною лінією*. Це – пряма лінія, що проходить через центр ваги перерізу та нахилена до горизонтальної осі z під кутом α , який визначають із співвідношення

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{M_y \cdot I_z}{M_z \cdot I_y}.$$

Формула для визначення максимальних напружень і умова міцності мають вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y}, \quad \sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma].$$

При підборі розмірів перерізів використовують вираз

$$W_z \geq \frac{M_z}{[\sigma]} \left(1 + \frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{W_z}{W_y} \right).$$

Поцентровий розтяг (стиск) зумовлений навантаженням, рівнодійна якого F , що паралельна до осі стержня x , прикладена в точці з координатами z_F, y_F . У цьому випадку в перерізах стержня виникає поздовжня сила $N = F$ та згинальні моменти $M_z = F \cdot y_F, M_y = F \cdot z_F$. Нормальне напруження в точці з координатами (y, z) дорівнює

$$\sigma(y, z) = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_y \cdot z}{I_y} \pm \frac{M_z \cdot y}{I_z} = \pm \frac{F}{A} \left(1 + \frac{z_F \cdot z}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2} \right),$$

де $i_y^2 = \frac{I_y}{A}, i_z^2 = \frac{I_z}{A}$ - квадрати радіусів інерції перерізу.

Знак «+» в останньому виразі відноситься до випадку, коли F - розтягувальна сила, а «-» - коли стискувальна.

Лінію, на якій *нормальні напруження* дорівнюють нулю, називають *нейтральною лінією*. Це - пряма лінія, що відсікає на осях y, z відрізки:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}.$$

Умови міцності:

а) для матеріалу, що неоднаково працює на розтяг і стиск

$$\max \sigma_p \leq [\sigma]_p, \quad \max \sigma_{cm} \leq [\sigma]_{cm};$$

б) для матеріалу, в якого $[\sigma]_p = [\sigma]_{cm} = [\sigma]$,

$$|\max \sigma| \leq [\sigma],$$

де $[\sigma]_p$, $[\sigma]_{ст}$ - допустимі напруження на розтяг і стиск.

Сумісний згин з крученням має місце, коли в стержні одночасно виникають згинальний $M_{зг}$ і крутний M_K моменти та, відповідно, напруження $\sigma_{зг}$, τ_K .

Умови міцності при сумісному згині з крученням:

а) за III теорією $\sigma_{екв}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma_{зг}^2 + 4\tau_K^2} \leq [\sigma]$;

б) за IV теорією $\sigma_{екв}^{IV} = \sqrt{\sigma_{зг}^2 + 3\tau_K^2} \leq [\sigma]$.

Для стержня з круглим (кільцевим) перерізом умови міцності записують у вигляді

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{екв}}{W_z} \leq [\sigma],$$

де $M_{екв}$ - еквівалентні (розрахункові) моменти за вибраною теорією міцності:

$$M_{екв}^{III} = \sqrt{M_{зг}^2 + M_K^2}, \quad M_{екв}^{IV} = \sqrt{M_{зг}^2 + 0,75M_K^2}.$$

Рамами називають стержневі системи, окремі стержні яких з'єднані між собою жорстко. Якщо осі стержнів рами та навантаження на раму лежать в одній площині, що є головною площиною поперечних перерізів стержнів, раму називають *плоскою*. При навантаженні плоскої рами в її поперечних перерізах виникають згинальні моменти (M), поздовжні (N) та поперечні (Q) сили. Для визначення цих величин у довільному перерізі використовують ті самі правила, що прийняті для балок (при визначенні $M(x)$ та $Q(x)$) і для розтягу-стиску стержнів (при визначенні $N(x)$). Формула для нормальних напружень і умова міцності мають вигляд

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{I_z}, \quad \sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_z} \leq [\sigma].$$

Поряд з прямими стержнями в деяких інженерних конструкціях зустрічаються *криволінійні стержні*. Осі цих стержнів – плоскі криві. Вважатимемо, що переріз стержня сталий та симетричний відносно площини осі стержня і навантаження лежить у цій площині. Радіус кривизни стержня R вважатимемо сталим. У поперечних перерізах плоских кривих стержнів виникають: поздовжня сила N , поперечна сила

Q , згинальний момент M . Залежно від відношення радіуса кривизни осі стержня R до висоти перерізу h криві стержні ділять на: стержні малої кривизни, для яких $\frac{R}{h} \geq 5$; та стержні великої кривизни, для яких $\frac{R}{h} < 5$.

При розрахунку на міцність стержнів великої кривизни вирішальну роль відіграють напруження σ_M (від згинального моменту M), які визначають за формулою

$$\sigma_M = \frac{M \cdot y}{S(R_0 + y)},$$

де: R_0 - радіус кривизни нейтрального шару волокон, які при згині не деформуються; y - координата точки, в якій визначають напруження, визначена відносно нейтральної осі z ; $S = A \cdot y_0$ - статичний момент площі перерізу відносно осі z ; y_0 - координата центра перерізу відносно нейтральної осі z . Екстремальні значення напружень, що виникають в крайніх точках перерізу, дорівнюють

$$\sigma_I = \frac{M \cdot y_I}{S \cdot R_I}, \quad \sigma_{II} = \frac{M \cdot y_{II}}{S \cdot R_{II}},$$

де y_I , y_{II} - координати крайніх точок I і II відносно осі z ; R_I , R_{II} - радіуси кривизни крайніх волокон. Формулами для напружень можна скористатись тоді, коли відомий *радіус кривизни нейтрального шару* R_0 . Тоді координата центра $y_0 = R - R_0$. Для прямокутного та круглого перерізів R_0 визначають з виразів:

- для прямокутного перерізу з розмірами $b \times h$: $R_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_I}{R_{II}}}$;

для круглого перерізу з діаметром d : $R_0 = \frac{d^2}{4 \left[2R - \sqrt{4R^2 - d^2} \right]}$.

Задачі

11.1. Визначити величину найбільшого нормального напруження в балці прямокутного перерізу (рис. 11.1), що згинається силою $F=20$ кН.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 16,2$ МПа.

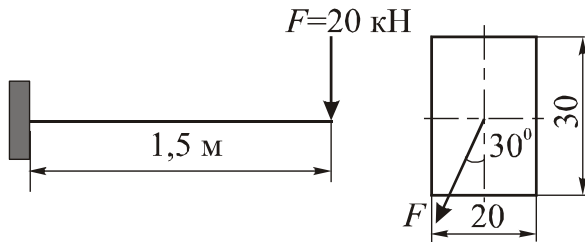
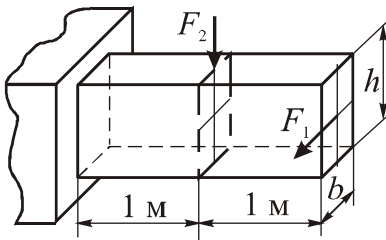


Рис. 11.1

11.2. Підібрати розміри прямокутного поперечного перерізу з



відношенням $\frac{h}{b} = 2$ для балки, схема якої показана на рис. 11.2, якщо $F_1 = 1,2$ кН, $F_2 = 3,0$ кН. Допустиме напруження $[\sigma] = 10$ МПа.

Відповідь: $b = 10,6$ см , $h = 21,2$ см.

Рис. 11.2

11.3. При встановленні на опори двотавра №60, що призначався для роботи на згин у вертикальній площині, яка сумісна з площиною стійки двотавра, була допущена неточність і стійка двотавра відхилилась від вертикалі на кут $\varphi = 2^\circ$. Визначити на скільки відсотків збільшились при цьому нормальні напруження.

Вказівка. При точному встановленні двотавра він перебував би в умовах прямого згину навколо горизонтальної осі z , викликаного моментом M . При відхиленні стінки двотавра на кут φ , балка працюватиме в умовах косоного згину моментами $M_z = M \cdot \cos\varphi$ і $M_y = M \cdot \sin\varphi$.

Відповідь: $\frac{\sigma_{\max}^{\text{кос}}}{\sigma_{\max}^{\text{пр}}} = 1,49$.

11.4. Двотаврова балка із двотавра №20 навантажена силою $F = 20$ кН (рис. 11.3). Кут нахилу сили до вертикальної осі $\varphi = 45^\circ$. Визначити величину найбільших нормальних напружень.

Відповідь: $\sigma_{\max} = 286,5$ МПа.

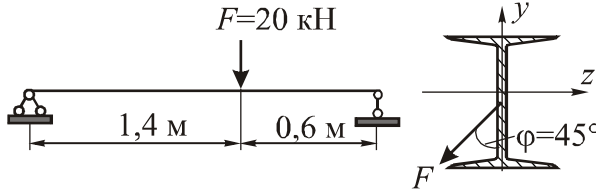
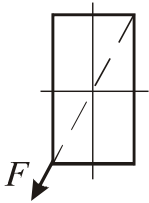


Рис. 11.3

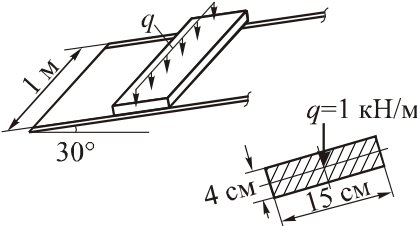
11.5. Балка прямокутного поперечного перерізу навантажена силою, лінія дії якої сумісна з однією з діагоналей прямокутника (рис. 11.4). Яке положення при цьому займатиме нейтральна лінія?



Відповідь: співпадає з другою діагоналлю прямокутника.

Рис. 11.4

11.6. Дах нахилений до горизонту під кутом 30° (рис. 11.5). До крокв, що віддалені одна від одної на відстань 1 м, прикріплені дерев'яні дошки з перерізом 4×15 см. На них діє вертикальне рівномірне розподілене навантаження інтенсивності $q=1$ кН/м. Вважаючи краї дошок шарнірно опертими, перевірити їх міцність, якщо допустиме напруження на згин дерева $[\sigma]=10$ МПа.

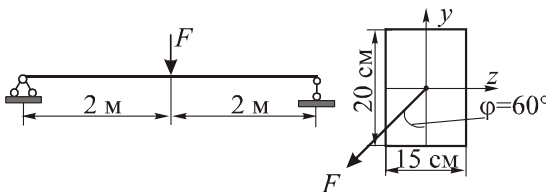


$[\sigma]=10$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{\max}=3,1$ МПа < 10 МПа. Міцність забезпечена.

Рис. 11.5

11.7. Балка на двох опорах прямокутного перерізу навантажена силою F , що нахилена під кутом $\varphi=60^\circ$ до вертикальної осі (рис. 11.6). Визначити в небезпечному перерізі балки положення нейтральної лінії та,



виходячи з умови міцності, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, якщо $[\sigma]=5$ МПа.

Рис. 11.6

Відповідь: $\alpha = 72^\circ$, $F_{\text{доп}} = 30,2$ кН.

11.8. Сталева смуга (рис. 11.7, а, б) з вирізаним отвором розтягується силами $F = 70$ кН. Побудувати епюри напружень в перерізах CC і BB . Якою могла б бути ширина отвору при тій самій величині найбільшого напруження, якби отвір був розташований симетрично відносно осі x ?

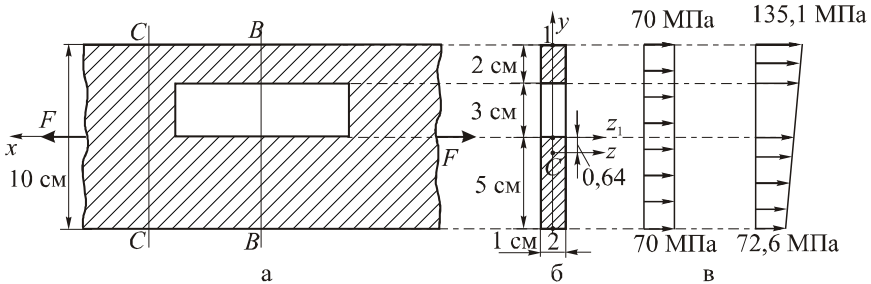


Рис. 11.7

Розв'язок

У перерізі CC , де немає отвору, сили F діють уздовж центральної осі перерізу. Отже це випадок центрального розтягу, при якому

$$\sigma_{CC} = \frac{F}{A_{CC}} = \frac{70 \text{ кН}}{1,0 \cdot 10 \text{ см}^2} = 70 \text{ МПа}.$$

У перерізі BB , де вирізано отвір, сили F прикладені поза центром перерізу і маємо випадок позacentрового розтягу. В цьому випадку

$$\sigma = \sigma(y) = \frac{F}{A_{BB}} \left(1 + \frac{y_F \cdot y}{i_z^2} \right).$$

Визначаємо положення центра ваги перерізу відносно осі z_1 , що проходить через центр великого прямокутника,

$$y_c = \frac{-1 \cdot 3 \cdot 1,5}{1 \cdot 10 - 1 \cdot 3} = -0,64 \text{ см}.$$

Наносимо центр C , проводимо центральну вісь z та визначаємо відносно неї момент інерції. Дістаємо

$$I_z = \frac{1 \cdot 10^3}{12} - 0,64^2 \cdot 10 - \frac{1 \cdot 3^3}{12} - 2,14^2 \cdot 3 = 71,44 \text{ см}^4.$$

Тоді

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A_{BB}} = \frac{71,44}{7} = 10,2 \text{ см}^2.$$

Координата точки прикладання сили $y_F = 0,64$ см. Тоді напруження в крайніх точках 1 і 2, координати яких $y_1 = 5,64$ см, $y_2 = -4,36$ см, дорівнюють:

$$\sigma_1 = \frac{70}{7} \left(1 + \frac{0,64 \cdot 5,64}{10,2} \right) = 13,51 \frac{\kappa H}{\text{см}^2} = 135,1 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{70}{7} \left(1 + \frac{0,64 \cdot (-4,36)}{10,2} \right) = 7,26 \frac{\kappa H}{\text{см}^2} = 72,6 \text{ МПа}.$$

За отриманими даними побудовані епюри напружень в перерізах CC і BB , які показані на рис. 11.7, в. Якщо б отвір було зроблено посередині, то ширину цього отвору при знайденому найбільшому напруженні $\sigma_{\max} = \sigma_1 = 13,51 \text{ кН/см}^2$ визначають з умови:

$$13,51 = \frac{70}{(10 - \delta) \cdot 1}.$$

Звідси знаходимо $\delta = 4,82$ см.

11.9. При свердлінні деталі на шпиндель A свердлильного верстата (рис. 11.8) передається сила $F = 15$ кН. Визначити мінімальний діаметр круглої чавунної колони B , якщо допустиме напруження чавуну при розтязі $[\sigma]_p = 35$ МПа.

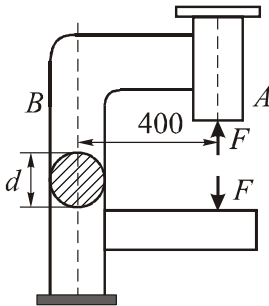


Рис. 11.8

Відповідь: $d = 12,2$ см.

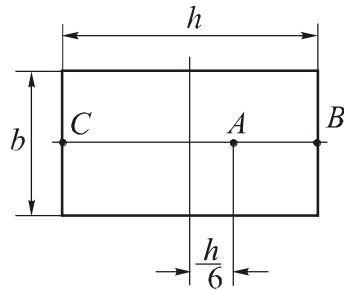


Рис. 11.9

11.10. Від якого виду напружень (розтягу чи стиску) проходить руйнування бетонної колони, переріз якої показаний на рис. 11.9, якщо сила, що її стискує, буде прикладена: а) в точці A ; б) в точці B ? Границя міцності бетону при стиску в шість разів вища від границі міцності при розтягу.

Відповідь: а) якщо сила прикладена в точці A , руйнування проходить від напружень стиску в точці B ; б) якщо сила прикладена в точці B , руйнування проходить від напружень розтягу в точці C .

11.11. Короткий бетонний стовп з поперечним перерізом 30×20 см стиснутий силою $F=1200$ кН (рис. 11.10). Знайти положення нейтральної лінії та визначити найбільші напруження розтягу і стиску.

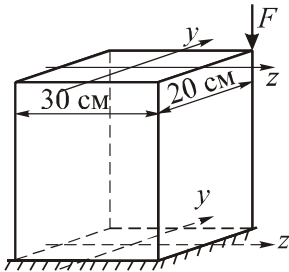


Рис. 11.10

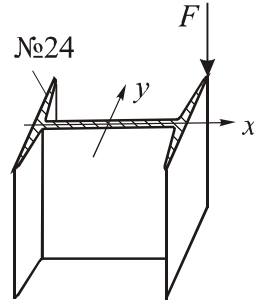


Рис. 11.11

Відповідь: відрізки, які нейтральна лінія відсікає на осях, рівні: $a_z = -5,0$ см, $a_y = -3,33$ см. Найбільші напруження: $\max \sigma_p = 100$ МПа, $\max \sigma_c = -140$ МПа.

11.12. Коротка сталева колона виготовлена із двотавра № 24 навантажена осьовою силою F , яка прикладена в точці A (рис. 11.11). Визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 67,1$ кН.

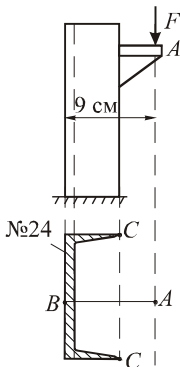


Рис. 11.12

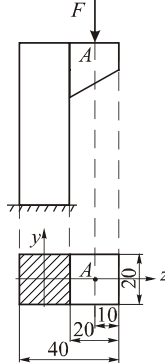


Рис. 11.13

11.13. До короткого стояка приварений кронштейн, на який діє сила стиску $F=50$ кН (рис. 11.12). Переріз стояка – швелер № 24. Визначити найбільші напруження в стояку та перевірити його міцність, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Відповідь: $\max \sigma_p = \sigma_B = 22,1$ МПа, $\max \sigma_c = \sigma_C = -120,6$ МПа.

11.14. Визначити величину допустимого навантаження стиску, яке можна прикласти до бетонного стовпа, що зображений на рис. 11.13, якщо допустимі напруження для бетону дорівнюють: на розтяг - $[\sigma]_p=5$ МПа, на стиск - $[\sigma]_{ст}=80$ МПа.

Відповідь: $F_{дон}=40$ кН.

11.15. Дерев'яний стержень квадратного перерізу 200×200 мм (рис. 11.14) має посередині довжини виріз глибиною 50 мм. Стержень розтягується осьовими силами $F=30$ кН. Визначити найбільше напруження в матеріалі стержня. Чому буде дорівнювати це напруження, якщо аналогічний виріз додатково виконати з протилежного боку перерізу?

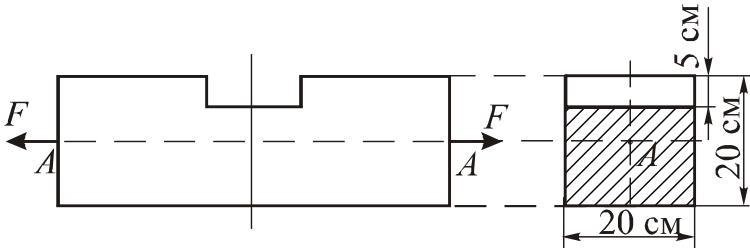


Рис. 11.14

Відповідь: $\sigma_{max}=2$ МПа; при додатковому вирізі - $\sigma=1,5$ МПа= $const$.

11.16. Стоп для підвіски трамвайного дроту виготовлено з труби з зовнішнім діаметром $D=30$ см і товщиною стінки $\delta=1$ см (рис. 11.15). Вважаючи, що дріт підвішений до підвіски в центрі її ваги, визначити найбільші напруження розтягу і стиску в стовпі. Відстань від точки підвіски до центра перерізу стовпа $l=2$ м. Вага дроту і підвіски $F=2,0$ кН.

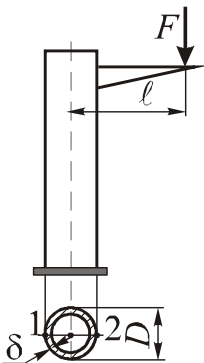
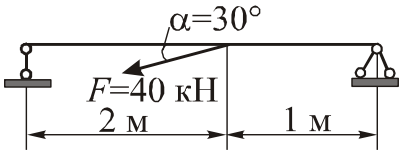


Рис. 11.15

Відповідь: $\max \sigma_p = \sigma_1 = 59$ МПа,

$\max \sigma_c = \sigma_2 = -63,6$ МПа.

11.17. Балка на двох опорах, поперечний переріз якої двотавр № 20, навантажена нахилоною під кутом $\alpha=30^\circ$ до осі балки силою $F=40$ кН



(рис. 11.16). Визначити найбільші нормальні напруження σ_{max} .

Відповідь: $\sigma_{max}=85,4$ МПа.

Рис. 11.16

11.18. На стрілі крану, яка має переріз у вигляді двох швелерів №20, підвішений вантаж вагою $G=20$ кН (рис. 11.17). Перевірити міцність стріли, якщо допустиме напруження для матеріалу стріли $[\sigma]=160$ МПа.

Відповідь: $\sigma_{max}=135,2$ МПа < 160 МПа. Міцність забезпечена.

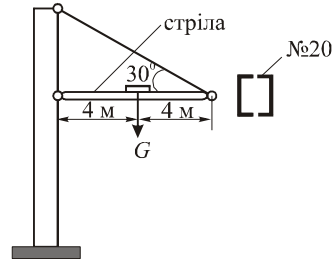


Рис. 11.17

1.19. На нахилений під кутом $\alpha=60^\circ$ до горизонту стовп кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром $D=20$ см, товщиною стінки $\delta=5$ мм і довжиною $l=2$ м, що защемлений по нижньому краю, діє горизонтальна сила $F=10$ кН (рис. 11.18). Визначити найбільші нормальні напруження в стовпі.

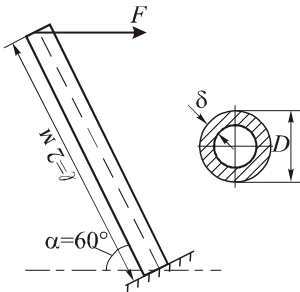


Рис. 11.18

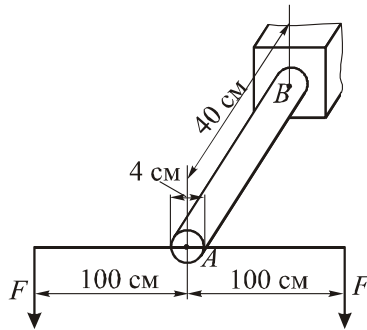


Рис. 11.19

Відповідь: $\sigma_{max} = 118,3$ МПа

11.20. Суцільний вал круглого поперечного перерізу з діаметром $d=80$ мм передає потужність $P=50$ кВт при кутовій швидкості $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$. Згинальний момент у небезпечному перерізі вала $M_{зг}=10$ кНм. Визначити величину найбільшого еквівалентного напруження за III теорією міцності.

Відповідь: $\sigma_{екв}^{III} = 222,5$ МПа.

11.21. Суцільний вал круглого поперечного перерізу передає потужність $P=24$ кВт при кутовій швидкості $\omega = 8 \text{ с}^{-1}$. У небезпечному перерізі вала виникає згинальний момент $M_{зг}=8$ кНм. Виходячи із III теорії міцності, підібрати необхідний діаметр вала, якщо $[\sigma] = 150$ МПа.

Відповідь: $d=84$ мм.

11.22. У сталевому валу кільцевого поперечного перерізу виникає крутний момент $M_{к}=12$ кНм і згинальний момент $M_{зг}=10$ кНм. Виходячи із IV теорії міцності, визначити зовнішній D та внутрішній d діаметри вала, якщо відношення внутрішнього діаметра до зовнішнього дорівнює $\alpha=d/D=0,8$. Допустиме напруження для матеріалу вала $[\sigma] = 100$ МПа.

Відповідь: $D=135$ мм, $d = 108$ мм.

11.23. Визначити найбільше розрахункове напруження в круглому сталевому стержні AB , навантаженому силами $F=1$ кН (рис. 11.19). Яким буде це напруження, коли одну з сил зняти? Використати IV теорію міцності.

Відповідь: При двох силах $\sigma_p = 127,4$ МПа; при одній силі $\sigma_p = 151,9$ МПа.

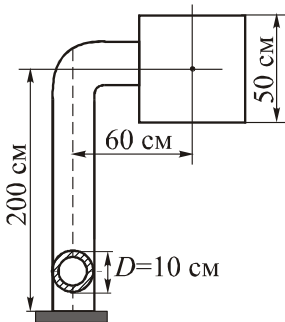


Рис. 11.20

11.24. Квадратний дорожній знак закріплений на стояку кільцевого перерізу з зовнішнім діаметром $D=100$ мм (рис. 11.20). Виходячи з III теорії міцності, визначити необхідну товщину стінки стояка при допустимому напруженні $[\sigma] = 60$ МПа. Найбільше вітрове розподілене навантаження на знак дорівнює $p=6$ кН/м². Власною вагою знака та стояка знехтувати.

Відповідь: товщина $\delta=8$ мм.

11.25. Виходячи з умови міцності за III теорією, визначити величину допустимого навантаження $F_{\text{доп}}$, яке можна прикласти до

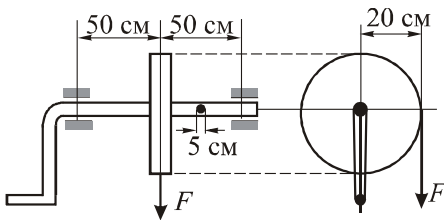


Рис. 11.21

коловорота, показаного на рис.11.21, якщо допустиме напруження для матеріалу осі $[\sigma] = 60$ МПа.

Відповідь: $F_{\text{доп}} = 2,34$ кН.

11.26. На вал, за допомогою якого передається потужність $N=10$ кВт при $n=100$ об/хв, насаджені два шківні діаметрами $D_1=50$ см, $D_2=30$ см (рис. 11.22). На шківні насаджені паси. Сили натягу ведучих віток T_i удвічі більші від сил натягу ведених віток t_i ($T_i=2t_i$). Використавши III теорію міцності, підібрати необхідний діаметр вала, якщо $[\sigma] = 80$ МПа.

Відповідь: $d = 82$ мм.

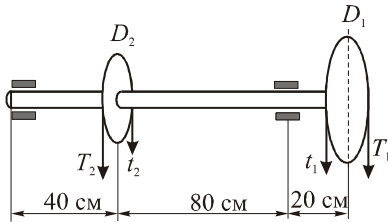


Рис. 11.22

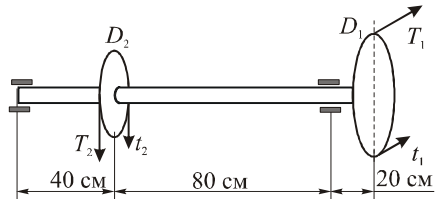


Рис. 11.23

11.27. Розв'язати задачу за умовою задачі 11.26 для випадку, коли сили T_1 , t_1 направлені горизонтально, як це показано на рис. 11.23.

Відповідь: $d = 87$ мм.

11.28. Кулачок (рис. 11.24), що навантажений силою $F=4,0$ кН, має круглий переріз діаметром $d=70$ мм. Побудувати епюри внутрішніх сил і перевірити міцність за III теорією, якщо $[\sigma] = 60$ МПа.

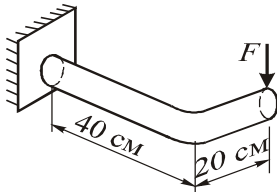


Рис. 11.24

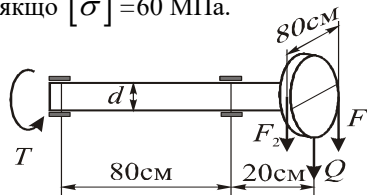


Рис. 11.25

Відповідь: $52,1 \text{ МПа} < 60 \text{ МПа}$. Міцність забезпечена.

11.29. На вал діаметром $d=60$ мм насаджено круглий шків діаметром $D=800$ мм вагою $Q=2$ кН (рис. 11.25), на якому натягнуто паси пасової передачі. Сили натягу віток паса $F_1=10$ кН, $F_2=5$ кН. Визначити найбільше еквівалентне напруження у валі за ІУ теорією міцності.

Відповідь: $\sigma_{екв}^{IV} = 180 \text{ МПа}$.

11.30. Вал круглого поперечного перерізу, що обертається з кутовою швидкістю $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$,

передає потужність $P=10$ кВт. На вал насаджено шків пасової передачі вагою $Q=3$ кН (рис. 11.26, а). Натяги віток паса, які розміщені горизонтально, дорівнюють $F_1=3F$, $F_2=F$. Діаметр шківа $D=400$ мм. Визначити діаметр вала d , використавши ІІІ теорію міцності.

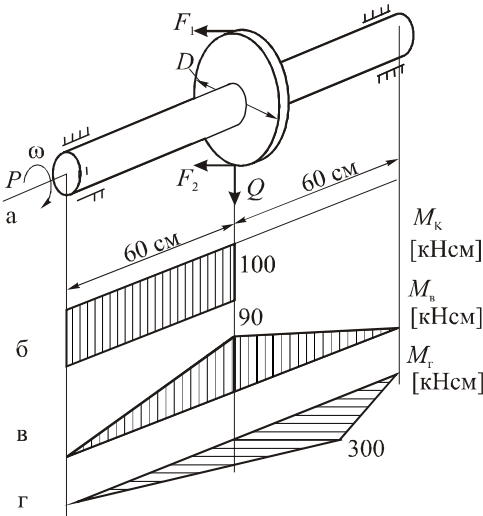


Рис. 11.26

Розв'язок

При заданій потужності P і кутовій швидкості ω визначаємо обертовий момент T за формулою

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{10}{10} = 1 \text{ кНм} = 100 \text{ кНсм}.$$

Епора крутних моментів для заданого навантаження наведена на рис. 11.26, б. Визначаємо значення сили F натягу пасів, врахувавши, що

$$T = (F_1 - F_2) \frac{D}{2} = (3F - F) \frac{D}{2} = 40F.$$

Дістаємо $F=2,5$ кН. Будемо епору згинальних моментів M_e від вертикального навантаження $Q=3$ кН (рис. 11.26, в) та епору згинальних моментів M_e від сумарної горизонтальної сили $S=F_1+F_2=4F=10$ кН (рис. 11.26, г).

Як видно з епюр, небезпечним перерізом вала є переріз, що розміщений лівіше від шківів, в якому: $M_k=100$ кНсм, $M_b=90$ кНсм, $M_T=300$ кНсм. Повний згинальний момент у цьому перерізі

$$M_{зг} = \sqrt{M_b^2 + M_k^2} = \sqrt{90^2 + 300^2} = 313 \text{ кНсм.}$$

Еквівалентний момент за III теорією міцності

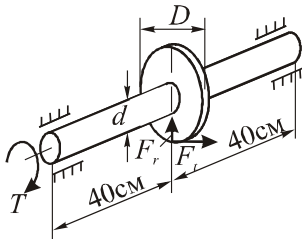
$$M_{екв}^{III} = \sqrt{M_{зг}^2 + M_k^2} = \sqrt{313^2 + 100^2} = 328,8 \text{ кНсм.}$$

Визначаємо діаметр вала з умови міцності

$$\frac{M_{екв}^{III} \cdot 32}{\pi d^3} \leq [\sigma].$$

Отримуємо $d = 5,95$ см. Приймаємо $d = 60$ мм.

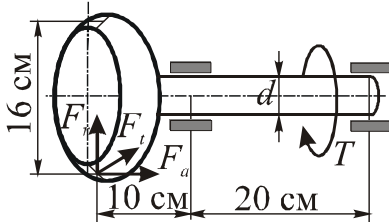
11.31. На зубчасте колесо передачі, що насаджене на вал круглого перерізу, при рівномірному обертанні діють сили (рис. 11.27): колова горизонтальна $F_t=3$ кН, вертикальна радіальна $F_r=0,8$ кН та обертальний момент T . Діаметр зубчастого колеса $D=400$ мм. Визначити необхідний діаметр вала d , використавши III теорію міцності, якщо допустиме напруження для матеріалу вала $[\sigma]=120$ МПа.



Відповідь: $d = 42$ мм.

Рис. 11.27

11.32. На рис. 11.28 показана схема вала кінцевого редуктора. Визначити діаметр вала d , використавши IV теорію міцності, якщо на вал діють сили: колова $F_t=2$ кН, радіальна $F_r=1,2$ кН, осьова $F_a=0,8$ кН та обертовий момент T . Швидкість обертання вала постійна. Допустиме напруження для матеріалу вала $[\sigma]=80$ МПа.



Відповідь: $d = 32$ мм.

Рис. 11.28

11.33. Колесо кінцевого редуктора (рис. 11.29) при рівномірному обертанні навантажене силами $F_t=2$ кН, $F_r=1$ кН, $F_a=0,8$ кН та обертовим моментом T . Визначити діаметр вала, використавши IV теорію міцності,

якщо $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$. Діаметр колеса $D = 20 \text{ см}$.

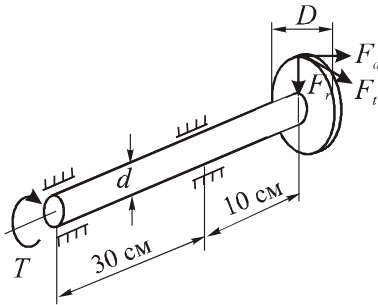


Рис. 11.29

Відповідь: $d = 30 \text{ мм}$.

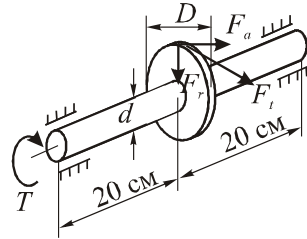


Рис. 11.30

11.34. Перевірити міцність вала косозубої циліндричної передачі (рис. 11.30) за такими даними $F_t = 3 \text{ кН}$, $F_r = 1,6 \text{ кН}$, $F_a = 1 \text{ кН}$. Діаметр вала $d = 40 \text{ мм}$. Діаметр колеса $D = 160 \text{ мм}$. Допустиме напруження $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$. Використати третю теорію міцності.

Відповідь: $64,4 \text{ МПа} < 80 \text{ МПа}$. Міцність забезпечена.

11.35. Для плоских рам, схеми яких показані на рис. 11.31, а, б, в, побудувати епюри згинальних моментів $M(x)$ та підібрати квадратні перерізи, якщо $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$. Довжини окремих стержнів рам задані на рисунку в метрах.

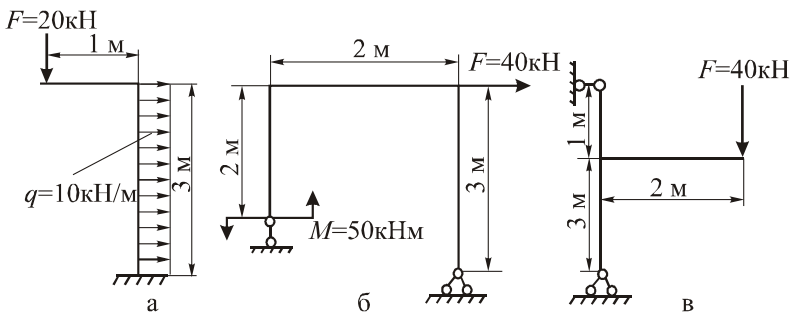


Рис. 11.31

Відповідь: схема (а) – $a = 24,7 \text{ см}$; схема (б) – $a = 41,6 \text{ см}$; схема (в) – $a = 33,0 \text{ см}$.

11.36. Для рам, схеми яких показані на рис. 11.32, а, б, в, г, визначити опорні реакції та побудувати епюру згинальних моментів M .

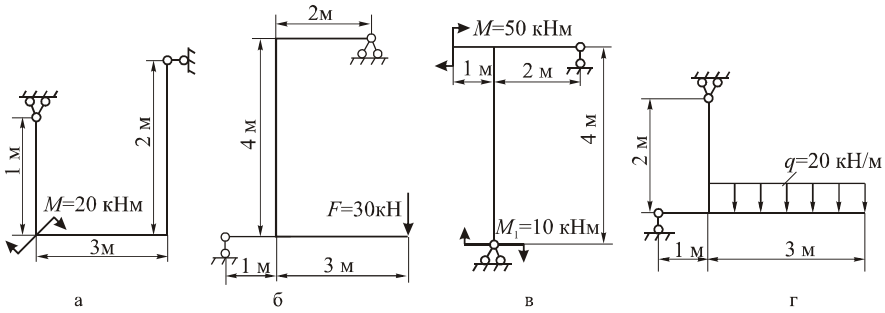


Рис. 11.32

11.37. Для рам, схеми яких показані на рис. 11.33, а, б, в, г, побудувати епюру згинальних моментів M та поздовжніх сил N .

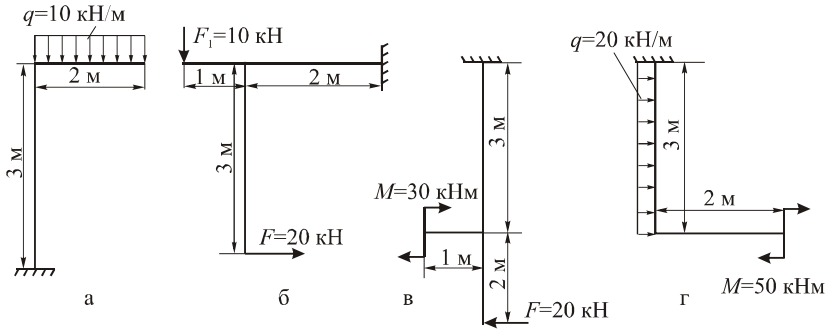


Рис. 11.33

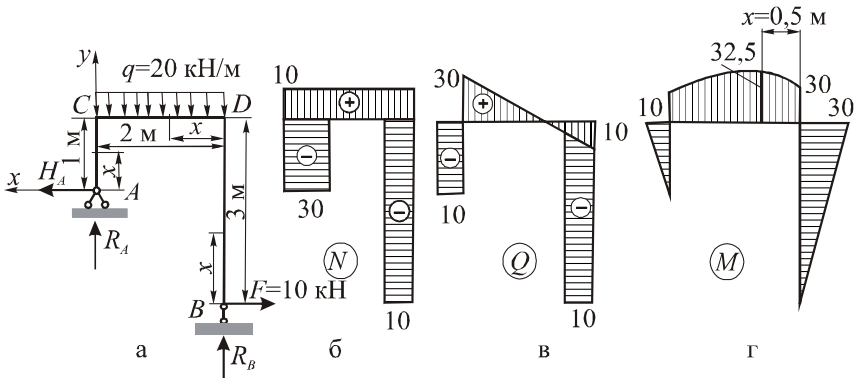


Рис. 11.34

11.38. Для рами, що зображена на рис. 11.34, а, побудувати епюри силових факторів, підібрати та перевірити на міцність круглий переріз, якщо $[\sigma] = 10 \text{ кН/см}^2$.

Розв'язок

Реакції в опорах:

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A - F = 0 ; H_A = 10 \text{ кН};$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 2 + F \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0 ; R_B = 10 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - q \cdot 2 = 0 ; R_A = 30 \text{ кН}.$$

Вирази для внутрішніх сил на ділянках рами (рис. 11.34, а)

AC ($0 \leq x \leq 1 \text{ м}$)

$$\left\{ \begin{array}{l} N(x) = -R_A = -30 \text{ кН}; \\ Q(x) = H_A = 10 \text{ кН}; \\ M(x) = H_A \cdot x = 10 \cdot x, \\ (M(0) = 0; M(1) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}) \end{array} \right.$$

BD ($0 \leq x \leq 3 \text{ м}$)

$$\left\{ \begin{array}{l} N(x) = -R_B = -10 \text{ кН}; \\ Q(x) = -F = -10 \text{ кН}; \\ M(x) = F \cdot x = 10 \cdot x, \\ (M(0) = 0 ; M(3) = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}) \end{array} \right.$$

DC ($0 \leq x \leq 2 \text{ м}$)

$$\left\{ \begin{array}{l} N = F = 10 \text{ кН}; \\ Q(x) = -R_B + q \cdot x = -10 + 20x \\ (Q(0) = -10 \text{ кН}; Q(2) = 30 \text{ кН}); \\ M(x) = R_B \cdot x + F \cdot 3 - \frac{q \cdot x^2}{2} = 10 \cdot x + 30 - 10x^2, \\ (M(0) = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}; M(2) = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}) \end{array} \right.$$

Екстремум:

$$\frac{dM}{dx} = 20x - 10 = 0 \Rightarrow x = 0.5 \text{ м}, M(0.5) = 32.5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

За цими даними побудовані епюри N , Q , M (рис. 11.34, б, в, г).

Підбір розмірів перерізу здійснюється без врахування напруження

$$\sigma_N = \frac{N}{A}, \text{ тобто з умови } \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]. \text{ У даному випадку}$$

$$M_{\max} = 32.5 \text{ кН} \cdot \text{м}. \text{ Тоді } W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{32.5 \cdot 100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{10 \text{ кН/см}^2} = 325 \text{ см}^3.$$

Для круглого перерізу $W_z = 0.1d^3$. Отже, $0.1d^3 \geq 325$; $d \geq 14.8 \text{ см}$.

Приймаємо $d = 15 \text{ см}$.

Перевірка міцності здійснюється в небезпечному перерізі, де

$M(x) = 32.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $N = 10 \text{ кН}$. Умова міцності дає результат

$$\sigma_{\max} = \frac{10 \cdot 4 \text{ кН}}{3,14 \cdot 15^2 \text{ см}^2} + \frac{32,5 \cdot 100 \text{ кН} \cdot \text{см}}{0,1 \cdot 15^3 \text{ см}^3} = 9.62 \text{ кН/см}^2 < 10 \text{ кН/см}^2.$$

Міцність забезпечена.

11.39. Для рам, схеми яких показані на рис. 11.35, а, б, в, побудувати епюри згинальних моментів M та поздовжніх сил N . У небезпечних перерізах визначити найбільше напруження σ_{\max} . Поперечний переріз рам – двотавр № 20.

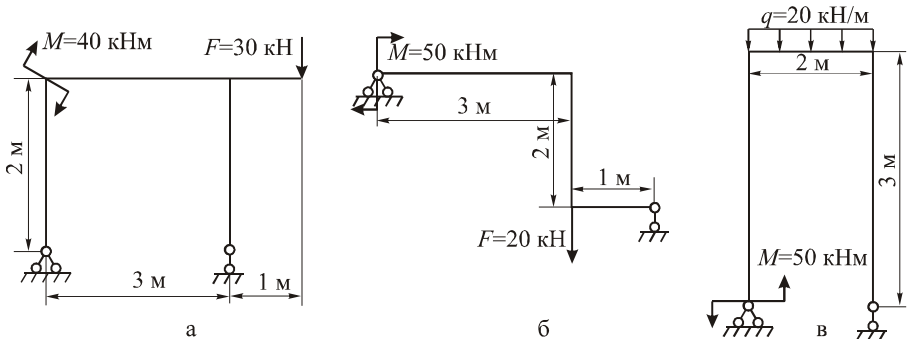


Рис. 11.35

Відповідь: схема (а) - $\sigma_{\max} = 217,4 \text{ МПа}$; схема (б) - $\sigma_{\max} = 271 \text{ МПа}$; схема (в) - $\sigma_{\max} = 288 \text{ МПа}$.

11.40. Кільце, що показане на рис. 11.36, має круглий переріз діаметром 8 см . Внутрішній діаметр кільця 12 см . Визначити напруження

в точках A і B від згинального моменту при стискуванні кільця силами $F=20$ кН.

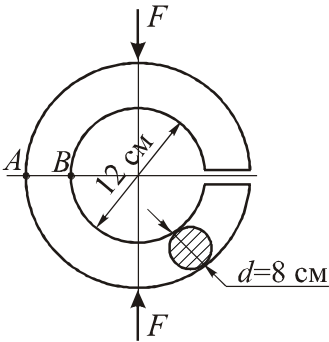


Рис. 11.36

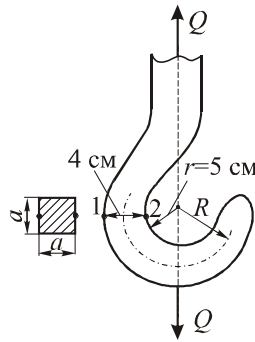


Рис. 11.37

Відповідь: $\sigma_A = 29,9$ МПа; $\sigma_B = -56,5$ МПа.

11.41. Визначити найбільші напруження розтягу та стиску, які виникають при підніманні вантажу вагою $Q=40$ кН в небезпечному перерізі гака (рис. 11.37). Профіль гака – дуга з внутрішнім радіусом $r=5$ см. Поперечний переріз – квадрат зі стороною $a=4$ см.

Розв'язок

Радіус осі стержня

$$R = r + 2 = 5 + 2 = 7 \text{ см.}$$

Оскільки $\frac{R}{h} = \frac{7}{4} = 1,75 < 5$, то гак потрібно розраховувати як

стержень великої кривизни. Нормальні напруження в перерізах стержня

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M,$$

$$\text{де } \sigma_N = \frac{Q}{A} = \frac{40}{4 \cdot 4} = 2,5 \text{ кН/см}^2 = 25 \text{ МПа}, \quad \sigma_M = \frac{M \cdot y}{S \cdot \rho}.$$

Небезпечними точками перерізу є точки 1 і 2, для яких $R_1 = 7 + 2 = 9$ см, $R_2 = 7 - 2 = 5$ см. Радіус кривизни нейтрального шару

$$R_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}} = \frac{4}{\ln 1,8} = 6,80 \text{ см.}$$

Статичний момент перерізу відносно нейтральної осі

$$S = A \cdot y_0 = A (R - R_0) = 16 \cdot 0,20 = 3,20 \text{ см}^3.$$

Координати точок відносно нейтральної осі:

$$y_1 = -(2+0,2) = -2,2 \text{ см}, y_2 = 2-0,2 = 1,8 \text{ см}.$$

Згинальний момент $M = Q \cdot R = 40 \cdot 7 = 280 \text{ кНсм}$.

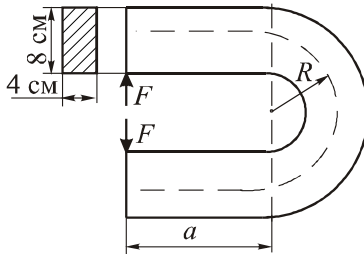
Тоді

$$\sigma_M^1 = -\frac{280 \cdot 2,2}{3,2 \cdot 9} = -21,4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -214 \text{ МПа},$$

$$\sigma_M^2 = \frac{280 \cdot 1,8}{3,2 \cdot 5} = 315 \text{ МПа}.$$

Сумарні напруження:

$$\max \sigma_p = 25 + 315 = 340 \text{ МПа}, \max \sigma_c = 25 - 214 = -189 \text{ МПа}.$$



11.42.

Стержень прямокутного перерізу з розмірами $4 \times 8 \text{ см}$, що зігнутий у формі підкови (рис. 11.38), розгинається двома силами $F=20 \text{ кН}$. Середній радіус кривизни зігнутого стержня $R=12 \text{ см}$. Відстань $a=10 \text{ см}$. Визначити найбільші напруження розтягу та стиску в стержні.

Рис. 11.38

Відповідь: $\max \sigma_p = 90,2 \text{ МПа}$, $\max \sigma_c = -127,4 \text{ МПа}$.

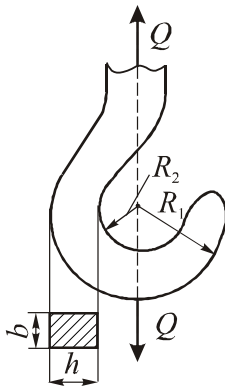


Рис. 11.39

11.43. Вантажопідіймальний гак (рис. 11.39) має прямокутний переріз з розмірами $b \times h = 3 \times 6 \text{ см}$. Радіуси кривизни: внутрішній $R_2=10 \text{ см}$, зовнішній $R_1=16 \text{ см}$. Визначити величину допустимого навантаження гака $Q_{\text{доп}}$, якщо $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$.

Відповідь: $Q_{\text{доп}} = 10 \text{ кН}$.

11.44. Визначити найбільші напруження, що виникають в поясах карабінах (рис. 11.40, а) з круглим поперечним перерізом діаметра d , навантажених силою $F = 3,5 \text{ кН}$ під час їх випробування.

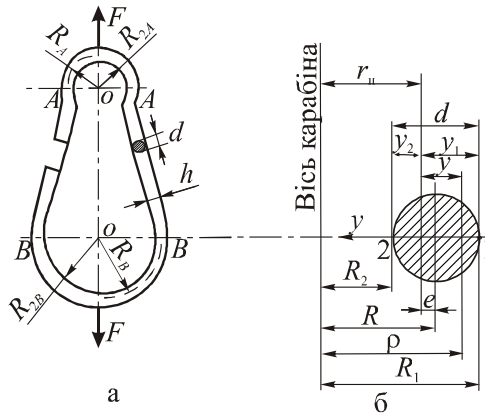


Рис. 11.40

Розв'язок

Напруження визначимо в двох поперечних перерізах $A-A$ і $B-B$.

Визначимо у вказаних перерізах величину $\frac{R}{h}$, де $h = d$. У

перерізі $A-A$: $\frac{R}{h} = \frac{1,0 + 0,5d}{d} = \frac{1,0 + 0,65}{1,3} = 1,27 < 5$. У перерізі $B-B$:

$$\frac{R}{h} = \frac{3,3 + 0,5d}{d} = \frac{3,3 + 0,65}{1,3} = 3,04 < 5.$$

Оскільки у вказаних перерізах $\frac{R}{h} < 5$, то в обох перерізах слід проводити розрахунок стержнів великої кривизни.

У стержнях великої кривизни сумарне напруження

$$\sigma_{max} = \sigma_N + \max \sigma_M,$$

де $\sigma_N = \frac{N}{A}$ - напруження від поздовжньої сили, $\sigma_M = \frac{M \cdot y}{A \cdot e \cdot \rho}$

напруження від згинального моменту M , $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ - площа

поперечного перерізу, N - поздовжня сила, M - згинальний момент. Усі решта параметрів вказані на рис. 11.40, б.

$$\max \sigma_M = \sigma_2 = \frac{M \cdot y_2}{A \cdot e \cdot R_2}.$$

Тоді

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot y_2}{A \cdot e \cdot R_2}.$$

При відкритому фіксаторі (запобіжнику)

$$N = F = 3,5 \text{ кН}, \quad A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1,3^2}{4} = 1,327 \text{ см}^2.$$

$$M_{A-A} = F \cdot R_A = 3,5 \left(R_{0_A} + \frac{d}{2} \right) = 3,5 \left(1,0 + \frac{1,3}{2} \right) = 3,5 \cdot 1,65 = 5,775 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$M_{B-B} = F \cdot R_B = 3,5 \left(R_{0_B} + \frac{d}{2} \right) = 3,5 \left(3,3 + \frac{1,3}{2} \right) = 3,5 \cdot 3,95 = 13,825 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{3,5}{1,327} = 2,64 \text{ кН/см}^2 = 26,4 \text{ МПа}.$$

Визначаємо $\max \sigma_M$ в перерізах $A-A$ і $B-B$.

Переріз $A-A$:

$$R_2 = 1,0 \text{ см}, \quad R = R_A = 1,0 + \frac{1,3}{2} = 1,65 \text{ см}, \quad d = 1,3 \text{ см}.$$

$e = R - r_H$, де

$$r_H = \frac{d^2}{4 \left[2R - \sqrt{4R^2 - d^2} \right]} = \frac{1,3^2}{4 \left[2 \cdot 1,65 - \sqrt{4 \cdot 1,65^2 - 1,3^2} \right]} = 1,584 \text{ см},$$

$$e = 1,65 - 1,584 = 0,0664 \text{ см},$$

$$y_2 = \frac{d}{2} - e = \frac{1,3}{2} - 0,0664 = 0,5836 \text{ см},$$

$$\max \sigma_{\max}^{A-A} = \sigma_2 = \frac{5,775 \text{ кН} \cdot \text{см} \cdot 0,5836 \text{ см}}{1,327 \text{ см}^2 \cdot 0,0664 \text{ см} \cdot 1,0 \text{ см}} = 38,25 \text{ кН/см}^2 = 382,5 \text{ МПа}.$$

Переріз $B-B$:

$$R_2 = 3,3 \text{ см}, \quad R = R_B = 3,3 + \frac{1,3}{2} = 3,95 \text{ см}, \quad d = 1,3 \text{ см}.$$

$e = R - r_H$, де

$$r_H = \frac{d^2}{4[2R - \sqrt{4R^2 - d^2}]} = \frac{1,3^2}{4[2 \cdot 3,95 - \sqrt{4 \cdot 3,95^2 - 1,3^2}]} = 3,9229 \text{ см}$$

$$e = 3,95 - 3,9225 = 0,02707 \text{ см},$$

$$y_2 = \frac{d}{2} - e = \frac{1,3}{2} - 0,02707 = 0,6229 \text{ см},$$

$$\max \sigma_{\max}^{B-B} = \frac{13,825 \text{ кН} \cdot \text{см} \cdot 0,6229 \text{ см}}{1,327 \text{ см}^2 \cdot 0,02707 \text{ см} \cdot 3,3 \text{ см}} = 72,66 \text{ кН/см}^2 = 726,6 \text{ МПа}$$

Найбільші напруження в перерізах

$$\sigma_{\max}^{A-A} = 26,4 + 382,5 \approx 409 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\max}^{B-B} = 26,4 + 726,6 = 753 \text{ МПа}.$$

**Тема 12. Енергетичні способи визначення переміщень.
Розрахунок статично невизначених систем методом сил.
Теоретична довідка**

Інтеграл Мора для визначення переміщень від поздовжніх сил N , згинальних моментів M та крутних моментів M_K мають вигляд

- переміщення від поздовжньої сили N : $\Delta_{1F} = \int_0^l \frac{N_F N_1}{EA} dx$;

- переміщення від згинального моменту M :

$$\Delta_{1F} = \int_0^l \frac{M_F M_1}{E J_z} dx ;$$

- переміщення від крутного моменту M_K :

$$\Delta_{1F} = \int_0^l \frac{M_{KF} M_{K1}}{G J_\rho} dx ,$$

де N_F , M_F , M_{KF} – вирази для поздовжньої сили, згинального моменту та крутного моменту від заданого навантаження.

Для визначення переміщення довільної точки системи до неї в напрямку шуканого переміщення прикладають *одичинну силу* (при визначенні лінійних переміщень) або *одичинний момент* (при визначенні кутових переміщень). Тоді N_1 , M_1 , M_{K1} - вирази для поздовжньої сили, згинального моменту та крутного моменту від вказаного *одичинного навантаження*. При користуванні формулою інтегралу Мора можна одержати переміщення з різними знаками. Додатній знак переміщення вказує на те, що його напрямок збігається з вибраним напрямком одичинного навантаження.

Визначати переміщення систем (стержнів) можна як шляхом безпосереднього інтегрування інтегралів Мора, так і без його інтегрування, використавши *спосіб Верещагіна*. Згідно з цим способом переміщення від сил N_F , M_F , M_{KF} визначають за формулами:

- переміщення від N_F – $\Delta_{1N_F} = \frac{\omega_{N_F} \cdot y_c^{N_1}}{E A}$;

- переміщення від M_F – $\Delta_{1M_F} = \frac{\omega_{M_F} \cdot y_c^{M_1}}{G \cdot I_z}$;

$$\text{- переміщення від } M_K - \Delta_{1M_K} = \frac{\omega_{M_K} \cdot y_c^{M_{K1}}}{G \cdot I_p},$$

де ω – площа епюри від заданого навантаження; y_c — ордината на епюрі від відповідного одиничного навантаження, що взята під центром епюри від заданого навантаження.

Статично неозначеною називають систему, внутрішні сили в елементах якої неможливо визначити лише за допомогою рівнянь рівноваги. В системі є нібито *зайві в'язі*, в яких виникають *зайві невідомі*. Кількість цих невідомих дорівнює *ступеню статичної неозначеності* системи та дорівнює різниці між кількістю невідомих і кількістю незалежних рівнянь рівноваги. Для визначення зайвих невідомих потрібно скласти додаткові рівняння. Існує декілька методів складання цих рівнянь. Одним з них є метод сил, коли зайві невідомі визначають з *рівнянь переміщень*. Найчастіше цей метод використовують для розрахунків статично неозначених рам.

Послідовність розрахунку статично неозначених рам

1. Встановлюють ступінь статичної неозначеності, тобто кількість зайвих в'язей або зусиль.

2. Вибирають для заданої системи *основну систему*. *Основна система* – це та статично означена, геометрично незмінна система, яку отримують з заданої шляхом відкидання *зайвих* в'язей. Для заданої системи можна вибрати декілька варіантів основних систем. Основну систему завантажують заданим навантаженням і зайвими невідомими X_1, X_2, \dots , що замінюють дію відкинутих зайвих в'язей. Записують рівняння переміщень, прирівнявши до нуля переміщення точок основної системи в напрямках відкинутих зайвих в'язей. Ці рівняння називають *канонічними рівняннями методу сил*. Для один раз неозначеної системи вони мають вигляд:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0,$$

де δ_{11} - переміщення в напрямку сили $\bar{X}_1=1$ від сили $\bar{X}_1=1$; Δ_{1F} - переміщення в напрямку $\bar{X}_1=1$ від заданого навантаження.

3. Користуючись способом Верещагіна, визначають переміщення δ_{11} і Δ_{1F} .

4. Підставляють коефіцієнти δ_{11} і Δ_{1F} у канонічне рівняння та визначають зайву невідому X_1 . При відомій силі X_1 статично неозначену раму можна розглядати як статично означену, навантажену заданим навантаженням і знайденою невідомою X_1 .

5. Знаходять значення згинальних моментів у характерних точках рами, використавши формулу

$$M(x) = M_1 X_1 + M_F.$$

Для заданої рами будують епюру $M(x)$.

6. Визначають поперечні сили Q та поздовжні сили N і будують їх епюри.

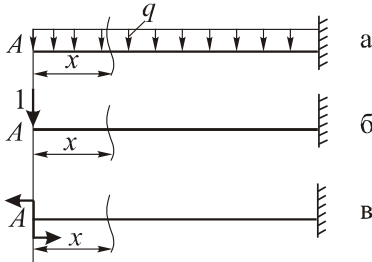
Нерозрізними балками називають статично неозначені балки, що лежать більш ніж на двох шарнірних опорах і не мають проміжних шарнірів. Для їх розв'язування можна використати розглянутий вище метод сил. Для отримання основної системи можна або відкидати опори, або врізати в балку шарніри. Другий спосіб є ефективнішим, коли шарніри врізати над проміжними опорами. Зайвими невідомими в цьому випадку будуть моменти M_1, M_2, \dots , над опорами з врізаними шарнірами. За такого підходу до розкриття статичної неозначеності канонічні рівняння методу сил зводять до системи *рівнянь трьох моментів*. Для n -ої опори це рівняння має вигляд

$$M_{n-1} l_n + 2 M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} l_{n+1} = -6 E J_z (\theta_n' + \theta_n''),$$

де θ_n' , θ_n'' - лівий і правий кути повороту над n -ою опорою. Рівнянь трьох моментів можна складати стільки, скільки раз задача статично неозначена. При складанні рівнянь опори і довжини прольотів нумерують: опори прийнято нумерувати зліва направо, позначивши крайню ліву опору індексом "0". Номер прольоту визначається номером правої для цього прольоту опори. Якщо якийсь край балки защемлений, то защемлення зображають у вигляді поставлених близько одна від одної шарнірних опор (відстань $l \rightarrow 0$). Для того, щоб з рівнянь визначити опорні моменти, потрібно знати вирази для кутів θ_n' і θ_n'' при різних видах навантаження (вирази можна визначити або методом інтегралу Мора або вписати із довідкової літератури). Розв'язавши отриману систему рівнянь, дістають значення моментів над проміжними опорами. Після цього нерозрізну балку можна розглядати як «довгу» балку, складену з окремих статично означених балок на двох опорах, навантажених заданим навантаженням і визначеними опорними моментами.

Задачі

12.1. Методом інтеграла Мора визначити прогин і кут повороту вільного кінця балки, навантаженої розподіленим навантаженням інтенсивності $q=10$ кН (рис. 12.1, а). Переріз балки - двотавр №20; матеріал балки - сталь, модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа.



Розв'язок

Для двотавра №20 виписуємо з таблиць сортamentів $I_z = 1840 \text{ см}^4$. Формула інтеграла Мора для визначення переміщень при згині балок

$$\Delta = \frac{1}{EI_z} \int_0^l M_F M_1 dx.$$

Рис. 12.1

Момент від заданого навантаження

$$M_F = -\frac{qx^2}{2} = -5x^2.$$

Для визначення прогину y_A точки A осі балки прикладаємо в цій точці одиничну силу (рис. 12.1, б). Момент від цієї сили $M_1 = -1 \cdot x$. Прогин в точці A :

$$y_A = \frac{1}{EI_z} \int_0^3 (-5x^2)(-x) dx = \frac{5x^4}{4EI_z} \Big|_0^3 = \frac{5 \cdot 3^4}{4 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1840} 10^6 = 2,75$$

см (вниз).

При визначенні кута повороту осі балки θ_A в точці A , прикладаємо в цій точці одиничний момент (рис. 12.1, в). Момент від цього навантаження $M_1 = -1$.

Кут повороту в точці A :

$$\theta_A = \frac{1}{EI_z} \int_0^3 (-5x^2)(-1) dx = \frac{5 \cdot 3^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 1840} 10^4 \frac{180^0}{\pi} = 0,7^0 \text{ (за напрямком моменту } M_1).$$

12.2. Методом інтеграла Мора визначити прогин точки A балок, схеми яких показані на рис. 12.2, а, б, в, г. Форми та розміри поперечних перерізів балок наведені поряд зі схемами балок. Матеріал балок – дерево, $E=1 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: схема (а) - 3,33см (вниз); схема (б) - 5,25см (вверх);
схема (в) - 2,5см (вниз); схема (г) - 7,20 см (вниз).

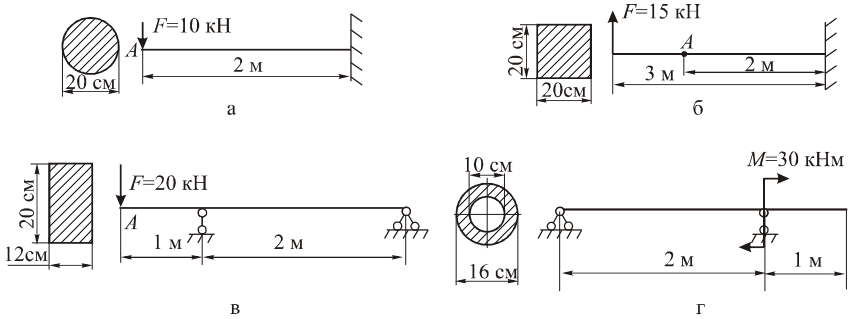


Рис. 12.2

12.3. Методом інтеграла Мора визначити кути повороту перерізу в точці *A* балок, схеми яких показані на рис. 12.3, а, б, в, г. Поперечний переріз балок - двотавр № 18, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

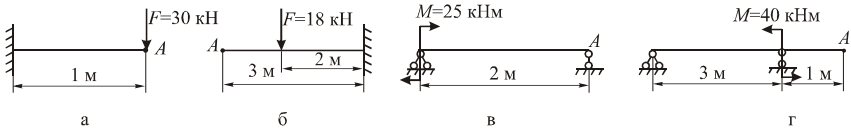


Рис. 12.3

Відповідь: схема (а) - $0,33^0$ за годинниковою стрілкою; схема (б) - $0,80^0$ проти годинникової стрілки; схема (в) - $0,185^0$ проти годинникової стрілки; схема (г) - $0,85^0$ проти годинникової стрілки.

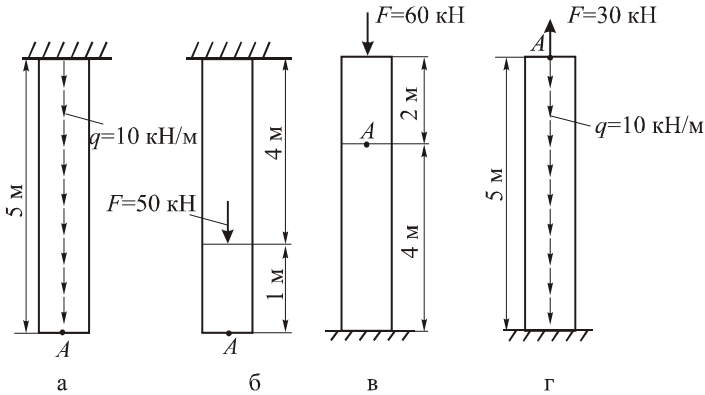


Рис. 12.4

12.4. Методом інтеграла Мора визначити лінійні переміщення точки A стержнів круглих перерізів з діаметром $d=8\text{см}$, схеми яких показані на рис. 12.4, а, б, в, г. Модуль пружності матеріалу стержнів $E = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Відповідь: схема (а) - $\Delta_A = 0,049\text{см}$ (вниз); схема (б) - $\Delta_A = 0,020\text{см}$ (вниз); схема (в) - $\Delta_A = 0,047\text{см}$ (вниз); схема (г) - $\Delta_A = 0,005\text{см}$ (вверх).

12.5. Методом інтеграла Мора визначити кути повороту в точці A валів круглого поперечного перерізу діаметром $d=100 \text{ мм}$, схеми яких показані на рис. 12.5, а, б, в. Модуль зсуву матеріалу валів $G=8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

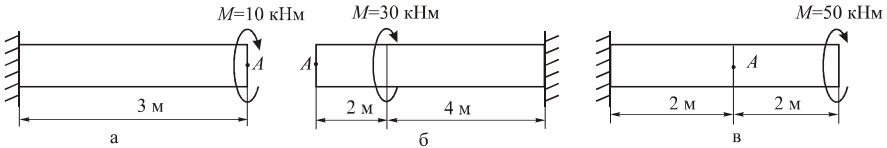


Рис. 12.5

Відповідь: схема (а) - $\varphi_A = 2,15^0$; схема (б) - $\varphi_A = 8,60^0$; схема (в) - $\varphi_A = 7,16^0$.

12.6. Визначити способом Верещагіна прогин точки A балок, схеми яких показані на рис. 12.2, а, б, в, г, за числовими даними задачі 12.2.

Відповідь: схема (а) - $3,33\text{см}$ (вниз); схема (б) - $5,25\text{см}$ (вверх); схема (в) - $2,5\text{см}$ (вниз); схема (г) - $7,20\text{см}$ (вниз).

12.7. Способом Верещагіна визначити кути повороту осі в точці A балок, схеми яких показані на рис.12.2 за числовими даними задачі 12.2.

Відповідь: схема (а) - $\theta_A = 1,43^0$; схема (б) - $\theta_A = 2,58^0$; схема (в) - $\theta_A = 1,54^0$; схема (г) - $\theta_A = 1,13^0$.

12.8. Способом Верещагіна визначити лінійні переміщення точки A стержнів, схеми яких показані на рис. 12.4, за числовими даними задачі 12.4.

Відповідь: схема (а) - $\Delta_A = 0,049\text{см}$ (вниз); схема (б) - $\Delta_A = 0,020\text{см}$ (вниз); схема (в) - $\Delta_A = 0,047\text{см}$ (вниз); схема (г) - $\Delta_A = 0,005\text{см}$ (вверх).

12.9. Способом Верещагіна визначити кути повороту в точці A валів, схеми яких показані на рис. 12.5 за числовими даними задачі 12.5.

Відповідь: схема (а) - $\varphi_A = 2,15^0$; схема (б) - $\varphi_A = 6,60^0$; схема (в) - $\varphi_A = 7,16^0$.

12.10. Способом Верещагіна визначити вертикальне, горизонтальне та повне переміщення точки A рам, схеми яких показані на рис. 12.6, а, б, в, г. Модуль пружності матеріалу рам $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Форми та розміри перерізів показані на рисунку.

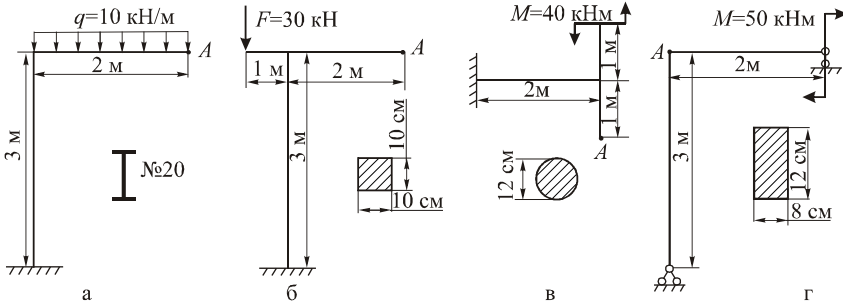


Рис. 12.6

Відповідь: схема (а): $\Delta_g = 3,80$ см (вниз), $\Delta_z = 2,45$ см (вправо), $\Delta = 4,52$ см; схема (б): $\Delta_g = 10,8$ см (вверх), $\Delta_z = 8,1$ см (вліво), $\Delta = 13,5$ см; схема (в): $\Delta_g = 3,85$ см (вверх), $\Delta_z = 3,85$ см (вправо), $\Delta = 5,43$ см; схема (г): $\Delta_g = 0$, $\Delta_z = 2,17$ см (вліво), $\Delta = 2,89$ см.

12.11. Знайти зближення точок A і B конструкції, що показана на рис. 12.7. Переріз стержня та матеріал на всіх ділянках конструкції однаковий. Розв'язати цю ж задачу, коли замість сил F прикладені пари сил з моментами M .

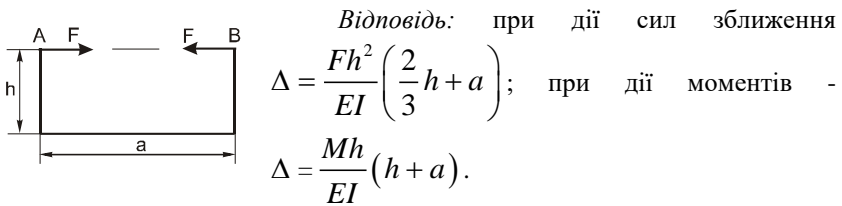


Рис. 12.7

12.12. Для статично неозначеної рами, схема якої показана на рис. 12.8, а, побудувати епюру згинальних моментів $M(x)$. Визначити σ_{max} , якщо переріз рами – двотавр №24.

Розв'язок

Оскільки в опорах рами виникають чотири опорні реакції, для визначення яких можна скласти три рівняння рівноваги, то рама є один раз статично неозначеною. Основна система методу сил показана на рис. 12.8, б. Канонічне рівняння для визначення X_1 має вигляд:

$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$. На рис.12.8, в, г показана епюра M_1 від сили $\bar{X}_1 = 1$ та епюра M_F від заданого навантаження. Коefіцієнти канонічного рівняння, які визначають способом Верещагіна, дорівнюють:

$$EI\delta_{11} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 = \frac{7}{3};$$

$$EI\Delta_{1F} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 40 + 1 \cdot 2 \cdot 40 = 100.$$

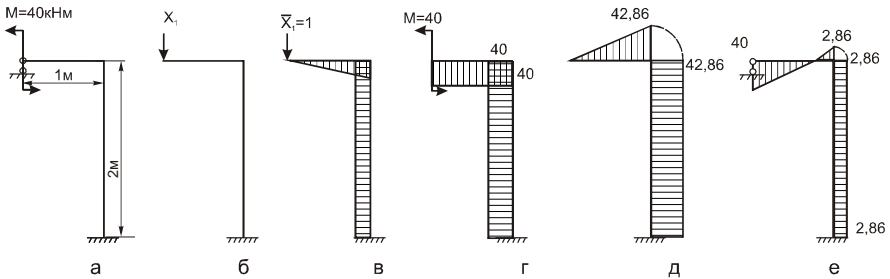


Рис. 12.8

Розв'язок канонічного рівняння

$$X_1 = -42,86.$$

Будуємо епюру $M(x)$ для заданої рами, використавши співвідношення

$$M(x) = M_1 \cdot X_1 + M_F.$$

Епюра $M_1 \cdot X_1$ показана на рис. 12.8, д, а епюра $M(x)$ - на рис. 12.8, е. Для двотавра №24 із таблиць сортаменту знаходимо момент опору перерізу $W_z = 289 \text{ см}^3$. Тоді

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = 138,4 \text{ МПа.}$$

12.13. Для статично неозначених рам, схеми яких показані на рис. 12.9, а, б, в, побудувати епюри згинальних моментів $M(x)$. Визначити σ_{\max} , якщо переріз рами – двотавр №24.

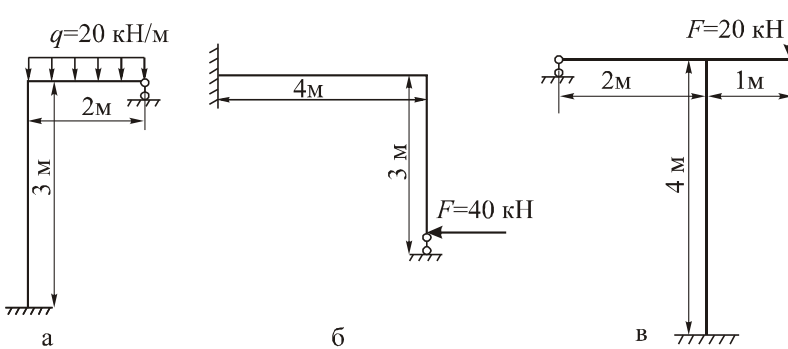


Рис. 12.9

Відповідь: схема (а): $\sigma_{\max}=31,5\text{МПа}$; схема (б): $\sigma_{\max}=415,2\text{МПа}$; схема (в): $\sigma_{\max}=69,2\text{МПа}$.

12.14. Використавши метод сил, для рам, схеми яких показані на рис. 12.10, а, б, побудувати епюри згинальних моментів $M(x)$. Перевірити міцність, якщо $[\sigma]=80\text{МПа}$.

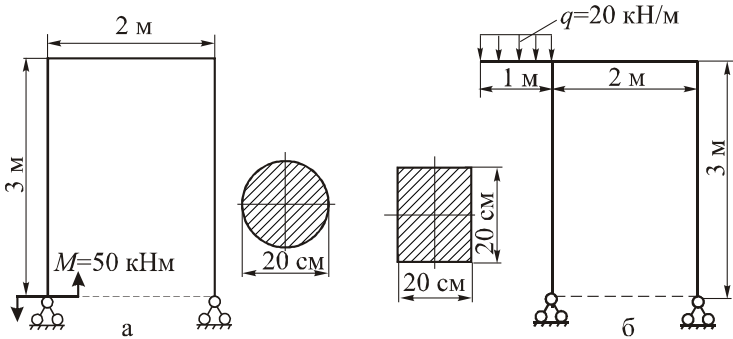


Рис. 12.10

Відповідь: схема (а): $\sigma_{\max}=62,5\text{МПа}<80\text{МПа}$, умова міцності виконується; схема (б): $\sigma_{\max}=15,0\text{МПа}<80\text{МПа}$, умова міцності виконується.

12.15. Для статично неозначеної балки, показаної на рис. 12.11, а, побудувати епюри згинальних моментів $M(x)$.

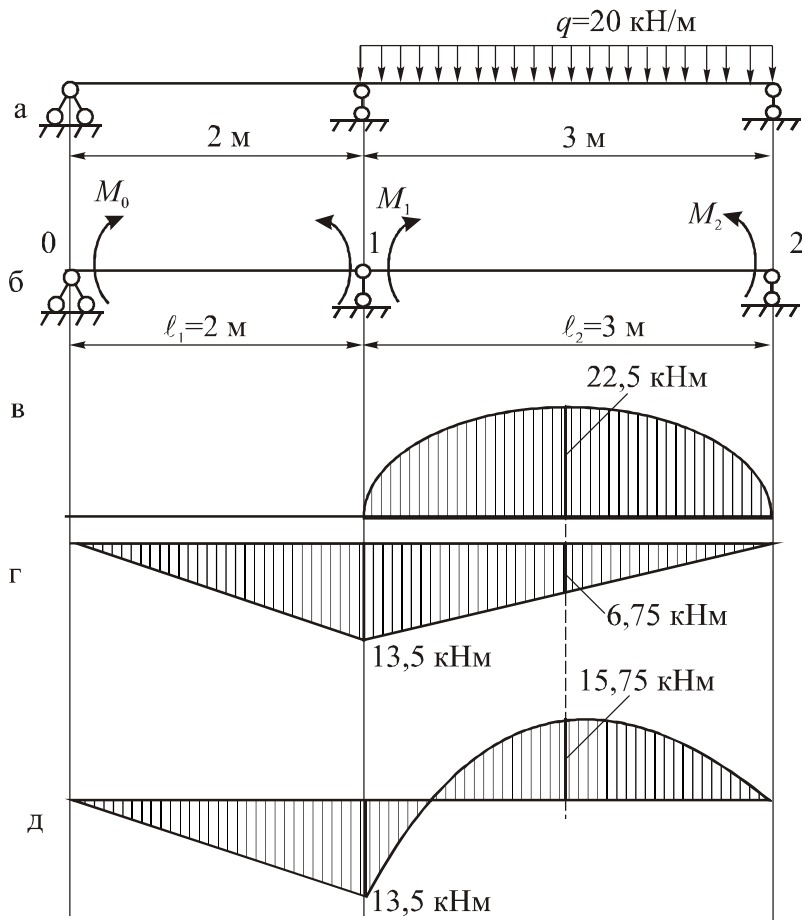


Рис. 12.11

Розв'язок.

Оскільки в опорах балки виникають чотири опорні реакції, для визначення яких можна скласти три рівняння рівноваги, то балка є один раз статично неозначеною. Для розв'язування задачі вибираємо основну систему (рис. 12.11, б), врізавши над проміжною опорою 1 шарнір. Невідомий момент в шарнірі позначимо M_1 . Для визначення цього моменту служить рівняння трьох моментів:

$$M_0 l_1 + 2M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -EI_z (\theta_1' + \theta_1'').$$

$$\text{Урахувавши, що } l_1=2 \text{ м, } l_2=3 \text{ м, } M_0=M_2=0, EI_z \theta_1' = 0, EI_z \theta_1'' = \frac{ql^3}{24},$$

знаходимо:

$$M_1 = -13,5 \text{ кНм.}$$

Будуємо для основної системи епюру M_q від заданого навантаження (рис. 12.11, в) і епюру M_M від визначеного опорного моменту (рис. 12.11, г). Епюру моментів $M(x)$ для заданої балки (рис. 12.11, д) дістаємо складанням епюр M_q і M_M .

12.16. Для статично неозначених балок, схеми яких показані на рис. 12.12, а, б, в, побудувати епюри згинальних моментів $M(x)$.

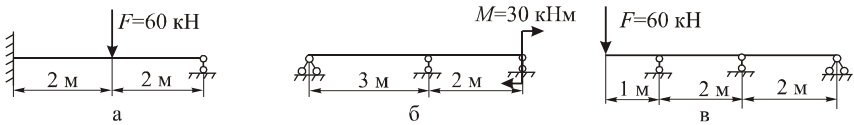


Рис. 12.12

12.17. Для нерозрізних балок, показаних на рис. 12.13, а, б, в, побудувати епюри $M(x)$ та підібрати двотаврові поперечні перерізи, якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

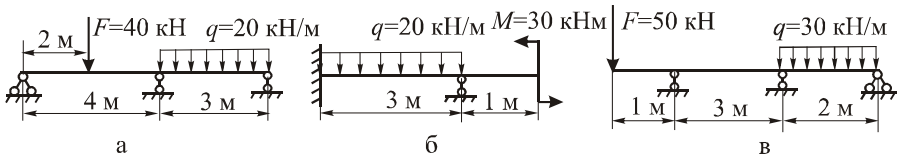


Рис. 12.13

Відповідь: схема (а): двотавр №30, $W_z = 472 \text{ см}^3$; схема (б): двотавр №22а, $W_z = 254 \text{ см}^3$; схема (в): двотавр №24а, $W_z = 317 \text{ см}^3$.

Тема 13. Розрахунок стержнів на стійкість Теоретична довідка

При стисканні довгого тонкого стержня осью силою він може вийти з ладу не через те, що в поперечних перерізах виникатимуть граничні напруження (границя текучості або міцності), а внаслідок того, що стержень втратить свою початкову прямолінійну форму (зігнеться). Для таких стержнів, окрім розрахунку на міцність, потрібно виконувати *розрахунок на стійкість*. Найбільшу силу стиску F , до якої стержень зберігає стійку форму рівноваги, називають *критичною силою* F_K . Іншими словами, *критична сила* F_K - це найменша осьова сила стиску, при якій початкова прямолінійна форма рівноваги стає нестійкою. При будь-якому способі закріплення стержня критичну силу F_K визначають за *формулою Ейлера*

$$F_K = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(\mu l)^2},$$

або

$$F_K = \frac{\pi^2 E A}{\lambda_{\max}^2},$$

де μ - коефіцієнт зведеної довжини, що залежить від способу закріплення стержня, l - довжина стержня; I_{\min} - мінімальний момент інерції поперечного перерізу; A - площа поперечного перерізу; $\lambda = \frac{\mu l}{i}$ -

гнучкість стержня; $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ - радіус інерції поперечного перерізу.

Критичне напруження в стиснутих гнучких стержнях визначають за формулою

$$\sigma_k = \frac{F_K}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{\max}^2}.$$

Наведені формули для критичної сили та критичного напруження справедливі для *стержнів великої гнучкості*. Для сталей формулою Ейлера можна користуватися при величинах гнучкості $\lambda \geq 100$. Якщо гнучкість сталевих стержнів $50 < \lambda < 100$, то це *стержні середньої гнучкості*. Для них критичне напруження визначають за формулою Ясінського

$$\sigma_K = a - b \lambda,$$

де коефіцієнти a , b беруть з таблиць. Зокрема, для сталей

$$a = 31.0 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}, \quad b = 0.114 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

Для інших матеріалів межі придатності формули Ейлера є іншими.

Для забезпечення *стійкості стержня* повинна виконуватись умова *стійкості*:

$$\frac{F}{\varphi \cdot A} \leq [\sigma],$$

де φ - коефіцієнт *поздовжнього згину* ($0 \leq \varphi \leq 1$), що залежить від матеріалу та гнучкості λ стержня. Ці коефіцієнти визначають з таблиці.

Виходячи з умови стійкості, можна розв'язувати такі типи задач:

- а) перевіряти стійкість заданого стержня;
- б) підбирати величину допустимої стискувальної сили за формулою

$$F_{\text{дон}} = \varphi \cdot A \cdot [\sigma];$$

- в) підбирати розміри поперечних перерізів стержнів за формулою

$$A \geq \frac{F}{\varphi \cdot [\sigma]}.$$

При відомій критичній силі допустиме навантаження стиснутого стержня визначають за формулою

$$[F] = \frac{F_K}{k_{cm}},$$

де k_{cm} – коефіцієнт запасу стійкості.

Задачі

13.1. Визначити величину критичної сили, критичного напруження і допустимого навантаження для стиснутого стержня двотаврового поперечного перерізу (двотавр №33), довжиною $l=4$ м. Нижній кінець стержень защемлений, а верхній – шарнірно опертий. Матеріал стержень - сталь. Коефіцієнт запасу стійкості $k_{ct} = 2,5$.

Відповідь: $F_K=1052,4$ кН; $\sigma_K=195,6$ МПа; $F_{\text{дон}}=420,9$ кН.

13.2. Як зміниться критична сила для стержня великої гнучкості, якщо збільшити діаметр його круглого перерізу в 3 рази? Як зміниться ця сила, якщо довжину стержня збільшити в 3 рази?

Відповідь: при збільшенні діаметра критична сила зростає в 81 раз; при збільшенні довжини критична сила зменшиться в 9 раз.

13.3. Визначити величину критичної сили та критичного напруження для стержня прямокутного поперечного перерізу 12×20 см, довжиною 7 м з дерева, модуль пружності якого $E=9000$ МПа. Обидва кінці стержня шарнірно оперті.

Відповідь: $F_k=52,2$ кН; $\sigma_k=2,18$ МПа.

13.4. Визначити величину критичної сили, критичного напруження та допустимої стискувальної сили для стержня, показаного на рис. 13.1. Матеріал стержня – сталь Ст3, модуль пружності $E=2 \cdot 10^5$ МПа, границя пропорційності $\sigma_{пц}=200$ МПа. Коефіцієнт запасу стійкості $k_{ст} = 2,0$.

Відповідь: $F_k = 130,8$ кН; $\sigma_k=83,3$ МПа; $F_{доп}=65,4$ кН.

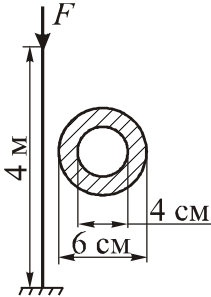


Рис. 13.1

13.5. На стиснутий стержень довжиною $l=5$ м з шарнірно опертими кінцями діє сила F (рис. 13.2). Визначити величину критичної сили для двох видів поперечних перерізів, складених із швелерів № 20, форма яких показана на рисунку.

Відповідь: для перерізу 1 $F_k=336,6$ кН; для перерізу 2 $F_k=1307$ кН.

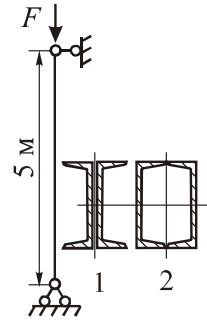


Рис. 13.2

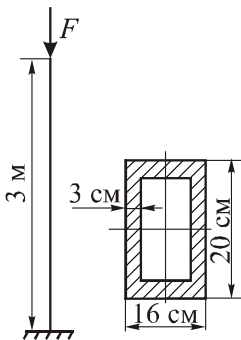


Рис. 13.3

13.6. Перевірити на стійкість стиснутий чавунний стержень, навантажений силою $F=400$ кН. Схема закріплення стержня, форма і розміри поперечного перерізу показані на рис. 13.3. Модуль пружності матеріалу $E = 1,2 \cdot 10^5$ МПа. Потрібний коефіцієнт запасу стійкості $k_{ст} = 4$.

Відповідь: $F_{доп}=465$ кН; $F=400$ кН $<$ $F_{доп}=465$ кН. Стійкість забезпечена.

13.7. Визначити величину критичної сили та коефіцієнт запасу стійкості гвинта домкрата (рис. 13.4) з нарізаною різьбою, внутрішній діаметр якої $d_1=52\text{мм}$. Вантажність домкрата $F=100\text{ кН}$. Гвинт виготовлений зі сталі Ст5. Найбільша висота піднімання вантажу $l=70\text{ см}$. При розрахунку вважати, що нижній кінець гвинта защемлений, а верхній вільний.

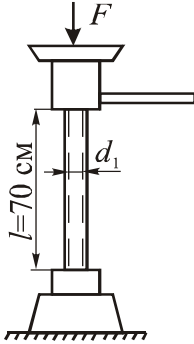


Рис. 13.4

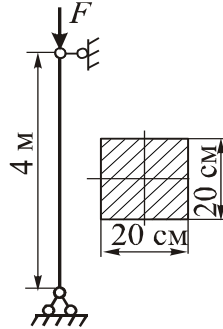


Рис. 13.5

Відповідь: $F_k=360,9\text{ кН}$; $k_{cm} = 3,61$.

13.8. Визначити величину допустимої сили для дерев'яного стиснутого стержня квадратного поперечного перерізу (рис. 13.5), якщо границя міцності дерева $\sigma_{\text{мц}}=20\text{ МПа}$, модуль пружності $E=1,1\cdot 10^4\text{ МПа}$. Коефіцієнти запасу: на міцність $n_{\text{мц}} = 2,5$, на стійкість $k_{\text{ст}} = 3$.

Відповідь: $F_{\text{доп}}=302\text{ кН}$.

13.9. Виходячи з умови стійкості, визначити величину допустимого навантаження на стержень двотаврового поперечного перерізу (двотавр № 27) зі сталі ($[\sigma]=160\text{ МПа}$). Довжина стержня – 4,5 м. Обидва кінці жорстко защемлені.

Відповідь: $F_{\text{доп}}=414,5\text{ кН}$.

13.10. Визначити величину найбільшого допустимого навантаження для сталевих стержнів ($[\sigma]=160\text{ МПа}$), нижні кінці яких защемлені, а верхні – вільні. Довжини стержнів, форми та розміри поперечних перерізів показані на рис. 13.6, а, б, в, г, д.

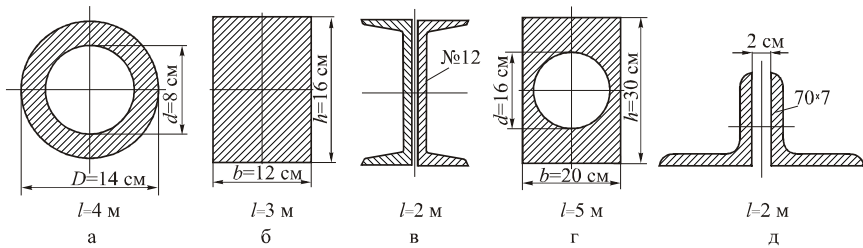


Рис. 13.6

Відповідь: схема (а): $F_{\text{доп}}=320$ кН; схема (б): $F_{\text{доп}}=768$ кН; схема (в): $F_{\text{доп}}=93,6$ кН; схема (г): $F_{\text{доп}}=1927$ кН; схема (д): $F_{\text{доп}}=65,4$ кН.

13.11. Два кінці двотавра №20 довжиною $l=5$ м жорстко защемлені при температурі $t_0=10^\circ\text{C}$. При якій температурі він втратить стійкість, якщо модуль пружності матеріалу стержня $E=2 \cdot 10^5$ МПа?

Відповідь: при температурі $t_1=60^\circ\text{C}$.

13.12. Стержні великої гнучкості круглого та кільцевого поперечних перерізів мають однакову площу перерізу. Визначити співвідношення їх критичних сил, якщо кінці стержнів закріплені однаково. Стержні виготовлені з однакового матеріалу. Відношення внутрішнього та зовнішнього діаметрів кільцевого перерізу дорівнює $d/D=0,7$.

Відповідь: $F_{\text{кіль}}/F_{\text{кр}}=2,92$.

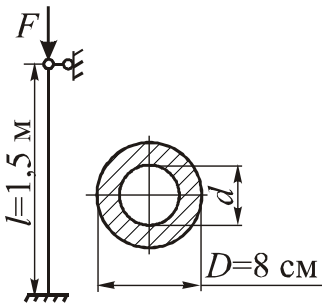


Рис. 13.7

Відповідь: $F_{\text{доп}}=542,6$ кН; $k_{\text{cm}} = 1,2$.

13.14. Шток компресора (рис. 13.8) довжиною $l=160$ см має круглий поперечний переріз з діаметром $d=60$ мм та виготовлений зі сталі Ст5. Діаметр поршня $D=50$ см. Вважаючи один кінець штока защемленим, а інший шарнірно опертим, визначити допустимий тиск p газу на поршень.

Відповідь: $p=2,1$ МПа.

13.13. Визначити з умови стійкості величину допустимого навантаження та коефіцієнт запасу стійкості для стержня кільцевого перерізу з відношенням $d/D=0,5$, виготовленого зі сталі Ст3 (рис. 13.7). Довжина стержня $l=1,5$ м, зовнішній діаметр кільця $D=80$ мм. Осьове стискувальне навантаження $F=50$ кН.

13.15. Визначити діаметр штока компресора d (рис. 13.8), якщо діаметр циліндра $D=60$ см, тиск газу $p=2,0$ МПа, довжина штока $l=150$ см. Матеріал штока - сталь Ст5, допустиме напруження $[\sigma]=120$ МПа. Один кінець штока вважати защемленим, а інший - шарнірно опертим.

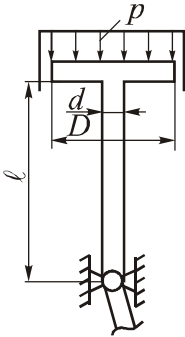


Рис. 13.8

Вказівка. Силу стиску штока поршня визначають за формулою $F = p \frac{\pi D^2}{4}$. Діаметр

штока визначаємо з умови стійкості $\frac{F}{\varphi \cdot A} \leq [\sigma]$

методом послідовних наближень: приймаємо початкове значення $\varphi_1^n = \frac{0+1}{2} = 0,5$; визначаємо

площу $A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1^n \cdot [\sigma]}$ і діаметр

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4A_1}{\pi}}; \text{ знаходимо мінімальний радіус}$$

інерції $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \frac{d_1}{4}$ та максимальну гнучкість $\lambda_{\max} = \frac{\mu l}{i_{\min}}$. За

знайденою гнучкістю з таблиці коефіцієнтів φ знаходимо кінцеве значення φ_1^k ; якщо різниця $|\varphi_1^n - \varphi_1^k| \geq 0,1$, то процес наближень слід

продовжити, почавши друге наближення зі значення $\varphi_2^n = \frac{\varphi_1^n + \varphi_1^k}{2}$;

якщо $|\varphi_1^n - \varphi_1^k| \leq 0,1$, то слід виконати перевірку умови стійкості. Якщо умова виконується, то процес наближень закінчено, якщо не виконується, то слід виконувати наступні наближення до того моменту, поки умова стійкості не буде виконана.

Відповідь: $d=86$ мм.

13.16. Методом послідовних наближень підібрати розміри поперечних перерізів стиснутих стержнів зі сталі Ст3 ($[\sigma]=150$ МПа) з двома защемленими кінцями, довжини яких і форми яких показані на рис. 13.9, а, б, в, г, д, е.

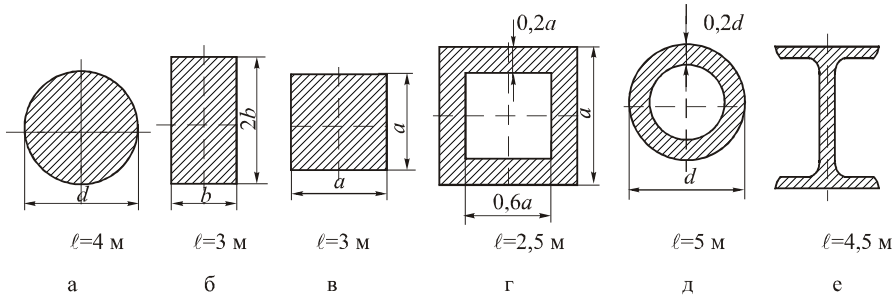


Рис. 13.9

Відповідь: схема (а): $d=5,43$ см; схема (б): $b=3,5$ см; $h=7,0$ см; схема (в): $a=4,3$ см; схема (г): $d=4,3$ см; схема (д): $d=6,4$ см; схема (е): двотавр №16.

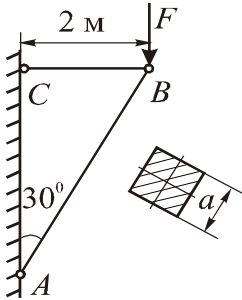


Рис. 13.10

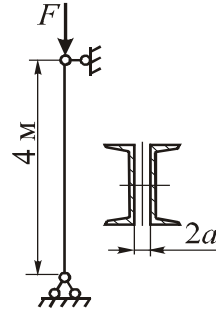


Рис. 13.11

13.17. Кронштейн ABC навантажений силою $F=50$ кН (рис. 13.10). Виходячи з умови стійкості, визначити розмір a квадратного поперечного перерізу підкосу AB , якщо $[\sigma]=4$ МПа.

Відповідь: $a=17,35$ см.

13.18. Стиснутий стержень, що навантажений центральною силою $F=500$ кН, виготовлений з двох з'єднаних між собою швелерів (рис. 13.11). Підібрати розмір швелерів, якщо відстань $a=0$. Визначити величину відстані a , при якій переріз стержня буде найбільш раціональним. Який розмір швелерів потрібний у цьому випадку? Допустиме напруження $[\sigma]=160$ МПа.

Відповідь: якщо відстань $a=0$, потрібні швелери №24; переріз стержня буде найраціональніший, коли $a=5,0$ см; у цьому випадку потрібні швелери №18.

13.20. Визначити діаметр дерев'яного підкосу AB кронштейна (рис. 13.12) з допустимим напруженням на стиск $[\sigma] = 10$ МПа. Обидва кінці підкосу вважати шарнірно опертими.

Відповідь:
 $d = 11,93$ см.

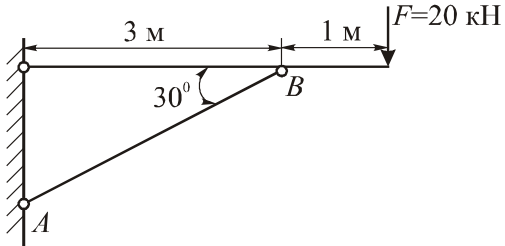
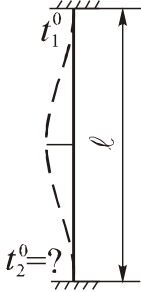


Рис. 13.12

13.21. Двотавр №24 довжиною $l = 5$ м защемлений при температурі $t_1 = -10^\circ\text{C}$ (рис. 13.13). При якій температурі t_2 він втратить стійкість і чому буде дорівнювати критична сила, якщо защемлення обох країв вважати абсолютно жорстким?



Відповідь: $t_2 = 82^\circ\text{C}$, $F_k = 625$ кН.

13.22. Із умови стійкості визначити величину допустимої сили стиску колони із двох з'єднаних між собою швелерів №30, відстань між якими $a = 10$ см (рис. 13.14). Матеріал - сталь Ст3; допустиме напруження $[\sigma] = 160$ МПа.

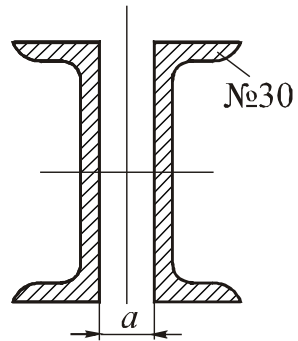


Рис. 13.14

Рис. 13.13 Довжина колони 6 м. Один кінець колони защемлений, інший – шарнірно опертий.

Відповідь: $F_{\text{дон}} = 1140$ кН

Тема 14. Динамічні задачі. Теоретична довідка

Коли при навантаженні тіл в них *виникають прискорення* та пов'язані з ними *сили інерції*, то таке навантаження називають *динамічним*, а задачі – *динамічними задачами*. Якщо прискорення будь-якої точки тіла (а отже і сили інерції) відомі, то розв'язування динамічних задач зводять до розв'язування відповідних статичних задач, коли до заданого зовнішнього навантаження, що діє на тіло, додати згідно з принципом Даламбера знайдені сили інерції. Якщо навантаження до тіла прикладається раптово, коли за короткий проміжок часу виникають дуже великі прискорення, то такі динамічні задачі називають *задачами на удар*. Якщо прискорення в тілі періодично змінюються в часі, то задачі, що виникають при цьому – це *задачі на коливання*. Найпростіша динамічна задача – це задача про визначення напружень і переміщень в елементах конструкцій, що рухаються з відомим сталим прискоренням.

Динамічні напруження в канаті механізму, що підіймає вантаж Q з прискоренням a визначають за формулою

$$\sigma_{\delta} = \frac{N_{\delta}}{A} = \frac{Q}{A} \left(1 + \frac{a}{g} \right),$$

або

$$\sigma_{\delta} = \sigma_c \cdot k_{\delta},$$

де $\sigma_c = \frac{Q}{A}$ - статичне напруження в канаті; $k_{\delta} = 1 + \frac{a}{g}$ - *динамічний коефіцієнт*.

Динамічні напруження, що виникають у тонкостінному кільці, яке рівномірно обертається навколо своєї осі,

$$\sigma_{\delta} = \rho \cdot v^2,$$

де ρ, v - відповідно густина матеріалу та колова швидкість обертання кільця.

Залежно від напрямку прикладання ударного навантаження до стержня розрізняють *поздовжній, поперечний і крутильний удари*. При *поздовжньому ударі* динамічне напруження та видовження (вкорочення) стержня дорівнюють

$$\sigma_{\delta} = \sigma_c \cdot k_{\delta}, \Delta l_{\delta} = \Delta l_c \cdot k_{\delta},$$

де $\sigma_c = \frac{F}{A}$ - статичне напруження в стержні від сили F ; $\Delta l_c = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$ -

статичне видовження (вкорочення) стержня від сили F ;

$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_c}}$ - динамічний коефіцієнт при поздовжньому ударі; h

- висота падіння вантажу F .

При поперечному ударі

$$\max \sigma_{\partial} = \max \sigma_c \cdot k_{\partial}, \quad \Delta_{\partial} = \Delta_c \cdot k_{\partial},$$

де $\max \sigma_c = \frac{M_{\max}}{W_z}$ - найбільше статичне напруження від заданого

навантаження; $\Delta_{\partial}, \Delta_c$ - динамічний і статичний прогини балки в місці

удару, $k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_c}}$ - динамічний коефіцієнт.

При крутильному ударі

$$\max \tau_{\partial} = \max \tau_c \cdot k_{\partial}, \quad \Delta_{\partial} = \Delta_c \cdot k_{\partial}, \quad \varphi_{\partial} = \varphi_c \cdot k_{\partial},$$

де $\max \tau_c = \frac{M_k}{W_p}$ - статичне напруження при крученні; $\Delta_{\partial}, \varphi_{\partial}$ -

динамічне лінійне і кутове переміщення; Δ_c, φ_c - статичне лінійне і

кутове переміщення при крученні; k_{∂} - динамічний коефіцієнт, який знаходимо за формулою

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_c}}.$$

Максимальні динамічні напруження при коливаннях визначають за формулами

$$\left. \begin{aligned} \max \sigma_{\partial} &= \max \sigma_c \cdot k_{\partial}; \\ \max \tau_{\partial} &= \max \tau_c \cdot k_{\partial}, \end{aligned} \right\}$$

де $\max \sigma_c, \max \tau_c$ - максимальні статичні напруження від заданого навантаження, k_{∂} - динамічний коефіцієнт при коливаннях, який дорівнює

$$k_{\partial} = 1 + \frac{H}{Q} \cdot \beta,$$

де Q, H - значення постійної і найбільше значення збурювальної сили.

Коефіцієнт β , що визначають за формулою

$$\beta = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2},$$

називають *коефіцієнтом зростання коливань*; ω, ω_0 - частоти змушених і власних коливань, причому

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta_c}},$$

де $c = \frac{Q}{\Delta_c}$ - жорсткість системи, що коливається; Q - навантаження; Δ_c - статична деформація; g - прискорення сили тяжіння.

Задачі

14.1. Підіймальний механізм підіймає за допомогою канату вантаж вагою $Q=40$ кН з прискоренням $a=5$ м/с². Площа поперечного перерізу каната $A=4$ см². Визначити напруження в канаті, нехтуючи його вагою.

Відповідь: $\sigma_d=151$ МПа.

14.2. Визначити необхідний діаметр каната довжиною 60 м, за допомогою якого рівномірно прискорено піднімається вантаж вагою $Q=50$ кН. За перші 3 с вантаж піднімається на висоту 9 м. Питома вага канату $\gamma=0,07$ Н/см³. Допустиме напруження для каната $[\sigma]=60$ МПа. Розрахунки виконати з урахуванням і без урахування власної ваги каната.

Відповідь: а) $d=3,58$ см (без урахування ваги каната); б) $d=3,72$ см (з урахуванням ваги каната).

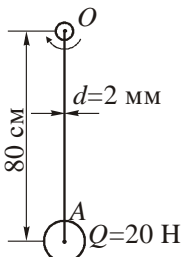


Рис. 14.1

14.3. Сталевий дріт OA , на кінці якого розміщений вантаж 20 Н (рис. 14.1), рівномірно обертається навколо горизонтальної осі, яка перпендикулярна до площини рисунка і проходить через точку O . При якій кількості обертів за хвилину n відбудеться руйнування дроту, якщо границя міцності дроту $\sigma_{миц} = 800$ МПа?

Відповідь: $n=265$ об/хв.

14.4. Швидкість обертання круглого чавунного маховика навколо осі змінюється протягом 0,1 с з 300 об/хв до 290 об/хв. Обід маховика важить 12кН, радіус інерції дорівнює 50 см. Визначити величину обертового моменту на валу (на який насаджено маховик), викликаного

змінною швидкості.

Відповідь: $T=3,20$ кНм.

14.5. Тонкостінне сталеве кільце діаметром $d=50$ см обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\omega=160$ с⁻¹. Визначити напруження в кільці.

Вказівка. При обертанні тонкостінного кільця навколо своєї осі динамічні напруження визначають за формулою

$$\sigma_{\theta} = \rho \cdot v^2 = \frac{\gamma}{g} v^2 = \frac{\gamma}{g} \omega^2 r^2.$$

Відповідь: $\sigma_{\theta}=12,71$ МПа.

14.6. Яку кількість обертів за хвилину n (об/хв) може здійснювати навколо своєї осі сталевий тонкостінний циліндр діаметром $d=40$ см, якщо напруження в ньому не повинно перевищувати 100 МПа?

Відповідь: $n=1694$ об/хв.

14.7. Для чавунних маховиків найбільшою безпечною швидкістю обертання вважають швидкість $v=25$ м/с. Визначити напруження розтягу в маховику при цій швидкості, якщо густина чавуну дорівнює $\rho=7,4$ г/см³.

Відповідь: $\sigma_{\theta}=4,71$ МПа.

14.8. Підймальний механізм вагою $Q=20$ кН підіймає за допомогою канату вантаж вагою $F=50$ кН. Механізм встановлено на двох двотаврових балках із двотаврів №27а (рис. 14.2). Визначити силу натягу канату та найбільше нормальне напруження в балках, якщо вантаж рухається зі сталим прискоренням і протягом першої секунди піднімається на 2,5 м.

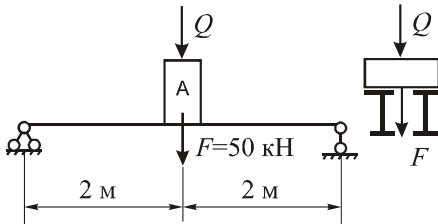


Рис. 14.2

14.9. На буртик сталевго стержня діаметром $d=25$ мм і довжиною $l=1,5$ м з висоти $h=2$ м падає вантаж вагою 1,5 кН (рис. 14.3). Визначити найбільші напруження в стержні. Чому б дорівнювали напруження, коли б: а) вантаж лежав на буртику постійно? б) вантаж був прикладений раптово ($h=0$)?

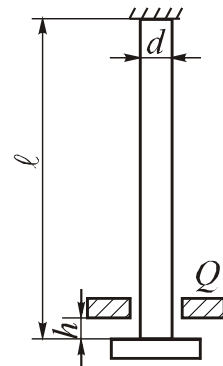


Рис. 14.3

Відповідь: сила натягу каната $F_{\text{дин}}=70,4$ кН; $\max \sigma_{\text{д}}=111$ МПа.

Відповідь: при падінні вантажу - $\sigma_d = 434,6$ МПа; якщо б вантаж лежав - $\sigma_{ст} = 30,5$ МПа; при раптовому прикладанні $\sigma_d = 61,0$ МПа.

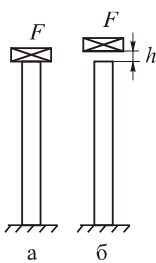


Рис. 14.4

14.10. Вертикальний стержень (рис.14.4, а), вільний кінець якого перебуває під дією вантажу F , вкорочується на 2 мм. Визначити, яким буде це вкорочення, якщо вантаж падає з висоти $h = 3$ см (рис.14.4, б).

Відповідь: $\Delta l_0 = 9$ мм.

14.11. Визначити величину найбільшого напруження розтягу для двох сталевих стержнів, що знаходяться в умовах поздовжнього удару вантажем $Q = 2$ кН, що падає з висоти $h = 3$ см (рис. 14.5). Поперечні перерізи стержнів круглі, $d = 5$ см, $D = 10$ см. Матеріал стержнів – сталь; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

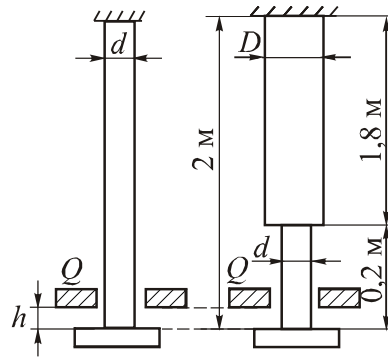


Рис. 14.5

Відповідь: для першого стержня $\sigma_d = 79,2$ МПа; для другого стержня $\sigma_d = 138,1$ МПа.

14.12. Між канатом і вантажем, що піднімається за допомогою каната, часто закріплюють пружину. Для чого це роблять?

14.13. На вільний кінець двотаврової консольної балки (двотавр №10) довжиною 1 м (рис. 14.6, а) з висоти $h = 3$ см падає вантаж вагою $Q = 2$ кН. Визначити найбільше нормальне напруження та прогин вільного краю консолі. Модуль пружності матеріалу балки $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Розв'язок

Для двотавра №10 виписуємо із таблиць сортаменту: $I_z = 572$ см⁴, $W_z = 81,7$ см³.

Будуємо епюру $M(x)$ від сили Q (рис. 14.6, б) і епюру M_1 від одиночного навантаження, прикладеного в місці падіння вантажу (рис. 14.6, в). Способом Верещагіна визначаємо статичний прогин у місці падіння вантажу:

$$\Delta_c = \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = 0,0583 \text{ см.}$$

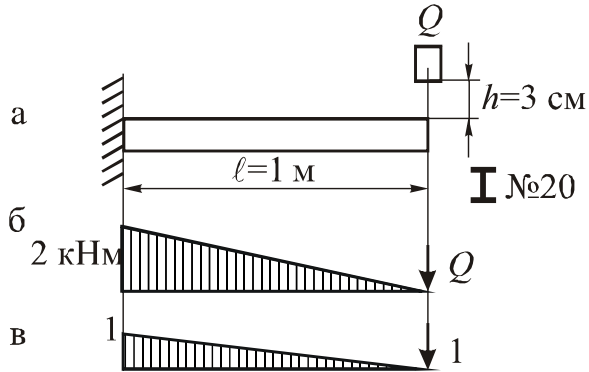


Рис. 14.6

Знаходимо динамічний коефіцієнт

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_c}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 3}{0,0583}} = 11,19.$$

Найбільше статичне напруження в балці

$$\sigma_c = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{200}{81,7} = 2,44 \text{ кН/см}^2 = 24,4 \text{ МПа.}$$

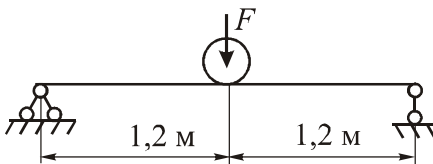
Найбільше динамічне напруження в балці

$$\sigma_d = \sigma_c \cdot k_d = 24,4 \cdot 11,19 = 274 \text{ МПа.}$$

Динамічний прогин вільного краю балки

$$\Delta_d = \Delta_c \cdot k_d = 0,0583 \cdot 11,19 = 0,65 \text{ см.}$$

14.14. До середини сталевий двотаврової балки (двотавр №20) раптово прикладене навантаження $F=40$ кН (рис. 14.7). Визначити динамічні напруження і найбільший прогин. Матеріал стержнів – сталь; $E=2 \cdot 10^5$ МПа.



Відповідь: $\sigma_d=261$
МПа; $\Delta_d=0,626$ см.

Рис. 14.7

14.15. Вантаж $Q=0,5$ кН падає з висоти 10 см на балку, яка від цього удару прогинається на $\Delta=2,5$ см. Якої ваги статично прикладений в цій точці вантаж викликав би такий самий прогин ?

Відповідь: $Q_{ст}=5$ кН.

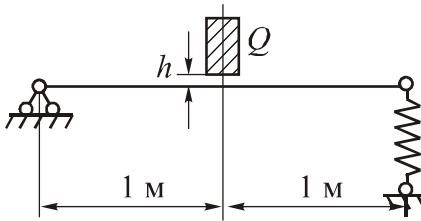
14.16. З якої висоти повинен впасти вантаж на балку, щоб викликані ударом напруження і деформації були б в 3 рази більшими від напружень і деформацій, що виникають при дії на балку цього ж вантажу в умовах статичного навантаження?

Відповідь: $h=1,5\Delta_{ст}$.

14.17. Сталева циліндрична гвинтова пружина виготовлена із дроту діаметром $d=20$ мм. Середній діаметр витків пружини $D=20$ см. Число витків пружини $n=10$. При дії статичної стискувальної сили Q пружина стиснулася на величину $\lambda=2$ см. Чому буде дорівнювати осадка пружини та найбільші дотичні напруження в ній, коли вказаний вантаж Q кинути на пружину з висоти $h=8$ см?

Відповідь: $\lambda_0=8$ см; $\tau_0=107$ МПа.

14.18. Двотаврова балка №16 довжиною $l=2$ м має дві опори: ліву - жорстку шарнірну і праву - податливу, у вигляді циліндричної гвинтової пружини (рис. 14.8) з 10 витками, діаметром дроту $d=20$ мм і середньому діаметрі витка $D=15$ см. На середину балки з висоти h падає вантаж вагою $Q=2,5$ кН. Визначити допустиму висоту падіння вантажу, при якій напруження згину в балці не перевищуватимуть величини $[\sigma]=150$ МПа



і напруження в пружині будуть меншими від $[\tau]=200$ МПа.

Рис. 14.8

Відповідь: $h=16,82$ см.

14.19. Для системи, що складається з пружного круглого стержня AB і жорсткого бруса BC (рис. 14.9) визначити максимальне дотичне напруження в стержні AB , викликане ударом вантажу вагою $F=0,4$ кН, що падає з висоти $h=10$ см, а також переміщення точки C в напрямку удару при таких даних: довжина стержня AB $l=50$ см, діаметр стержня $d=4$ см, довжина бруса BC $a=30$ см. Матеріал – сталь, модуль $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Відповідь: $\tau_0 = 151$ МПа;
 $\Delta_C^0 = 1,42$ см.

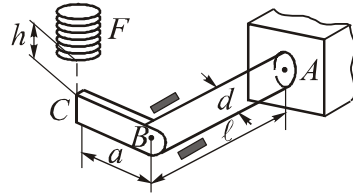


Рис. 14.9

14.20. Двигун вагою $Q = 12$ кН закріплений посередині балки довжиною $l = 4$ м (рис. 14.10, а) на двох двотаврах № 30. Частота обертання вала двигуна $n = 1500$ об/хв. Унаслідок обертання неврівноважених частин двигуна виникає відцентрова сила $H = 2$ кН. Визначити найбільше динамічне напруження в балках.

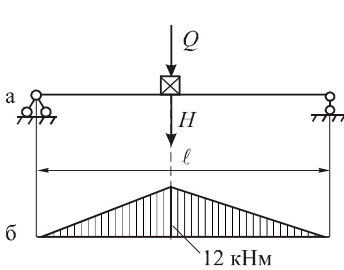


Рис. 14.10

Розв'язок
 Для двотавра №30
 випишемо з таблиці сортаменту:
 $I_z = 7080$ см⁴, $W_z = 472$ см³.

Будемо епюру згинальних моментів $M(x)$ від сили $Q = 12$ кН (рис. 14.10, б). Визначаємо максимальні статичні напруження в балках

$$\max \sigma_c = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{1200 \text{ кН}}{2 \cdot 472 \text{ см}^2} = 12,7 \text{ МПа.}$$

Визначаємо частоту власних коливань балки $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta_c}}$, де

статичний прогин посередині балок дорівнює

$$\Delta_c = \frac{Ql^3}{48EI_z} = \frac{12 \cdot 400^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 7080} = 0,0565 \text{ см.}$$

Тоді

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{981}{0,0565}} = 131,7 \text{ с}^{-1}.$$

Знаходимо частоту змушених коливань

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 1500}{30} = 157 \text{ с}^{-1}.$$

Визначаємо коефіцієнт наростання коливань

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{157}{131,7}\right)^2} = 2,38.$$

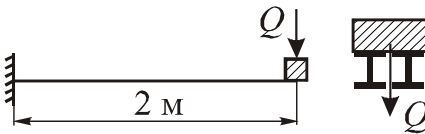
Знаходимо динамічний коефіцієнт

$$\kappa_\delta = 1 + \frac{H}{Q} \beta = 1 + \frac{2}{12} \cdot 2,38 = 1,4.$$

Максимальні динамічні напруження в балках

$$\max \sigma_\delta = \max \sigma_c \cdot \kappa_\delta = 12,7 \cdot 1,4 = 17,8 \text{ МПа.}$$

14.21. Електродвигун вагою $Q=2$ кН встановлено на кінці двох защемлених в стіні балок, переріз яких двотавр №14 (рис. 14.11). Частота обертання вала двигуна $n=600$ об/хв. При цьому виникає відцентрова сила $H=0,4$ кН. Довжина консолі 2 м, матеріал - сталь ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа). Допустиме напруження 100 МПа. Перевірити міцність балок.



Відповідь: $\max \sigma_\delta = 25,5$

МПа $< [\sigma]$. Міцність балок забезпечена.

Рис. 14.11

14.22. Система складається із сталевго стержня AB довжиною $l=80$ см круглого поперечного перерізу діаметром $d=2$ см, до якого підвішений жорсткий брус CD (рис. 14.12). На кінці бруса встановлений двигун з вагою $Q=20$ кН, що створює при роботі коливання з частотою $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$. Визначити частоту власних коливань системи ω_0 та коефіцієнт зростання коливань β .

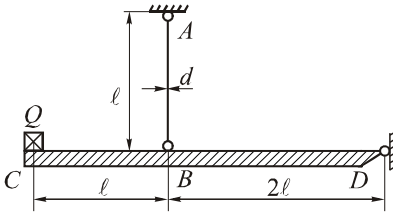


Рис. 14.12

Відповідь: $\omega_0 = 160,25 \text{ с}^{-1}$;

$\beta=2,276$.

14.23. На конструкцію, що складається з пружного стержня AB круглого поперечного перерізу і жорсткого бруса BC , в точці C встановлено двигун вагою $Q=20$ кН (рис. 14.13), який при роботі створює коливання конструкції з частотою $\omega = 18 \text{ с}^{-1}$. Найбільше значення збурювальної сили, що виникає при роботі двигуна, $H=4$ кН. Визначити частоту власних коливань системи ω_0 , коефіцієнт зростання коливань β та

максимальні динамічні напруження в стержні AB при таких числових даних: $l=100$ см, $a=30$ см, $d=10$ см, модуль пружності при крученні $G=8 \cdot 10^4$ МПа

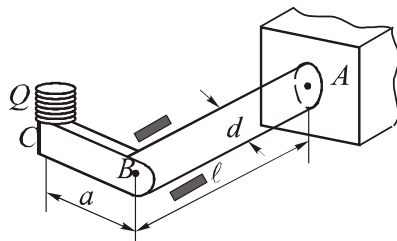


Рис. 14.13

Відповідь: $\omega_0 = 20,88c^{-1}$; $\beta=3,89$; $\max \tau_\sigma = 53,4$ МПа.

Тема 15. Розрахунок тонкостінних оболонок Теоретична довідка

Багато елементів інженерних споруд, апаратів чи машин (резервуари, котли, труби, хімічні апарати, балони) в розрахунках на міцність можуть бути зведені до розрахункових схем оболонок. *Оболонкою* називають тіло, один з вимірів якого (товщина) значно менший від двох інших вимірів. Осесиметричними або просто симетричними оболонками називають оболонки, серединна поверхня яких є поверхнею обертання. У різних технічних об'єктах осесиметричні оболонки можуть бути навантажені або рівномірно розподіленим навантаженням p (наприклад, тиском газу чи пари), або тиском, що змінюється вздовж осі за певним законом (тиск рідини). Якщо оболонка тонка, не має різких змін форми і защемлень, то можна вважати, що напруження, які виникають в оболонці, рівномірно розподілені по товщині (напруження від розтягу чи стиску). Теорія оболонок, що базується на цьому принципі, - *безмоментна теорія оболонок*.

Для визначення *меридіанного* σ_m і *колового* σ_g напружень в оболонках служать:

а) рівняння Лапласа

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_g}{\rho_g} = \frac{p}{\delta};$$

б) рівняння рівноваги частини оболонки, відділеної перерізом, який перпендикулярний до осі оболонки. З цього рівняння дістаємо вираз для визначення напруження σ_m

$$\sigma_m = \frac{Q}{2\pi\rho_m \cos^2 \theta \cdot \delta},$$

де ρ_m , ρ_g - *меридіанний і коловий радіуси кривизни* оболонки; p , δ - тиск в оболонці та товщина стінки оболонки; Q - *осьова сила*, яка намагається від'єднати частину оболонки.

У розрахунках на міцність використовують III або IV теорії міцності. Знайдені напруження σ_m , σ_g і σ_n , яке перпендикулярне до стінки оболонки і для якого можна вважати $\sigma_n \approx 0$, є головними. Умова міцності за III теорією

$$\sigma_{розр}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

Для *циліндричної оболонки* під газовим тиском ($p = const$) формули для напружень і умова міцності мають вигляд:

$$\sigma_1 = \sigma_\theta = \frac{pR}{\delta}; \quad \sigma_2 = \sigma_m = \frac{pR}{2\delta}; \quad \sigma_3 = 0, \quad \frac{pR}{\delta} \leq [\sigma];$$

для сферичної оболонки під газовим тиском p :

$$\sigma_m = \sigma_\theta = \frac{pR}{2\delta}; \quad \frac{pR}{2\delta} \leq [\sigma];$$

для циліндричної оболонки, закріпленої по верхньому краю і заповненої на висоту H рідиною з питомою вагою γ :

$$\max \sigma_\theta = \sigma_\theta \Big|_{x=H} = \frac{\gamma RH}{\delta}, \quad \sigma_m = \frac{pRH}{2\delta}; \quad \frac{\gamma RH}{\delta} \leq [\sigma].$$

Задачі

15.1. Циліндричний котел діаметром $D=2$ м з товщиною стінки $\delta=10$ мм перебуває під робочим тиском $p=10$ атм. Допустиме напруження для матеріалу котла $[\sigma]=110$ МПа. Перевірити міцність стінок котла, використавши III теорію міцності.

Відповідь: $\sigma_{розр}^{III} = 100$ МПа $< [\sigma]$. Міцність забезпечена.

15.2. Циліндричний котел діаметром $D=1,5$ м має товщину стінки $\delta=20$ мм. Котел перебуває під газовим тиском $p=1,8$ МПа. Визначити меридіанні і колові напруження в стінці котла та перевірити міцність за IY теорією, якщо $[\sigma]=100$ МПа.

Відповідь: $\sigma_m = 33,8$ МПа, $\sigma_\theta = 67,6$ МПа, $\sigma_{розр}^{IY} = 58,5$ МПа $< [\sigma]$.

Міцність забезпечена.

15.3. Вертикальна сталева водопровідна труба діаметром 80 см перебуває під тиском води. Висота заповнення 150 м. Визначити необхідну товщину стінки труби, якщо допустиме напруження $[\sigma]=80$ МПа. Урахувати можливе зменшення товщини стінки на 3 мм через корозію.

Відповідь: $\delta = 18$ мм.

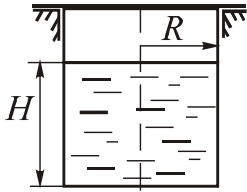
15.4. Визначити необхідну товщину стінок чавунної водопровідної труби діаметром 120 см при висоті напору 120 м. Допустиме напруження для чавуну на розтяг $[\sigma]=20$ МПа.

Відповідь: $\delta=36$ мм.

15.5. Сферичний резервуар діаметром $D=200$ см перебуває під постійним газовим тиском $p=10$ атм. Визначити необхідну товщину стінки резервуара, якщо $[\sigma]=20$ МПа.

Відповідь: $\delta=25$ мм.

15.6. Визначити найбільші напруження в циліндричному резервуарі, підвішеному за верхній край і заповненому водою на висоту $H=5$ м (рис. 15.1). Товщина стінки резервуара $\delta=4$ мм. Радіус резервуара $R=1$ м.

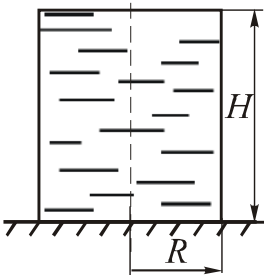


Відповідь: $\max \sigma_{\theta} = 12,5$ МПа,

$\max \sigma_m = 6,25$ МПа.

Рис. 15.1

15.7. Визначити меридіанні і колові напруження та перевірити міцність циліндричного резервуара, опертого по основі і заповненого рідиною з питомою вагою $\gamma = 0,9$ г/см³ (рис. 15.2). Висота наповнення $H=8$ м, радіус $R=1,5$ м, товщина стінки $\delta=3$ мм.



Допустиме напруження $[\sigma]=50$ МПа.

Використати III теорію міцності.

Відповідь: $\sigma_m = 0$, $\max \sigma_{\theta} = 36$ МПа,

$\sigma_{розр}^{III} = 36$ МПа $<$ $[\sigma]$. Міцність забезпечена.

Рис. 15.2

15.8. Через трубопровід, виготовлений із вініласту, пропускають рідину під тиском $p = 5$ атм. Знайти коефіцієнт запасу міцності труби, якщо границя міцності вініласту $\sigma_{мц}=40$ МПа. Зовнішній діаметр труби $D=160$ мм, товщина стінки $\delta=8$ мм. Використати III теорію міцності.

Відповідь: $\kappa_{мц}=8$.

15.9. Труби магістрального трубопроводу діаметром $D=320$ мм і товщиною стінки $\delta=6$ мм перебувають під тиском $p=50$ атм. Знайти розрахункові напруження за III і IV теоріями міцності.

Відповідь: $\sigma_{розр}^{III} = 134,6$ МПа; $\sigma_{розр}^{IV} = 127$ МПа.

15.10. На автомобілі, переобладнаному на стиснутий газ, змонтовано сферичні балони із легованої сталі з внутрішнім діаметром $D=400$ мм і товщиною стінки $\delta=10$ мм. Найбільший тиск газу $p=250$ атм.

Прийнявши коефіцієнт запасу міцності відносно границі текучості $\kappa=2$, визначити границю текучості сталі, з якої виготовлені балони.

Відповідь: $\sigma_T = 1000 \text{ МПа}$.

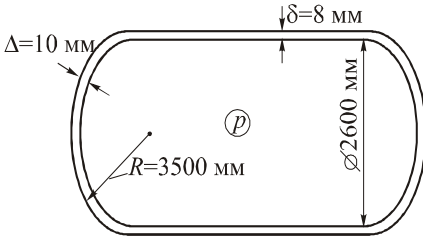


Рис. 15.3

15.11. Залізнична цистерна (рис. 15.3) після виготовлення випробовувалась тиском $p = 6 \text{ атм}$. Визначити найбільші напруження в циліндричній і сферичній частинах цистерни.

Відповідь: $\max \sigma_u = 97,5 \text{ МПа}$, $\max \sigma_{сф} = 105 \text{ МПа}$.

15.12. Конічний резервуар, що підвішений по верхньому краю, заповнений водою на висоту $H = 4 \text{ м}$ (рис. 15.4, а). Визначити найбільші меридіанні і колові напруження в стінці резервуару. Товщина стінки резервуару $\delta = 4 \text{ мм}$. Кут при вершині конуса $2\alpha = 60^\circ$.

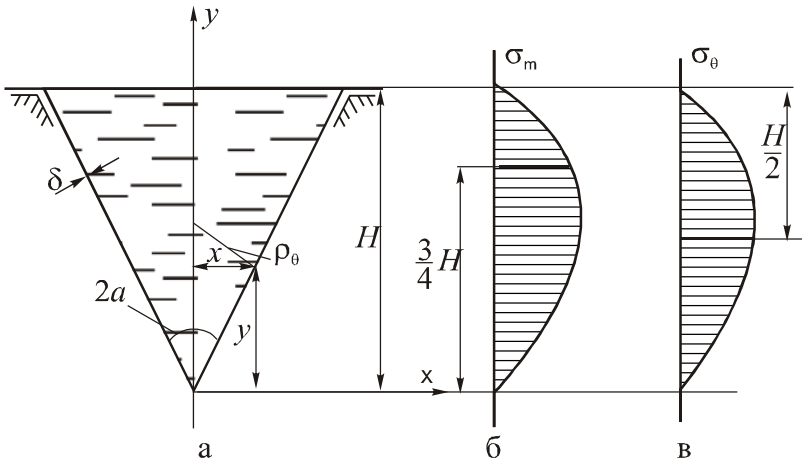


Рис. 15.4

Вказівки. Для конічного резервуару радіус кривизни меридіана

$\rho_m = \infty$. Тоді з рівняння Лапласа дістаємо $\sigma_\theta = p \frac{\rho_\theta}{\delta}$. Коловий радіус

кривизни $\rho_\theta = \frac{x}{\cos \alpha} = \frac{y \text{tg} \alpha}{\cos \alpha}$. Тиск у довільній точці з координатами

(x, y) при наповненні резервуару рідиною з густиною ρ

$p = \rho g(H - y)$. З врахуванням цих виразів дістаємо

$\sigma_\theta = \frac{\rho g t g \alpha}{\delta \cos \alpha} y(H - y)$. Як видно з останнього виразу, σ_θ змінюється

по висоті y за параболічним законом. Знайдемо найбільше значення цього напруження, використавши умову екстремуму $\frac{d\sigma_\theta}{dy} = 0$. Найбільше

значення σ_θ , що виникає на висоті $y = \frac{H}{2}$, дорівнює

$\max \sigma_\theta = \frac{\rho g \cdot t g \alpha \cdot h^2}{4\delta \cdot \cos \alpha}$. Величину напруження σ_m знайдемо з виразу,

який отриманий з рівняння рівноваги частини резервуару, виділеної перерізом, перпендикулярним до осі резервуару $\sigma_m = \frac{Q}{2\pi\rho_m \cos^2 \theta \cdot \delta}$.

Величина сили Q , яка намагається відділити нижню незакріплену частину резервуару від верхньої для показаного на рис. 15.4, а перерізу, дорівнює

$Q = \pi x^2 \cdot \rho g(H - y) + \frac{1}{3} \pi x^2 \cdot \rho g \cdot y$. Підставляючи в вираз для σ_m

усі величини, дістаємо $\sigma_m = \frac{\rho g \cdot t g \alpha}{2\delta \cdot \cos \alpha} y(H - \frac{2}{3}y)$. Максимальне

значення σ_m виникає на висоті $y = \frac{3}{4}H$, яку визначають з умови

$\frac{d\sigma_m}{dy} = 0$. Це максимальне значення дорівнює

$\max \sigma_m = \frac{3\rho g \cdot t g \alpha \cdot h^2}{16\delta \cdot \cos \alpha}$.

Епюри σ_θ і σ_m для резервуару показані на рис.15.4, б, в.

Відповідь: $\max \sigma_\theta = 6,66$ МПа, $\max \sigma_m = 5,00$ МПа.

15.13. Напівсферичний резервуар радіуса R і товщиною стінки δ , що підвішений за верхній край (рис. 15.5), заповнений до висоти H рідиною з питомою вагою γ . Скласти вирази для визначення меридіанного і колового напружень в довільній точці.

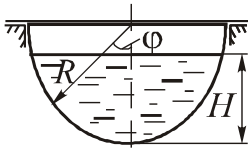


Рис. 15.5

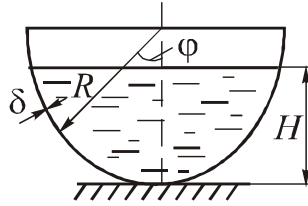


Рис. 15.6

Відповідь: $\sigma_m = \frac{\gamma R^2 \cdot (1 - \cos^3 \varphi)}{3\delta \cdot \sin^2 \varphi}$, $\sigma_\theta = \frac{\gamma R^2}{3\delta} \left(3\cos \varphi - \frac{1 - \cos^3 \varphi}{\sin^2 \varphi} \right)$,

де φ - кут , що визначає положення довільної точки, який відраховують відносно осі резервуара.

15.14. Опертий знизу напівсферичний резервуар радіуса R і товщиною стінки δ (рис. 15.6), заповнений до висоти H рідиною з питомою вагою γ . Скласти вирази для меридіанного та колового напружень.

Відповідь: $\sigma_m = 0$, $\sigma_\theta = \frac{\gamma \cdot R^2}{\delta} \cos \varphi$.

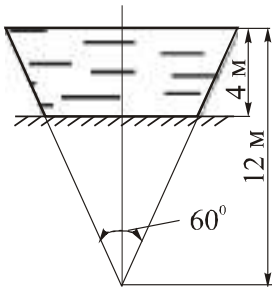


Рис. 15.7

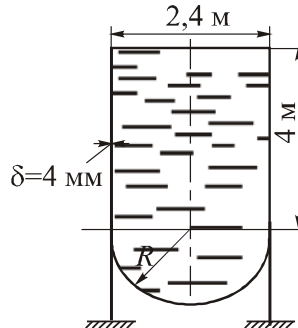
15.15. Резервуар у вигляді зрізаного конуса (рис. 15.7) опирається на меншу основу. Він заповнений рідиною з густиною $\rho=0,9\text{г/см}^3$. Товщина стінки резервуара 8 мм. Визначити найбільші нормальні напруження в меридіанному і коловому напрямках. Необхідні розміри показані на рисунку.

Відповідь: $\sigma_m = -7\text{МПа}$, $\sigma_\theta = 24\text{МПа}$.

15.16. Циліндричний резервуар діаметром 2,4 м з днищем у вигляді півсфери (рис. 15.8) наповнений водою на висоту 4 м. Товщина стінки резервуара $\delta=4\text{мм}$. Визначити найбільші напруження в стінці циліндричної частини і в днищі резервуара.

Відповідь: $\max \sigma_{\text{цил}} = 9,6\text{МПа}$,
 $\max \sigma_{\text{сф}} = 6,2\text{МПа}$.

Рис. 15.8



Тема 16. Розрахунок на міцність при повторно-змінних напруженнях. Теоретична довідка

У деяких машинах чи спорудах під дією прикладених змінних сил напруження не є постійними, а періодично змінюються в часі (напруження в поперечних перерізах вагонних осей, в кривошипях, шатунах, валах двигунів тощо). При напруженнях, що циклічно змінюються в часі, виникає процес руйнування, який називають *втомним руйнуванням*. Швидкість процесу втомного руйнування залежить від *типу циклів напружень*, при якому працює деталь, і механічних властивостей матеріалу деталі. Цикл називають *симетричним*, якщо найбільше σ_{\max} та найменше σ_{\min} напруження циклу однакові за величиною та протилежні за знаком $\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$. Тоді *коефіцієнт асиметрії циклу*

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = -1. \text{ Для пульсаційного циклу } \sigma_{\min} = 0, r = 0. \text{ Границя}$$

витривалості σ_r - найбільша величина змінного напруження, що не призводить до втомного руйнування тіла при як завгодно великій кількості циклів напружень. Для симетричного циклу границя витривалості позначається σ_{-1} . На величину границі витривалості впливає *низка факторів*. Основними з них є: наявність у деталі концентратора напружень (різких змін розмірів і форми, наявність отворів, виточок тощо), стан обробки поверхні деталі, розміри поперечного перерізу. Вплив перерахованих факторів на величину границі витривалості враховується за допомогою коефіцієнтів, які для різних матеріалів і типів деформацій беруть з експериментально отриманих графіків або таблиць. Такими коефіцієнтами є:

а) *ефективний коефіцієнт концентрації напружень* k_{σ} (k_{τ});

б) *коефіцієнт* β_n , що враховує *стан обробки поверхні зразка*;

в) *масштабний коефіцієнт* ε_M , що враховує вплив на границю витривалості розмірів (діаметру) зразка.

Найбільш поширеним розрахунком на міцність є *перевірний розрахунок* на втомну міцність наявної деталі, коли визначають *коефіцієнт запасу втомної міцності* n_{σ} .

Для деталі, що працює *при симетричному циклі*, коефіцієнти запасу втомної міцності відносно нормальних напружень (n_{σ}) і дотичних

напружень ($n_{\sigma\tau}$) визначають з формул

$$n_{\sigma\sigma} = \frac{\sigma_{-1} \cdot \beta_n \cdot \varepsilon_M}{\sigma_a \cdot k_\sigma}, \quad n_{\sigma\tau} = \frac{\tau_{-1} \cdot \beta_n \cdot \varepsilon_M}{\tau_a \cdot k_\tau},$$

де σ_a - амплітудне значення напруження в циклі.

Для деталі, що працює при довільному асиметричному циклі,

$$n_{\sigma\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{cp} \cdot \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{m.o.}} + \frac{\sigma_a \cdot k_\sigma}{\beta_n \cdot \varepsilon_M}}, \quad n_{\sigma\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{cp} \cdot \frac{\tau_{-1}}{\tau_{m.o.}} + \frac{\tau_a \cdot k_\tau}{\beta_n \cdot \varepsilon_M}},$$

де σ_{cp} (τ_{cp}) - середнє напруження заданого циклу; $\sigma_{mц}$ ($\tau_{mц}$) - границя міцності матеріалу деталі.

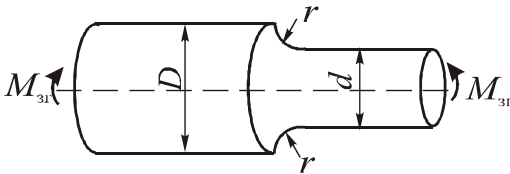
Якщо деталь працює при сумісному згині і крученні, то загальний коефіцієнт запасу стосовно втомного руйнування визначають за формулою

$$n_e = \frac{n_{\sigma\sigma} \cdot n_{\sigma\tau}}{\sqrt{n_{\sigma\sigma}^2 + n_{\sigma\tau}^2}}.$$

Задачі

16.1. У поперечному перерізі біля основи галтелі ступінчастого вала, що обертається (рис. 16.1), виникає згинальний момент $M_{зг}=640\text{Нм}$. Діаметри вала: $D=60\text{ мм}$, $d=40\text{ мм}$. Радіус кривизни галтелі $r=4\text{ мм}$. Поверхня вала шліфована. Матеріал – сталь Ст4, для якої $\sigma_{mц}=600\text{ МПа}$, $\sigma_T=280\text{ МПа}$, $\sigma_{-1}=260\text{ МПа}$. Визначити коефіцієнт запасу міцності вала відносно нормальних напружень $n_{\sigma\sigma}$. Для розрахунку прийняти значення

коефіцієнтів: $\beta_n=0,95$ (поверхня вала шліфована), $\varepsilon_M=0,85$ (вал з



вуглецевої сталі діаметром $d=40\text{мм}$),

$k_\sigma=1,54$ (концентратор напружень – галтель з відношенням $r/d=0,1$).

Рис. 16.1

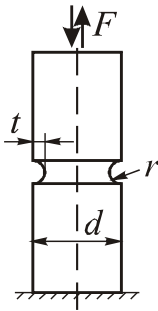
Відповідь: $n_{\sigma\sigma} = 1,37$.

16.2. Круглий вал діаметром $d=60\text{ мм}$, що обертається, має в місці переходу до діаметра $D=70\text{ мм}$ галтель радіусом $r=5\text{ мм}$ (рис. 16.1). Вал

згинається постійним моментом M . Визначити величину допустимого моменту $M_{\text{доп}}$, якщо вал виготовлений із вуглецевої сталі з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_{\text{мц}}=450$ МПа, границя витривалості $\sigma_{-1}=220$ МПа. Поверхня вала полірована. Коефіцієнт запасу міцності відносно втоми $n_{\sigma\sigma}=2$. Прийняти такі значення коефіцієнтів: $\beta_n=1,0$ (поверхня вала полірована), $\varepsilon_M=0,75$ (вал з вуглецевої сталі діаметром $d=60$ мм), $\kappa_\sigma=1,52$.

Відповідь: $M_{\text{доп}}=117$ кНсм.

16.3. Визначити величину допустимої сили F_{max} для круглого стержня діаметром $d=40$ мм, що має півкруглу кільцеву виточку глибиною $t=3$ мм і радіусом $r=3$ мм (рис. 16.2). Навантаження, що діє на стержень, змінюється за осесиметричним циклом від $F_{\text{min}}=-F_{\text{max}}$ до F_{max} .



Стержень виготовлений із легованої сталі з границею міцності $\sigma_{\text{мц}}=1000$ МПа, границею витривалості $\sigma_{-1}=320$ МПа. Поверхня стержня шліфована.

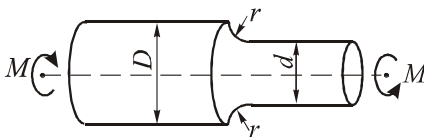
Коефіцієнт запасу відносно втоми прийняти 1,8. Для розрахунку прийняти такі значення коефіцієнтів: $\beta_n=0,9$ (легована сталь, поверхня вала шліфована), $\varepsilon_M=0,72$ (вал з легової сталі діаметром $d=40$ мм),

$\kappa_\sigma=1,8$ (концентратор – виточка, $\frac{r}{d}=0,075$, $\frac{t}{r}=1$).

Рис. 16.2

Відповідь: $F_{\text{max}}=45,5$ кН.

16.4. Круглий ступінчастий вал з діаметрами $d=80$ мм, $D=90$ мм і галтеллю з радіусом $r=8$ мм (рис. 16.3) скручується повторно змінними моментами, що змінюються за осесиметричним циклом від $-5,5$ кНм до $5,5$ кНм. Перевірити циклічну міцність вала, якщо матеріал вала – легована сталь, для якої $\sigma_{\text{мц}}=1000$ МПа, $\tau_{-1}=250$ МПа. Поверхня вала полірована. Коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування прийняти 2,5. Для розрахунку прийняти такі значення коефіцієнтів: $\beta_n=1,0$ (поверхня вала полірована),



$\varepsilon_M=0,66$, $\kappa_\tau=1,25$.

Рис. 16.3

Відповідь: $n_{\sigma} = 2,45 < 2,5$. Умова міцності виконується.

16.5. Гладкий циліндричний стержень діаметром $d=50$ мм (рис. 16.4) навантажений повторно-змінним навантаженням розтягу – стиску, яке змінюється за симетричним циклом. Границя витривалості матеріалу стержня при розтягу $\sigma_{-1p} = 250$ МПа. Визначити величину допустимого навантаження на стержень F_{max} , якщо коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування $n_{\sigma} = 1,8$. Поверхня стержня полірована.

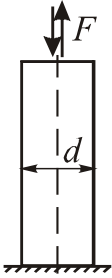


Рис. 16.4

Розв'язок

Коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування визначаємо за формулою

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1} \cdot \beta_n \cdot \varepsilon_m}{\sigma_a \cdot k_{\sigma}},$$

де коефіцієнти дорівнюють: $\beta_n = 1,0$ (поверхня вала полірована), $\varepsilon_m = 0,80$ (при $d=50$ мм), $k_{\sigma} = 1,0$ (концентратор відсутній). З останнього виразу визначаємо допустиме значення амплітуди напружень

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{-1p} \cdot \beta_n \cdot \varepsilon_m}{n_{\sigma} \cdot k_{\sigma}} = \frac{25 \cdot 1 \cdot 0,8}{1,8 \cdot 1} = 11,1 \text{ кН/см}^2.$$

Допустиме навантаження

$$F_{max} = \sigma_a \cdot A = \sigma_a \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 11,1 \cdot \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} = 218 \text{ кН}.$$

Тобто навантаження на стержень може змінюватись від -218 кН до $+218 \text{ кН}$.

16.6. Гладкий циліндричний стержень (рис. 16.4) діаметром $d=30$ мм навантажений повторно-змінним навантаженням розтягу – стиску, яке змінюється за симетричним циклом. Амплітуда навантаження $F_a = 100 \text{ кН}$. Поверхня стержня з тонкою обточкою ($\beta_n = 0,85$). Границя витривалості матеріалу стержня при розтягу $\sigma_{-1p} = 300$ МПа. Визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування n_{σ} .

Відповідь: $n_{\sigma} = 1,47$.

16.7. Визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування n_{σ} гладкого циліндричного стержня (рис. 16.4) діаметром $d=50$ мм, навантаженого повторно-змінним навантаженням розтягу–стиску, яке змінюється від $+200$ кН до -80 кН. Для обчислень прийняти такі дані: $\kappa_{\sigma} = 1,25$, $\beta_n = 0,90$, $\varepsilon_m = 0,80$, $\sigma_{-1p} = 200$ МПа, $\sigma_{\text{мц}} = 500$ МПа.

Відповідь: $n_{\sigma} = 1,47$.

16.8. Вал круглого перерізу навантажений скручувальними моментами, які змінюються за пульсаційним циклом. Визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування $n_{\sigma\tau}$ при таких даних: $\kappa_{\tau} = 1,50$, $\beta_n = 0,85$, $\varepsilon_m = 0,90$, $\tau_{-1} = 180$ МПа, $\tau_{\text{мц}} = 260$ МПа, $\tau_{\text{ср}} = 60$ МПа.

Відповідь: $n_{\sigma\tau} = 1,13$.

16.9. На круглий вал з галтеллю (рис. 16.5), діаметр якого біля основи галтелі $d=80$ мм, діють згинальні моменти $M_{\text{мін}}^{\text{max}} = \pm 5$ кНм, що змінюються за симетричним циклом, і крутні моменти, що змінюються за пульсаційним циклом в межах $M_k = 0-6$ кНм. Визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування n_e при таких даних: $\kappa_{\sigma} = 1,50$,

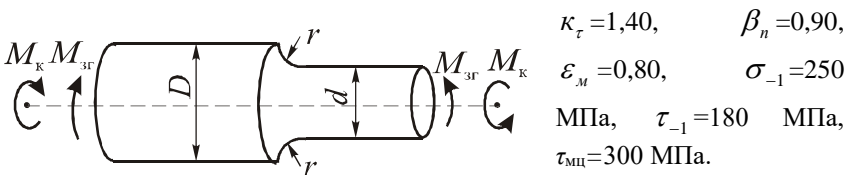


Рис. 16.5

Розв'язок

Оскільки вал працює при сумісному згині та крученні, то загальний коефіцієнт запасу відносно втомного руйнування визначаємо за

$$n_e = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\sigma\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\sigma\tau}^2}}.$$

Коефіцієнт n_{σ} при симетричному циклі зміни нормальних напружень згину обчислимо за формулою

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1} \cdot \beta_n \cdot \varepsilon_m}{\sigma_a \cdot k_{\sigma}}.$$

Амплітудне напруження дорівнює

$$\sigma_a = \frac{M_{\max}}{0,1d^3} = \frac{500 \text{кНсм}}{0,1 \cdot 8^3 \text{см}^3} = 9,76 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

Після підстановки значень напружень і коефіцієнтів у вираз для n_{σ} дістаємо $n_{\sigma} = 1,23$. Коефіцієнт $n_{\sigma\tau}$ при пульсаційному циклі визначаємо з виразу

$$n_{\sigma\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{cp} \cdot \frac{\tau_{-1}}{\tau_{mc}} + \frac{\tau_a \cdot k_{\tau}}{\beta_n \cdot \varepsilon_m}},$$

де

$$\tau_a = \tau_{cp} = \frac{\tau_{\max}}{2} = 0,5 \frac{M_k}{0,2d^3} = 0,5 \frac{600}{0,2 \cdot 8^3} = 2,93.$$

Після підстановки числових значень знаходимо $n_{\sigma\tau} = 2,40$. Загальний коефіцієнт запасу міцності

$$n_{\sigma} = \frac{n_{\sigma\sigma} \cdot n_{\sigma\tau}}{\sqrt{n_{\sigma\sigma}^2 + n_{\sigma\tau}^2}} = \frac{1,23 \cdot 2,40}{\sqrt{1,23^2 + 2,40^2}} = 1,09.$$

16.10. Вал з кільцевою виточкою (рис. 16.6) працює на згин з крученням. Згинальні моменти змінюються від $M_{\min} = 2$ кНм до $M_{\max} = 6$ кНм. Крутні моменти змінюються в межах $M_{\min}^{\max} = \pm 5$ кНм. Діаметр вала по дну виточки $d = 100$ мм, глибина виточки $t = 2$ мм, радіус виточки $r = 10$ мм. Матеріал вала – сталь Ст6, для якої: $\sigma_{mc} = 700$ МПа, $\sigma_T = 320$ МПа, $\sigma_{-1} = 300$ МПа, $\tau_{-1} = 180$ МПа. Поверхня вала з тонкою обточкою. Визначити загальний коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування.

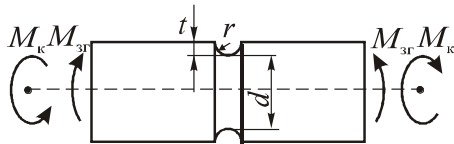


Рис. 16.6

Відповідь: $n_{\sigma} = 2,83$.

Тема 17. Вали та осі. Теоретична довідка

Окремі елементи машин, що здійснюють обертовий рух, встановлюють на *осях* або *валах*. *Вал* – деталь видовженої циліндричної форми, що служить як для передачі обертового моменту, так і для підтримки елементів машин, які обертаються. Під час роботи вала в його поперечних перерізах у загальному випадку виникають внутрішні сили: поздовжня сила N , крутний момент M_k , згинальні моменти M_z , M_y та поперечні сили Q_z , Q_y . *Осі* не передають крутних моментів.

Вали та осі можуть бути з постійним діаметром, або ступінчастими, діаметр яких змінюються ступенями по довжині. Останні більш складні за конструкцією, але вони зручніші для посадки та фіксації на них деталей і можуть бути раціональнішими з точки зору міцності. Перехідні ділянки валів між двома ділянками різних діаметрів роблять найчастіше плавним за допомогою перехідної поверхні – *галтелі*.

Для забезпечення нормальної роботи валів і осей необхідно виконати перевірний розрахунок на міцність і жорсткість. Розрахунковими схемами валів є балки на шарнірних опорах навантажені силами, що діють на вали чи осі з боку встановлених на них деталей. При вузьких реальних опорах вала (осі) шарнірну опору на розрахунковій схемі розміщують посередині реальної опори вала; при широких реальних опорах – на відстані $0,25 \dots 0,3$ ширини від краю опори з боку навантаженої частини вала.

На рис. 17.1, а, б показані розрахункові схеми вхідних (вихідних) валів циліндричної та конічної передач, а на рис. 17.1, в, г - розрахункові схеми проміжних валів багатоступеневих передач. Зображені на схемах вали навантажуються обертовим моментом T , поперечними та осьовими силами F_t, F_r, F_a , які виникають у зачепленні зубців відповідної передачі. Розрахункові схеми проміжних валів багатоступеневих передач відрізняються між собою взаємним розміщенням місць прикладання сил, що виникають у зубчастих зачепленнях.

Найчастіше для виготовлення валів використовують сталі 45, 50, 40Х. Вали з вказаних сталей піддають нормалізації, поліпшенню або гартуванню.

Під час обертання валів в їх перерізах можуть виникати як постійні, так і змінні в часі напруження. Наявність змінних напружень та концентраторів напружень у валах (галтелі, шпонкові пази, кругові виточки, поперечні отвори тощо) вказує на те, що при оцінці міцності валів слід перевіряти не тільки статичну міцність, але і їх витривалість у перерізах з концентраторами напружень.

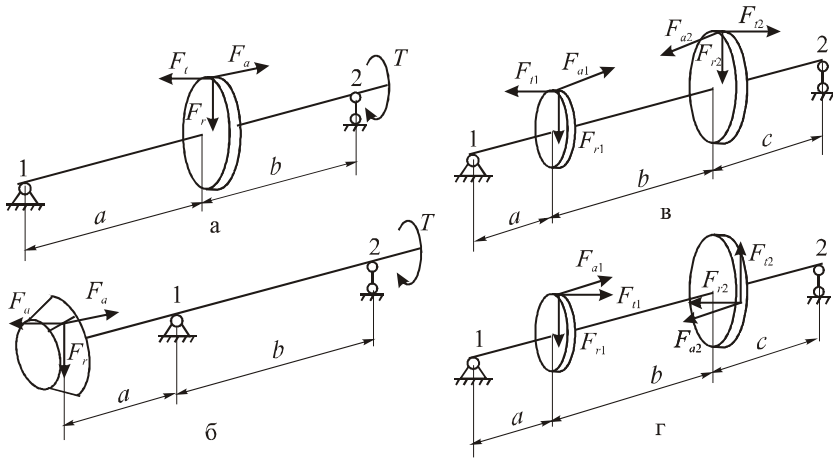


Рис. 17.1

Послідовність розрахунку валів

1. Проектний розрахунок вала і його конструювання.
2. Перевірка статичної міцності вала.
3. Перевірка витривалості вала в небезпечних перерізах при повторно-змінних напруженнях.

Проектний розрахунок валів і їх конструювання

На цьому етапі розрахунку вхідних (вихідних) валів відомі лише обертові моменти T , що діють на вал. Орієнтовне значення діаметра вала визначають з умови міцності при крученні

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\kappa}}{W_p} \leq [\tau].$$

Звідси для визначення діаметру d вала отримують вираз

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\kappa}}{\pi[\tau]}}$$

Оскільки при визначенні d не враховано все навантаження на вал і характер прикладання цього навантаження, то для забезпечення міцності беруть занижене значення допустимого напруження $[\tau] = (35 \dots 40)$ МПа. У проміжних валах, де немає перерізів, в яких діє тільки обертовий момент T , а в усіх перерізах додатково виникають згинальні моменти, при визначенні d підставляють ще більш занижене значення допустимого напруження $[\tau] = (25 \dots 30)$ МПа.

Маючи розміри деталей, які будуть розміщені на валі і, беручи до уваги зручність їхнього монтажу та фіксації, розробляють конструкцію

ступінчастого вала. При цьому мають бути забезпечені мінімальні (але достатні для створення упорних буртиків) перепади діаметрів сусідніх ступенів вала.

У результаті проектного розрахунку отримують попередні значення діаметрів вала. За цими діаметрами та взятими конструктивно довжинами ділянок вала виконують *перевірні розрахунки* на статичну міцність та витривалість. Якщо результати перевірних розрахунків будуть незадовільними, то розміри слід скорегувати та провести повторні перевірні розрахунки.

Перевірка статичної міцності вала

Дід час навантаження вала в його поперечних перерізах одночасно виникають: нормальне напруження згину σ_z , нормальне напруження стиску σ_c та дотичне напруження кручення τ , які визначають за формулами

$$\sigma_{z_c} = \frac{M_{z_c}}{W_z} = \frac{32M_{z_c}}{\pi d^3}, \quad \sigma_c = \frac{F_c}{A} = \frac{4F_c}{\pi d^2}, \quad \tau = \frac{M_k}{W_p} = \frac{16M_k}{\pi d^3}.$$

Умова міцності за Ш теорією міцності має вигляд

$$\sigma_{екв} = \sigma_{екв}^{роз} \cdot \kappa_n \leq [\sigma],$$

де $\sigma_{екв}^{роз}$ - максимальне розрахункове еквівалентне напруження. Це напруження визначають за формулою

$$\sigma_{екв}^{роз} = \sqrt{(\sigma_{z_c} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2},$$

де κ_n – коефіцієнт короткочасних перевантажень вала.

Якщо умова міцності виконується, то статична міцність вала забезпечена.

Перевірка витривалості в небезпечних перерізах вала

Перевірний розрахунок валів на витривалість є основним і обов'язковим. Його виконують у тих небезпечних перерізах вала, де є концентратори напружень (галтель, шпонковий паз, кільцева виточка, поперечний отвір). Для виконання цього розрахунку потрібно знати конструкцію вала і мати всі його розміри. При розрахунку перевіряють виконання умови

$$n \geq [n],$$

де $[n]=1,5\dots2,5$ - необхідний допустимий коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування; n – загальний розрахунковий коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування. Цей коефіцієнт визначають за формулою

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}},$$

де n_σ, n_τ - відповідні коефіцієнти запасу міцності за нормальними та дотичними напруженнями. Для валів з полірованими поверхнями їх визначають із співвідношень

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a K_\sigma}{\varepsilon_m} + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a K_\tau}{\varepsilon_m} + \psi_\tau \tau_m}.$$

Значення параметрів в цих формулах:

- границі витривалості σ_{-1} матеріалу валів при симетричних циклах зміни напружень згину та кручення приймають такими $\sigma_{-1} \approx 0,45\sigma_{mc}$ $\tau_{-1} \approx 0,25\tau_{mc}$;

- амплітудні σ_a і середні σ_m значення нормальних напружень при симетричних циклах навантаження визначають зі співвідношень

$$\sigma_a = \sigma_{\max} = \frac{M}{W_{oH}}, \quad \sigma_m = \sigma_c = \frac{N}{A_H},$$

де M, N - згинальний момент і поздовжня сила в небезпечному перерізі, W_{oH}, A_H - осьовий момент опору і площа поперечного перерізу вала в місці концентратора з врахуванням послаблень вала. Для випадку концентратора у вигляді галтелі:

$$W_{oH} = \frac{\pi d^3}{32}, \quad A_H = \frac{\pi d^2}{4},$$

де d - менший діаметр в перерізі галтелі. Для концентратора у вигляді шпонкового паза з шириною b і висотою t_1 :

$$W_{oH} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt_1(d-t_1)^2}{2d}, \quad A_H = \frac{\pi d^2}{4} - 2bt_1.$$

Якщо при роботі передачі вал обертається в один бік (неревверсна передача), то вважають, що дотичні напруження в валі змінюються за пульсаційним циклом, а якщо в обидва боки - за симетричним циклом. Амплітудні і середні значення напружень в цих випадках дорівнюють:

$$\text{- при пульсаційному циклі } \tau_a = \tau_m = \frac{M_\kappa}{2W_{pH}};$$

- при симетричному циклі $\tau_a = \frac{M_\kappa}{W_{pH}}$, $\tau_m = 0$,

де $W_{pH} = \frac{\pi d^3}{16}$ - для випадку концентратора у вигляді галтелі;

$W_{pH} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t_1)^2}{2d}$ - для вала зі шпонковим пазом.

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ, K_τ залежать від форми та розмірів концентратора, для якого виконують розрахунок, та від механічних характеристик матеріалу вала. Значення цих коефіцієнтів для валів зі сталей наведені в табл. 17.1 (для концентраторів у вигляді галтелей), в табл. 17.2 (для концентраторів у вигляді виточок) і в табл. 17.3 (для концентраторів іншого типу).

Таблиця 17.1

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ у галтелях

$\frac{D}{d}$	$\frac{r}{d}$	K_σ при $\sigma_{\text{мц}}$ (МПа)			K_τ при $\sigma_{\text{мц}}$ (МПа)		
		≤ 500	800	≥ 1000	≤ 500	800	≥ 1000
1,05	0,02	1,70	1,88	2,05	1,24	1,29	1,33
	0,05	1,48	1,57	1,63	1,15	1,18	1,20
	0,10	1,28	1,33	1,36	1,08	1,10	1,12
	0,15	1,20	1,23	1,25	1,06	1,08	1,09
	0,20	1,16	1,20	1,22	1,05	1,06	1,07
1,10	0,02	2,00	2,24	2,47	1,40	1,52	1,62
	0,05	1,64	1,70	1,75	1,25	1,28	1,30
	0,10	1,37	1,42	1,45	1,12	1,16	1,18
	0,15	1,27	1,31	1,34	1,09	1,12	1,14
	0,20	1,20	1,24	1,27	1,06	1,08	1,10
1,25	0,02	2,12	2,68	3,10	1,64	1,73	1,80
	0,05	1,81	1,97	2,10	1,40	1,45	1,48
	0,10	1,47	1,54	1,60	1,20	1,27	1,32
	0,15	1,35	1,40	1,43	1,15	1,20	1,24
	0,20	1,30	1,32	1,34	1,09	1,13	1,16
1,50	0,02	2,42	-	-	1,76	1,97	2,14
	0,05	1,91	2,06	2,20	1,48	1,56	1,62
	0,10	1,53	1,61	1,67	1,24	1,32	1,38
	0,15	1,38	1,44	1,48	1,19	1,25	1,29
	0,20	1,33	1,36	1,38	1,10	1,18	1,24

Таблиця 17.2

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ для валів з виточками (при діаметрі вала в виточці d , глибині виточки t , радіусі виточки r)

t/r	r/d	Значення K_σ для сталі з $\sigma_{\text{мц}}$ (МПа)			Значення K_τ для сталі з $\sigma_{\text{мц}}$ (МПа)		
		≤ 500	800	≥ 1000	≤ 500	800	≥ 1000
0.5	0.02	1.77	2.02	2.22	1.46	1.61	1.73
	0.05	1.72	1.87	1.98	1.43	1.52	1.60
	0.10	1.59	1.69	1.77	1.36	1.42	1.46
	0.15	1.45	1.53	1.59	1.27	1.32	1.36
	0.20	1.37	1.41	1.45	1.22	1.25	1.27
1.0	0.02	1.85	2.12	2.35	1.51	1.57	1.81
	0.05	1.80	1.96	2.10	1.48	1.58	1.66
	0.10	1.65	1.76	1.85	1.39	1.47	1.51
	0.15	1.50	1.58	1.65	1.30	1.35	1.39
	0.20	1.45	1.48	1.50	1.27	1.29	1.30
2.0	0.02	1.92	2.21	2.46	1.56	1.73	1.87
	0.05	1.86	2.03	2.19	1.51	1.62	1.71
	0.10	1.70	1.82	1.92	1.42	1.50	1.56
	0.15	1.54	1.63	1.70	1.33	1.38	1.42
	0.20	1.48	1.52	1.54	1.29	1.30	1.32

Таблиця 17.3

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень K_σ і K_τ для деяких концентраторів.

$\sigma_{\text{мц}}$, МПа матеріалу	Шліци прямокутні		Шпонковий паз від дискової фрези		Поперечний отвір	
	K_σ	K_τ	K_σ	K_τ	K_σ^*	K_τ
500	1,45	2,25	1,38	1,37	2,00	1,70
600	1,55	2,36	1,46	1,54	2,05	1,80
800	1,65	2,55	1,62	1,88	2,10	1,95
1000	1,72	2,70	1,77	2,22	2,20	1,90
Значення K_σ^* наведені при відношенні діаметра отвору до діаметра вала 0,05 ... 0,15						

Значення коефіцієнтів ϵ_m , що враховують вплив на границю витривалості розмірів діаметрів валів, наведені в табл. 17.4

Таблиця 17.4

Значення коефіцієнту ϵ_m для сталей з різною границею міцності $\sigma_{mц}$

Матеріал вала	Значення коефіцієнтів ϵ_m при діаметрі вала d , мм							
	10	20	30	40	50	70	100	200
Вуглецева сталь $\sigma_{mц}=(400\dots 500)$ МПа	0,98	0,92	0,88	0,85	0,82	0,76	0,70	0,63
Вуглецева або легована сталь $\sigma_{mц}=(500\dots 800)$ МПа	0,97	0,89	0,85	0,81	0,78	0,73	0,68	0,61
Легована сталь $\sigma_{mц}=(800\dots 1200)$ МПа	0,95	0,86	0,81	0,77	0,74	0,69	0,65	0,59

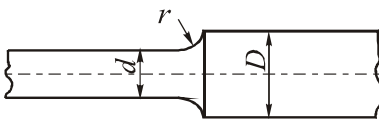
Коефіцієнти ψ_σ, ψ_τ , які характеризують чутливість матеріалу вала з границею міцності $\sigma_{mц}$ (МПа) до типів циклів напружень, визначають із співвідношень

$$\psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_\sigma; \quad \psi_\tau = 0,5\psi_\sigma.$$

У тих випадках навантаження вала, коли в небезпечних перерізах виникають тільки нормальні σ або тільки дотичні τ напруження, загальний розрахунковий коефіцієнт запасу n дорівнює $n = n_\sigma$ або $n = n_\tau$.

Задачі

17.1. У поперечному перерізі біля основи галтелі ступінчастого вала (рис. 17.2) виникає згинальний момент $M_{зг}=640$ Нм. Діаметри вала $D=60$ мм і $d=40$ мм, радіус кривизни галтелі $r=4$ мм. Матеріал вала – сталь Ст5, для якої границя міцності $\sigma_{mц}=600$ МПа, границя текучості $\sigma_T=280$ МПа, границя витривалості при симетричному циклі $\sigma_{-1}=260$ МПа.

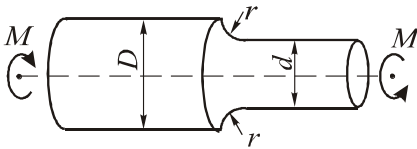


Вважаючи, що напруження в валу змінюються за симетричним циклом, визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування.

Рис. 17.2

Відповідь: $n_\sigma=1,37$.

17.2. Суцільний ступінчастий вал круглого перерізу, що має в небезпечному перерізі галтель з діаметрами $D=90$ мм і $d=80$ мм та радіусом кривизни $r=4$ мм (рис. 17.3), передає потужність $P=50$ кВт при кутовій швидкості $\omega=10$ с⁻¹. Згинальний момент у небезпечному перерізі $M_{зг}=10$ кНм. Перевірити статичну міцність і витривалість вала, якщо матеріал вала – нормалізована сталь 45, для якої границя міцності $\sigma_{мц}=600$ МПа, границі текучості $\sigma_T=360$ МПа, $\tau_T=220$ МПа, границя витривалості $\sigma_{-1}=270$ МПа. Допустимий коефіцієнт запасу відносно втомного руйнування $[n]=1,5$. При розрахунку вважати, що нормальні напруження змінюються за симетричним циклом, а дотичні напруження постійні.

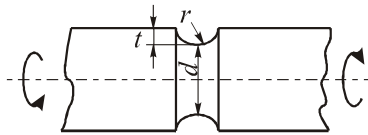


Відповідь: 222 МПа < 288

МПа; статична міцність
забезпечена, $n=0,54 < [n]=1,5$;
втомна міцність не забезпечена.

Рис. 17.3

17.3. Вал з кільцевою виточкою (рис. 17.4) працює на кручення. Крутні моменти змінюються в межах від $M_{\kappa}^{\min} = -5$ кНм до $M_{\kappa}^{\max} = 5$ кНм. Діаметр вала по дну виточки $d=100$ мм, глибина виточки $t=5$ мм, радіус кривизни виточки $r=10$ мм. Матеріал вала – сталь Ст6 для якої

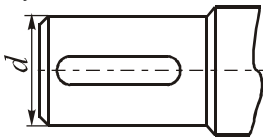


границя міцності $\sigma_{мц}=700$ МПа,
границя текучості $\sigma_T=320$ МПа,
границя витривалості при
симетричному циклі $\tau_{-1}=180$ МПа.
Визначити коефіцієнт запасу міцності
відносно втомного руйнування.

Рис. 17.4

Відповідь: $n=n_{\tau}=3,45$.

17.4. Круглий вал діаметром $d=60$ мм ослаблений в небезпечному перерізі шпонковим пазом (рис. 17.5). У цьому перерізі виникає максимальний згинальний момент $M_{max}=100$ кНсм. Матеріал вала – нормалізована сталь 45, для якої границя міцності $\sigma_{мц}=650$ МПа, границя текучості $\sigma_T=360$ МПа. Перевірити статичну міцність, якщо коефіцієнт



запасу міцності $\kappa_{\tau}=1,5$. Вважаючи, що при
обертанні вала нормальні напруження в його
перерізах змінюються за симетричним циклом,
визначити коефіцієнт запасу міцності відносно
втомного руйнування.

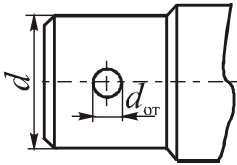
Рис. 17.5

Відповідь: $n=2,10$.

17.5. Круглий вал діаметром $d=40$ мм ослаблений в небезпечному перерізі шпонковим пазом. У цьому перерізі виникає крутний момент, що змінюється в межах від $M_{\kappa}^{\min} = -1$ кНм до $M_{\kappa}^{\max} = 1$ кНм. Матеріал вала – нормалізована сталь 45, для якої границя міцності $\sigma_{\text{мц}}=600$ МПа, границя текучості $\tau_1=200$ МПа, границя витривалості $\tau_{-1}=180$ МПа. Перевірити статичну міцність, якщо коефіцієнт запасу міцності $\kappa_T=1,5$ та визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування.

Відповідь: $86,0 \text{ МПа} < 133 \text{ МПа}$; статична міцність забезпечена, $n=n_{\tau}=1,10$.

17.6. У круглому валу діаметром $d=60$ мм в небезпечному перерізі, де виникає максимальний згинальний момент $M_{\text{max}}=120$ кНсм, зроблено отвір діаметром $d_{\text{от}}=60$ мм (рис. 17.6). Вал виготовлений із сталі 40Х, для якої $\sigma_{\text{мц}}=1000$ МПа, $\sigma_T=800$ МПа, $\sigma_{-1}=400$ МПа.



Перевірити статичну міцність вала і міцність відносно втомного руйнування, якщо допустимі коефіцієнти запасу $[\kappa]_T=2$, $[n]=3$, вважаючи, що нормальні напруження згину змінюються за симетричним циклом.

Рис. 17.6

Відповідь: $\kappa_T=11,7 > [\kappa]_T=2$; статична міцність забезпечена; $n=n_{\sigma}=1,92 < [n]=3$; втомна міцність не забезпечена.

17.7. Біля галтелі вала виникає крутний момент, що змінюється за пульсаційним циклом в межах від $M_{\kappa}^{\min} = 0$ кНм до $M_{\kappa}^{\max} = 2$ кНм. Діаметри вала до і після галтелі вала відповідно $D=70$ мм і $d=60$ мм, радіус кривизни галтелі $r=3$ мм. Матеріал вала – нормалізована сталь 45, для якої границя міцності $\sigma_{\text{мц}}=600$ МПа, границя текучості $\sigma_T=360$ МПа, границя витривалості при симетричному циклі $\tau_{-1}=180$ МПа. Визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування.

Відповідь: $n=n_{\tau}=4,4$.

17.8. Розрахувати ведений вал редуктора з нереверсною косозубою циліндричною передачею (рис. 17.7, а), розрахункова схема якого показана на рис. 17.7, б, за такими числовими даними: номінальний обертовий момент $T=300$ Нм. Коефіцієнт можливих короткочасних перевантажень $\kappa_n=1,8$. Діаметр розміщеного на валу колеса $d=200$ мм. Сили, що діють на колесо: колова - $F_t=3000$ Н; радіальна - $F_r=1100$ Н; осьова - $F_a=800$ Н. Відстань між серединами підшипників $2a=100$ мм. Матеріал вала – нормалізована сталь 45, для якої границя текучості $\sigma_T=363$ МПа, границя міцності $\sigma_{\text{мц}}=600$ МПа. Для кріплення колеса на

валу використано шпонкове з'єднання. Перехід від одного діаметра вала до іншого відбувається з використанням галтели.

Розв'язок

1. Проектний розрахунок вала та його конструювання

З умови міцності на кручення при $[\tau]=40$ МПа визначаємо розрахункове значення діаметра d_1 вихідної ділянки вала, на якій виникає тільки крутний момент $M_k=T$

$$d_1^p \geq \sqrt[3]{\frac{16M_k}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 300 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 40}} = 33,6 \text{ мм.}$$

Приймемо стандартне значення діаметра $d_1=34$ мм. Для інших ділянок можна взяти такі діаметри (рис. 17.7, а): $d_2=38$ мм, $d_3=d_5=40$ мм (ділянки, на яких розміщені підшипники), $d_4=42$ мм (ділянка, на якій розташоване зубчасте колесо).

Шпонковий паз в перерізі $A-A$ вала діаметром $d_4=42$ мм, який служить для шпонкового з'єднання вала з колесом, має розміри (табл. 7.1): $b=12$ мм, $t_1=5$ мм.

2. Перевірка статичної міцності вала

Розрахункова схема вала зображена на рис. 17.7, б, де показано навантаження, яке діє на вал, та опорні реакції від заданого навантаження. На рис. 17.7, в показана епюра крутних моментів M_k для заданого навантаження. Реакції опор 1 і 2 у вертикальній і горизонтальній площині визначаємо з рівнянь рівноваги:

- у вертикальній площині

$$\sum M_2 = 0; R_{1y} \cdot 100 - F_a \cdot 100 - F_r \cdot 50 = 0; R_{1y} = 1350 \text{ Н};$$

$$\sum F_y = 0; R_{2y} = -250 \text{ Н};$$

- у горизонтальній площині

$$\sum M_2 = 0; R_{1z} \cdot 100 - F_r \cdot 50 = 0; R_{1z} = 1500 \text{ Н} = R_{2z}.$$

Сумарні опорні реакції:

$$R_1 = \sqrt{R_{1z}^2 + R_{1y}^2} = \sqrt{1500^2 + 1350^2} = 2018 \text{ Н},$$

$$R_2 = \sqrt{R_{2z}^2 + R_{2y}^2} = 1520 \text{ Н}.$$

Побудовані за цими даними епюри M_z (у вертикальній площині) і M_y (у горизонтальній площині) показані на рис. 17.7, г, д. Сумарні згинальні моменти M_{3z} в перерізах вала визначаємо за формулою

$$M_{3z} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}.$$

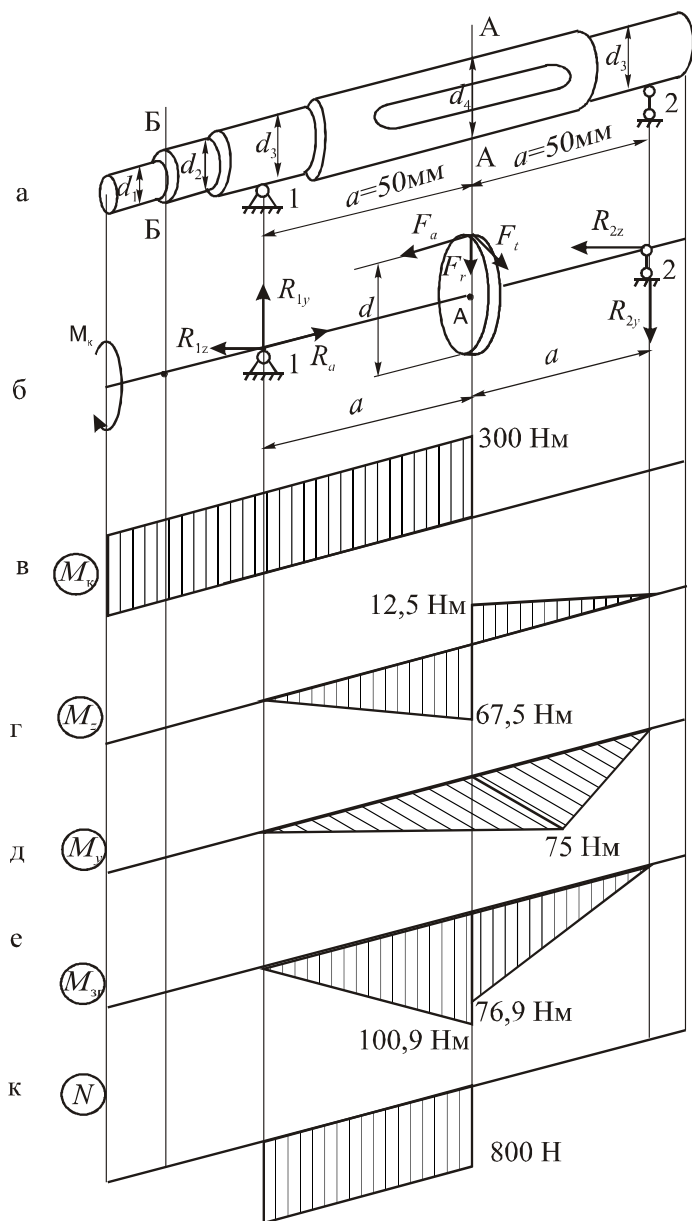


Рис. 17.7

Епюра сумарних згинальних моментів показана на рис. 17.7, е. Як видно з епюр M_k і M_{3z} найнебезпечнішим перерізом вала є переріз, що розташований лівіше від точки A , в якому: $M_k=300$ Нм, $M_{3z}=100,9$ Нм, $N=800$ Н.

Напруження в цьому перерізі:

$$\sigma_{3z} = \frac{32 \cdot 100,9 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 42^3} = 13,88 \text{ МПа},$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot 800}{3,14 \cdot 42^2} = 0,60 \text{ МПа},$$

$$\tau = \frac{16 \cdot 300 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 42^3} = 20,63 \text{ МПа}.$$

Розрахункове еквівалентне напруження в перерізі

$$\sigma_{екв}^{роз} = \sqrt{(13,88 + 0,60)^2 + 4 \cdot 20,63^2} = 43,72 \text{ МПа}.$$

Максимальне еквівалентне напруження при короткочасних перевантаженнях

$$\sigma_{екв} = 43,72 \cdot 2 = 87,44 \text{ МПа}.$$

Допустиме еквівалентне напруження

$$[\sigma]_{екв} = 0,8\sigma_T = 0,8 \cdot 363 = 290 \text{ МПа}.$$

Висновок: оскільки $\sigma_{екв} = 87,44 < [\sigma]_{екв} = 290$ МПа, то статична міцність вала забезпечена.

3. Розрахунок вала на витривалість

Під час дії повторно-змінних напружень у валу є два небезпечні перерізи:

а) переріз $A-A$ з найбільшим діаметром вала $d_4 = 42$ мм, в якому виникають найбільші нормальні та дотичні напруження і є концентратор напружень у вигляді шпонкового паза;

б) переріз $B-B$ з найменшим діаметром $d_1 = 34$ мм, де концентратором напружень є галтель, що здійснює перехід від меншого діаметра $d = d_1 = 34$ мм до більшого діаметра $D = d_2 = 38$ мм.

Виконаємо перевірку витривалості в обох перерізах.

Переріз А-А. В цьому перерізі виникають одночасно σ і τ . Тому загальний коефіцієнт запасу n відносно втомного руйнування визначаємо через складові n_σ та n_τ . Для матеріалу вала (нормалізована сталь 45) границі витривалості при симетричному циклі дорівнюють

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_{мі} = 0,45 \cdot 600 = 270 \text{ МПа},$$

$$\tau_{-1} = 0,25\tau_{мі} = 0,25 \cdot 600 = 150 \text{ МПа}.$$

Моменти опору перерізу за наявності шпонкового паза дорівнюють

$$W_{oH} = \frac{3,14 \cdot 42^3}{32} - \frac{12 \cdot 5(42-5)^2}{2 \cdot 42} = 6295 \text{ мм}^3;$$

$$W_{pH} = \frac{3,14 \cdot 42^3}{16} - \frac{12 \cdot 5(42-5)^2}{2 \cdot 42} = 13569 \text{ мм}^3.$$

Амплітудні значення напружень

$$\sigma_a = \frac{M_{\max}}{W_{oH}} = \frac{100,9 \cdot 10^3}{6295} = 16,02 \text{ МПа}; \quad \tau_a = \frac{M_{\kappa}}{2W_{pH}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2 \cdot 13569} = 11,05 \text{ МПа}$$

Середні значення напружень (для нерEVERСНОЇ передачі)

$$\sigma_m = \frac{F_a}{\frac{\pi d_4^2}{4} - b t_1} = \frac{800}{\frac{3,14 \cdot 42^2}{4} - 12 \cdot 5} = 0,6 \text{ МПа}; \quad \tau_m = \tau_a = 11,05 \text{ МПа}$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень від шпонкового паза (табл. 17.3)

$$\kappa_{\sigma} \approx 1,76; \quad \kappa_{\tau} \approx 1,54.$$

Коефіцієнт ε_m , що враховує вплив розміру поперечного перерізу вала (табл. 17.4), при $d_4=42$ мм, для сталі з границею міцності $\sigma_{\text{мц}}=600$ МПа дорівнює $\varepsilon_m \approx 0,80$.

Коефіцієнти $\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}$, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклів напружень,

$$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 600 = 0,14; \quad \psi_{\tau} = 0,5\psi_{\sigma} = 0,07.$$

Тоді коефіцієнти запасу витривалості за нормальними і дотичними напруженнями дорівнюють

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_a \kappa_{\sigma}}{\varepsilon_m} + \psi_{\sigma} \sigma_m} = \frac{270}{\frac{16,02 \cdot 1,76}{0,80} + 0,14 \cdot 0,6} = 7,62 \text{ МПа};$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a \kappa_{\tau}}{\varepsilon_m} + \psi_{\tau} \tau_m} = \frac{150}{\frac{11,05 \cdot 1,54}{0,80} + 0,07 \cdot 11,05} = 7,02 \text{ МПа}.$$

Загальний коефіцієнт запасу міцності в перерізі А-А:

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{7,62 \cdot 7,02}{\sqrt{7,62^2 + 7,02^2}} = 5,16 \cdot$$

Оскільки $5,16 > [n] = (1,5 - 2,5)$, то витривалість вала в перерізі А-А достатня.

Переріз Б-Б. У перерізі виникає тільки крутний момент M_K і зв'язані з ним дотичні напруження τ . Тому загальний коефіцієнт запасу $n = n_\tau$. Концентратором напружень у перерізі є галтель. Прийемо радіус галтели

$r = 1 \text{ мм}$. Тоді $\frac{r}{d} = \frac{r}{d_1} = \frac{1}{34} \approx 0,03$, $\frac{D}{d} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{38}{34} = 1,12$. За цими

даними із табл. 17.1 знаходимо коефіцієнт концентрації напружень $\kappa_\tau \approx 1,45$. У цьому перерізі

$$\tau_a = \tau_m = \frac{16M_K}{2\pi d_1^3} = \frac{16 \cdot 300 \cdot 10^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 34^3} = 19,5 \text{ МПа}. \text{ Коефіцієнт } \varepsilon_m \text{ (табл.}$$

17.4) при $d_1 = d = 34 \text{ мм}$ дорівнює $\varepsilon_m = 0,82$. Тоді коефіцієнт запасу витривалості у цьому перерізі

$$n = n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau_a \kappa_\tau}{\varepsilon_m} + \psi_m} = \frac{150}{\frac{19,5 \cdot 1,45}{0,82} + 0,07 \cdot 19,5} = 4,18.$$

Оскільки $4,18 > [n] = (1,5 - 2,5)$, то витривалість вала в перерізі Б-Б забезпечена.

Отже в обох небезпечних перерізах А-А і Б-Б витривалість забезпечена, то небезпеки втомного руйнування вала немає.

17.9. Вал з кільцевою виточкою (рис. 17.8) працює на згин з крученням. Крутні моменти змінюються в межах від $M_K^{\min} = -5 \text{ кНм}$ до

$M_K^{\max} = 5 \text{ кНм}$, а згинальні – від $M_{\text{зг}}^{\min} = 2 \text{ кНм}$ до $M_{\text{зг}}^{\max} = 6 \text{ кНм}$. Діаметр

вала по дну виточки $d = 100 \text{ мм}$, глибина виточки $t = 5 \text{ мм}$, радіус кривизни виточки $r = 10 \text{ мм}$. Матеріал вала – сталь Ст6, для якої границя міцності

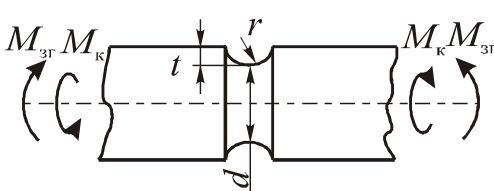


Рис. 17.8

$\sigma_{\text{мц}} = 700 \text{ МПа}$, границя текучості $\sigma_T = 320 \text{ МПа}$, границя витривалості при симетричному циклі $\tau_{-1} = 180 \text{ МПа}$. Визначити коефіцієнт запасу міцності відносно втомного руйнування.

Відповідь: $n = 2,8$.

17.10. За допомогою круглого вала з галтеллю, розрахункова схема якого показана на рис. 17.9, передається потужність $P=30$ кВт при частоті обертання $n=600$ об/хв. Матеріал вала - сталь Ст6, для якої границя міцності $\sigma_{\text{мц}}=700$ МПа, границя текучості $\sigma_T=320$ МПа, границя витривалості при симетричному циклі $\sigma_{-1}=300$ МПа. Вважаючи, що напруження згину змінюються за симетричним циклом, а напруження кручення залишаються постійними, перевірити статичну міцність (якщо допустимий коефіцієнт запасу міцності $[k_m]=1,5$) та витривалість проти втомного руйнування (якщо допустимий коефіцієнт запасу відносно втомного руйнування $[n]=2$).

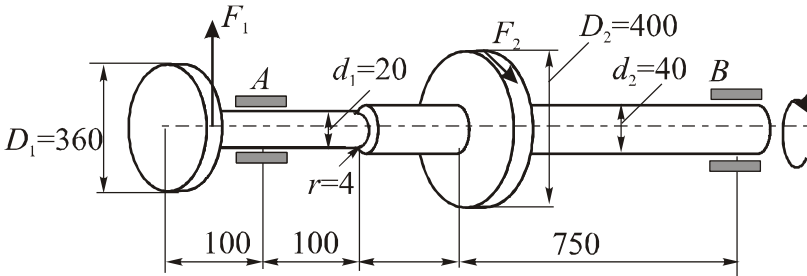


Рис.17.9

Відповідь: $k_T=3,2 > [k]_T=1,5$; статична міцність вала забезпечена, $n=2,8 > [n]=2$; небезпеки втомного руйнування немає.

17.11. Для конструкції вихідного вала, що служить для посадки косозубого колеса нерEVERСНОЇ циліндричної зубчастої передачі (рис. 17.10, а), який ослаблений на ділянці з діаметром d_1 поперечним отвором і на ділянці з діаметром d_3 шпонковим пазом, схема навантаження і закріплення якого показана на рис. 17.10, б, потрібно: 1) підібрати значення діаметрів на ділянках вала; 2) виконати перевірку статичної міцності вала; 3) визначити коефіцієнти запасу міцності відносно втомного руйнування в перерізі з поперечним отвором і з шпонковим пазом. Числові дані: $T=755$ Нм, $F_t=7730$ Н, $F_r=2840$ Н, $F_a=980$ Н; $a=60$ мм, $D=200$ мм, $d_{\text{от}}=6$ мм. Матеріал вала – сталь 45, $\sigma_T=360$ МПа, $\sigma_{\text{мц}}=600$ МПа, $\sigma_{-1}=300$ МПа, $\tau_{-1}=180$ МПа.

Зуваження: для перерізу з поперечним отвором

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{d_{\text{от}}}{6} (d^2 + d_{\text{от}}^2), \text{ де } d, d_{\text{от}} - \text{діаметри вала та отвору.}$$

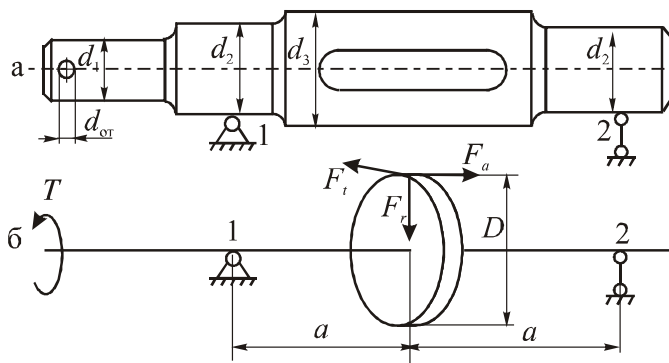


Рис. 17.10

Відповідь: 1) діаметри вала: $d_1=56$ мм, $d_2=60$ мм, $d_3=63$ мм. 2) статична міцність вала забезпечена. 3) у перерізі з отвором $n=n_t=9,0$; у перерізі зі шпонковим пазом $n=9,75$.

Тема 18. Контактні напруження. Теоретична довідка

Під час навантаження силами в елементах конструкцій та деталях, які дотикаються між собою, виникають напруження та деформації, які називають *контактними* і позначають σ_H . Хоч *контактні напруження* мають місцевий характер, тобто виникають у точках поверхневого шару в місці контакту та дуже швидко зменшуються при віддаленні від цього місця, їм потрібно приділяти особливу увагу в розрахунках на міцність таких елементів конструкцій і деталей, як кулькові і роликові підшипники, зубчасті колеса, колеса рухомого складу, рейки тощо.

При контактуванні двох тіл їхній початковий контакт може проходити:

а) вздовж лінії – два циліндри з паралельними осями, циліндр і площина;

б) в точці – дві кулі, куля і площина.

При взаємному стиску рівномірно розподіленим навантаженням $q_H = \frac{F_H}{l}$ (де l - довжина лінії контакту) двох циліндрів, які дотикаються до навантаження паралельними твірними та виготовлені з матеріалів з модулями пружності E_1, E_2 і коефіцієнтами Пуассона μ_1, μ_2 , ширину прямокутної площинки контакту визначають за формулою

$$a = \sqrt{2q_H R_{3\phi} (\theta_1 + \theta_2)},$$

де $R_{3\phi}$ - зведений радіус кривизни, $\frac{1}{R_{3\phi}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$; $\theta_1 = \frac{2(1-\mu_1^2)}{\pi E_1}$,

$\theta_2 = \frac{2(1-\mu_2^2)}{\pi E_2}$ - коефіцієнти, що залежать від величини

E, μ контактуючих циліндрів.

Нормальні напруження σ_H розподіляються по площинці контакту нерівномірно. Найбільше контактне напруження, що виникає в точках лінії початкового дотику циліндрів, визначають за формулою

$$\max \sigma_H = \sigma_H = \frac{2F_H}{\pi \cdot l \cdot a} = \frac{2q_H}{\pi \cdot a} = z_M \sqrt{\frac{q_H}{2R_{3\phi}}}.$$

Якщо циліндри виготовлені з однакового матеріалу ($E_1 = E_2 = E$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$), то

$$z_M = \sqrt{\frac{E}{\pi(1-\mu^2)}}.$$

Для сталі $z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$.

Розрахункове напруження за теорією найбільших дотичних напружень

$$\sigma_{\text{розр}}^{\text{iii}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 0,6\sigma_H \leq [\sigma]_H.$$

Площинка контакту, що виникає при стиску двох кульок силами F_H - це круг, радіус a якого визначають за формулою

$$a = 0,72 \sqrt[3]{F_H R_{36} (\theta_1 + \theta_2)}.$$

Найбільше контактне напруження, що виникає в точці початкового контакту кульок, дорівнює

$$\sigma_H = 0,918 \sqrt[3]{\frac{F_H}{R_{36}^2 (\theta_1 + \theta_2)}} = z'_M \sqrt[3]{\frac{F_H}{(2R_{36})^2}},$$

де z'_M - коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалу кульок.

Для кульок, що виготовлені з одного матеріалу

$$z'_M = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{3E}{(1-\mu^2)^2}}.$$

Для сталі $z'_M = 1755 \text{ МПа}^{2/3}$.

Задачі

18.1. Сталева кулька діаметром $d=10$ мм втискується в сталеву пластинку силою $F=100$ Н (рис. 18.1). Визначити величину найбільшого контактного напруження σ_H . Модуль пружності для сталі $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

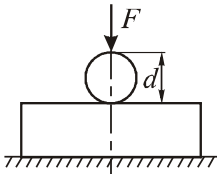


Рис. 18.1

Відповідь: $\sigma_H = 3600 \text{ МПа}$.

18.2. Два сталеві циліндри однакового діаметра $d=80$ мм і довжини $l=200$ мм стискаються силами $F=40$ кН (рис. 18.2). Визначити величину найбільшого контактного напруження σ_H . Модуль пружності для сталі $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

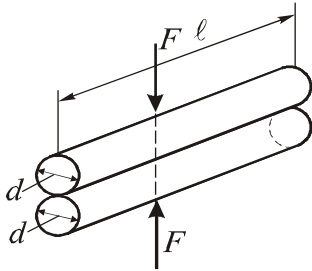


Рис. 18.2

Відповідь: $\sigma_H=1180$ МПа.

18.3. Сталевий циліндр довжиною $l=40$ мм з діаметром $d=20$ мм втискується силою $F=50$ кН у сталеву пластинку (рис. 18.3). Визначити найбільші контактні напруження σ_H . Модуль пружності для сталі $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

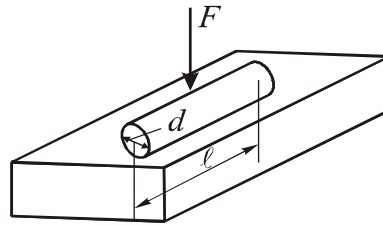
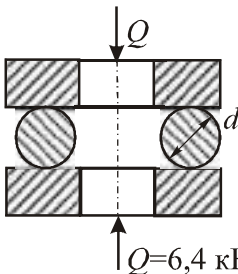


Рис. 18.3

Відповідь: $\sigma_H=1300$ МПа.

18.4. Опорний кульковий підшипник стиснутий силами $Q=6,4$ кН (рис. 18.4). Визначити величину найбільших контактних напружень та перевірити міцність за третьою теорією міцності. Діаметр кульок $d=16$ мм, число кульок $i=20$. Коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між кульками 0,8. Матеріал - хромиста сталь, для якої $[\sigma]_H=3500$ МПа;



$E = 2,12 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

Відповідь: $\sigma_H=2000$ МПа, $\sigma_{екв}^{III} = 1240$ МПа < 3500 МПа. Міцність забезпечена.

Рис. 18.4

18.5. Циліндричне колесо крана (рис. 18.5) передає на рейку силу тиску $F=70$ кН. Визначити найбільше контактне напруження, якщо довжина площинки контакту $l=4$ см. Модуль пружності для сталі $E=2 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu=0,3$.

Відповідь: $\sigma_H = 418$ МПа.

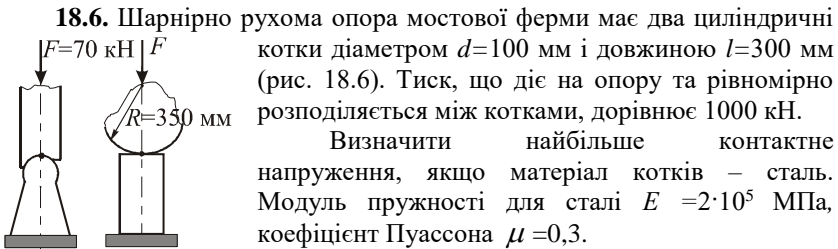


Рис. 18.5

Відповідь: $\sigma_H = 1080$ МПа.

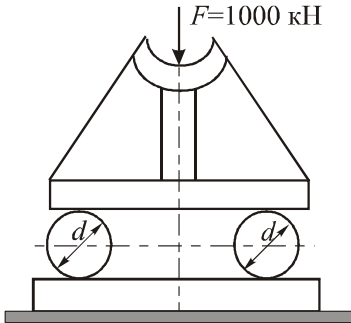


Рис. 18.6

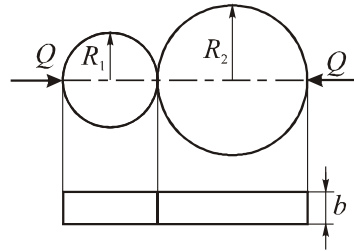


Рис. 18.7

18.7. З умови контактної міцності на поверхні контактуючих деталей визначити найбільшу силу притискання котків Q циліндричної фрикційної передачі (рис. 18.5) за такими даними: радіуси котків $R_1=10$ см, $R_2=20$ см; ширина котків $b=5$ см. Матеріали котків – сталь, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 400$ МПа. При розрахунках використати умову міцності $\sigma_H \leq [\sigma]_H$.

Відповідь: $Q = 15,2$ кН.

Тема 19. Опори валів та осей. Теоретична довідка

Підшипниками називають опори валів та осей, що обертаються. Залежно від виду підшипників вони можуть сприймати радіальне, радіально-осьове та осьове навантаження. Підшипники ділять на підшипники ковзання і підшипники кочення.

У підшипниках ковзання поверхня вала (цапфа) через шар мастила взаємодіє безпосередньо з нерухомою поверхнею підшипника. Основні види руйнування – втомне викришування робочих поверхонь вкладишів підшипників та абразивне спрацювання.

Умови нормальної роботи підшипників

$$p = \frac{F}{d \cdot l} \leq [p],$$

$$p \cdot v_s \leq [p \cdot v_s],$$

де p - тиск у підшипнику, F - радіальне навантаження на підшипник, d , l – діаметр цапфи і довжина підшипника (довжину підшипника рекомендують вибирати, використавши відношення $l/d = 0,5 \dots 1$), $v_s = 0,5 \cdot \omega \cdot d$ - колова швидкість цапфи, що обертається з кутовою швидкістю ω .

При високих швидкостях v_s і невеликих тисках p до вказаних умов додають умову

$$v_s \leq [v_s].$$

Допустимі значення $[p]$, $[v_s]$, $[pv_s]$ для вкладишів з різних матеріалів наведені в табл. 19.1.

Таблиця 19.1

Допустимі значення $[p]$, $[v_s]$, $[pv_s]$ для вкладишів з різних матеріалів

Матеріал вкладиша	$[p]$, МПа	$[v_s]$, м/с	$[pv_s]$, МПа · м/с
Чавун	АСЧ-1	2,5	10
	АСЧ-5	20	20
Латунь	ЛКС80-3-3	12	10
	ЛМЦЖ52-4-1	4	6
Бронза	БрС30	25	30
	Бр010ФІ	15	15
Бабіт	Б83	10-15	50-75
	Б16	10	3

Підшипники кочення ділять: а) за формою тіл кочення – на кулькові та роликіві; б) за напрямком сприймання навантаження – на радіальні, радіально-упорні, упорні.

Підшипники кочення стандартизовані та мають умовні позначення, що складаються з ряду цифр. Дві перші цифри справа відповідають внутрішньому діаметру підшипника d (при $d \geq 20$ мм $d = \text{цифра} \times 5$; при $d \leq 9$ мм $d = \text{цифрі}$; підшипникам з діаметрами $d=10, 12, 15, 17$ мм присвоєні цифри 00, 01, 02, 03 відповідно). Третя цифра справа – серія підшипників (2 – легка, 3 – середня, 4 – важка тощо.). Четверта цифра – тип підшипника (0 – радіальний кульковий однорядний, 2 – радіальний з короткими циліндричними роликами, 6 – радіально-упорний кульковий).

Основні види руйнування: втомне викришування робочих поверхонь унаслідок дії циклічно-змінних контактних напружень, залишкові деформації на бігових доріжках (через перевантаження тихохідних підшипників), руйнування сепараторів, кілець та інші.

Розрахунок підшипників кочення виконують за двома критеріями:

1) за умовою запобігання появі залишкових деформацій. Цей розрахунок називають *розрахунком на статичну вантажність*;

2) за умовою запобігання втомного руйнування робочих поверхонь протягом розрахункового строку служби. Цей розрахунок називають *розрахунком на динамічну вантажність*.

Підбір підшипників кочення за статичною вантажністю

Підшипники вважають статично навантаженими, якщо кутова швидкість рухомого кільця $\omega \leq 0,1 \text{с}^{-1}$. Підбір здійснюють за умовою

$$R_0 \leq C_0,$$

де C_0 – базова статична вантажність, яку наводять у каталогах підшипників. У табл. 19.2 і 19.3 наведені значення C_0 для деяких серій і типів радіальних і радіально-упорних підшипників.

Розрахункове статичне навантаження на підшипник

$$R_0 = X_0 R_r + Y_0 R_a$$

де R_r, R_a – радіальне та осьове навантаження на підшипник; X_0, Y_0 – коефіцієнти радіального й осьового навантаження. Їх значення наведені в каталогах підшипників. Для деяких типів підшипників ці значення подані в табл. 19.4.

Якщо при розрахунках виявиться, що $R_0 < R_r$, то потрібно брати $R_0 = R_r$.

Таблиця 19.2

Кулькові підшипники радіальні однорядні

Серія	Умовне позначення підшипника	Розміри (мм)			Динамічна вантажність C , кН	Статична вантажність C_0 , кН	
		d	D	B			
Легка	204	20	47	14	9,81	6,18	
	205	25	52	15	10,80	6,95	
	206	30	62	16	15,00	10,00	
	207	35	72	17	19,70	13,60	
	208	40	80	18	23,10	15,80	
	209	45	85	19	25,20	17,80	
	210	50	90	20	27,00	19,00	
	211	55	100	21	33,00	25,00	
	212	60	110	22	40,30	30,90	
	213	65	120	23	44,00	34,00	
	214	70	125	24	47,90	37,40	
	Середня	304	20	52	15	12,3	7,78
		305	25	62	17	17,3	11,6
		306	30	72	19	21,6	14,8
307		35	80	21	25,7	17,6	
308		40	90	23	31,3	22,0	
309		45	100	25	37,1	26,2	
310		50	110	27	47,6	35,6	
311		55	120	29	54,9	41,8	
312		60	130	31	62,9	48,4	
313		65	140	33	71,3	55,6	
314		70	150	35	80,1	63,3	
315		75	160	37	87,3	71,4	

Підбір підшипників кочення за динамічною вантажністю

Підшипники вважають динамічно навантаженими, якщо кутова швидкість рухомого кільця $\omega > 0,1\text{с}^{-1}$. Динамічно навантажені підшипники підбирають за фактичною їхньою довговічністю при заданих умовах роботи. Підбір підшипників виконують за умовою

$$C_{\text{потр}} \leq C,$$

де C – табличні значення динамічної вантажності підшипників. Для деяких серій кулькових підшипників ці значення подані в табл. 19.2 і 19.3, $C_{\text{потр}}$ – обчислене потрібне значення динамічної вантажності.

Таблиця 19.3

Кулькові підшипники радіально-упорні однорядні

Серія	Умовне позначення підшипника	Розміри (мм)			Динамічна вантажність C , кН	Статична вантажність C_0 , кН
		d	D	B		
Легка	36 205	25	52	15	12,85	9,05
	36 206	30	62	16	17,85	13,05
	36 207	35	72	17	23,50	17,75
	36 208	40	80	18	30,00	23,20
	36 209	45	85	19	31,70	25,10
	36 210	50	90	20	33,20	27,10
	36 211	55	100	21	41,10	34,20
	36 212	60	110	22	47,20	39,30
Середня	36 305	25	62	17	21,60	15,90
	36 306	30	72	19	26,40	20,00
	36 307	35	80	21	34,30	26,90
	36 308	40	90	23	40,50	32,80
	36 309	45	100	25	49,50	40,20
	36 310	50	110	27	58,10	47,90
	36 312	60	130	31	81,40	71,70
	36 313	65	140	33	92,30	81,60

Таблиця 19.4

Коефіцієнти радіального $X (X_0)$ і осьового $Y (Y_0)$ навантажень на підшипники

Типи підшипників	Кут (α°) контакту	$R_a / VR_r \leq e$		$R_a / VR_r > e$		X_0	Y_0
		X	Y	X	Y		
Радіальні однорядні кулькові	0	1	0	0,56	$\frac{0,44}{e}$	0,6	0,5
Радіально-упорні кулькові легкої серії	12	1	0	0,45	$\frac{0,55}{e}$	0,5	0,46
	26	1	0	0,41	0,87	0,5	0,37
середньої серії							

Величина $C_{\text{потр}}$ визначається із виразу

$$C_{\text{потр}} = R \cdot (6 \cdot 10^{-5} \cdot n \cdot L_h)^{\frac{1}{p}},$$

де n (об/хв) – частота обертання вала, L_h – потрібна довговічність (ресурс) підшипника в годинах (для підшипників зубчастих редукторів стандартами передбачено ресурс $L_h = 10000$ год), p – показник степеня (для кулькових підшипників $p=3$, а для роликових $p=10/3$), R – розрахункове еквівалентне навантаження на підшипник, яке визначають за формулою

$$R = (XVR_r + YR_a) \cdot K_\sigma \cdot K_T,$$

де K_σ – коефіцієнт безпеки ($K_\sigma = 1$ – при спокійному навантаженні; $K_\sigma = 1.1 \dots 1.2$ – при легких поштовхах і короткочасних перевантаженнях до 125%; $K_\sigma = 1.3 \dots 1.8$ – при помірних поштовхах і короткочасних перевантаженнях до 150%; $K_\sigma = 1.9 \dots 2.5$ – при значних поштовхах і короткочасних перевантаженнях до 200%; $K_\sigma = 2.5 \dots 3$ – при ударному навантаженні і перевантаженнях до 300%), K_T – температурний коефіцієнт ($K_T = 1$ – при температурі опори $t \leq 100^\circ\text{C}$; $K_T = 1.05$ – при температурі опори $t \leq 125^\circ\text{C}$; $K_T = 1.10$ – при температурі опори $t \leq 150^\circ\text{C}$; R_r, R_a – радіальне і осьове навантаження на підшипник, X, Y – коефіцієнти радіального і осьового навантаження, V – коефіцієнт обертання ($V = 1$ – при обертанні внутрішнього кільця; $V = 1.2$ – при обертанні зовнішнього кільця).

Для радіальних підшипників, не навантажених осьовою силою, $R_a = 0, X = 1, R = V \cdot R_r \cdot K_\sigma \cdot K_T$.

Значення коефіцієнтів X, Y в загальному випадку визначають з табл. 19.4 шляхом порівняння відношення R_a/VR_r і коефіцієнта осьового навантаження e . Цей коефіцієнт для кулькових підшипників знаходять з табл. 19.5 за відношенням F_a/C_0 .

Осьові навантаження R_a на радіальні кулькові підшипники в сумі повинні дорівнювати зовнішнім силам F_a , що діють на вал.

Осьові навантаження R_a на радіально-упорні підшипники визначають за зовнішньою силою, що діє на вал, і осьовими складовими F_{s1}, F_{s2} , що виникають в двох опорах вала при їх радіальному навантаженні. Для кулькових підшипників

$$F_s = e \cdot R_r.$$

Таблиця 19.5

Коефіцієнт впливу осьового навантаження

Підшипники радіальні кулькові однорядні									
$\frac{F_a}{C_0}$	0,014	0,028	0,056	0,084	0,110	0,170	0,280	0,420	0,560
e	0,19	0,22	0,26	0,28	0,30	0,34	0,38	0,42	0,44
Підшипники радіально-упорні кулькові однорядні									
$\frac{F_a}{C_0}$	0,014	0,029	0,059	0,086	0,110	0,170	0,290	0,430	0,570
e	0,3	0,34	0,37	0,41	0,45	0,48	0,52	0,54	0,54
Y	1,81	1,62	1,46	1,34	1,22	1,13	1,04	1,01	1,00

Примітка. Коефіцієнт e для проміжних величин відношення $\frac{F_a}{C_0}$

визначають інтерполяцією.

Розрахункові осьові сили R_{a1} , R_{a2} на радіально-упорні підшипники двох опор вала залежать від схеми розміщення підшипників та напрямку сили F_a . Для двох радіально-упорних підшипників повинні виконуватись умови:

$$R_{a1} \geq F_{s1}, \quad R_{a2} \geq F_{s2}.$$

Ураховавши ці умови та рівняння рівноваги вала: $F_a - R_{a1} + R_{a2} = 0$, знаходять величину розрахункових осьових навантажень R_{a1} і R_{a2} .

Для визначення довговічності (ресурсу) підшипника використовують вираз

$$L_{(млн.об.)} = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{R}\right)^p,$$

де a_1 – коефіцієнт надійності підшипника ($a_1=1$ – при 90% надійності; $a_1=0,62$ – при 95% надійності; $a_1=0,44$ – при 97% надійності); a_{23} – коефіцієнт якості матеріалу та умов експлуатації (при звичайних умовах роботи: $a_{23}=0,7\dots 0,8$ – для серійних кулькових підшипників; $a_{23}=0,5\dots 0,6$ – для роликів циліндричних підшипників).

Ресурс роботи підшипників в годинах визначають зі співвідношення

$$L_{h(год)} = 1745 \frac{L_{(млн.об.)}}{\omega}.$$

Задачі

19.1. Вибрати матеріал вкладишів для підшипника ковзання за такими даними: діаметр цапфи вала $d = 80$ мм, радіальне навантаження на підшипник $F = 400$ Н, кутова швидкість обертання вала $\omega = 100$ с⁻¹, довжина підшипника $l = 80$ мм.

Відповідь: антифрикційний чавун АСЧ-1.

19.2. Перевірити можливість застосування в підшипнику ковзання вкладишів із бабіту Б16 при таких даних: діаметр цапфи вала $d = 60$ мм, довжина підшипника $l = 30$ мм, радіальне навантаження на підшипник $F = 900$ Н, кутова швидкість обертання вала $\omega = 10$ с⁻¹.

Відповідь: можна застосувати.

19.3. Визначити величину допустимого радіального навантаження на підшипник ковзання при діаметрі цапфи $d = 100$ мм, довжині підшипника 80 мм та кутовій швидкості обертання вала $\omega = 5$ с⁻¹. Матеріал вкладишів підшипника – латунь ЛКС80-3-3.

Відповідь: допустиме навантаження $F = 96000$ Н.

19.4. З умови статичної вантажності радіального кулькового підшипника, навантаженого радіальною силою R_r , що повинен бути насаджений на цапфу з діаметром $d = 40$ мм, вибрати тип (розмір) підшипника середньої серії.

Відповідь: підшипник 308.

19.5. Перевірити статичну вантажність радіально-упорного кулькового підшипника 36205, навантаженого радіальною силою $R_r = 20000$ Н і осьовою силою $R_a = 5000$ Н.

Відповідь: статична міцність підшипника забезпечена.

19.6. Визначити строк служби L (млн. об.) і L_h (год) серійного підшипника 210 за такими даними: підшипник працює при легких поштовхах, при роботі обертається внутрішнє кільце, температура опори не перевищує 100°C. Радіальне навантаження на підшипник $R_r = 4000$ Н. Кутова швидкість обертання вала $\omega = 100$ с⁻¹. Вимагається 90% надійності роботи.

Відповідь: $L = 125,47$ млн. об., $L_h = 2190$ год.

19.7. Визначити строк служби в годинах серійного радіального підшипника 308, навантаженого радіальною силою $R_r = 3000$ Н і осьовою силою $R_a = 900$ Н за такими даними: кутова швидкість обертання вала $\omega = 150$ с⁻¹; під час роботи можливі короткочасні перевантаження до 150%; температура опори не перевищує 100°C; вимагається 95% надійності роботи. Під час роботи підшипника обертається зовнішнє кільце.

Відповідь: $L_h = 1000$ год.

19.8. Визначити розрахунковий ресурс L_h (год) радіальних кулькових підшипників вала за такими даними: вал встановлений на

підшипниках 208, підшипники лівої та правої опор вала навантажені радіальною силою $R_r = R_{1r} = R_{2r} = 2850$ Н; кутова швидкість вала $\omega = 100$ с⁻¹; навантаження на підшипник з легкими поштовхами та короткочасними перевантаженнями до 125%; робоча температура підшипників не перевищує 100°C.

Відповідь: $L_h = 6460$ год.

19.9. Підібрати радіально-упорні підшипники вала косозубої циліндричної передачі та перевірити їх динамічну вантажність за такими даними: навантаження на підшипники – осьова сила $F_a = 980$ Н, радіальні реакції опор вала $R_1 = 4450$ Н, $R_2 = 3920$ Н; діаметр вала $d = 60$ мм; частота обертання вала $n = 165$ об/хв. Під час роботи вала обертається внутрішнє кільце. Можливі значні вібрації та короткочасні перевантаження до 200%. Робоча температура підшипника не перевищує 100°C. Потрібна довговічність підшипника $L_h = 15000$ год.

Розв'язок

За діаметром цапфи вала $d = 60$ мм для опор вала з табл. 19.3 вибираємо радіально-упорні підшипники легкої серії 36212 з динамічною вантажністю $C = 47200$ Н, статичною вантажністю $C_0 = 39300$ Н.

За умовою задачі знаходимо значення коефіцієнтів:

$V = 1$ (обертається внутрішнє кільце);

$K_\sigma = 2$ (значні вібрації та короткочасні перевантаження до 200%);

$K_T = 1$ (температура опори $\leq 100^\circ\text{C}$);

$R_r = R_{1r} = 4450$ Н (для першої опори); $R_r = R_{2r} = 3920$ Н (для другої

опори);

$R_{a1} = F_{s1} - F_a$ (для першої опори); $R_{a2} = F_{s2}$ (для другої опори).

Осьові складові реакцій дорівнюють: $F_{s1} = e \cdot R_1$, $F_{s2} = e \cdot R_2$.

Коефіцієнт впливу осьового навантаження e визначаємо з табл. 19.5

(радіально-упорні підшипники) залежно від відношення $\frac{F_a}{C_0}$. У даному

випадку

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{980}{39300} = 0,025.$$

З табл. 19.5 з використанням лінійної інтерполяції знаходимо

$$e = 0,30 + \frac{0,34 - 0,30}{0,029 - 0,014} (0,025 - 0,014) = 0,329.$$

Тоді:

$$R_{a1} = F_{s1} - F_a = e \cdot R_1 - F_a = 0,329 \cdot 4450 - 980 = 484 \text{ Н};$$

$$R_{a2} = F_{s2} = e \cdot R_2 = 0,329 \cdot 3920 = 1290 \text{ Н}.$$

Для першої та другої опори знаходимо відношення $\frac{R_a}{V \cdot R_r}$:

$$\frac{R_a}{V \cdot R_r} = \frac{R_{a1}}{V \cdot R_1} = \frac{484}{1 \cdot 4450} = 0,109 \text{ (для опори 1);}$$

$$\frac{R_a}{V \cdot R_r} = \frac{R_{a2}}{V \cdot R_2} = \frac{1290}{1 \cdot 3920} = 0,329 \text{ (для опори 2);}$$

$$\frac{R_a}{V \cdot R_r} = 0,109 < e = 0,329 \text{ (для опори 1); } \frac{R_a}{V \cdot R_r} = 0,329 = e = 0,329 \text{ (для}$$

опори 2).

При цих співвідношеннях з табл. 19.4 знаходимо значення коефіцієнту X радіального і Y осьового навантаження:

$X=1, Y=0$ (для першої опори); $X=1, Y=0$ (для другої опори).

Визначаємо потрібну динамічну вантажність $C_{\text{потр}}$ за формулою

$$C_{\text{потр}} = R \cdot (6 \cdot 10^{-5} \cdot n \cdot L_h)^{\frac{1}{p}} = R \cdot (XVR_r + YR_a) \cdot K_\sigma \cdot K_T \cdot$$

Оскільки підшипник 1 навантажений більше ($R_1 > R_2$), то потрібну динамічну вантажність визначатимемо для цього підшипника. Дістаємо

$$C_{\text{потр}} = (1 \cdot 4450 + 0 \cdot 484) \cdot 2 \cdot 1 (6 \cdot 10^{-5} \cdot 165 \cdot 15000)^{\frac{1}{3}} = 47110 \text{ Н.}$$

Умова динамічної вантажності виконується

$$C_{\text{потр}} \leq C,$$

$$47110 \text{ Н} < 47200 \text{ Н}$$

Отже, для опор вала приймаємо підшипники легкої серії 36212.

19.10. Підібрати радіальні підшипники легкої серії для ведучого вала косозубої циліндричної передачі та перевірити їх динамічну вантажність за такими даними: діаметр цапфи вала $d=50$ мм, осьова сила $F_a=600$ Н, радіальні реакції опор вала $R_1=3000$ Н, $R_2=2000$ Н; частота обертання вала $n=150$ об/хв. Обертається внутрішнє кільце. Можливі легкі поштовхи та короточасні перевантаження до 125%. Робоча температура підшипника не перевищує 100°C . Потрібна довговічність підшипника $L_h=10000$ год.

Відповідь: підшипники 210; $C_{\text{потр}}=19350 \text{ Н} < C=27000 \text{ Н}$, динамічна вантажність забезпечена.

19.11. Цапфи веденого вала прямозубої циліндричної передачі діаметром $d=40$ мм встановлені на радіальні кулькові підшипники

середньої серії 308. Радіальні реакції в опорах вала $R_1=R_2=5000$ Н. Частота обертання вала $n=100$ об/хв. Обертається внутрішнє кільце підшипника. Можливі помірні поштовхи та короточасні перевантаження до 150 %. Робоча температура підшипника не перевищує 100°C . Потрібна довговічність підшипника $L_h=10000$ год. Перевірити підшипники на динамічну вантажність.

Відповідь: $C_{\text{потр}}=30000$ Н < $C=31300$ Н, динамічна вантажність забезпечена.

Розділ II.

Розрахунки і проектування механічних передач загального призначення для технічних об'єктів

Тема 20. Кінематичний та силовий розрахунок приводу
Теоретична довідка

Механічною передачею називають механізм, що передає механічну енергію з перетворенням параметрів руху від двигуна до робочого органу машини. Здебільшого механічні передачі передають обертовий рух зі зміною величини та напрямку швидкості, тобто обертовий рух перетворюється в обертовий. Можливе також перетворення обертового руху в поступальний.

Механічні передачі відповідним способом зображують на кінематичних схемах. *Кінематична схема* – це схема передачі, виконана з використанням умовних позначень. Кінематична схема транспортера зображена на рис. 20.1. Між двигуном Д і барабаном 4 транспортера розміщені такі передачі: 1 – пасова, 2 – циліндрична зубчаста в закритому корпусі (редуктор), 3 – ланцюгова передача.

Будь-яка механічна передача складається з ведучої та веденої ланок. Ведучою називають ланку (коток, зубчасте колесо, шків), до якої прикладена сила (момент) від двигуна. Ведуча ланка має більшу кутову швидкість і менші розміри, а ведена – меншу кутову швидкість і більші розміри.

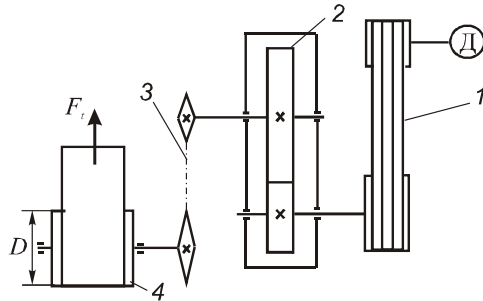


Рис. 20.1

Основним кінематичним параметром механічної передачі є *передаточне число* u , яке можна записати у вигляді

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2},$$

де ω_1, ω_2 - кутова швидкість ведучої і веденої ланок, n_1, n_2 - частоти обертання ланок, що пов'язані з кутовими швидкостями відношенням

$$\omega_i = \frac{\pi \cdot n_i}{30}, (i = 1, 2).$$

Загальне передаточне число приводу дорівнює добутку передаточних чисел окремих передач:

$$u = u_1 \cdot u_2 \cdot u_3,$$

$$\text{де } u_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2}, u_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3}, u_3 = \frac{\omega_3}{\omega_4}.$$

Тоді

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_4}.$$

Енергетичними характеристиками механічної передачі є:

потужності P_1 на ведучій та P_2 на веденій ланках. Потужність P (кВт), яка витрачається на рух ланки передачі зі швидкістю v $\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$, у напрямі, протилежному дії на ланку зовнішньої сили F , H , визначають за формулою

$$P = \frac{F \cdot v}{10^3};$$

коефіцієнт корисної дії передачі (к.к.д.) η , що визначається із співвідношення

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}.$$

К.к.д. механічних передач: зубчата циліндрична $\eta = 0,98$; зубчата конічна $\eta = 0,97$; черв'ячна $\eta = 0,6 \dots 0,8$; ланцюгова $\eta = 0,96$; клинопасова $\eta = 0,93$; плоскопасова $\eta = 0,95$; фрикційна $\eta = 0,94$; пара підшипників кочення $\eta = 0,99$.

Загальний коефіцієнт к.к.д. приводу, що складається з n послідовно з'єднаних передач, дорівнює добутку к.к.д. окремих передач:

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n.$$

Параметри ω_1 , ω_2 , P_1 , P_2 мінімально необхідні для розрахунку будь-якої передачі.

Обертові моменти на валах передачі

$$T = \frac{P}{\omega}.$$

Співвідношення між обертовими моментами на валах ведучої і веденої ланок має вигляд

$$T_2 = T_1 \cdot u \cdot \eta.$$

У розрахунках механічних передач зустрічаються такі параметри, як колова швидкість та колова сила.

Колова швидкість v ($\frac{\text{м}}{\text{с}}$) - це лінійна швидкість точок ланки передачі, розміщених на відстані $d_1/2$ або $d_2/2$ від осі обертання

$$v = v_1 = v_2 = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2} = \frac{\omega_2 \cdot d_2}{2}.$$

Колова сила F_t (Н) - це сила, що діє на ланку передачі, спричиняючи її обертання або створюючи опір обертанню, і направлена по дотичній до траєкторії (кола) точки її прикладання

$$F_t = F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2}.$$

Кінематичний розрахунок приводу полягає у визначенні загального передаточного числа приводу $u_{\text{заг}}$ та поділу його на окремі передаточні числа для кожної з передач приводу. Загальне передаточне число приводу

$$u_{\text{заг}} = \frac{\omega_{\text{дв}}}{\omega_{\text{вих}}},$$

де $\omega_{\text{дв}}$ - кутова швидкість вала двигуна, $\omega_{\text{вих}}$ - кутова швидкість вихідного валу передачі.

При поділі загального передаточного числа слід брати до уваги, що значення передаточних чисел окремих передач обмежене значеннями: зубчаста циліндрична передача $u \leq 8$; зубчаста конічна передача $u \leq 5$; черв'ячна передача $u \leq 80$; ланцюгова передача $u \leq 6$; клинопасова передача $u \leq 7$; плоскопасова передача $u \leq 5$; фрикційна передача $u \leq 6$.

Силовий розрахунок приводу полягає у визначенні необхідної потужності електродвигуна та його виборі, обчисленні обертових моментів на валах приводу. Необхідна потужність двигуна

$$P_{\text{дв}} = \frac{P_{\text{вих}}}{\eta_{\text{заг}}},$$

де $P_{\text{вих}}$ - необхідна потужність на вихідному валі приводу. За обчисленою потужністю вибирають потрібний електродвигун (табл. 20.1).

Таблиця 20.1

Технічні дані асинхронних електродвигунів серії 4А з нормальним пусковим моментом

Тип двигуна	Номінальна потужність P , кВт	Асинхронна частота обертання n , об/хв	Тип двигуна	Номінальна потужність P , кВт	Асинхронна частота обертання n , об/хв
Синхронна частота обертання $n_c = 3000$ об/хв			Синхронна частота обертання $n_c = 1000$ об/хв		
4АА63В2У3	0,55	2840	4А71В6У3	0,55	900
4А71АУ3	0,75	2840	4А80А6У3	0,75	915
4А71В2У3	1,10	2810	4А80В6У3	1,10	920
4А80А2У3	1,50	2850	4А90Л6У3	1,50	935
4А80В2У3	2,20	2850	4А100Л6У3	2,20	950
4А90Л2У3	3,00	2840	4А112МА6У3	3,00	955
4А100С2У3	4,00	2880	4А112МВ6У3	4,00	950
4А100С2У3	5,50	2880	4А132С6У3	5,50	965
4А112М2У3	7,50	2900	4А132М6У3	7,50	970
4А132М2У3	11,00	2900	4А160С6У3	11,00	975
4А160С2У3	15,00	2940	4А160М6У3	15,00	975
4А160М2У3	18,5	2940	4А180М6У3	18,5	975
Синхронна частота обертання $n_c = 1500$ об/хв			Синхронна частота обертання $n_c = 750$ об/хв		
4А71А4У3	0,55	1390	4А80В8У3	0,55	700
4А71В4У3	0,75	1390	4А90Л8У3	0,75	700
4А80А4У3	1,10	1420	4А90ЛВ8У3	1,10	700
4А80В4У3	1,50	1415	4А90Л8У3	1,50	700
4А90Л4У3	2,20	1425	4А112МА8У3	2,20	700
4А100С4У3	3,00	1435	4А112МВ8У3	3,00	700
4А100С4У3	4,00	1430	4А132С8У3	4,00	720
4А112М4У3	5,50	1455	4А132М8У3	5,50	720
4А132С4У3	7,50	1455	4А160С8У3	7,50	730
4А132М4У3	11,00	1460	4А160М8У3	11,00	730
4А160С4У3	15,00	1465	4А180М84У3	15,00	730
4А160М4У3	18,5	1465	4А200М8У3	18,5	735

Задачі

20.1. Стрічка транспортера має максимальний корисний натяг $F_t = 3,5$ кН і рухається зі швидкістю $v = 1,2$ М/с (рис. 20.1). Привод транспортера обладнаний електродвигуном з частотою обертання $n_{дв} = 2850$ об/хв. Визначити потрібну потужність електродвигуна, частоти обертання валів зубчастої передачі, її передаточне число та обертові моменти на її валах, якщо діаметр барабана транспортера $D = 500$ мм, к.к.д. пасової, зубчастої та ланцюгової передач відповідно $\eta_{п} = 0,95$, $\eta_{з} = 0,97$, $\eta_{л} = 0,96$, пари підшипників кочення - $\eta_{підш} = 0,99$; передаточні числа передач: пасової $u_{п} = 3,2$, ланцюгової $u_{л} = 3,6$.

Розв'язок

Потужність, яку споживає транспортер,

$$P_{тр} = F_t \cdot v = 3,5 \cdot 10^3 \cdot 1,2 = 4200 \text{ Вт} = 4,2 \text{ кВт}.$$

Загальний к.к.д. привода транспортера

$$\eta_{заг} = \eta_{п} \cdot \eta_{з} \cdot \eta_{л} \cdot \eta_{підш}^3 = 0,95 \cdot 0,97 \cdot 0,96 \cdot 0,99^3 = 0,858.$$

Потрібна потужність електродвигуна

$$P_{дв} = \frac{P_{тр}}{\eta_{заг}} = \frac{4,2}{0,858} = 4,89 \text{ кВт}.$$

Кутова швидкість і частота обертання барабана транспортера

$$\omega_б = \frac{2v}{D} = \frac{2 \cdot 1,2}{0,5} = 4,8 \text{ рад/с},$$

$$n_б = \frac{30\omega_б}{\pi} = \frac{30 \cdot 4,8}{3,14} = 45,8 \text{ об/хв}.$$

Частоти обертання швидкохідного й тихохідного валів зубчастої передачі

$$n_{шв} = \frac{n_{дв}}{u_{п}} = \frac{2850}{3,2} = 890,6 \text{ об/хв};$$

$$n_{тих} = n_б \cdot u_{л} = 45,8 \cdot 3,6 = 164,9 \text{ об/хв}.$$

Потужності на швидкохідному й тихохідному валах зубчастої передачі

$$P_{\text{шв}} = P_{\text{дв}} \cdot \eta_{\text{п}} \cdot \eta_{\text{підш}} = 4,89 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 4,6 \text{ кВт},$$

$$P_{\text{тих}} = P_{\text{дв}} \cdot \eta_{\text{п}} \cdot \eta_3 \cdot \eta_{\text{підш}}^2 = 4,89 \cdot 0,96 \cdot 0,97 \cdot 0,99^2 = 4,46 \text{ кВт}.$$

Обертові моменти на швидкохідному й тихохідному валах зубчастої передачі

$$T_{\text{шв}} = \frac{P_{\text{шв}}}{\omega_{\text{шв}}} = \frac{30 \cdot P_{\text{шв}}}{\pi \cdot n_{\text{шв}}} = \frac{30 \cdot 4,6 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 890,6} = 49,35 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$T_{\text{тих}} = \frac{P_{\text{тих}}}{\omega_{\text{тих}}} = \frac{30 \cdot P_{\text{тих}}}{\pi \cdot n_{\text{тих}}} = \frac{30 \cdot 4,46 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 164,9} = 258,41 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

20.2. Вибрати електродвигун та провести кінематичний і силовий розрахунок приводу стрічкового транспортера (рис. 20.2). Привод складається з електродвигуна 1, черв'ячного редуктора 2 та ланцюгової передачі 3. Задано: тягове зусилля на стрічці транспортера $F_t = 4 \text{ кН}$,

швидкість руху стрічки $v = 1 \text{ м/с}$, діаметр барабана $D = 0,4 \text{ м}$.

Передаточні числа передач прийняти самостійно.

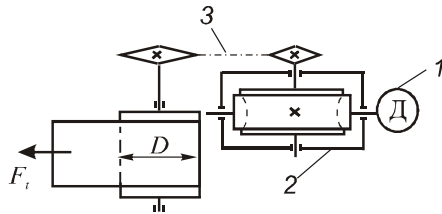


Рис. 20.2

20.3. Для приводу технологічної машини (рис. 20.3) за потужністю вибрати двигун з синхронною частотою обертання $n = 1500 \text{ об/хв}$ та обчислити обертові моменти на валах, якщо потужність на вихідному валі редуктора $P_3 = 10 \text{ кВт}$, частота обертання цього вала

$n_3 = 165 \text{ об/хв}$, передаточні числа передач: зубчастої $u_3 = 4$, пасової $u_{\text{п}} = 2,2$. Прийняти к.к.д. для передач такими: пасової $\eta_{\text{п}} = 0,965$, зубчастої $\eta_3 = 0,975$, пари підшипників кочення $\eta_{\text{підш}} = 0,995$.

Відповідь: двигун типу 4A132M4У3 з потужністю $P_{\text{дв}} = 11 \text{ кВт}$,

$$n_{\text{дв}} = 1460 \text{ об/хв}, \quad T_1 = 70,35 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad T_2 = 148,6 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ T_3 = 575,7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

20.4. Для приводу вантажної леділки (рис.20.4), який складається з електродвигуна 1, двох муфт 2, 4 та черв'ячного редуктора 3, підібрати електродвигун. Натяг канату $Q = 26 \text{ кН}$, діаметр барабана $D = 400 \text{ мм}$, кутова швидкість барабана $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$.

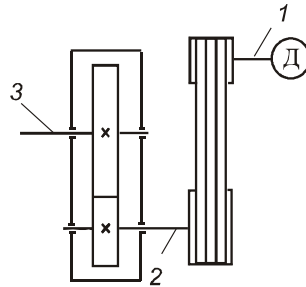


Рис. 20.3.

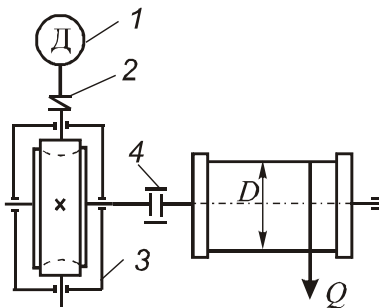


Рис. 20.4

20.5. У приводі транспортера, схема якого зображена на рис. 20.5, частота обертання вала електродвигуна $n = 1460 \text{ об/хв}$, швидкість руху стрічки транспортера $v = 0,25 \text{ м/с}$. Діаметр барабана $D = 200 \text{ мм}$. Визначити передаточне число зубчастої передачі та кутові швидкості валів приводу, якщо передаточні числа передач: пасової $u_{\text{п}} = 3,23$, ланцюгової $u_{\text{л}} = 3$.

Передаточне число та к.к.д. редуктора $u = 35$, $\eta_3 = 0,78$. К.к.д. муфт $\eta_2 = 0,98$, $\eta_4 = 0,97$. Для пари підшипників кочення прийняти $\eta_{\text{підш}} = 0,99$.

Відповідь: двигун типу 4А180М8У3 з потужністю

$$P_{\text{дв}} = 15 \text{ кВт},$$

$$n_{\text{дв}} = 730 \text{ об/хв}.$$

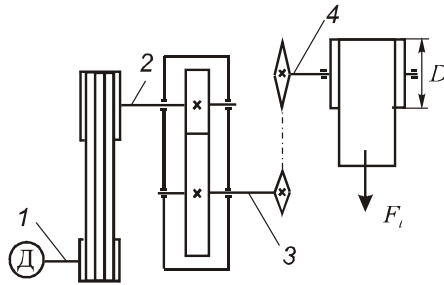


Рис. 20.5

Відповідь: $u_3 = 6,3$, $\omega_1 = 153 \text{ c}^{-1}$, $\omega_2 = 47,31 \text{ c}^{-1}$,

$\omega_3 = 7,5 \text{ c}^{-1}$, $\omega_4 = 2,5 \text{ c}^{-1}$.

20.6. Привод конвеєра складається з електродвигуна 1, клинопасової передачі 2, двоступеневого циліндричного редуктора 3, ланцюгової передачі 4 та тягового ланцюга, зірочки якого позначені 5 (рис. 20.6). Дібрати електродвигун, визначити загальне передаточне число та розділити його між ступенями, якщо колова сила на тяговій зірочці $F_t = 0,6 \text{ кН}$, швидкість руху тягового ланцюга $v = 0,6 \text{ М/с}$, крок тягового ланцюга $t = 55 \text{ мм}$, кількість зубців зірочки $z = 27$. К.к.д. передач прийняти самостійно.

Примітка. Кутову швидкість тягової зірочки обчислюють за формулою $\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot v}{z \cdot t}$.

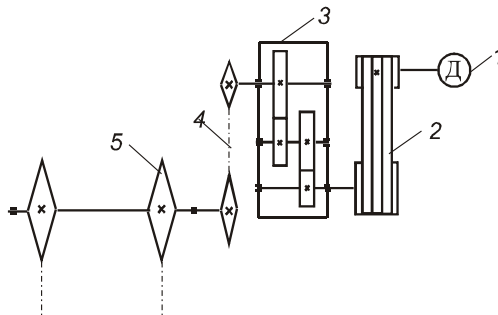


Рис. 20.6

20.7. Привод механізму подачі горизонтального стрічкопилкового верстата (рис. 20.7) складається з електродвигуна, клинопасової передачі 1 з передаточним числом $u_{п1} = 3,2$ та ланцюгової передачі 2 з передаточним числом $u_{л2} = 5,17$. Швидкість руху подачі $v = 8,26 \text{ м/хв}$. Кількість зубців тягової зірочки 3 $z = 13$, крок тягового ланцюга $t = 15,875 \text{ мм}$. Визначити потрібну частоту обертання вала електродвигуна.

Відповідь: $n_{дв} = 662 \text{ об/хв}$.

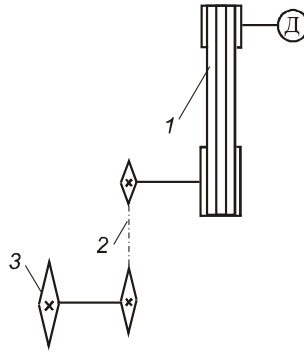


Рис. 20.7

Тема 21. Фрикційні передачі. Теоретична довідка

Передачі, в яких рух від одного вала до другого передається за допомогою сил тертя, що виникають між робочими поверхнями котків, які обертаються, називають *фрикційними*. Для забезпечення сили тертя між котками застосовують притисні пристрої.

Матеріали виготовлення котків: сталь шарикопідшипникова загартована ШХ15 (значні потужності), чавун з підвищеною поверхневою твердістю. Робочі поверхні котків виготовляють також і з неметалевих матеріалів: дерева, текстоліту, шкіри, гуми, фібри, прогумованої тканини.

Циліндричні фрикційні передачі

Циліндричні фрикційні передачі з гладкими котками (рис. 21.1) застосовують при паралельному розміщенні валів.

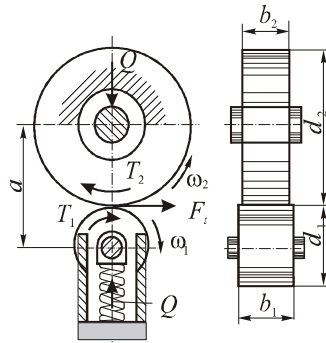


Рис. 21.1

Передаточне число фрикційної передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)},$$

де d_1 , d_2 - діаметри циліндричних поверхонь ведучого та веденого котків, ε - коефіцієнт пружного ковзання; $\varepsilon = 0,01 \dots 0,03$. Для сталевих котків пружне проковзування незначне $\varepsilon \approx 0,002$, для текстоліту та сталі $\varepsilon \approx 0,01$, для гуми та сталі $\varepsilon \approx 0,03$.

Колові швидкості точок на котках без урахування проковзування

$$v_1 = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2} \approx v_2 = \frac{\omega_2 \cdot d_2}{2}.$$

Міжосьова відстань передачі

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} \approx \frac{d_1(u+1)}{2}.$$

Ширина котка

$$b = \psi_a \cdot a,$$

де ψ_a - коефіцієнт ширини котків, значення якого $\psi_a = \frac{b}{a} = 0,2 \dots 0,4$.

Більші значення ψ_a беруть для закритих передач, менші – для відкритих.

Умова не пробуксовування котків

$$f \cdot Q \cdot \frac{d_1}{2} \geq K \cdot T_1,$$

де f - коефіцієнт тертя ковзання (табл. 21.1); Q - зусилля притискання; K - коефіцієнт запасу зчеплення, для силових передач $K = 1,3 \dots 1,5$, для кінематичних - $K = 2,5 \dots 3$; T_1 - обертовий момент на ведучому котку. Звідси

$$Q = \frac{2 K T_1}{f \cdot d_1}.$$

Сила, що передається на вали фрикційної передачі

$$F = \sqrt{Q^2 + F_t^2}.$$

Проектний розрахунок циліндричної фрикційної передачі

Мінімальні міжосьові відстані визначають з виразів:

для передач з металевими котками, матеріал яких відповідає закону Гука,

$$a_{\min} = K_M (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_\beta}{u \cdot f \cdot \psi_a \cdot [\sigma]_H^2}},$$

для передач з неметалевими котками

$$a_{\min} = K_H \sqrt{\frac{T_1 \cdot K_\beta (u \pm 1)}{f \cdot \psi_a \cdot [q]}},$$

де K_M та K_H - допоміжні коефіцієнти, які рівні: $K_M = 370 \text{ МПа}^{1/3}$ -

сталеві котки; $K_M = 300 \text{ МПа}^{1/3}$ - чавунні котки;

$K_M = 330 \text{ МПа}^{1/3}$ - сталь-чавун; $K_H=36$ - силові передачі ($K = 1,3$);

$K_H=50$ - кінематичні передачі ($K = 2,5$); $K_\beta=1,1 \dots 1,3$ - коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині котків. Знак «+» у цих формулах і далі - для передач з зовнішнім дотиканням котків. У наведених формулах слід підставляти T_1 в Н·м, $[\sigma]_H$ - в МПа, $[q]$ -

в $\frac{\text{Н}}{\text{мм}}$. Тоді міжосьову відстань отримуємо в міліметрах. Значення допустимого контактного напруження $[\sigma]_H$ та допустимого тиску $[q]$ наведені в табл. 21.1.

Таблиця 21.1

Допустимі контактні напруження $[\sigma]_H$ та тиск $[q]$

Матеріал котків	Умови роботи	Коефіцієнт тертя f	$[\sigma]_H$, МПа	$[q]$, Н/мм
Сталь – сталь	Із мастилом	0,05	(2,5-3,0) НВ	-
Чавун – чавун	Те саме	0,05	$1,5 \sigma_{\text{мц}}$	-
Сталь – сталь	Без мастила	0,12-0,15	(1,2-1,5) НВ	-
Текстоліт – сталь, чавун	Те саме	0,20-0,25	-	50-80
Фібра – сталь, чавун	» »	0,15-0,20	-	35-40
Шкіра – чавун	» »	0,25-0,35	-	15-25
Гума – сталь, чавун	» »	0,45-0,60	-	10-30

*Примітки: 1. Для чавунних котків $\sigma_{\text{мц}}$ – границя міцності при згині.
2. Допустимі контактні напруження наведені для лінійного контакту котків. При точковому контакті $[\sigma]_H$ приблизно у 1,5 рази вищі, ніж дані в таблиці значення.*

Діаметри котків

$$d_1 = \frac{2a}{u \pm 1}, \quad d_2 = \frac{2 \cdot a \cdot u}{u \pm 1},$$

де $a \geq a_{\text{мін}}$ - прийнята за попереднім розрахунком міжосьова відстань.

Ширину котків визначають залежно від міжосьової відстані.

Перевірний розрахунок циліндричної фрикційної передачі виконують за формулами:

для металевих котків

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{[QK_\beta / (bd_1)](u \pm 1) / u} \leq [\sigma]_H,$$

де: Z_M - коефіцієнт, який враховує властивості матеріалів котків:

$Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ - сталеві котки; $Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$ - чавунні

котки; $Z_M = 235 \text{ МПа}^{1/2}$ - для поєднання "сталь-чавун".

для неметалевих котків

$$q = QK_\beta / b \leq [q].$$

Конічні фрикційні передачі

Конічні фрикційні передачі застосовують для передачі обертового моменту між валами, геометричні осі яких перетинаються.

Основними розмірами конічної фрикційної передачі (рис. 21.2) є

середні діаметри ведучого d_{m1} та веденого d_{m2} котків, зовнішня R та середня R_m конусні відстані, робоча ширина котків b , кути при вершинах конусів δ_1 та δ_2 .

Передаточне число фрикційної конічної передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{m2}}{d_{m1}} = \text{tg } \delta_2.$$

Середня конусна віддаль

$$R_m = 0,5 d_{m1} \sqrt{u^2 + 1}.$$

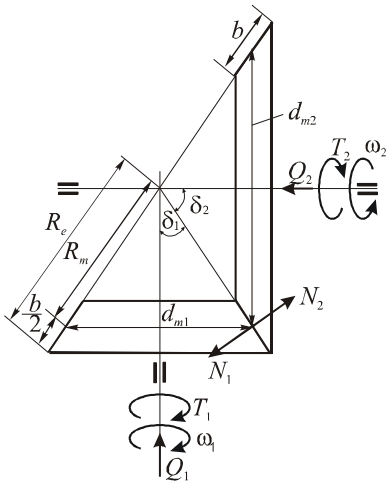


Рис. 21.2

Конусна віддаль

$$R_e = R_m + \frac{b}{2},$$

робоча ширина котка

$$b = \psi_R \cdot R_m \leq d_{m1},$$

де ψ_R - коефіцієнт ширини котка, $\psi_R = \frac{b}{R_m} = 0,20 \dots 0,30$.

Деякі співвідношення між параметрами передачі, які використовують у розрахунках,

$$R_e = R_m (1 + 0,5 \cdot \psi_R); \quad d_{m1} = \frac{2R_m}{\sqrt{1+u^2}}; \quad d_{m2} = \frac{2R_m u}{\sqrt{1+u^2}};$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{d_{m1}}{d_{m2}} = \frac{1}{u}; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{d_{m2}}{d_{m1}} = u; \quad \delta_1 = 90 - \delta_2.$$

Нормальна до лінії контакту сила притискання котків N ($N_1 = |N_2|$) (рис. 21.2)

$$N = N_1 = \frac{Q_1}{\sin \delta_1} = \frac{Q_2}{\sin \delta_2},$$

де Q_1 та Q_2 - сили, що діють на котки передачі паралельно до осей обертання.

Сила тертя з урахуванням коефіцієнта зчеплення K

$$F_f = f \cdot N_1 = K \cdot F_t = \frac{2K \cdot T_1}{d_{m1}}.$$

Тоді

$$Q_1 = \frac{2K \cdot T_1 \cdot \sin \delta_1}{f \cdot d_{m1}}, \quad Q_2 = \frac{2K \cdot T_2 \cdot \sin \delta_2}{f \cdot d_{m2}}.$$

Проектний розрахунок конічної фрикційної передачі

Потрібний мінімальний діаметр ведучого котка:

для передач з металевими котками, матеріал яких відповідає закону Гука,

$$d_{m1} \geq 2K_M \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_\beta}{u \cdot f \cdot \psi_R \cdot [\sigma_H]^2}};$$

для передач з неметалевими котками

$$d_{m1} \geq 2K_H \sqrt{\frac{T_1 \cdot K_\beta \sqrt{(u^2 + 1)}}{f \cdot \psi_R \cdot [q](u^2 + 1)}},$$

де K_M та K_H - допоміжні коефіцієнти, значення яких беруть такі ж, як і для циліндричних фрикційних передач, $K_\beta = 1,3 \dots 1,5$ - коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження по ширині котків, $\psi_R = 0,2 \dots 0,3$ - коефіцієнт ширини котків. В наведених формулах слід

підставляти T_1 в $H \cdot m$, $[\sigma]_H$ - в МПа, $[q]$ - в $\frac{H}{mm}$, діаметр - в мм. Допустимі значення $[\sigma]_H$ та $[q]$ наведені в табл. 21.1.

Перевірний розрахунок конічної фрикційної передачі

Умови міцності для перевірного розрахунку конічних котків з металевих матеріалів

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{Q \cdot K_\beta}{b \cdot d_{m1}} \cdot \frac{\sqrt{(u^2 + 1)}}{u}} \leq [\sigma]_H,$$

з неметалевих матеріалів

$$q = \frac{Q \cdot K_\beta}{b} \leq [q],$$

де коефіцієнт Z_M беруть таким же, як і для циліндричної передачі.

Задачі

21.1. Розрахувати циліндричну фрикційну передачу з гладким ободом за такими даними: $P_1 = 6$ кВт, $\omega_1 = 80$ с⁻¹, $\omega_2 = 32$ с⁻¹, $f = 0,12$. Допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 240$ МПа, коефіцієнт запасу зчеплення $K = 1,2$. Котки сталеві.

Розв'язок

Обертний момент на ведучому котку

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{6 \cdot 10^3}{80} = 75 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Передаточне число без врахування проковзування

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{80}{32} = 2,5.$$

Приймаємо коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження по ширині котків: $K_\beta = 1,3$, коефіцієнт ширини котків $\psi_a = 0,3$.

Міжосьова відстань з умови контактної витривалості

$$a_{\min} = K_M (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_\beta}{u \cdot f \cdot \psi_a \cdot [\sigma]_H^2}} = 370(2,5 + 1) \sqrt[3]{\frac{75 \cdot 1,3}{2,5 \cdot 0,12 \cdot 0,3 \cdot 240^2}} = 344,4 \text{ мм}$$

Приймаємо $a = 345$ мм.

Діаметри котків

$$d_1 = \frac{2a}{u+1} = \frac{2 \cdot 345}{2,5+1} = 197,14 \text{ мм},$$

приймаємо $d_1 = 198 \text{ мм}$;

$$d_2 = u \cdot d_1 = 2,5 \cdot 198 = 495 \text{ мм}.$$

Уточнюємо міжосьову відстань

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{198 + 495}{2} = 346,5 \text{ мм}.$$

Ширина котків

$$b = \psi_a \cdot a = 0,3 \cdot 346,5 = 103,95 \text{ мм}.$$

Приймаємо ширину веденого котка $b_2 = 104 \text{ мм}$. Враховуючи неточності виготовлення і монтажу ширину ведучого котка роблять на 2...5 мм більшою. Тому приймаємо $b_1 = 108 \text{ мм}$.

Колова сила на котках

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 75}{0,198} = 757,6 \text{ Н}.$$

Сила притискання котків

$$Q = \frac{2KT_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 75}{0,12 \cdot 0,198} = 7575,76 \text{ Н}.$$

Сила, що передається на вали фрикційної передачі

$$F = \sqrt{Q^2 + F_t^2} = \sqrt{7575,76^2 + 757,6^2} = 7613,5 \text{ Н}.$$

21.2. Визначити діаметри котків, фактичне передаточне число та колову швидкість циліндричної фрикційної передачі, міжосьова відстань якої $a = 300 \text{ мм}$, частоти обертання валів $n_1 = 980 \text{ об/хв}$, $n_2 = 300 \text{ об/хв}$.

Відповідь: $d_1 = 140 \text{ мм}$, $d_2 = 460 \text{ мм}$, $u = 3,285$, $v = 7,18 \text{ м/с}$.

21.3. Розрахувати фрикційну циліндричну передачу зі сталевими котками. Потужність на ведучому котку P_1 , кутові швидкості котків ω_1 та ω_2 зведені в табл. 21.2.

Таблиця 21.2

Значення	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_1, \text{кВт}$	10	8	6	14	10	6	9	6	5	6
$\omega_1, \text{с}^{-1}$	90	100	100	100	120	120	140	140	200	150
$\omega_2, \text{с}^{-1}$	45	50	55	60	70	80	80	70	80	80

21.4. Для кінематичної фрикційної передачі з циліндричними котками визначити основні розміри та необхідне зусилля притискання, якщо потужність на веденому валу $P_2 = 0,3 \text{ кВт}$, частота обертання $n_2 = 500 \text{ об/хв}$, передаточне число $u = 4$ матеріали котків сталь-текстоліт, коефіцієнт тертя для текстоліту $f = 0,25$, допустимий тиск $[q] = 80 \text{ Н/мм}$. Передача закритого типу, к.к.д. $\eta = 0,8$. Прийняти коефіцієнт ширини котків $\psi_a = 0,2$, коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження $K_\beta = 1,2$

Відповідь: $a = 70 \text{ мм}$,

$d_1 = 28 \text{ мм}$, $d_2 = 112 \text{ мм}$, $b = 14 \text{ мм}$, $Q = 1278 \text{ Н}$.

21.5. Визначити колову швидкість циліндричної фрикційної передачі, якщо $a = 220 \text{ мм}$, $n_1 = 1080 \text{ об/хв}$, $n_2 = 540 \text{ об/хв}$.

Відповідь: $v = 8,3 \text{ м/с}$.

21.6. Визначити діаметри котків та ширину котків кінематичної циліндричної фрикційної передачі з передаточним числом $u = 2,7$ та коефіцієнтом нерівномірності розподілу навантаження $K_\beta = 1,3$, якщо потужність на ведучому котку $P_1 = 1,7 \text{ кВт}$, частота обертання ведучого вала $n_1 = 950 \text{ об/хв}$. Матеріали котків гума-сталь. Коефіцієнт тертя $f = 0,5$, коефіцієнт ширини котків $\psi_a = 0,3$. Допустимий тиск $[q] = 20 \text{ Н/мм}$.

Відповідь: $d_1 = 81 \text{ мм}$, $d_2 = 219 \text{ мм}$, $b_1 = 45 \text{ мм}$, $b_2 = 43 \text{ мм}$.

21.7. Перевірити міцність силової циліндричної фрикційної передачі, схема якої зображена на рис. 21.3. Потужність на ведучому котку $P_1 = 4$ кВт. Частота обертання веденого котка $n_2 = 300$ об/хв. Матеріали котків – сталь Ст3. Допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 245$ МПа. Котки працюють без мастила. Коефіцієнт тертя $f = 0,15$. Коефіцієнт запасу зчеплення $K = 1,3$, коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження $K_\beta = 1,3$.

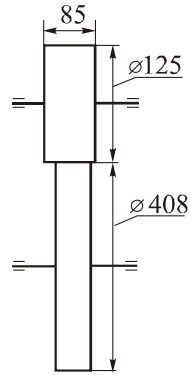


Рис. 21.3

Відповідь: $\sigma_H = 237,7$ МПа $< [\sigma]_H = 245$ МПа, умова міцності виконується.

21.8. Перевірити міцність котків циліндричної фрикційної передачі за такими даними: потужність на ведучому валу $P_1 = 2,5$ кВт при кутовій швидкості $\omega_1 = 150$ с⁻¹, діаметр ведучого котка $d_1 = 100$ мм, передаточне число $u = 2,5$. Передача силова. Ведучий коток шириною $b_1 = 70$ мм виготовлений з текстоліту, ведений – зі сталі 35. Допустимий тиск $[q] = 60$ Н/мм. Коефіцієнт тертя $f = 0,22$. Коефіцієнт запасу зчеплення $K = 1,5$, коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження $K_\beta = 1,3$.

Відповідь: $q = 42,3$ Н/мм $< [q] = 60$ Н/мм, умова міцності виконується.

21.9. Розрахувати кінчну фрикційну передачу за такими даними: $P_1 = 3$ кВт, $\omega_1 = 100$ с⁻¹, $\omega_2 = 37$ с⁻¹, коефіцієнт ширини котків $\psi_R = 0,2$, коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження $K_\beta = 1,5$. Матеріал котків текстоліт-чавун, коефіцієнт тертя між котками $f = 0,22$. Допустимий тиск $[q] = 78$ Н/мм.

Відповідь: $d_{m1} = 154$ мм, $d_{m2} = 415$ мм, $R_m = 221,7$ мм, $b = 45$ мм, $\delta_1 = 20,3^0$, $\delta_2 = 69,7^0$.

21.10. Для конічної фрикційної передачі, геометричні осі якої перетинаються під прямим кутом, обчислити передаточне число, кутову швидкість веденого вала, середні діаметри котків, лінійну швидкість на колі середніх діаметрів котків, їх ширину та зовнішню конусну відстань, якщо $R_m = 320$ мм, $\psi_R = 0,25$, $\delta_1 = 21,5^\circ$, $n_1 = 970$ об/хв.

Відповідь: $u = 2,54$, $\omega_1 = 101,5$ с⁻¹, $d_{m1} = 234,45$ мм,
 $d_{m2} = 595,5$ мм, $v = 11,9$ М/с, $R_e = 360$ мм, $b = 80$ мм.

21.11. Визначити діаметри котків для конічної фрикційної передачі, геометричні осі якої перетинаються під прямим кутом, якщо передаточне число $u = 2,65$, обертовий момент на ведучому валі $T_1 = 32$ Нм. Матеріали котків чавун Сч32-52, для якого границя міцності $\sigma_{mc} = 326$ МПа. Коефіцієнт тертя $f = 0,16$. Прийняти $\psi_R = 0,2$.

Відповідь: $d_{m1} = 77$ мм, $d_{m2} = 204$ мм.

21.12. Обчислити зусилля притискання ведучого котка кінематичної конічної фрикційної передачі, яка передає обертовий момент $T_1 = 30$ Нм з передаточним числом $u = 2,7$ та середнім діаметром ведучого котка $d_{m1} = 120$ мм. Матеріали котків гума-сталь з коефіцієнтом тертя $f = 0,48$.

Відповідь: $Q = (904...1085)$ Н.

21.13. Перевірити міцність конічної фрикційної передачі, потужність на ведучому валу якої $P_1 = 2,2$ кВт при частоті обертання $n_1 = 980$ об/хв. Середні ділильні діаметри котків $d_{m1} = 150$ мм, $d_{m2} = 300$ мм. Коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження $K_\beta = 1,4$, коефіцієнт запасу зчеплення $K = 1,5$, коефіцієнт ширини котка $\psi_R = 0,25$. Матеріали котків: гума-чавун з коефіцієнтом тертя $f = 0,45$ та допустимим тиском $[q] = 22$ Н/мм.

Відповідь: $q = 14,2$ Н/мм $< [q] = 22$ Н/мм, умова міцності виконується.

Тема. 22. Пасові передачі. Теоретична довідка

Механізм з гнучким зв'язком, що здійснює передачу механічної енергії за допомогою сил тертя, називають *пасовою передачею*. Найпростіша пасова передача (рис. 22.1) складається з ведучого 1 та веденого 2 шківів, на яких розміщений гнучкий приводний пас 3.

Залежно від форми поперечного перерізу паса пасові передачі є: *плоскопасові* (прямокутний переріз паса, рис. 22.2, а); *клинопасові* (трапецеїдальний переріз паса, рис. 22.2, б); *круглопасові* (круглий переріз паса, рис. 22.2, в).

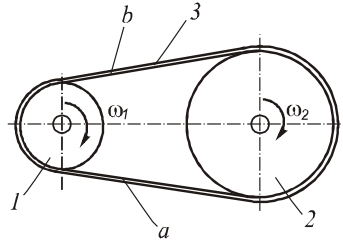


Рис. 22.1

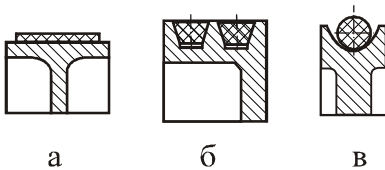


Рис. 22.2

Залежно від призначення та взаємного розташування осей валів пасові передачі поділяють на: *відкриті* (осі валів паралельні та шківів обертаються в одному напрямку); *перехресні* (осі валів паралельні, проте шківів обертаються в протилежних напрямках); *напівперехресні* (осі валів мимобіжні в просторі).

Матеріал і тип паса вибирають залежно від умов роботи передачі. Для середньошвидкісних передач ($v < 30$ м/с) застосовують *гумотканинні паси* (табл. 22.1). Для швидкохідних передач застосовують *синтетичні паси*.

Клинові кордтканинні чи кордшнурові паси загального призначення мають сім розмірів профілю поперечного перерізу – О, А, Б, ..., Е (табл. 22.2), кордшнурові вентиляторні – п'ять (1, 2, ..., 5).

Шківів пасових передач виготовляють зі сталі (великого діаметра зварні) при $v > 30$ м/с, чавуну (СЧ 12-28, СЧ 15-32) при $v \leq 30$ м/с, алюмінієвих сплавів чи текстоліту.

Таблиця 22.1

Параметри для гумотканинних пасів із бельтінгу БКНЛ - 65 та Б - 820

Потужність, яка передається пасом P , кВт	Кількість прокладок паса i_n	Товщина паса δ , мм	Стандартна ширина паса b_n , мм	Діаметр ведучого (малого) шківів d_i , мм	Оптимальне питоме навантаження ($i_n f_{i0}$), Н/мм при f_0 , Н/мм		
					$f_0=2$	$f_0=2,25$	$f_0=2,5$
1	2	3	4	5	6	7	8
2...3	2	3,0	20; 25; 30; 40; 45	80	5,0	5,4	5,8
				100	5,2	5,6	6,0
				125	5,3	5,7	6,1
3...10	3	4,5	20; 25; 30; 40; 45; 50; 60; 70; 75; 80; 85; 90; 100; 125; 150; 200; 250	125	7,1	8,3	8,8
				160	7,3	8,5	9,1
				200	7,5	8,7	9,3
				250	7,7	8,9	9,5
10...20	4	6,0	20; 25; 30; 40; 45; 50; 60; 70; 75; 80; 85; 90; 100; 125; 150; 200; 250	180	10,2	11,1	12,0
				225	10,5	11,4	12,3
				280	10,7	11,6	12,5
				320	10,9	11,8	12,7
				250	12,7	14,0	15,1
22...40	5	7,5	20; 25; 30; 40; 45; 50; 60; 70; 75; 80; 85; 90; 100; 125; 150; 200; 250	320	13,0	14,4	15,5
				400	13,2	14,6	15,8
				500	13,5	14,9	16,2

Таблиця 22.2

Попередній вибір перерізу клинових пасів

Потужність на ведучому валу P , кВт	Частота обертання ведучого вала, n , об/хв	Переріз паса	Розрахункова довжина паса, l' , мм	Коефіц. довжини паса C_l	Маса 1м паса m_L , кг/м
≤ 4	≤ 6000	О	400...2500	0,79...1,30	0,06
2...20	≤ 5000	А	560...4000	0,79...1,17	0,11
2...50	≤ 3500	Б	800...6300	0,82...1,23	0,18
3...125	≤ 1800	В	1800...10600	0,86...1,24	0,30
8...200	≤ 1000	Г	3150...15000	0,86...1,20	0,62

Напруження розтягу від попереднього натягу паса (рис. 22.3)

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{A},$$

де F_0 - зусилля від монтажного натягу у вітках паса, що не працює; A - площа поперечного перерізу паса; для плоских пасів $A = b \cdot \delta$ (b - ширина, δ - товщина паса), для клинових пасів $A = z \cdot A_0$ (z - кількість пасів у передачі, A_0 - площа поперечного перерізу одного паса). Для плоских пасів рекомендується приймати $\sigma_0 = 1,57 \dots 1,96$ МПа; для клинових пасів $\sigma_0 = 1,18 \dots 1,47$ МПа.

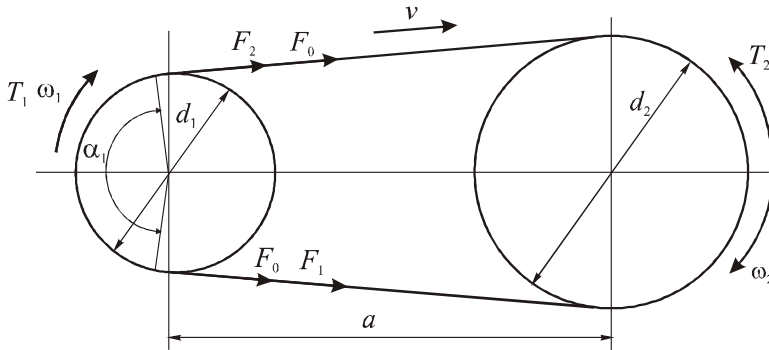


Рис. 22.3

Колова сила пасової передачі

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}.$$

Сили натягу ведучої та веденої віток паса

$$F_1 = F_0 + 0,5 F_t, F_2 = F_0 - 0,5 F_t.$$

Питома колова сила (корисне напруження)

$$\sigma_t = \frac{F_t}{A}.$$

При огинанні пасом шківа виникає напруження від відцентрової сили

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} = \rho \cdot v^2$$

та від згину (максимальне при огинанні малого шківа)

$$\sigma_{зг} = \frac{E \cdot \delta}{d_1},$$

де ρ - густина матеріалу паса; E - модуль пружності матеріалу паса; δ - товщина паса.

Максимальне напруження виникає в місці набігання паса на малий шків

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 + 0,5\sigma_t + \sigma_v + \sigma_{зг \max}.$$

Пружне ковзання – виникає внаслідок неоднакового натягу паса в різних точках по довжині дуги охоплення шківів. Коефіцієнт пружного ковзання у відрегульованих пасових передачах

$$\varepsilon = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = 0,015 \dots 0,02,$$

де v_2 і v_1 - колісні швидкості веденого та ведучого шківів.

Передаточне число пасової передачі з врахуванням пружного ковзання

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1(1 - \varepsilon)}.$$

Передаточне число для силових передач

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1}.$$

Послідовність розрахунку плоскопасової передачі

1. За відомою потужністю P (кВт), що передається пасом, з табл. 20.1 вибирають розміри і тип гумотканинного плоского паса.

2. Визначають розрахункове значення діаметра ведучого шківів d_1 передачі за формулою

$$d_1' = (520 \dots 610) \cdot \sqrt[3]{\frac{P}{\omega}}.$$

Отримане розрахункове значення слід округлити до найближчого (меншого або більшого) стандартного значення. Стандартний ряд діаметрів шківів: 100; 112; 125; 140; 160; 180; 200; 225; 250; 280; 320; 360; 400; 500; 560; 710; 800; 900;

3. Перевіряють виконання умови обмеження напруження згину, які виникають при огинанні пасом ведучого шківів,

$$\frac{d_1}{\delta} \geq 30 \dots 40,$$

де δ - товщина вибраного паса.

Якщо співвідношення не виконується, то потрібно брати або більший діаметр шківів d_1 , або меншу товщину δ .

4. Визначають розрахункове значення діаметра веденого шківів d_2'

$$d_2' = u \cdot d_1.$$

Отримане значення d_2' зводять до стандартного значення d_2 .

5. Знаходять фактичне передаточне число пасової передачі (без урахування проковзування)

$$u = \frac{d_2}{d_1}.$$

6. Вибирають орієнтовну міжосьову відстань передачі за формулою

$$a' = (2 \dots 3)(d_1 + d_2).$$

7. Визначають кут охоплення пасом меншого шківів

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a}.$$

Для плоскопасових передач кут α_1 повинен бути не меншим, ніж 150° (тобто $\alpha_1 \geq 150^\circ$). Якщо остання умова не виконується, необхідно збільшити міжосьову відстань a .

8. Знаходять довжину паса l

$$l = 2a + \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + \frac{1}{4a}(d_2 - d_1)^2.$$

9. Оцінюють довговічність роботи паса за умовою обмеження кількості пробігів паса i за одиницю часу

$$i = \frac{v}{l} \leq [i],$$

де v - швидкість руху паса, $[i]$ - допустима кількість пробігів паса; для плоских гумотканинних пасів $[i] = 5 \dots 6 \text{ с}^{-1}$.

Швидкість руху паса визначають за формулою

$$v = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2}.$$

У випадку, коли $i > [i]$, необхідно подовжити довжину паса l , збільшивши для цього міжосьову відстань a і провівши перерахунки.

10. Визначають корисне навантаження, що передається пасовою передачею

$$F_t = \frac{P_1}{v}$$

11. Знаходять розрахункову ширину паса b'_n за формулою

$$b'_n = \frac{F_t}{[i_n \cdot f_{t0}]}, (\text{мм}),$$

де $[i_n \cdot f_{t0}]$ - допустиме питоме корисне навантаження на одиницю ширини паса, яке визначається за формулою

$$[i_n \cdot f_{t0}] = (i_n \cdot f_{t0}) \cdot C_\gamma \cdot C_\alpha \cdot C_v \cdot C_p.$$

Причому: $(i_n \cdot f_{t0})$ - оптимальне питоме корисне навантаження на одиницю ширини паса; i_n - кількість прокладок у пасі.

Величину $(i_n \cdot f_{t0})$ вибирають з табл. 22.1 залежно від питомої сили попереднього натягу паса, що припадає на одиницю ширини однієї прокладки f_0 . Для гумотканинних пасів величина f_0 змінюється в межах

$$f_0 = 2,0 \dots 2,5 \text{ Н/мм.}$$

Приймається $f_0 = 2,0$ Н/мм - для передач з попереднім натягом паса при відносно малій міжосьовій відстані та куті нахилу лінії центрів шківів до горизонту $\gamma > 60^\circ$; $f_0 = 2,25$ Н/мм - при великій міжосьовій відстані і $\gamma \leq 60^\circ$; $f_0 = 2,5$ Н/мм - при автоматичному регулюванні натягу віток паса.

За параметром f_0 для вибраного паса і діаметром шківа d_1 визначають значення $(i_n \cdot f_{t0})$.

Знаходять значення коефіцієнтів C_γ , C_α , C_v , C_p .

Коефіцієнт C_γ , що враховує кут γ нахилу лінії центрів шківів до горизонту, $C_\gamma = 1,0$ якщо $\gamma = 0^\circ \dots 60^\circ$; $C_\gamma = 0,9$ якщо $\gamma = 60^\circ \dots 80^\circ$; $C_\gamma = 0,8$ якщо $\gamma = 80^\circ \dots 90^\circ$.

Коефіцієнт C_α , що враховує кут α_1 охоплення пасом малого шківа, визначають за формулою

$$C_\alpha = 1 - 0,003(180^\circ - \alpha_1).$$

Коефіцієнт C_v , що враховує вплив на роботу передачі відцентрових сил, обчислюють за формулою

$$C_v = 1,04 - 0,0004v^2.$$

Коефіцієнт C_p враховує режим роботи передачі. При роботі передачі в одну зміну $C_p = 1$ – при спокійному навантаженні (СН); $C_p = 0,8 \dots 0,9$ – при незначних коливаннях навантаження (НКН); $C_p = 0,7 \dots 0,8$ – при значних коливаннях навантаження (ЗКН); $C_p = 0,6 \dots 0,87$ – при ударному і різкозмінному навантаженні (УРЗН). При роботі передачі у дві зміни цей коефіцієнт слід перемножити на 0,87, а при роботі у три зміни – на 0,72.

Отримане розрахункове значення ширини паса b'_n зводять до стандартної ширини b_n .

Знаходять ширину вінця веденого шківів b_2 за співвідношенням

$$b_2 = b_n + (5 \dots 8), \text{ мм.}$$

12. Визначають силу попереднього натягу віток паса

$$F_0 = f_0 \cdot b_n \cdot i_n.$$

Знаходять навантаження на вали пасової передачі

$$R = 2F_0 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}.$$

13. Визначають строк служби (ресурс) h (год) вибраного гумотканинного паса

$$h = 10^7 \frac{\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{\max}} \right)^m}{3600 \cdot i \cdot n \cdot \xi},$$

де σ_N – обмежена границя витривалості паса при базі випробувань $N_0 = 10^7$ циклів (для гумотканинного паса $\sigma_N = 7$ МПа), σ_{\max} – максимальне напруження в пасі при роботі передачі; m – показник степеня кривої втоми (для гумотканинних пасів $m = 6$), i – кількість пробігів паса; n – кількість циклів напружень за один пробіг, що дорівнює кількості шківів у передачі; ξ – коефіцієнт, що враховує різний ступінь впливу напружень згину в пасі на малому та великому шківів та залежить від передаточного числа пасової передачі. Значення цього коефіцієнта: $\xi = 1$ при $u = 1$; $\xi = 0,8$ при $u = 1,5$; $\xi = 0,6$ при $u = 2$; $\xi = 0,5$ при $u = 3$.

Максимальне напруження в пасі σ_{\max} визначається за формулою

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 + 0,5\sigma_t + \sigma_v + \sigma_{зг}.$$

Складові цього напруження:

напруження від попереднього натягу паса $\sigma_0 = \frac{F_0}{b_n \cdot \delta}$, (МПа);

напруження від корисного навантаження паса $\sigma_t = \frac{F_t}{b_n \cdot \delta}$, (МПа);

напруження від дії відцентрової сили $\sigma_v = 10^{-6} \cdot \rho \cdot v^2 = 10^{-3} \cdot 1,15 \cdot v^2$, (МПа);

напруження згину паса $\sigma_{зг} = E \frac{\delta}{d_1}$, (МПа).

Модуль пружності для гумотканинного паса $E=300$ МПа.

Послідовність розрахунку клинопасової передачі

1. Здійснюють попередній вибір перерізу клинових пасів залежно від потужності та частоти обертання на ведучому валі пасової передачі, скориставшись даними табл. 22.3.

Для вибраного перерізу паса знаходять його характеристики: базову довжину l_0 (мм), площу поперечного перерізу A (мм²) і призначають діаметр меншого (ведучого) шківів d_1 (табл. 22.3).

2. Визначають розрахункове значення діаметра веденого шківів d_2'

$$d_2' = u \cdot d_1,$$

Користуючись стандартним рядом діаметрів шківів, вибирають стандартне значення діаметра веденого шківів d_2 .

3. Знаходять дійсне (фактичне) передаточне число пасової передачі

$$u = \frac{d_2}{d_1}.$$

4. Визначають швидкість руху паса (м/с)

$$v = \omega_1 \frac{d_1}{2}.$$

5. Вибирають орієнтовну міжосьову відстань передачі за залежністю

$$a' = (1 \dots 2)(d_1 + d_2).$$

6. Знаходять розрахункове значення довжини паса за формулою

$$l' = 2a' + \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + \frac{1}{4a'}(d_2 - d_1)^2.$$

Таблиця 22.3

Значення P_0 для клинових пасів

Переріз паса та базова довжина а l_0 , мм	Площа перерізу A , мм ²	Діаметр меншого шківа d_1 , мм	P_0 , кВт, при швидкості паса v , м/с			
			5	10	15	20
О 1320	47	63	0,49	0,82	1,03	1,11
		71	0,56	0,95	1,22	1,37
		80	0,62	1,07	1,41	1,60
А 1700	81	90	0,84	1,39	1,75	1,88
		100	0,95	1,60	2,07	2,31
		112	1,05	1,82	2,39	2,74
Б 2240	138	125	1,39	2,26	2,80	-
		140	1,61	2,70	3,45	3,83
		160	1,83	3,15	4,13	4,73
В 3750	230	200	2,77	4,59	5,80	6,33
		224	3,15	5,35	6,95	7,86
		280	3,48	6,02	7,94	9,18
УО 1600	56	63	0,95	1,50	1,68	1,85
		71	1,18	1,95	2,35	2,73
		80	1,38	2,34	2,92	3,50
УА 2500	95	90	1,56	2,57	3,60	-
		100	1,89	3,15	4,35	-
		112	2,17	3,72	4,60	5,61

П р и м і т к а. Стандартний ряд довжин клинових пасів, мм: 400; (425); (475); 450; 500;(530); 560; (600); 630; (670); 710; (750); 800; (850); 900; (950); 1000; (1060); 1120; (1180);1125, (1320); 1400; (1500); 1600; (1700); 1800; 2000; (2120); 2240; 2500; (2650); 2800; (3000); 3150; 3550; (3750);4000. Числа в дужках належать до 2-горяду; перевагу віддають застосуванню чисел 1-го ряду.

7. Користуючись приміткою до табл. 22.3 вибирають дійсну довжину паса l .

8. Визначають дійсну міжосьову відстань передачі за формулою

$$a = \frac{1}{8} \left[2l - \pi(d_1 + d_2) + \sqrt{[2l - \pi(d_1 + d_2)]^2 - 8(d_2 - d_1)^2} \right]$$

9. Оцінюють довговічність паса за умовою обмеження кількості його пробігів

$$i = \frac{v}{l} \leq (12...15) \cdot$$

10. Визначають допустиму потужність $[P]$ для одного клинового паса за формулою

$$[P] = P_0 \cdot C_\alpha \cdot C_l \cdot C_p \cdot C_z \cdot$$

Значення коефіцієнтів визначають за залежностями
коефіцієнт C_α охоплення пасом меншого шків

$$C_\alpha = 1 - 0.003(180^\circ - \alpha_1),$$

де кут охоплення меншого шків

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a};$$

коефіцієнт C_l фактичної довжини паса

$$C_l = \sqrt[6]{\frac{l}{l_0}},$$

коефіцієнт C_p визначають як і при розрахунку плоскопасової передачі;
коефіцієнт C_z залежить від кількості пасів z : $C_z=0,95$ при $z=2; 3$; $C_z=0,90$ при $z=4; 5; 6$; $C_z=0,85$ при $z > 6$. Попередньо вибирають орієнтовну кількість пасів z і приймають відповідне значення коефіцієнта C_z .

За знайденими значеннями всіх величин визначають допустиму потужність $[P]$ для одного клинового паса.

11. Визначають розрахункову кількість пасів для передачі

$$z' = \frac{P_1}{[P]} \cdot$$

Розрахункову кількість пасів z' заокруглюють до цілого числа в більшу сторону та дістають необхідну кількість пасів z . Якщо отримана кількість пасів z відрізняється від кількості пасів, вибраної орієнтовно при визначенні коефіцієнту C_z , то приймають новий коефіцієнт C_z при отриманій кількості пасів z і проводять перерахунок величин $[P]$ і z .

12. Визначають силу попереднього натягу комплексу клинових пасів за формулою

$$F_0 = 0,85 \cdot \frac{P_1}{v} \cdot \frac{C_l}{C_\alpha \cdot C_p}, \text{ (Н)}.$$

13. Знаходять навантаження на вали пасової передачі

$$R = 2F_0 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}.$$

Задачі

22.1. Розрахувати горизонтальну плоскопасову передачу у приводі стрічкового конвеєра за такими даними: потужність, яку передає передача $P_1 = 14$ кВт, кутова швидкість ведучого шківів $\omega_1 = 152 \text{ с}^{-1}$, кутова швидкість веденого шківів $\omega_2 = 69 \text{ с}^{-1}$. Передача працює в дві зміни при значних коливаннях навантаження.

Розв'язок

Передаточне число пасової передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{152}{69} = 2,2.$$

З табл. 22.1 при відомій потужності $P_1 = 14,0$ кВт, що передається пасом, вибираємо гумотканинний плоский пас з бельтінгу Б-820 з такими характеристиками: кількість прокладок паса $i_n = 4$, товщина паса $\delta = 6$ мм.

Визначаємо розрахункове значення діаметра ведучого шківів передачі

$$\begin{aligned} d_1' &= (520 \dots 610) \cdot \sqrt[3]{\frac{P_1}{\omega_1}} = (520 \dots 610) \sqrt[3]{\frac{14,0}{152}} = \\ &= (235 \dots 275), \text{ мм.} \end{aligned}$$

З стандартного ряду діаметрів шківів вибираємо значення

$$d_1 = 250 \text{ мм},$$

яке перебуває в діапазоні обчислених діаметрів.

Перевіряємо виконання умови обмеження напружень згину, які виникають при охопленні пасом ведучого шківів,

$$\frac{d_1}{\delta} = \frac{250}{6,0} = 41,7 > 40,$$

отже умова виконується.

Визначаємо розрахункове значення діаметра веденого шківів d_1'

$$d_2' = u \cdot d_1 = 2,2 \cdot 250 = 550 \text{ мм.}$$

Користуючись стандартним рядом діаметрів, призначаємо

$$d_2 = 560 \text{ мм.}$$

Знаходимо фактичне передаточне число пасової передачі

$$u = \frac{d_1}{d_2} = \frac{560}{250} = 2,24.$$

Вибираємо орієнтовне значення міжосьової відстані

$$a' = (2...3)(d_1 + d_2) = (2...3)(250 + 560) = (1620...2430) \text{ мм}.$$

Приймаємо $a = 2000$ мм.

Визначаємо кут охоплення пасом меншого шківів

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a} = \\ &= 180^\circ - \frac{57^\circ(560 - 250)}{2000} = 180^\circ - 8,8^\circ = 171,2^\circ. \end{aligned}$$

Умова $\alpha_1 \geq 150^\circ$ ($171,2^\circ > 150^\circ$) виконується. Збільшувати міжосьову відстань не потрібно.

Визначаємо довжину паса l

$$\begin{aligned} l &= 2a + \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + \frac{1}{4a}(d_2 - d_1)^2 = \\ &= 2 \cdot 2000 + \frac{3,14}{2}(250 + 560) + \frac{(560 - 250)^2}{4 \cdot 2000} = 5284 \text{ мм} = 5,284 \text{ м}. \end{aligned}$$

Оцінюємо довговічність паса за умовою обмеження кількості пробігів за одиницю часу. Визначаємо швидкість руху паса

$$v = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2 \cdot 10^3} = \frac{152 \cdot 250}{2 \cdot 10^3} = 19 \text{ м/с}.$$

Кількість пробігів

$$i = \frac{v}{l} = \frac{19}{5,284} = 3,59 < 5 \text{ с}^{-1}.$$

Умова обмеження виконується.

Визначаємо корисне навантаження, що передається пасовою передачею

$$F_t = \frac{P_1}{v} = \frac{14,0}{19} 10^3 = 737,0 \text{ Н}.$$

Визначаємо розрахункову ширину паса b'_n .

Знаходимо для вибраного паса оптимальне корисне навантаження $(i_n \cdot f_{t0})$, використовуючи дані табл. 22.1. При великій міжосьовій

відстані ($a = 2000$ мм) і куті нахилу лінії центрів шківів до горизонту $\gamma \leq 60^\circ$ питому силу попереднього натягу приймаємо $f_0 = 2,25 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$. Тоді при діаметрі $d = 250$ мм знаходимо з табл. 22.1 за допомогою інтерполяції

$$(i_n f_{t0}) = 11,49 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Визначаємо коефіцієнти:

$$C_\gamma = 1, \text{ тому що } \gamma < 60^\circ,$$

$$C_\alpha = 1 - 0,003(180^\circ - \alpha_1) = 1 - 0,003(180^\circ - 171,2^\circ) = 0,974;$$

$$C_v = 1,04 - 0,0004v^2 = 1,04 - 0,0004 \cdot 19^2 = 0,896;$$

C_p при режимі роботи ЗКН (значні коливання навантаження) при роботі передачі в дві зміни (згідно з умовою задачі)

$$C_p = 0,75 \cdot 0,87 = 0,652.$$

Тоді допустиме питоме навантаження на одиницю ширини паса

$$\begin{aligned} [i_n \cdot f_{t0}] &= (i_n \cdot f_{t0}) \cdot C_\gamma \cdot C_\alpha \cdot C_v \cdot C_p = \\ &= 11,49 \cdot 1 \cdot 0,974 \cdot 0,896 \cdot 0,652 = 6,54 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \end{aligned}$$

Розрахункова ширина паса

$$b'_n = \frac{F_t}{[i_n f_{t0}]} = \frac{737,0}{6,54} = 112,7 \text{ мм}.$$

Приймаємо $b_n = 125$ мм.

Визначаємо силу попереднього натягу віток паса

$$F_0 = f_0 \cdot b_n \cdot i_n = 2,25 \cdot 125 \cdot 4 = 1125 \text{ Н}.$$

Знаходимо величину навантаження на вали пасової передачі

$$R = 2F_0 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} = 2 \cdot 1125 \cdot \sin \frac{171,2^\circ}{2} = 2243 \text{ Н}.$$

Визначаємо строк служби (ресурс) h (год) вибраного гумотканинного паса

$$h = 10^7 \frac{\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{\max}} \right)^m}{3600 \cdot i \cdot n \cdot \xi},$$

де $\sigma_N = 7,0$ МПа - обмежена границя витривалості паса при базі випробувань $N_0 = 10^7$ циклів, $m = 6$ - показник степеня кривої втоми; $i = 3,57$ - довговічність паса; $n = 2$ - кількість шківів у передачі; коефіцієнт $\xi = 0,58$ при $u = 2,24$.

Визначаємо максимальне сумарне напруження

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 + 0,5\sigma_t + \sigma_v + \sigma_{\text{зг max}},$$

причому:

напруження від попереднього натягу паса

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{b_n \cdot \delta} = \frac{1125}{125 \cdot 6} = 1,5 \text{ МПа},$$

напруження від корисного навантаження паса

$$\sigma_t = \frac{F_t}{b_n \cdot \delta} = \frac{737}{125 \cdot 6} = 0,98 \text{ МПа},$$

напруження від дії відцентрової сили

$$\sigma_v = 10^{-3} \cdot 1,15v^2 = 10^{-3} \cdot 1,15 \cdot 19^2 = 0,41 \text{ МПа},$$

напруження згину паса $\sigma_{\text{зг}} = E \frac{\delta}{d_1} = \frac{300 \cdot 6}{250} = 7,2 \text{ МПа},$

де $E = 300$ МПа - модуль пружності матеріалу паса.

Отже максимальне сумарне напруження

$$\sigma_{\max} = 1,5 + 0,5 \cdot 0,98 + 0,41 + 7,2 = 9,6 \text{ МПа}$$

Знаходимо строк служби (ресурс) h

$$h = 10^7 \frac{\left(\frac{7}{9,6}\right)^6}{3600 \cdot 3,57 \cdot 2 \cdot 0,58} = 100,8 \text{ год.}$$

22.2. Для плоскопасової передачі, схема якої наведена на рис. 22.4, визначити кути α_1 і α_2 охоплення пасами шківів та довжину паса.

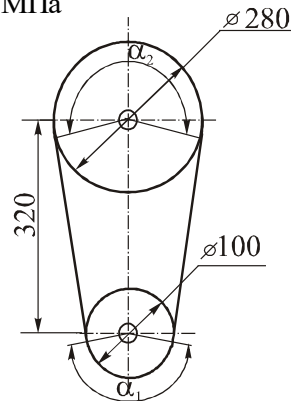


Рис. 22.4

Відповідь: $\alpha_1 = 147,94^\circ$, $\alpha_2 = 212^\circ$, $\ell = 1262$ мм.

22.3. При холостому ході пасової передачі сила натягу в пасі дорівнює 800 Н. Визначити зусилля в пасах при передачі потужності 2 кВт, якщо діаметр ведучого шківів 200 мм і його частота обертання $380 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$.

Відповідь: $F_1 = 1051,4 \text{ Н}$, $F_2 = 548,6 \text{ Н}$.

22.4. Зусилля у вітках паса становлять 2200 Н і 600 Н. Площа перерізу паса дорівнює 8 см^2 . Визначити найбільше, початкове та корисне напруження в пасі.

Відповідь: $\sigma_{\text{max}} = 2,75 \text{ МПа}$, $\sigma_0 = 1,75 \text{ МПа}$, $\sigma_t = 2 \text{ МПа}$.

22.5. Визначити найбільше напруження в гумотканинному плоскому пасі з бельтінгу Б-820 передачі, яка передає потужність 7 кВт. Ширина паса 80 мм, товщина 4,5 мм, кількість прокладок 3. Діаметр ведучого шківів 200 мм. Кутова швидкість ведучого шківів $\omega_1 = 150 \text{ с}^{-1}$. Сила попереднього натягу паса 640 Н.

Відповідь: $\sigma_{\text{max}} = 9,44 \text{ МПа}$.

22.6. Визначити ширину паса плоскопасової передачі, яка передає потужність 6 кВт. Частота обертання ведучого шківів $960 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$, передаточне число передачі 2,5. Робота передачі однозмінна, навантаження спокійне. Кут нахилу лінії центрів шківів до горизонту 80° . Міжосьова відстань 1,9 м.

Відповідь: $b = 90 \text{ мм}$.

22.7. Розрахувати вертикальну плоскопасову передачу з натяжним роликом, яка передає потужність 6 кВт від двигуна внутрішнього згоряння до поршневого насоса. Передаточне число $u = 4$. Частота обертання веденого шківів $n_2 = 500 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Передача працює в одну зміну при значних коливаннях навантаження.

22.8. Розрахувати плоскопасову передачу від електродвигуна до поршневого насоса, якщо передається потужність 7 кВт, частоти обертання шківів $n_1 = 1460 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$, $n_2 = 720 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Робота однозмінна при спокійному навантаженні.

22.9. Розрахувати горизонтальну клинопасову передачу у приводі стрічкового конвеєра за такими даними: потужність, яка передається $P_1 = 12 \text{ кВт}$, кутова швидкість ведучого шківів $\omega_1 = 152 \text{ с}^{-1}$, кутова

швидкість веденого шківa $\omega_2 = 69 \text{ с}^{-1}$. Передача працює в дві зміни при значних коливаннях навантаження.

Розв'язок

Здійснюємо попередній вибір перерізу клинових пасів залежно від потужності та частоти обертання на ведучому валу пасової передачі, скориставшись даними табл. 22.2. При $P_{\text{дв}} = 12 \text{ кВт}$ і

$n_{\text{дв}} = 1452 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$ приймаємо пас перерізу B .

Для вибраного перерізу B паса за табл. 22.2 знаходимо його характеристики: базова довжина $l_0 = 3750 \text{ мм}$, площа поперечного перерізу $A = 230 \text{ мм}^2$.

Призначаємо діаметр ведучого шківa d_1 за табл. 22.2

$$d_1 = 200 \text{ мм}.$$

Передаточне число

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{152}{69} = 2,2.$$

Визначаємо розрахункове значення діаметра веденого шківa d_2

$$d_2 = u \cdot d_1 = 2,2 \cdot 200 = 440 \text{ мм}.$$

Вибираємо стандартне значення діаметра веденого шківa

$$d_2 = 450 \text{ мм}.$$

Уточнюємо передаточне число

$$u = \frac{d_2}{d_1} = \frac{450}{200} = 2,25.$$

Визначаємо швидкість руху пасів

$$v = \omega_1 \frac{d_1}{2} = 152 \frac{200 \cdot 10^{-3}}{2} = 15,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Визначаємо орієнтовну міжосьову відстань передачі

$$a' = (1 \dots 2)(d_1 + d_2) = (1 \dots 2)(200 + 450) = 650 \dots 1300 \text{ мм}.$$

Приймаємо $a' = 1000 \text{ мм}$.

Знаходимо розрахункове значення довжини пасів

$$l' = 2a' + \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + \frac{1}{4a'}(d_2 - d_1)^2 =$$

$$= 2 \cdot 1000 + \frac{3,14}{2}(200 + 450) + \frac{1}{4 \cdot 1000}(450 - 200)^2 = 3036,125 \text{ мм}.$$

Вибираємо стандартну довжину паса

$$l = 3150 \text{ мм} = 3,150 \text{ м.}$$

Визначаємо дійсну міжосьову відстань передач за формулою

$$a = \frac{1}{8} \left[2l - \pi(d_1 + d_2) + \sqrt{[2l - \pi(d_1 + d_2)]^2 - 8(d_2 - d_1)^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{8} \left[2 \cdot 3150 - 3,14(200 + 450) + \sqrt{[2 \cdot 3150 - 3,14(200 + 450)]^2 - 8(450 - 200)^2} \right] =$$

$$= 1057,4 \text{ мм}$$

Виконуємо оцінку довговічності паса за умовою обмеження кількості пробігів i паса за секунду

$$i = \frac{v}{\ell} = \frac{15,2}{3,15} = 4,82 < 12 \text{ с}^{-1}.$$

Визначаємо допустиму потужність $[P]$ для одного клинового паса за формулою

$$[P] = P_0 \cdot C_\alpha \cdot C_l \cdot C_p \cdot C_z$$

у такій послідовності:

з табл. 22.3 за величиною швидкості руху паса $v = 15,2 \text{ м/с}$ для вибраного перерізу B паса при діаметрі меншого шківів $d_1 = 200 \text{ мм}$ визначаємо для одного клинового паса допустиму потужність

$$P_0 = 5,8 \text{ кВт};$$

знаходимо коефіцієнт C_α охоплення пасом меншого шківів

$$C_\alpha = 1 - 0,003(180^\circ - \alpha_1) = 1 - 0,003(180 - 166,5) = 0,96;$$

де кут охоплення меншого шківів

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a} = 180^\circ - 57^\circ \frac{(450 - 200)}{1057,4} = 166,5^\circ;$$

визначаємо коефіцієнт C_l фактичної довжини паса

$$C_l = \sqrt[6]{\frac{l}{l_0}} = \sqrt[6]{\frac{3150}{3750}} = 0,9714;$$

визначаємо коефіцієнт C_p при значних коливаннях навантаження та роботі передачі у дві зміни

$$C_p = 0,80 \cdot 0,87 = 0,696.$$

приймаємо значення коефіцієнта C_z , який залежить від кількості пасів z , що працюють у передачі.

Попередньо призначаємо орієнтовну кількість пасів

$$z = 4.$$

Приймаємо згідно з рекомендаціями

$$C_z = 0,9.$$

Тоді допустима потужність $[P]$ для одного клинового паса

$$[P] = P_0 \cdot C_\alpha \cdot C_l \cdot C_p \cdot C_z =$$

$$5,8 \cdot 0,96 \cdot 0,9714 \cdot 0,696 \cdot 0,9 = 3,388 \text{ кВт}$$

Визначаємо розрахункову кількість пасів для передачі

$$z' = \frac{P_1}{[P]} = \frac{12}{3,388} = 3,54.$$

Приймаємо $z = 4$.

Визначаємо силу попереднього натягу комплекту клинових пасів за формулою

$$F_0 = 0,85 \cdot \frac{P_1}{v} \cdot \frac{C_l}{C_\alpha \cdot C_p} = 0,85 \frac{12 \cdot 10^3}{15,2} \cdot \frac{0,9714}{0,98 \cdot 0,696} = 956 \text{ Н}.$$

Знаходимо навантаження на вали пасової передачі

$$R = 2F_0 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} = 2 \cdot 956 \cdot \sin \frac{166,5^\circ}{2} = 1899 \text{ Н}.$$

22.10. Визначити, скільки клинових пасів перерізу Б потрібно для передачі потужності 7 кВт клинопасовою передачею, якщо довжина паса 2,5 м, міжосьова відстань 0,85 м, діаметри шківів 140 мм і 360 мм. Передача працює в одну зміну при спокійному навантаженні. Частота обертання ведучого шківів $960 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$.

Відповідь: $z = 4$.

22.11. Розрахувати горизонтальну клинопасову передачу приводу вентилятора для циклона пневмотранспортної аспіраційної установки. Потужність електродвигуна $P_1 = 2,2$ кВт, передаточне число передачі $u = 1,8$, частота обертання ведучого шківів $n_1 = 2880 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Робота двозмінна при спокійному навантаженні. Потрібна міжосьова відстань $a = 560$ мм.

Відповідь: пас типу A , діаметр ведучого шківа $d_1 = 100$ мм, діаметр веденого шківа $d_2 = 180$ мм, міжосьова відстань $a = 528,7$ мм, кут охоплення пасом ведучого шківа $\alpha_1 = 171,4^\circ$, кількість пасів $z = 2$, сила попереднього натягу пасів $F_0 = 144$ Н, сила, що діє на вали та опори, $F = 287$ Н.

Тема 23. Зубчасті передачі. Теоретична довідка

Зубчаста передача – механізм, призначений для передачі обертового моменту від одного вала до другого за допомогою зубчастих коліс, що перебувають в зачепленні.

Класифікацію зубчастих передач проводять за такими ознаками: *за конструктивним виконанням* - відкриті, напіввідкриті (захисний кожух), закриті (захисний кожух та наявність масляної ванни); *за коловою швидкістю*: тихохідні ($v_{\text{пях}} \leq 3$ м/с), середньо- ($v = 3 \dots 15$ м/с) та швидкохідні ($v > 15$ м/с); *за взаємним розташуванням осей валів*: циліндричні (*осі валів паралельні*); конічні (*осі валів перетинаються*), гвинтові, гіпоідні (*осі валів мимобіжні в просторі*); *за розміщенням твірної зубця щодо осі колеса* – прямозубі (твірна зубця та вісь колеса паралельні), косозубі (твірна утворює певний кут з віссю колеса), шевронні та з круговими зубцями.

Матеріали виготовлення зубчастих коліс (табл. 23.1): якісні вуглецеві сталі 35; 45; 50; 50Г, леговані сталі 12ХН3, 15Х, 20Х, 35Х, 40Х, сталеве литво 35Л, 45Л, 55Л, чавуни СЧ 15-32, СЧ 18-36, СЧ 21-40, неметалеві матеріали - текстоліт, капрон тощо.

Таблиця 23.1

Рекомендації щодо вибору варіантів матеріалів шестірни та колеса

Вариант	Шестірня			Колесо		
	Марка сталі	Термо-обробка	Твердість	Марка сталі	Термо-обробка	Твердість
1	40Х, 45, 40ХН	Покращання	269-302 НВ	40Х, 45, 40ХН	Покращання	235-262 НВ
2	40Х, 40ХН, 35ХМ	Покращання та гартування СВЧ	40-53 HRC	40Х, 40ХН, 30ХМ	Покращання	269-302 НВ
3	40Х, 40ХН, 35ХМ	Покращання та гартування СВЧ	40-53 HRC	40Х, 40ХН, 35ХМ	Покращання та гартування СВЧ	45-53 HRC
4	20Х, 20ХНМ	Покращання, цементация та гартування	57-63 HRC	40Х, 40ХН, 35ХМ	Покращання та гартування СВЧ	45-53 HRC
5	20Х, 20ХНМ	Покращання, цементация та гартування	56-63 HRC	20Х, 20ХНМ	Покращання, цементация та гартування	56-63 HRC

Якщо твердість робочих поверхонь зубців колеса $H \leq 350\text{HB}$, то твердість поверхні зубців шестірни призначається на $\text{HB}20\dots50$ більше від твердості зубців колеса. Для зубчастих передач з твердими ($H \geq \text{HRC}45$) робочими поверхнями зубців забезпечувати різницю твердості зубців не потрібно. Залежно від твердості після термообробки, сталеві зубчасті колеса поділяють на дві основні групи: з твердістю $H \leq 350\text{HB}$ після нормалізації та поліпшення; з твердістю $H > 350\text{HB}$ після об'ємного гартування, гартування СВЧ, цементації, азотування.

Циліндричні зубчасті передачі

Основні розміри елементів зубця та вінців пари циліндричних зубчастих коліс зображені на рис. 23.1.

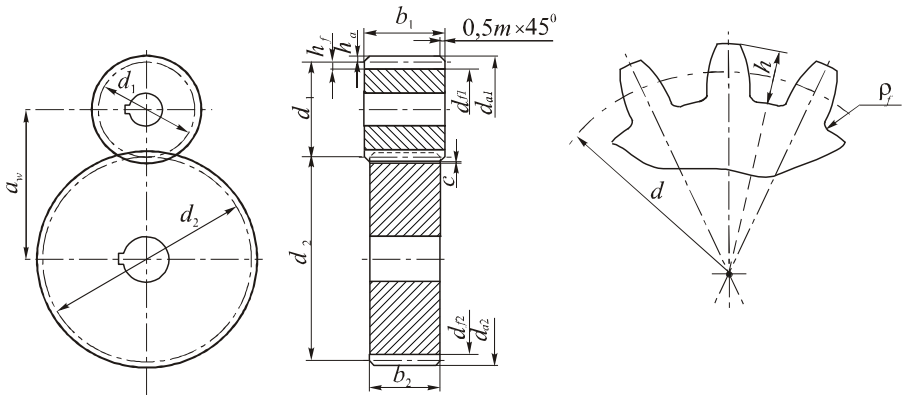


Рис.23.1

Розміри елементів зубців обчислюють за формулами, що подані в табл. 23.2. Основні розміри вінців пари зубчастих коліс обчислюють за формулами, що зведені в табл. 23.3

Таблиця 23.2

Розміри елементів зубців циліндричних коліс

Елементи зубця, мм	Колесо	
	прямозубе	косозубе (шевронне)
Висота: головки	$h_a=m$	$h_a=m_n$
ніжки	$h_f=1,25m$	$h_f=1,25m_n$
зубця	$h=h_a+h_f=2,25m$	$h=h_a+h_f=2,25m_n$
Радіальний зазор	$c=0,25m$	$c=0,25m_n$
Радіус кривизни перехідної кривої	$\rho_f=0,38m$	$\rho_f=0,38m_n$

Таблиця 23.3

Основні розміри вінців пари зубчастих коліс

Діаметри вінців, мм	Передача	
	прямозуба	косозуба
Ділильні	$d_1=mz_1;$ $d_2=mz_2$	$d_1=m_n z_1/\cos\beta;$ $d_2=m_n z_2/\cos\beta$
Вершин зубців	$d_{a1}=d_1+2h_a=d_1+2m;$ $d_{a2}=d_2+2h_a=d_2+2m$	$d_{a1}=d_1+2h_a=d_1+2m_n;$ $d_{a2}=d_2+2h_a=d_2+2m_n$
Впадин	$d_{f1}=d_1-2h_f=d_1-2,5m;$ $d_{f2}=d_2-2h_f=d_2-2,5m$	$d_{f1}=d_1-2h_f=d_1-2,5m_n;$ $d_{f2}=d_2-2h_f=d_2-2,5m_n$

За стандартом для зубців циліндричних евольвентних передач проводять такі розрахунки: активної поверхні зубців на контактну витривалість та на контактну міцність при короткочасних перевантаженнях; біля основи зубця - на витривалість та на міцність при згині при короткочасних перевантаженнях. Відповідні умови міцності мають вигляд

$$\sigma_H \leq [\sigma]_H, \sigma_{H \max} \leq [\sigma]_{H \max},$$

$$\sigma_F \leq [\sigma]_F, \sigma_{F \max} \leq [\sigma]_{F \max}.$$

Допустимі контактні напруження в передачах з нерегламентованою довговічністю $[\sigma]_H$:

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H \lim b} \cdot Z_R}{S_H},$$

де $\sigma_{H \lim b}$ - розрахункова границя контактної витривалості поверхонь зубців колеса; Z_R - коефіцієнт, що враховує шорсткість спряжених поверхонь зубців (беруть для колеса з шорсткішою поверхнею); S_H - коефіцієнт запасу, який приймається для колеса з однорідною структурою $S_H=1,1$; для колеса з поверхневим зміцненням зубців $S_H=1,2$. Значення коефіцієнтів Z_R : $Z_R=1$ при $R_a=0,63 \dots 1,25 \text{ мкм}$; $Z_R=0,95$ при $R_a=1,25 \dots 2,50 \text{ мкм}$; $Z_R=0,9$ при $R_z=10 \dots 40 \text{ мкм}$.

Границі контактної витривалості $\sigma_{H \lim b}$ для деяких вуглецевих і легованих сталей, що використовуються для виготовлення коліс, при різних видах термообробки подані в табл. 23.4.

Таблиця 23.4

Границі контактної витривалості зубців

Сталі	Термообробка або хімікотермічна обробка зубців	Твердість поверхонь зубців	$\sigma_{H \lim b}$, МПа
Вуглецеві та леговані	Нормалізація або покращання	$H \leq 350$ HB	$2 H_{HB+70}$
	Об'ємне та поверхневе гартування	38-50 HRC	$17 H_{HRC+200}$
Леговані	Цементация або нітроцементация	$H \geq 56$ HRC	$23 H_{HRC}$
	Азотування	550...750 HV	1050
Вуглецеві та леговані	Покращання та гартування СВЧ	45-53 HRC	$18 H_{HRC+150}$

При розрахунках прямозубих і косозубих циліндричних передач за розрахункове допустиме напруження $[\sigma]_H$ приймають менше з двох значень $[\sigma]_{H1}$ та $[\sigma]_{H2}$, розрахованих для зубців шестірні й колеса, тобто

$$[\sigma]_H = \min([\sigma]_{H1}, [\sigma]_{H2}).$$

Допустимі граничні контактні напруження $[\sigma]_{H \max}$:

$[\sigma]_{H \max} = 2,8 \sigma_T$ – сталі після нормалізації та покращання;

$[\sigma]_{H \max} = 44 H_{HRC}$ – сталі після цементации або контурного гартування при нагріванні СВЧ.

Границю текучості σ_T матеріалів коліс (сталі марок 45, 40X, 40XH, 35XH) визначають з табл. 23.5.

Допустимі напруження на витривалість при згині $[\sigma]_F$:

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{F \lim b}}{S_F},$$

де $\sigma_{F \lim b}$ - границя витривалості зубців при згині; S_F - коефіцієнт запасу, який перебуває в межах $S_F = 1,4 \dots 1,7$. Границі витривалості зубців $\sigma_{F \lim b}$, що залежать від марок сталей шестірні й колеса та способів обробки поверхні, визначаються з табл. 23.6. Допустимі

напруження визначають окремо для зубців шестірни ($[\sigma]_{F1}$) та колеса ($[\sigma]_{F2}$).

Допустимі граничні напруження зубців при згині $[\sigma]_{F \max}$:

$$[\sigma]_{F \max} = \frac{\sigma_{F \lim M}}{S_F},$$

де $\sigma_{F \lim M}$ - граничне напруження в зубці, що не спричиняє залишкових деформацій або крихкої поломки зубця $\sigma_{F \lim M} = 4,8H_{НВ}$, МПа – для вуглецевих і легованих сталей після нормалізації і покращання; $\sigma_{F \lim M} = 6,0H_{НВ}$, МПа – після гартування СВЧ, S_F - коефіцієнт запасу, який перебуває в межах $S_F = 1,4 \dots 1,7$.

Проектний розрахунок циліндричної зубчастої передачі

Проектний розрахунок зубчастої передачі виконується для попереднього визначення орієнтовних розмірів передачі й не може замінити виконання *перевірних* розрахунків, які є основними. *Вихідними даними для проектного розрахунку є:* номінальне навантаження (обертовий момент T_1 на ведучому валі передачі); передаточне число передачі u ; вид передачі (прямозуба, косозуба, шевронна); матеріали зубчастих коліс та їх механічні характеристики; параметр ширини вінця коліс Ψ_{ba} або Ψ_{bd} .

1. Визначають мінімальне значення міжосьової відстані передачі

$$a_{W \min} = K_a (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{u \cdot \Psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}}.$$

Значення коефіцієнтів: $\Psi_{ba} = 0,1 \dots 0,4$ – прямозубі передачі; $\Psi_{ba} = 0,2 \dots 0,5$ – косозубі передачі; $\Psi_{ba} = 0,4 \dots 0,8$ – шевронні передачі; допоміжний коефіцієнт $K_a = 495 \text{ МПа}^{1/3}$ – сталеві прямозубі колеса; $K_a = 415 \text{ МПа}^{1/3}$ – чавунні прямозубі колеса, $K_a = 430 \text{ МПа}^{1/3}$ – сталеві косозубі (шевронні) колеса, $K_a = 360 \text{ МПа}^{1/3}$ чавунні косозубі (шевронні) колеса. Менші значення

параметра Ψ_{ba} вибирають при твердості $H > 350$ НВ. У зазначеній формулі T_1 беруть у ньютон-метрах (Нм), $[\sigma]_H$ - в мегапаскалях (МПа), значення $a_{W \min}$ отримують в міліметрах (мм).

Таблиця 23.5

Механічні характеристики сталей для виготовлення зубчастих коліс

Марка сталі	Вид заготовки	Граничні розміри заготовки, мм		Термообробка	Твердість зубців		Границя	
		діаметр	ширина		серцевини	поверхні	міцності $\sigma_{мп}$, МПа	текучості σ_T , МПа
40Л	Литво	-	-	Нормалізація	163-207 НВ	163-207 НВ	550	320
45	Поковка	125	80	Покращання	235-262 НВ	235-262 НВ	780	540
		80	50		269-302 НВ	269-302 НВ	890	650
40Х	Поковка	280	125	Покращання	235-262 НВ	235-262 НВ	790	640
		125	80		269-302 НВ	269-302 НВ	900	750
		125	80		269-302 НВ	269-302 НВ	300	750
40ХН 35ХМ	Поковка	320	200	Покращання	235-262 НВ	235-262 НВ	800	630
		200	125		269-302 НВ	269-302 НВ	920	750
		200	125	Покращання та гартування СВЧ	269-302 НВ	48-53 HRC	920	750
40ХН МА	Поковка	125	80	Покращання та азотування	269-302 НВ	50-56 HRC	980	780
20Х 20ХМ Н	Поковка	200	125	Покращання, цементация та гартування	300-400 НВ	56-63 HRC	1000	800

Таблиця 23.6

Границі витривалості зубців при згині

Сталі	Термообробка або хіміко- термічна обробка зубців	Твердість зубців		$\sigma_{F \lim b}$, МПа
		поверхні	серцевини	
Вуглецеві та леговані 40, 45, 40Х, 40ХН	Нормалізація, покращання	180-300 НВ	180-300 НВ	$1,8H_{НВ}$
Леговані 40Х, 40ХН, 40ХФА	Об'ємне гартування (СВЧ)	45-55 HRC	45-55 HRC	600
Леговані 20Х, 12ХНЗА, 20 ХГТ	Цементация	56-62 HRC	24-40 HRC	800
Леговані 40Х, 40ХФА, 38ХМЮА	Азотування	550-700 HV	45-55 HRC	$300+12H_{HRC}$

Параметр Ψ_{bd} визначають за співвідношенням $\Psi_{bd} = 0,5\psi_{ba}(u+1)$.

Коефіцієнт $K_{H\beta}$, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубця залежно від розташування коліс відносно опор визначають із табл. 23.7. З цієї ж таблиці визначають і коефіцієнт $K_{F\beta}$, який використовується далі.

Таблиця 23.7

Значення коефіцієнтів $K_{H\beta}$ і $K_{F\beta}$ розподілу навантаження по ширині вінця при розрахунку на контактну й згинальну витривалість

Відносна ширина колеса	Симетричне розташування шестірні відносно опор				Несиметричне розташування шестірні відносно опор, дуже жорсткий вал $L/d_{on} \leq 3...6$				Консольне розташування одного з коліс			
	$K_{H\beta}$		$K_{F\beta}$		$K_{H\beta}$		$K_{F\beta}$		$K_{H\beta}$		$K_{F\beta}$	
Ψ_{bd}	При твердості робочих поверхонь зубців, НВ											
	≤ 350	> 350	≤ 350	> 350	≤ 350	> 350	≤ 350	> 350	≤ 350	> 350	≤ 350	> 350
0,2	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,00	1,02	1,01	1,15	1,07	1,25	1,13
0,4	1,01	1,00	1,03	1,01	1,05	1,02	1,07	1,04	1,35	1,15	1,55	1,28
0,6	1,03	1,01	1,05	1,02	1,09	1,04	1,13	1,07	1,60	1,24	1,90	1,50
0,8	1,06	1,03	1,08	1,05	1,14	1,06	1,20	1,11	1,85	1,35	2,30	1,70
1,0	1,10	1,04	1,15	1,08	1,18	1,08	1,27	1,15	-	-	-	-
1,2	1,13	1,05	1,18	1,10	1,25	1,10	1,37	1,20	-	-	-	-
1,4	1,15	1,07	1,25	1,13	1,32	1,13	1,50	1,25	-	-	-	-
1,6	1,20	1,08	1,30	1,16	1,40	1,16	1,60	1,32	-	-	-	-

2. Вибирають кількість зубців шестірні z_1 . Мінімальна кількість зубців шестірні $z_1^{\min} = 17$ (з умови непідрізання ніжок зубців). Для зменшення шуму в швидкохідних передачах рекомендується брати $z_1 = 20 \dots 30$.

3. Визначають розрахункове число зубців колеса

$$z_2' = u \cdot z_1.$$

Визначене значення z_2' заокруглюють до найближчого цілого числа й отримують кількість зубців колеса z_2 .

4. Уточнюють передаточне число зубчастої передачі

$$u = \frac{z_2}{z_1},$$

яке використовують надалі при розрахунках.

5. Обчислюють розрахункове значення нормального модуля зубців

$$m_n' = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{z_1 + z_2}.$$

В косозубій передачі кут нахилу зубців $\beta = 8^\circ \dots 20^\circ$, в шевронній - $\beta = 20^\circ \dots 40^\circ$. При розрахунку прямозубої передачі $\beta = 0^\circ$ і нормальний

модуль m'_n дорівнюватиме модулю коліс m' . За знайденим розрахунковим значенням модуля m'_n з табл.23.8 вибирають стандартне значення модуля m_n .

Таблиця 23.8

Стандартні значення модуля													
І ряд	1,00	1,25	1,5	2,0	2,5	3, 0	4, 0	5	6	8	1 0	1 2	1 6
ІІ ряд	1,12 5	1,37 5	1,7 5	2,2 5	2,7 5	3, 5	4, 5	5, 5	7	9	1 1	1 4	1 8

6. Визначають значення основних параметрів зубчастої передачі:

$$\text{ділильні діаметри шестірні і колеса } d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta}, d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta};$$

$$\text{ширину вінців коліс } b_2 = \Psi_{ba} \cdot a_w; b_1 = b_2 + 2\text{мм};$$

$$\text{колову швидкість зубчастих коліс } v = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2} 10^{-3}, (\text{м/с});$$

$$\text{коефіцієнт торцевого перекриття } \varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta;$$

сили в зачепленні циліндричної зубчастої передачі:

$$\text{колову } F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} \cdot 10^3,$$

$$\text{радіальну } F_r = F_t \cdot \frac{\text{tg} \alpha_n}{\cos \beta}, \text{ де кут зачеплення пари коліс } \alpha_n = 20^\circ;$$

$$\text{осьову } F_a = F_t \cdot \text{tg} \beta.$$

7. Призначають ступінь точності зубчастої передачі.

Рекомендується брати:

- 6 ступінь точності – для прямозубих передач при коловій швидкості $v \leq 15$ м/с; для косозубих передач при $v \leq 25$ м/с;
- 8 ступінь точності - для прямозубих передач при коловій швидкості $v \leq 6$ м/с; для косозубих передач при $v \leq 10$ м/с.

Перевірний розрахунок передачі

Цей розрахунок полягає в перевірці наведених вище умов міцності.

1. *Перевірка активних поверхонь зубців на контактну витривалість*

$$\sigma_H \leq [\sigma]_H,$$

де $[\sigma]_H$ - величина допустимого контактного напруження, а контактне напруження σ_H

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} (u+1)}{b_2 d_2}}.$$

Значення коефіцієнтів: коефіцієнт Z_M враховує механічні характеристики спряжених коліс (для сталевих зубчастих коліс $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$); коефіцієнт Z_H , враховує форму спряжених поверхонь зубців, $Z_H = 1,77 \cos \beta$; коефіцієнт Z_ε враховує сумарну довжину

контактних ліній, $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}$ при $\varepsilon_\alpha \leq 0,9$, $Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}}$ при $\varepsilon_\alpha > 0,9$;

коефіцієнт динамічного навантаження зубців $K_{H\alpha}$ залежить від типу передачі, ступеня точності передачі та колової швидкості коліс v (м/с), його визначають з табл. 23.9. З цієї ж таблиці беруть і коефіцієнт $K_{F\beta}$, який використовують далі.

Підставивши визначені значення коефіцієнтів у вираз для контактного напруження σ_H , знаходять його величину й перевіряють виконання умови контактної витривалості. Для цього визначають відносну різницю $\delta\%$ між дійсним і допустимим контактним напруженнями за формулою

$$\delta \% = \frac{\sigma_H - [\sigma]_H}{[\sigma]_H} \cdot 100 \%.$$

Якщо $\delta \% > 0$ - активні поверхні перевантажені. Допускається перевантаження до 5%. Якщо $\delta \% < 0$ - активні поверхні недовантажені. Допускається недовантаження до 20%.

2. *Перевірка активних поверхонь зубців на контактну міцність при перевантаженнях*

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \cdot \sqrt{\frac{T_{1 \max}}{T_1}} \leq [\sigma]_{H \max},$$

де $T_{1\max} = K_n \cdot T_1$, K_n - коефіцієнт перевантаження.

Таблиця 23.9

Коефіцієнти динамічного навантаження зубців

Ступінь точності передачі	Твердість зубців колеса	Коефіцієнт	Колова швидкість зубців v , м/с						
			1	2	4	6	8	10	
6	$H_2 \leq 350$ HB	$K_{H\beta}$	1,03 1,01	1,06 1,02	1,12 1,03	1,17 1,04	1,23 1,06	1,28 1,07	
		$K_{F\beta}$	1,06 1,02	1,13 1,05	1,26 1,10	1,40 1,15	1,53 1,20	1,67 1,25	
	$H_2 \geq 40$ HRC	$K_{H\beta}$	1,02 1,00	1,04 1,00	1,07 1,02	1,10 1,02	1,15 1,03	1,18 1,04	
		$K_{F\beta}$	1,02 1,01	1,04 1,02	1,08 1,03	1,11 1,04	1,14 1,06	1,17 1,07	
	7	$H_2 \leq 350$ HB	$K_{H\beta}$	1,04 1,02	1,07 1,03	1,14 1,05	1,21 1,06	1,29 1,07	1,36 1,08
			$K_{F\beta}$	1,08 1,03	1,16 /1,06	1,33 /1,11	1,50 /1,16	1,67 /1,22	1,80 /1,27
$H_2 \geq 40$ HRC		$K_{H\beta}$	1,03 1,00	1,05 1,01	1,09 1,02	1,14 1,03	1,19 1,03	1,24 1,04	
		$K_{F\beta}$	1,03 1,01	1,05 1,02	1,09 1,03	1,13 1,05	1,17 1,07	1,22 1,08	
8		$H_2 \leq 350$ HB	$K_{H\beta}$	1,04 1,01	1,08 1,02	1,16 1,04	1,24 1,06	1,32 1,07	1,40 1,08
			$K_{F\beta}$	1,10 1,03	1,20 1,06	1,38 1,11	1,58 1,17	1,78 1,23	1,96 1,29
	$H_2 \geq 40$ HRC	$K_{H\beta}$	1,03 1,01	1,06 1,01	1,10 1,02	1,16 1,03	1,22 1,04	1,26 1,05	
		$K_{F\beta}$	1,04 1,01	1,06 1,02	1,12 1,03	1,16 1,05	1,21 1,07	1,26 1,08	
	9	$H_2 \leq 350$ HB	$K_{H\beta}$	1,05 1,01	1,10 1,03	1,20 1,05	1,30 1,07	1,40 1,09	1,50 1,12
			$K_{F\beta}$	1,13 1,04	1,28 1,07	1,50 1,14	1,77 1,21	1,98 1,28	2,25 1,35
$H_2 \geq 40$ HRC		$K_{H\beta}$	1,04 1,01	1,07 /1,01	1,13 1,02	1,20 1,03	1,26 1,04	1,32 1,05	
		$K_{F\beta}$	1,04 1,01	1,07 1,02	1,14 1,04	1,21 1,06	1,27 1,08	1,34 1,09	

Примітка. У чисельнику – значення для прямозубих, у знаменнику – для косозубих передач.

3. Перевірка на витривалість при згині зубців шестірні та колеса

$$\sigma_{F1} \leq [\sigma]_{F1}; \quad \sigma_{F2} \leq [\sigma]_{F2},$$

де $[\sigma]_{F1}$ і $[\sigma]_{F2}$ - допустимі напруження зубців шестірні та колеса при розрахунку на витривалість при згині.

Розрахункові напруження згину в зубцях шестірні та колесі передачі

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} Y_{\beta} \frac{F_t K_{F\beta} K_{Fv}}{b_2 m_n};$$

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} Y_{\beta} \frac{F_t K_{F\beta} K_{Fv}}{b_2 m_n} = \sigma_{F1} \cdot \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}}.$$

Значення коефіцієнтів: коефіцієнт K_{Fv} визначають із табл. 23.9; коефіцієнт $K_{F\beta}$ знаходять з табл. 23.7; коефіцієнт нахилу зубців $Y_{\beta} = 1 - \frac{\beta}{140}$; коефіцієнти форми зубців шестірні й колеса Y_{F1}, Y_{F2} , що залежать від кількості зубців шестірні (z_1) та колеса (z_2) прямозубої передачі або еквівалентних чисел зубців шестірні ($z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta}$) та колеса ($z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta}$) косозубої передачі, визначають з табл. 23.10.

Таблиця 23.10

Коефіцієнти форми зубців Y_F

z, z_v	Y_F	z, z_v	Y_F	z, z_v	Y_F
17	4,26	25	3,90	50	3,65
18	4,20	28	3,82	60	3,62
19	4,11	30	3,80	80	3,61
20	4,08	32	3,78	100	3,60
21	4,01	37	3,71	150	3,60
22	4,00	40	3,70	∞	3,63
24	3,92	45	3,68		

4. Перевірка зубців на міцність при згині при короткочасних перевантаженнях

$$\sigma_{1\max} = \sigma_{F1} \cdot K_H \leq [\sigma]_{F1\max}, \quad \sigma_{2\max} = \sigma_{F2} \cdot K_H \leq [\sigma]_{F2\max}.$$

Якщо хоча б одна з чотирьох наведених умов міцності не виконується, то потрібно робити перерахунок передачі, змінивши розміри або матеріал зубчастих коліс.

Конічні зубчасті передачі

Основні геометричні параметри конічної передачі зображені на рис. 23.2.

Кути при вершині діляльного конуса шестірні δ_1 та колеса δ_2 ортогональної конічної передачі

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{z_1}{z_2} \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{z_2}{z_1} = 90^\circ - \delta_1.$$

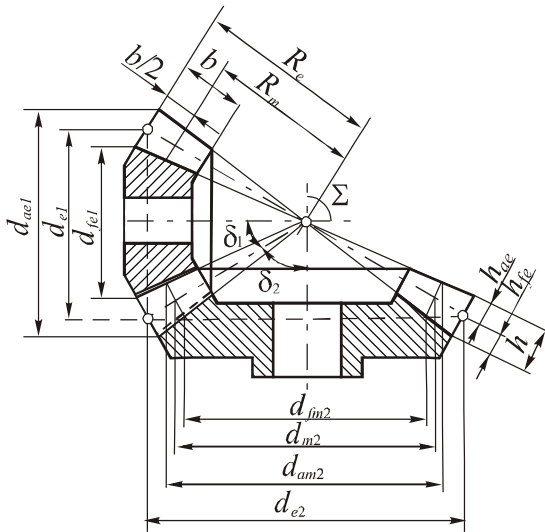


Рис. 23.2

Модуль зубців конічних коліс змінюється в різних нормальних перерізах. За стандартний беруть модуль у зовнішньому нормальному перерізі, який називають зовнішнім коловим модулем й позначають m_e .

Для стандартних конічних зубчатих коліс розміри зубців визначають за формулами, поданими в табл. 23.11.

Таблиця 23.11

Розміри елементів зубців конічних коліс

Елементи зубця, мм	Прямозубе колесо
Зовнішня висота головки	$h_{ae}=m_e$
Зовнішня висота ніжки	$h_{fe}=1,2m_e$
Зовнішня висота зубця	$h_e=h_{ae}+h_{fe}=2,2m_e$
Радіальний зазор	$c=0,2m_e$
Радіус кривини перехідної кривої	$\rho_f=(0,2\dots0,3)m_e$

Розміри вінців конічних шестірні та колеса зведені в табл. 23.12.

Таблиця 23.12

Основні розміри вінців пари конічних зубчастих коліс

Діаметри вінців, мм	Передача прямозуба
Зовнішні ділильні	$d_{e1}=m_e z_1; \quad d_{e2}=m_e z_2$
Зовнішні вершин зубців	$d_{ae1}=d_{e1}+2h_{ae}$ $\cos\delta_1=d_{e1}+2m_e \cos\delta_1;$ $d_{ae2}=d_{e2}+2h_{ae}$ $\cos\delta_2=d_{e2}+2m_e \cos\delta_2$
Зовнішні впадин зубців	$d_{fe1}=d_{e1}-2h_{fe} \cos\delta_1=d_1-2,4m_e \cos\delta_1;$ $d_{fe2}=d_{e2}-2h_{fe} \cos\delta_2=d_2-2,4m_e \cos\delta_2$

Розміри елементів конічної зубчастої передачі:

$$\text{зовнішня конусна відстань } R_e = 0,5m_e \sqrt{z_1^2 + z_2^2};$$

$$\text{коефіцієнт ширини зубчастого вінця } K_{be} = \frac{b}{R_e} = 0,25 \dots 0,30;$$

$$\text{ширина зубчастого вінця } b = K_{be} \cdot R_e \text{ за умови, що } b \leq 10m_e;$$

$$\text{середня конусна відстань } R_m = R_e - 0,5b;$$

$$\text{середній коловий модуль зубців } m_m = \frac{m_e \cdot R_m}{R_e};$$

$$\text{середні ділильні діаметри шестірни і колеса } d_{m1} = m_m \cdot z_1;$$

$$d_{m2} = m_m \cdot z_2.$$

Додаткові співвідношення між розмірами елементів конічної зубчастої передачі:

$$\text{передаточне число } u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{d_{m2}}{d_{m1}} = \frac{z_2}{z_1};$$

$$\text{кути при вершинах початкових конусів шестірни та колеса } \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u},$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = u;$$

зовнішня конусна відстань $R_e = \sqrt{\left(\frac{d_{e1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_{e2}}{2}\right)^2} = 0,5d_{e1} \sqrt{1+u^2}$;

ділильні діаметри, виражені через R та u ,

$$d_{e1} = \frac{2R_e}{\sqrt{1+u^2}}, d_{e2} = \frac{2R_e \cdot u}{\sqrt{1+u^2}}; d_{m1} = \frac{2R_m}{\sqrt{1+u^2}}; d_{m2} = \frac{2R_m \cdot u}{\sqrt{1+u^2}};$$

середня конусна відстань, середній коловий модуль та середні ділильні діаметри

$$R_m = R_e - 0,5b = R_e(1 - 0,5K_{be}); m_m = m_e(1 - 0,5K_{be});$$

$$d_{m1} = d_{e1}(1 - 0,5K_{be}); d_{m2} = d_{e2}(1 - 0,5K_{be});$$

число зубців еквівалентних коліс $z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$, $z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$.

Проектний розрахунок конічної прямозубої передачі

Вихідними даними для проектного розрахунку є: номінальне навантаження (обертний момент T_1 на ведучому валі передачі); передаточне число передачі u ; вид передачі (з прямими, тангенціальними чи круговими зубцями); матеріали зубчастих коліс та їх механічні

характеристики; параметр $K_{be} = \frac{b}{R_e}$ або $K_{bd} = \frac{b}{d_{v1}} = \frac{K_{be} \cdot u}{2 - K_{be}}$.

Габаритні розміри конічної зубчастої передачі визначаються зовнішнім ділильним діаметром колеса d_{e2} , мінімальне значення якого знаходять за формулою

$$d_{e2\min} = K_d \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_{H\beta} \cdot u^2}{K_{be}(1 - K_{be})[\sigma]_H^2}},$$

де K_d - допоміжний коефіцієнт, який беруть для сталевих коліс $K_d = 1000 \text{ МПа}^{1/3}$, для чавунних коліс $K_d = 825 \text{ МПа}^{1/3}$, коефіцієнт $K_{H\beta}$ - визначають за табл. 23.7. У цій формулі T_1 беруть у ньютон-метрах (Нм), $[\sigma]_H$ - в мегапаскалях (МПа), значення $d_{e2\min}$ отримують в міліметрах (мм).

Кількість зубців конічної шестірні рекомендовано брати: $z_1=17\dots20$ при $u=1\dots1,5$; $z_1=13\dots18$ при $u=2\dots4$.

Перевірний розрахунок конічної прямозубої передачі

1. Перевірка активних поверхонь зубців на контактну витривалість

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85bd_{m2}}} \leq [\sigma]_H.$$

Коефіцієнти Z_M , Z_H , знаходять так само, як для циліндричних передач. Коефіцієнт Z_ε визначають за залежністю

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}},$$

де коефіцієнт торцевого перекриття ε_α залежить від чисел зубців еквівалентних зубчастих коліс z_{v1} та z_{v2}

$$\varepsilon_\alpha = 1,88 - 3,2 \left[\frac{1}{z_{v1}} + \frac{1}{z_{v2}} \right]$$

2. Перевірка зубців на витривалість при згині

$$\sigma_{Fi} = Y_{Fi} \frac{F_t K_{F\beta} K_{F\alpha}}{0,85bm_m} \leq [\sigma]_{Fi}, \quad (i=1, 2).$$

Коефіцієнти: Y_{F1} , Y_{F2} визначають залежно від z_{v1} , z_{v2} з табл. 23.10; $K_{F\alpha}$ визначають з табл. 23.9; $K_{F\beta}$ – знаходять за табл. 23.7.

Задачі

23.1. Модуль циліндричної прямозубої передачі дорівнює $m = 5$ мм. Кількість зубців шестірні $z_1 = 18$, колеса $z_2 = 47$. Визначити геометричні розміри передачі у випадку зовнішнього зачеплення.

Відповідь: $d_1 = 90$ мм, $d_2 = 235$ мм, $h = 11,25$ мм, $a_w = 162,5$ мм, $d_{a1} = 100$ мм, $d_{a2} = 245$ мм, $d_{f1} = 78,5$ мм, $d_{f2} = 225,5$ мм.

23.2. Діаметр вершин зубчастого прямозубого колеса $d_a = 103,5$ мм, кількість зубців - $z_1 = 21$. Визначити модуль.

Відповідь: $m = 4,5$ мм.

23.3. Міжосьова відстань косозубої передачі $a_w = 200$ мм, нормальний модуль $m_n = 4$ мм, необхідне передаточне число $u = 4,5$. Визначити кількість зубців та кут їх нахилу.

Відповідь: $z_1 = 18$, $z_2 = 81$, $\beta = 8,11^\circ$.

23.4. Обчислити сили, що діють у зачепленні прямозубої циліндричної передачі, яка передає потужність $P = 20$ кВт, частота обертання шестірні $n_1 = 980$ об/хв, дільний діаметр шестірні $d_1 = 120$ мм.

Відповідь: $F_t = 3249$ Н, $F_r = 1183$ Н.

23.5. Обчислити сили, які виникають у зачепленні косозубої циліндричної передачі редуктора. Потужність, яка передається, $P_1 = 10$ кВт, частота обертання шестірні $n_1 = 960$ об/хв, передаточне число $u = 3$. Кількість зубців шестірні $z_1 = 24$, нормальний модуль $m_n = 5,5$ мм, коловий модуль $m_t = 5,56$ мм. Кут зачеплення в нормальному перерізі $\alpha_n = 20^\circ$.

Відповідь: $F_t = 1492$ Н, $F_r = 549$ Н, $F_a = 221$ Н.

23.6. Розрахувати циліндричну прямозубу передачу одноступеневого редуктора (рис. 23.3) за такими даними: обертовий момент на ведучому валу $T_1 = 196$ Нм при кутовій швидкості $\omega_1 = 69$ с⁻¹, передаточне число $u = 4,5$, передача нереверсивна. Навантаження зі значними коливаннями (ЗКН); можливі короточасні перевантаження до 200%.

Розв'язок

1. Вибір матеріалів зубчастих коліс

Вибираємо за табл. 23.1 матеріали шестірні та колеса.

Оскільки за умовою задачі зубчаста передача передає порівняно великий обертовий момент ($T_1 = 196$ Нм), то з метою зменшення габаритів передачі вибираємо сталь з більшою твердістю. Дані для вибраного матеріалу та способу його термообробки заносимо в табл. 23.13.

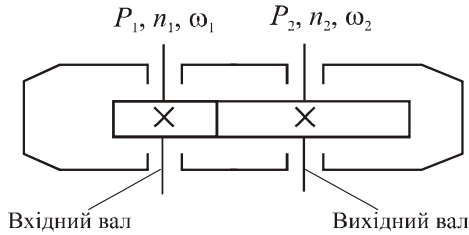


Рис. 23.3

Таблиця 23.13

Матеріал, обробка і твердість шестірни та колеса

Параметр	Шестірня	Колесо
Матеріал	сталь 40X	сталь 40X
Термообробка	Покращання і гартування СВЧ	Покращання і гартування СВЧ
Твердість (за Бринелем або Роквелом)	HRC45	HRC45

2. Визначення допустимих напружень

Допустиме контактне напруження $[\sigma]_H$ визначаємо за формулою

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H \lim b} \cdot Z_R}{S_H}.$$

Границі контактної витривалості для шестірни 1 і колеса 2 знаходимо за формулами, що подані в табл. 23. 4.

$$\sigma_{H \lim b_1} = 18HRC1 + 150 = 18 \cdot 45 + 150 = 960 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{H \lim b_2} = 18HRC2 + 150 = 18 \cdot 45 + 150 = 960 \text{ МПа}.$$

Коефіцієнт шорсткості Z_R шестірни та колеса при шорсткості поверхні зубців $R_a = 2,5 \dots 1,25$ приймаємо $Z_R = 0,95$.

Коефіцієнт запасу приймаємо $S_H = 1,1$ (зубці однорідної структури).

Тоді допустимі контактні напруження для шестірни та колеса

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{H \lim b1} \cdot Z_R}{S_H} = \frac{960 \cdot 0,95}{1,1} = 829 \text{ МПа} ;$$

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{H \lim b2} \cdot Z_R}{S_H} = \frac{960 \cdot 0,95}{1,1} = 829 \text{ МПа} .$$

За розрахункове значення приймаємо $[\sigma]_H = 829 \text{ МПа}$.

Визначаємо допустиме граничне контактне напруження $[\sigma]_{H \max}$.

$$[\sigma]_{H \max} = 2,8\sigma_T = 2,8 \cdot 750 = 2100 \text{ МПа} ,$$

де враховано, що для сталі 40X $\sigma_T = 750 \text{ МПа}$.

Визначаємо допустимі напруження для розрахунку зубців на витривалість при згині

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{F \lim b}}{S_F} .$$

Границі витривалості зубців при згині для шестірні 1 і колеса 2 визначаємо за табл. 23.6.

Для сталі 40X після об'ємного гартування

$$\sigma_{F \lim b1} = \sigma_{F \lim b2} = 600 \text{ МПа} .$$

Вибираємо коефіцієнт запасу S_F при ймовірності неруйнування 0,9

$$S_F = 1,7 .$$

Тоді

$$[\sigma]_{F1} = [\sigma]_{F2} = \frac{600}{1,7} = 353 \text{ МПа} .$$

Знаходимо величину граничного допустимого напруження зубців при згині $[\sigma]_{F \max}$

$$[\sigma]_{F \max} = \frac{\sigma_{F \lim M}}{S_F} ,$$

де граничні напруження $\sigma_{F \lim M}$, що не спричиняють залишкових деформацій або крихкої поломки зубця, для сталі після гартування СВЧ рівні

$$\sigma_{F \lim M1} = \sigma_{F \lim M2} = 6,0 \cdot 450 = 2700 \text{ МПа} .$$

Тоді

$$[\sigma]_{F1\max} = [\sigma]_{F2\max} = \frac{2700}{1,7} = 1588 \text{ МПа} .$$

3. Проектний розрахунок зубчастої передачі

Випишемо вихідні дані для розрахунку: обертовий момент на ведучому валу зубчастої передачі $T_1 = 196 \text{ Нм}$; передаточне число передачі $u = 4,5$; вид передачі – косозуба; матеріал коліс – сталь 40Х, термообробка - покращання і гартування СВЧ; твердість: шестірні HRC45, колеса – HRC45, допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 829 \text{ МПа}$.

Вибираємо параметр ширини вінців зубчастих коліс ψ_{ba} . Для косозубих коліс $\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,5$. Приймаємо $\psi_{ba} = 0,4$. Тоді

$$\psi_{bd} = 0,5\psi_{ba}(u+1) = 0,5 \cdot 0,4(4,5+1) = 1,1 < 1,5 .$$

Умова обмеження ψ_{bd} виконується.

Визначаємо розрахункове значення мінімальної міжосьової відстані передачі за формулою

$$a_{w\min} = K_a(u+1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{u \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma]_H^2}} .$$

Значення коефіцієнтів:

$K_a = 430 \text{ МПа}^{1/3}$ - сталеві косозубі колеса; $K_{H\beta} = 1,045$ - з табл. 23.7 при $\psi_{bd} = 1,1$ та $H_1, H_2 > 350 \text{ НВ}$ і симетричному розташуванні коліс відносно опор.

Тоді

$$a_{w\min} = 430(4,5+1) \sqrt[3]{\frac{196 \cdot 1,045}{4,5 \cdot 0,4 \cdot 829^2}} = 129,86 \text{ мм} .$$

Приймаємо $a_w = 130 \text{ мм}$.

Вибираємо число зубців шестірні $z_1 = 20$.

Тоді число зубців колеса

$$z_2 = u \cdot z_1 = 4,5 \cdot 20 = 90 .$$

Визначаємо розрахункове значення нормального модуля передачі

$$m'_n = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{z_1 + z_2} ,$$

де кут нахилу зубців $\beta=8^\circ \dots 20^\circ$. Попередньо приймаємо $\beta=15^\circ$.

Тоді

$$m'_n = \frac{2 \cdot 130 \cdot \cos 15^\circ}{20 + 90} = 2,28 \text{ мм}.$$

За знайденим розрахунковим значенням модуля m'_n з табл. 23.8 вибираємо стандартне значення модуля

$$m_n = 2,25 \text{ мм}.$$

Визначаємо фактичний кут нахилу зубців коліс

$$\cos \beta = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cdot a_w} = \frac{2,25(20 + 90)}{2 \cdot 130} = 0,9519.$$

Дійсний кут $\beta = 17,8386^\circ$.

Визначаємо попередні значення основних параметрів зубчастої передачі:

- ділильні діаметри шестірні і колеса

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{2,25 \cdot 20}{0,9519} = 47,27 \text{ мм},$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = \frac{2,25 \cdot 90}{0,9519} = 212,73 \text{ мм};$$

- ширина зубчастих вінців

колеса $b_2 = \Psi_{ba} \cdot a_w = 0,4 \cdot 130 = 52 \text{ мм}$; приймаємо $b_2 = 52 \text{ мм}$;

шестірні $b_1 = b_2 + 2 \text{ мм} = 52 + 2 = 54 \text{ мм}$;

- колова швидкість зубчастих коліс

$$v = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2} 10^{-3} = \frac{69 \cdot 47,27}{2} 10^{-3} = 1,63 \text{ м/с};$$

- призначаємо ступінь точності зубчастої передачі. Оскільки

$v = 1,63 \text{ м/с} < 10 \text{ м/с}$, то для даної косозубої передачі вибираємо 8-й

ступінь точності.

- коефіцієнт торцевого перекриття

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta =$$

$$= \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{90} \right) \right] 0,9519 = 1,68; \varepsilon_\alpha > 0,9;$$

- колова сила в зачепленні коліс

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} 10^3 = \frac{2 \cdot 196}{47,27} 10^3 = 8293 \text{ Н}.$$

4. Перевірний розрахунок зубчастої передачі

Для перевірки активних поверхонь зубців на контактну витривалість визначаємо контактне напруження σ_H за формулою

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\nu} (u+1)}{b_2 d_2}}.$$

Знаходимо значення коефіцієнтів: $Z_M = 275 \text{ МПа}^{1/2}$ - при спряженні сталевих

колес; $Z_H = 1,77 \cos \beta = 1,77 \cdot 0,9519 = 1,685$;

$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,68}} = 0,77$; $K_{H\beta} = 1,045$; $K_{H\nu}$ - коефіцієнт динамічного

навантаження зубців визначаємо за табл. 23.9. При 8 ступені точності, твердості колеса $H_2 \geq 40 \text{ HRC}$, коловій швидкості $\nu = 1,63 \text{ м/с}$ для косозубих коліс $K_{H\nu} = 1,01$.

Тоді

$$\sigma_H = 275 \cdot 1,685 \cdot 0,77 \sqrt{\frac{8293 \cdot 1,045 \cdot 1,01 (4,5+1)}{52 \cdot 212,73}} = 742,5 \text{ МПа}.$$

Перевіряємо умову контактної витривалості активних поверхонь зубців

$$\sigma_H = 742,5 \text{ МПа} < [\sigma]_H = 829 \text{ МПа}.$$

Умова контактної витривалості виконується.

Визначаємо відносну різницю δ % між дійсним і допустимим контактним напруженнями за формулою

$$\delta \% = \frac{\sigma_H - [\sigma]_H}{[\sigma]_H} \cdot 100 \% = \frac{742,5 - 829}{829} 100 \% = -10,4 \%.$$

Активні поверхні зубців недовантажені в допустимих межах.

Перевірку активних поверхонь зубців на контактну міцність виконуємо за найбільшими контактними напруженнями

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{1 \max}}{T_1}} = \sigma_H \sqrt{K_n} = 742,5\sqrt{2} = 1050 \text{ МПа},$$

де $K_n = 2$ - коефіцієнт перевантаження.

Перевіряємо виконання умови контактної міцності

$$\sigma_{H \max} = 1050 \text{ МПа} < [\sigma]_{H \max} = 2100 \text{ МПа}.$$

Умова виконується.

Для перевірки зубців на витривалість при згині визначаємо розрахункові напруження згину σ_{F1} для шестірні і σ_{F2} для колеса за формулами

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} \cdot Y_\beta \frac{F_t \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv}}{b_2 \cdot m_n}, \quad \sigma_{F2} = \sigma_{F1} \cdot \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}}.$$

Значення параметрів: $m_n = 2,25$ мм, $b_2 = 52$ мм, $F_t = 8293$ Н, при твердості $H_1, H_2 > 300\text{HB}$ і коефіцієнті ширини $\psi_{bd} = 1,1$ з табл. 23.7 знаходимо $K_{F\beta} = 1,09$; коефіцієнт K_{Fv} визначаємо з табл. 23.9; при твердості $H_2 > 40\text{HRC}$, 8 ступені точності передачі і коловій швидкості $v = 1,63 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ для косозубої передачі знаходимо $K_{Fv} = 1,015$; коефіцієнти форми зубців шестірні Y_{F1} і колеса Y_{F2} , що залежать від еквівалентного числа зубців z_{v1} шестірні і z_{v2} колеса, визначаються з табл. 23.10. При $z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{20}{0,9519^3} = 23,19$ отримаємо $Y_{F1} = 3,92$, при $z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{90}{0,9519^3} = 104,34$ матимемо $Y_{F2} = 3,61$; коефіцієнт нахилу зубців Y_β визначаємо за формулою

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{140^0} = 1 - \frac{17,8429^0}{140^0} = 0,8726.$$

Тоді

$$\sigma_{F1} = 3,92 \cdot 0,8726 \frac{8293 \cdot 1,09 \cdot 1,015}{52 \cdot 2,25} = 268 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{F2} = 268 \cdot \frac{3,61}{3,92} = 247 \text{ МПа}.$$

Перевіряємо умови витривалості зубців при згині

$$\sigma_{F1} = 268 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{F1} = 353 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma_{F2} = 247 \text{ МПа} \leq [\sigma]_{F2} = 353 \text{ МПа} .$$

Умови виконуються.

Перевірка зубців на міцність при згині при короткочасних перевантаженнях.

Визначаємо напруження згину при перевантаженнях з коефіцієнтом $K_n=2$

$$\sigma_{F1\max} = \sigma_{F1} \cdot K_n = 268 \cdot 2 = 536 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma_{F2\max} = \sigma_{F2} \cdot K_n = 247 \cdot 2 = 494 \text{ МПа} .$$

Перевіряємо умови міцності

$$\sigma_{F1\max} = 536 \text{ МПа} < [\sigma]_{F1\max} = 1588 \text{ МПа} ;$$

$$\sigma_{F2\max} = 494 \text{ МПа} < [\sigma]_{F2\max} = 1588 \text{ МПа} .$$

Умови міцності виконуються.

Висновок. Оскільки всі чотири умови міцності виконуються, то міцність і витривалість зубчастих коліс забезпечена.

Визначаємо розмір зубців коліс та розміри вінців пари зубчастих коліс.

За формулами табл.23.2, 23.3 визначаємо розміри зубця і вінців пари коліс зубчастої передачі.

Висота головки зубця $h_a = m_n = 2,25 \text{ мм} ;$

Висота ніжки зубця $h_f = 1,25m_n = 1,25 \cdot 2,25 = 2,8125 \text{ мм} ;$

Висота зубця $h = h_a + h_f = 2,25 + 2,8125 = 5,0625 \text{ мм} ;$

Ділильні діаметри: шестірні $d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{2,25 \cdot 20}{0,9519} = 47,27 \text{ мм} ;$

колеса $d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = \frac{2,25 \cdot 90}{0,9519} = 212,73 \text{ мм} ;$

Діаметри вершин зубців: шестірні

$$d_{a1} = d_1 + 2m_n = 47,27 + 2 \cdot 2,25 = 51,77 \text{ мм} ;$$

колеса

$$d_{a2} = d_2 + 2m_n = 212,73 + 2 \cdot 2,25 = 217,23 \text{ мм} ;$$

Діаметри впадин: шестірні

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m_n = 47,27 - 2,5 \cdot 2,25 = 41,645 \text{ мм} ;$$

колеса

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m_n = 212,73 - 2,5 \cdot 2,25 = 207,105 \text{ мм}.$$

Міжосьова відстань передачі

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5(47,27 + 212,73) = 130 \text{ мм}.$$

Розрахунок сил у зачепленні зубців передачі.

Колова сила $F_t = 8293 \text{ Н}$.

$$\text{Радіальна сила } F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} = 8293 \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{0,9519} = 3171 \text{ Н},$$

де кут зачеплення пари коліс $\alpha = 20^\circ$.

$$\text{Осьова сила } F_a = F_t \operatorname{tg} \beta = 8293 \operatorname{tg} 17,8386^\circ = 2669 \text{ Н}$$

23.7. Розрахувати закриту циліндричну прямозубу нереверсивну передачу, яка передає потужність $P = 20 \text{ кВт}$, частота обертання

ведучого вала $n_1 = 980 \text{ об/хв}$, частота обертання веденого вала

$$n_2 = 245 \text{ об/хв}.$$

23.8. Виконати перевірку активних поверхонь сталевих зубців прямозубої передачі на контактну витривалість та на витривалість при згині. Вихідні дані: ділильні діаметри та числа зубців коліс

$$d_1 = 120 \text{ мм}, \quad z_1 = 48, \quad z_2 = 144, \quad \text{ширина колеса } b_2 = 72 \text{ мм},$$

обертовий момент $T_1 = 423 \text{ Нм}$. Допустимі напруження

$$[\sigma]_H = 420 \text{ МПа}, \quad [\sigma]_F = 180 \text{ МПа}.$$

Твердість коліс передачі: шестірні НВ280, колеса НВ260, розміщення коліс відносно опор симетричне. Ступінь точності – 8.

$$\text{Відповідь: } \sigma_H = 387 \text{ МПа} < [\sigma]_H = 420 \text{ МПа},$$

$$\sigma_F = 158 \text{ МПа} < [\sigma]_F = 180 \text{ МПа}.$$

23.9. Розрахувати закриту циліндричну косозубу нереверсивну передачу, яка передає потужність $P = 9 \text{ кВт}$. Частоти обертання валів:

$$\text{ведучого } n_1 = 1200 \text{ об/хв}, \quad \text{веденого } n_2 = 480 \text{ об/хв}.$$

23.10. З умови контактної витривалості зубців визначити обертовий момент, який може передати одноступеневий циліндричний редуктор з прямими зубцями. Вихідні дані: число зубців і ділильний діаметр

шестірни $z_1 = 23$, $d_1 = 92$ мм, передаточне число $u = 4$, коефіцієнт ширини зубчастих коліс $\psi_{ba} = 0,4$. Колеса сталеві. Допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 430$ МПа. Коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження $K_{H\beta} = 1,04$.

Відповідь: $T_1 = 228$ Нм.

23.11. Обчислити допустиму потужність закритої нереверсивної прямозубої циліндричної передачі з умови контактної витривалості зубців, якщо частота обертання ведучого вала $n_1 = 1500$ об/хв, $z_1 = 23$, $z_2 = 92$, $m = 4$ мм, матеріал – сталь 45, термообробка – покращання для шестірни та нормалізація для колеса.

23.12. Визначити зовнішній модуль і кути при вершинах початкових конусів конічної прямозубої пари коліс. Вихідні дані: зовнішня конусна відстань $R_e = 158$ мм, числа зубців $z_1 = 25$, $z_2 = 75$. Передача ортогональна.

Відповідь: $m_e = 4$ мм, $\delta_1 = 18,435^\circ$, $\delta_2 = 71,565^\circ$.

23.13. Визначити еквівалентні числа зубців в конічній передачі, якщо число зубців шестірни $z_1 = 20$, число зубців колеса $z_2 = 40$, зубець прямий.

Відповідь: $z_{v1} = 21,82$, $z_{v2} = 89,44$.

23.14. Обчислити основні геометричні параметри конічної прямозубої передачі, яка передає потужність $P_1 = 7$ кВт, частота обертання шестерні $n_1 = 980$ об/хв, колеса $n_2 = 392$ об/хв, число зубців шестірни $z_1 = 22$. Зовнішній модуль $m_e = 3$ мм.

Відповідь: $d_{e1} = 66$ мм, $d_{e2} = 165$ мм, $R_e = 88,855$ мм, $\delta_1 = 21,8^\circ$, $\delta_2 = 68,2^\circ$.

23.15. Визначити сили, що діють у зачепленні конічної прямозубої передачі, яка передає потужність $P_1 = 4,63$ кВт, передаточне число передачі $u = 2,5$, число зубців колеса $z_2 = 80$. Частота обертання

ведучого вала $n_1 = 650 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$, зовнішній коловий модуль $m_e = 4$ мм. Коефіцієнт ширини зубчастого вінця $K_{be} = 0,285$.

Відповідь: $F_t = 1239$ Н, $F_{a1} = F_{r2} = 181$ Н,
 $F_{r1} = F_{a2} = 419$ Н.

23.16. Виконати проектний розрахунок конічної ортогональної прямозубої передачі при таких даних: $P_1 = 18 \text{кВт}$, $\omega_1 = 100 \text{с}^{-1}$, $u = 1,8$. Матеріал коліс – сталь 45Х, $[\sigma]_H = 509 \text{МПа}$.

Тема 24. Черв'ячні передачі. Теоретична довідка

Передавання обертового моменту між валами, осі яких мимобіжні в просторі, найчастіше здійснюється за допомогою черв'ячної передачі. Передача складається з черв'яка 1 та черв'ячного колеса 2 (рис. 24.1).



Рис. 24.1

Черв'як – гвинт з різьбою, нарізаною на циліндрі (архімедовий, конволютний, евольвентний) чи на глобоїді.

Архімедовий черв'як – циліндричний гвинт з трапецеїдальним профілем різьби. В торцевому перерізі витки черв'яка окреслені архімедовою спіраллю. *Конволютний черв'як* – циліндричний гвинт з прямолінійним окресленням профілю впадин чи витків в перерізі, нормальному до бічної поверхні різьби. *Евольвентний черв'як* – профіль витків окреслений евольвентою. *Глобоїдний черв'як* – гвинт, нарізаний на поверхні тора (глобоїда). У центральній осьовій площині черв'яка витки мають прямолінійний профіль. Передача з таким черв'яком – глобоїдна.

Черв'яки для силових передач виготовляють з якісних вуглецевих сталей (45, 50, 40Г2) або легованих сталей (40Х, 40ХН, 35ХГСА) з подальшою термообробкою для забезпечення високої твердості ($H_1 \geq (45 \dots 55)HRC$).

Черв'ячне колесо має увігнутий обід, що сприяє охопленню витків черв'яка. Вінці черв'ячних коліс виготовляють переважно з бронзи, а також з латуні чи чавуну. Механічні характеристики матеріалів зубців черв'ячних коліс та допустимі напруження подані в табл. 24.1.

Таблиця 24.1

Механічні характеристики матеріалів для зубців черв'ячних коліс

Матеріал вінця черв'ячн ого колеса	С п о с і б в і д л и - в а н н я	Гра ни ця міц - нос ті $\sigma_{\text{мц}}$, М Па	Гра ни ця тек у чос ті σ_{T} М Па	[σ] _H , МПа, при твердості черв'яка		[σ] _F , МПа, При навантаженні		[σ] _H max МП а	[σ] _F max МП а
				$H_1 \geq 4$ 5HRC	$H_1 < 45$ HRC	реверс ивному	нерев ерсив ному		
БрО10Н 1Ф1	ц	285	165	0,9K _H L $\sigma_{\text{мц}}c_v$	0,75K _H L $\sigma_{\text{мц}}c_v$	K _{FL} (0,0 8 $\sigma_{\text{мц}}+$ +0,25 σ_{T})	0,16K FL $\sigma_{\text{мц}}$	4 σ_{T}	0,8 σ_{T}
БРО10Ф 1	к з	275 230	200 140						
БрО5Ц5 С5	к з	200 145	90 80						
БрА10Ж 4Н4	ц к	700 650	460 430	300- 25 v_s	275- 25 v_s				
БрА10Ж 3Мц1,5	к з	550 450	360 300						
БрА9Ж3 Л	ц к з	530 500 425	245 230 195						
СЧ 18 СЧ 15	з з	355 315	- -	- -	175- -35 v_s	0,12K _{FL} $\sigma_{\text{мц}}$	0,075 K _{FL} $\sigma_{\text{мц}}$ ц	1,65 $\sigma_{\text{мц}}$	0,75 $\sigma_{\text{мц}}$

Примітки: 1. Позначення способів відливання: ц – відцентровий; к – у
кокіль; з – у землю.
2. Для бронзи $\sigma_{\text{мц}}$ і σ_{T} – при розтягу; для чавуну $\sigma_{\text{мц}}$ – при згині.
3. Швидкість ковзання $v_s = (4\omega_1 / 10^3) \sqrt[3]{T_2}$, м/с.
4. Коефіцієнт інтенсивності спрацювання зубців: $c_v=0,95$ при $v_s=5$ м/с;

Продовження таблиці 24.1

$c_v=0,88$ при $v_s=6$ м/с;

$c_v=0,83$ при $v_s=7$ м/с; $c_v=0,80$ при $v_s=8$ м/с.

5. Коефіцієнт довговічності при розрахунку на контактну міцність

$K_{HL} = \sqrt[8]{10^7 / N_\Sigma}$, де сумарна кількість циклів навантаження зубців за строк служби h , год, передачі $N_\Sigma = 1800 \cdot \omega \cdot h / \pi$.

6. Коефіцієнт довговічності при розрахунку на згин $K_{FL} = \sqrt[9]{10^6 / N_\Sigma}$.

7. Для всіх черв'ячних передач незалежно від матеріалу зубця колеса при розміщенні черв'яка поза масляною ванною значення $[\sigma]_H$ зменшують на 15%.

*Геометричні співвідношення в черв'ячній передачі з
циліндричним архімедовим черв'яком*

Основні геометричні параметри черв'яка та черв'ячного колеса представлені на рис. 24.2.

Крок черв'яка та черв'ячного колеса p - відстань між однойменними точками двох сусідніх витків профілю різьби черв'яка.

Модуль, який для черв'яка є осьовим, а для колеса - коловим,

$$m = \frac{p}{\pi}$$

Кількість витків різьби черв'яка z_1 , $z_1 = 1, 2, 4$.

Хід гвинтової лінії витка черв'яка

$$p_{z_1} = p \cdot z_1$$

Дільний діаметр черв'яка

$$d_1 = m \cdot q,$$

де q - коефіцієнт діаметра (значення m і q стандартизовані, табл. 24.2).

Тангенс дільного кута підйому лінії витка

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q}$$

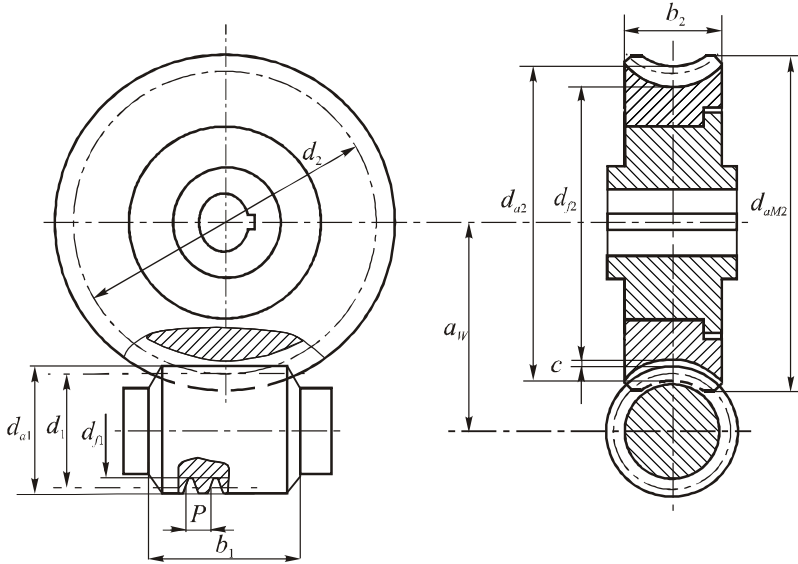


Рис. 24.2

Слід зазначити, що кут нахилу зубців черв'ячного колеса дорівнює ділильному куту підйому витка черв'яка.

Передаточне число черв'ячної передачі

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1 \operatorname{tg} \gamma} = \frac{z_2}{z_1},$$

де d_2 - ділильний діаметр черв'ячного колеса (табл. 24.4).

Таблиця 24.2

Відповідність модулів m і коефіцієнтів q

m , мм	q , мм	m , мм	q , мм
2	8; 10; 12; 12,5; 16; 20	5	8; 10; 12,5; 16; 20
2,5	8; 10; 12; 12,5; 16; 20	6	9; 10
3	10; 12	6,3	8; 10; 12,5; 14; 16; 20
3,15	8; 10; 12,5; 16; 20	7	12
3,5	10; 12*; 14*	8	8; 10; 12,5; 16; 20
4	8; 9; 10; 12*; 12,5; 16; 20	10	8; 10; 12,5; 16; 20

* Тільки для числа витків $z_1=1$

Розміри елементів витків черв'яка обчислюють за формулами, що наведені в табл. 24.3. Основні розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса знаходять за формулами, що зведені в табл.24.4.

Таблиця 24.3

Розміри елементів витка	
Елементи витка, мм	Черв'як
Висота: головки ніжки витка	$h_a=m$ $h_f=1,2m$ $h=h_a+h_f=2,2m$
Радіальний зазор	$c=0,2m$
Радіус кривизни перехідної кривої	$\rho_f=0,3m$

Таблиця 24.4

Основні розміри вінців		
Діаметри вінців, мм	Черв'як	Черв'ячне колесо
Ділильні	$d_1=mq$	$d_2=mz_2$
Вершин	$d_{a1}=d_1+2h_a=d_1+2m$;	$d_{a2}=d_2+2h_a=d_2+2m$
Впадин	$d_{f1}=d_1-2h_f=d_1-2,4m$;	$d_{f2}=d_2-2h_f=d_2-2,4m$

Довжина нарізаної частини черв'яка:

при $z_1=1, 2$: $b_1 \geq (11+0,06z_2)m$;

при $z_1=4$: $b_1 \geq (12,5+0,09z_2)m$.

Ширина вінця черв'ячного колеса b_2 і найбільший діаметр колеса d_{aM2} визначаються із співвідношень:

при $z_1=1$: $b_2 \leq 0,75d_{a1}$; $d_{aM2} \leq d_{a2}+2m$;

при $z_1=2$: $b_2 \leq 0,75d_{a1}$; $d_{aM2} \leq d_{a2}+1,5m$;

при $z_1=4$: $b_2 \leq 0,67d_{a1}$; $d_{aM2} \leq d_{a2}+m$.

Проектний розрахунок черв'ячної передачі з циліндричним черв'яком

Проектний розрахунок виконують для знаходження міжосьової відстані a_w (рис. 24.2), яка є основним чинником, що визначає габаритні розміри передачі, виходячи з умови контактної витривалості зубців черв'ячного колеса

$$\sigma_H \leq [\sigma]_H.$$

Формула для визначення мінімальної міжосьової відстані передачі має вигляд

$$a_{w\min} = K_a \left(z_2 / q + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_\beta q^2}{z_2^2 [\sigma]_H^2}},$$

де допоміжний коефіцієнт K_a залежить від поєднання матеріалів черв'яка та черв'ячного колеса. Для матеріалів сталь - бронза $K_a=310$ МПа^{1/3}, для матеріалів сталь – чавун $K_a=315$ МПа^{1/3}.

Кількість зубців черв'ячного колеса z_2 вибирають в межах $28 \leq z_2 \leq 125$.

Кількість витків черв'яка z_1 ($z_1=1, 2, 4$) при відомому передаточному числі u вибирається з умови, щоб z_2 перебувало у зазначених вище межах.

Коефіцієнт K_β , який враховує розподіл навантаження по ширині в'язця черв'ячного колеса, визначають за залежністю

$$K_\beta = 1 + (z_2 / \theta)^3 (1 - x),$$

де θ - коефіцієнт деформації черв'яка, який при відомих q і z_1 знаходять з табл. 24.5, x - коефіцієнт, що враховує вплив режиму роботи передачі на припрацювання зубців. Для типових режимів навантаження: $x=1$ для постійного режиму (П), $x=0,77$ - для важкого режиму (В), $x=0,6$ - для середнього рівно-ймовірного режиму (СР), $x=0,5$ - для середнього нормального режиму, $x=0,31$ - для легкого режиму (Л).

Таблиця 24.5

Коефіцієнти деформації черв'яка

Кількість витків черв'яка, z_1	Коефіцієнт деформації θ при коефіцієнті діаметра q						
	8	9	10	12	12,5	14	16
1	72	89	108	138	157	179	194
2	57	71	86	112	125	149	163
4	47	58	70	93	101	120	131

За обчисленою мінімальною міжосьовою відстанню розраховують модуль черв'ячної передачі

$$m = 2a_{w \min} / (q + z_2).$$

та узгоджують отримане значення зі стандартним значенням модуля (табл. 24.2).

Перевірний розрахунок передачі черв'ячної передачі

Активні поверхні зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість перевіряють за умовою

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_{t2} K_\beta K_v}{b_2 d_2}} \leq [\sigma]_H,$$

де Z_M - коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка та черв'ячного колеса: при поєднанні матеріалів сталь - бронза $Z_M = 210 \text{ МПа}^{\frac{1}{2}}$; при поєднанні сталь-чавун $Z_M = 215 \text{ МПа}^{\frac{1}{2}}$; Z_H - коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків черв'яка та зубців колеса, $Z_H = 1,8$ для усереднених значень γ ; Z_ε - коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній в зачепленні, у розрахунках беруть $Z_\varepsilon = 0,75$; K_β - коефіцієнт, який враховує розподіл навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса, K_v - коефіцієнт динамічного навантаження для черв'ячної передачі (табл. 24.6).

Таблиця 24.6

Ступінь точності передачі	Значення коефіцієнтів K_v			
	Коефіцієнти K_v при швидкості ковзання v_s , м/с			
	$\geq 1,5$	1,5–3,0	3,0–7,5	7,5–12
6	-	-	1,0	1,1
7	1,0	1,0	1,1	1,2
8	1,15	1,25	1,4	-
9	1,25	-	-	-

У розрахунках допускається

$$0,8[\sigma]_H < \sigma_H < 1,05[\sigma]_H.$$

Якщо ця умова не виконується, то слід змінити розміри передачі.

Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність при дії максимального навантаження виконується аналогічно до такого ж розрахунку зубчастих передач.

Умова витривалості зубців черв'ячного колеса при згині має вигляд

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_{t2} K_\beta K_v}{b_2 m} \leq [\sigma]_F,$$

де Y_F - коефіцієнт форми та підвищеної міцності зубців черв'ячного колеса, що залежить від еквівалентного числа зубців $z_v = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$ (табл.

24.7), Y_ε - коефіцієнт перекриття, який у розрахунках $Y_\varepsilon = 0,75$, Y_β - коефіцієнт нахилу зубців черв'ячного колеса, який можна приймати $Y_\beta \approx 0,95$ або розраховувати за формулою $Y_\beta = (1 - \gamma/140) / \cos \gamma$. Коефіцієнти K_β і K_v ті самі, що й в попередньому розрахунку.

Таблиця 24.7

Коефіцієнти Y_F форми зубців черв'ячного колеса

z_d	Y_F	z_d	Y_F	z_d	Y_F
28	1,80	37	1,61	60	1,40
30	1,76	40	1,55	80	1,34
32	1,71	45	1,48	100	1,30
35	1,64	53	1,45	150	1,27

Перевірку міцності зубців при згині максимальним навантаженням виконують за умовою

$$\sigma_{F \max} = \sigma_F \frac{T_{2 \max}}{T_2} \leq [\sigma]_{F \max}.$$

Загальний коефіцієнт корисної дії передачі визначається за формулою

$$\eta = (0,95 \div 0,96) \operatorname{tg} \gamma / \operatorname{tg} (\gamma + \varphi').$$

Зведений кут тертя φ' знаходять залежно від v_s за табл. 24.8.

Таблиця 24.8

Зведені кути тертя φ'

$v_s, \text{м/с}$	φ'	$v_s, \text{м/с}$	φ'
0,1	4° 34' - 5° 09'	4	1° 19' - 1° 43'
1,0	2° 35' - 3° 08'	7	1° 02' - 1° 29'
2	2° 00' - 2° 35'	10	0° 55' - 1° 22'
3	1° 36' - 2° 00'	15	0° 48' - 1° 09'

Перевірку черв'яка на жорсткість виконують за умовою

$$y \leq [y],$$

де y - розрахункова стріла прогину черв'яка, $[y]$ - допустима стріла прогину за умови нормальної роботи зачеплення.

Стрілу прогину для розрахункової схеми черв'яка, як балки на двох шарнірних опорах, що навантажена посередині прольоту, знаходять за формулою

$$y = \frac{F \ell^3}{48EI_o},$$

де $F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2}$ - рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку,

$\ell \approx (0,8 \dots 1,0)d_2$ - орієнтовна відстань між опорами черв'яка, E -

модуль пружності матеріалу черв'яка, $I_o = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64}$ - осьовий момент

інерції перерізу черв'яка без урахування впливу витків.

Допустиму стрілу прогину черв'яка визначають залежно від модуля

$$[y] = (0,01...0,005)m .$$

Розрахунок глобоїдної черв'ячної передачі

Основні параметри глобоїдних передач (рис. 24.3) з кутом перехресування осей черв'яка та колеса регламентуються стандартом (табл. 24.9). Стандартом регламентовані такі параметри: a - міжосьова відстань, u - номінальне передаточне число, d_{a2} - діаметр вершин зубців колеса, b - ширина вінця колеса. Модулі глобоїдних передач не стандартизовані.

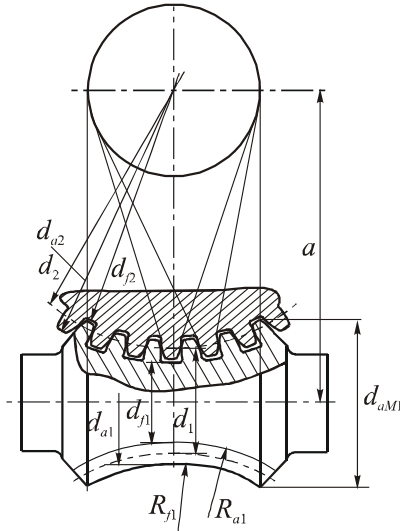


Рис. 24.3

Таблиця 24.9

Основні параметри глобоїдних передач з кутом 90^0 перехресування осей черв'яка та колеса

1. Міжосьова відстань, мм

1 ряд	40	50	63	80	100	125	160	200	250
2 ряд	-	-	-	-	-	140	180	225	280
1 ряд	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	-
2 ряд	355	450	560	710	900	1120	1400	-	-

Примітка. Слід віддавати перевагу 1-му ряду.

2. Номінальні передаточні числа

1 ряд	-	-	12,5	16	20	25	31,5	40	50	63	80
2 ряд	10	11,2	14	18	22,4	28	35,5	45	56	71	90

Примітка. 1. Для міжосьових відстаней $a = 40 \dots 630$ мм стандартом не передбачаються передаточні числа $u = 80$ та $u = 90$, для $a = 710 \dots 1600$ мм не передбачається $u = 10$ та $u = 11,2$.

2. Передаточні числа 2-го ряду за можливості не застосовувати.

3. Фактичні значення передаточних чисел не повинні відрізнятись від номінальних більше ніж на 4%.

Продовження таблиці 24.9

3. Діаметри вершин зубців d_{a2} і ширина коліс b_2 , мм

a	d_{a2}	b_2	d_{a2}	b_2
	1 ряд		2 ряд	
40	62	15	54	22
50	80	17	72	24
63	103	19	95	26
80	133	21	124	30
100	170	24	160	34
125	215	28	205	38
140	242	31	230	42
160	278	34	265	45
180	312	38	300	50
200	348	42	335	55
225	392	47	378	60
250	435	55	420	68
280	490	60	470	75
315	550	65	530	85
355	620	75	595	95
400	700	85	670	110
450	790	95	760	120
500	880	105	840	140
560	980	120	940	150
630	1100	135	1060	170
710	1240	150	1200	190
800	1400	170	1360	210
900	1580	190	1520	240
1000	1750	210	1690	260
1120	1970	230	1910	280
1250	2210	250	2150	300
1400	2480	280	2400	340
1600	2850	300	2770	380

Примітка. 1. Слід віддавати перевагу 1-му ряду. 2. Для $a > 630$ мм величини d_{a2} і b_2 є рекомендованими.

Продовження таблиці 24.9

4. Рекомендовані відношення числа зубців колеса z_2 до числа заходів червяка z_1

u	a , мм		u	a , мм	
	40...630	710...1600		40...630	710...1600
	$z_2 : z_1$	$z_2 : z_1$		$z_2 : z_1$	$z_2 : z_1$
10	40:4	-	31,5	63:2	61:2
11,2	35:3	-	35,5	35:1	71:2
12,5	37:3	49:4	40	40:1	79:2
14	42:3	55:4	45	45:1	91:2
16	48:3	49:3	50	50:1	49:1
18	35:2	55:3	56	56:1	55:1
20	40:2	61:3	63	63:1	61:1
22,4	45:2	67:3	71	71:1	71:1
25	50:2	49:2	80	-	79:1
28	56:2	55:2	90	-	91:1

5. Число зубців колеса z' , які охоплюються черв'яком

z_2	35-42	45-50	55-67	71-79	91
z'	4	5	6	7	8

Продовження таблиці 24.9

6. Рекомендовані значення робочої висоти зубця колеса h та висоти головки зубця колеса h_{a2} , мм

a	z_2													
	35 ÷ 37		40 ÷ 42		45		49;50		55;56		61 ÷ 63		67 ÷ 71	
	h	h_{a2}	h	h_{a2}	h	h_{a2}	h	h_{a2}	h	h_{a2}	h	h_{a2}	h	h_{a2}
100	8	3,2	7	2,8	6	2,5	5,5	2,5	5	2	4,5	2	4	1,6
125	10	4	9	3,5	8	3,2	7	2,8	6	2,5	5,5	2,2	5	2
140	11	4,5	10	4	9	3,5	8	3,2	7	2,8	6	2,5	5,5	2,2
160	12	5	11	4,5	10	4	9	3,5	8	3	7	2,8	6	2,5
180	14	5,5	12	5	11	4,5	10	4	9	3,2	8	3	7	2,8
200	16	6	14	5,5	12	5	11	4,5	10	3,5	9	3,2	8	3

Продовження таблиці 24.9

225	18	6,5	16	6	14	5,5	12	5	11	4	10	3,5	9	3,2
250	20	7	18	6,5	16	6	14	5,5	12	4,5	11	4	10	3,5
280	22	8	20	7	18	6,5	16	6	14	5	12	4,5	11	4
315	25	9	22	8	20	7	18	6,5	16	5,5	14	5	12	4,5
355	28	10	25	9	22	8	20	7	18	6	16	5,5	14	5
400	32	11	28	10	25	9	22	8	20	6,5	18	6	16	5,5
450	36	12	32	11	28	10	25	9	22	7	20	6,5	18	6
500	40	13	36	12	32	11	28	10	25	8	22	7	20	6,5
560	45	14	40	13	36	12	32	11	28	9	25	8	22	7
630	50	15	45	14	40	13	36	12	32	10	28	9	25	8

Розрахунок зубців черв'ячного колеса глобоїдних передач

Розрахункову потужність на черв'яку визначають за формулою

$$P_{1p} = P_1 \cdot K_M \cdot K_T \cdot K_p,$$

де P_1 - потужність, яка передається черв'яком, K_M - коефіцієнт матеріалу зубців колеса (для олов'янистої бронзи $K_M = 1$, для алюмінієво-залізної бронзи $K_M = 0,8$), K_T - коефіцієнт точності виготовлення і складання передачі (при підвищеній точності $K_T = 1,1$, при нормальній точності $K_T = 1$, при пониженій - $K_T = 0,85$), K_p - коефіцієнт режиму роботи передачі (за неперервної цілодобової спокійної роботи $K_p = 1$ і роботи з ударами $K_p = 0,75$).

За номограмою (рис. 24.4) визначають міжосьову відстань a передачі залежно від P_{1p} , частоти обертання черв'яка n_1 і передаточного числа передачі u . Користування номограмою розглянемо на прикладі. Нехай потрібно визначити міжосьову відстань глобоїдної передачі при $P_{1p} = 15$ кВт, $n_1 = 1000$ об/хв і $u = 20$. Для цього: з точки a осі абсцис передачі з позначкою

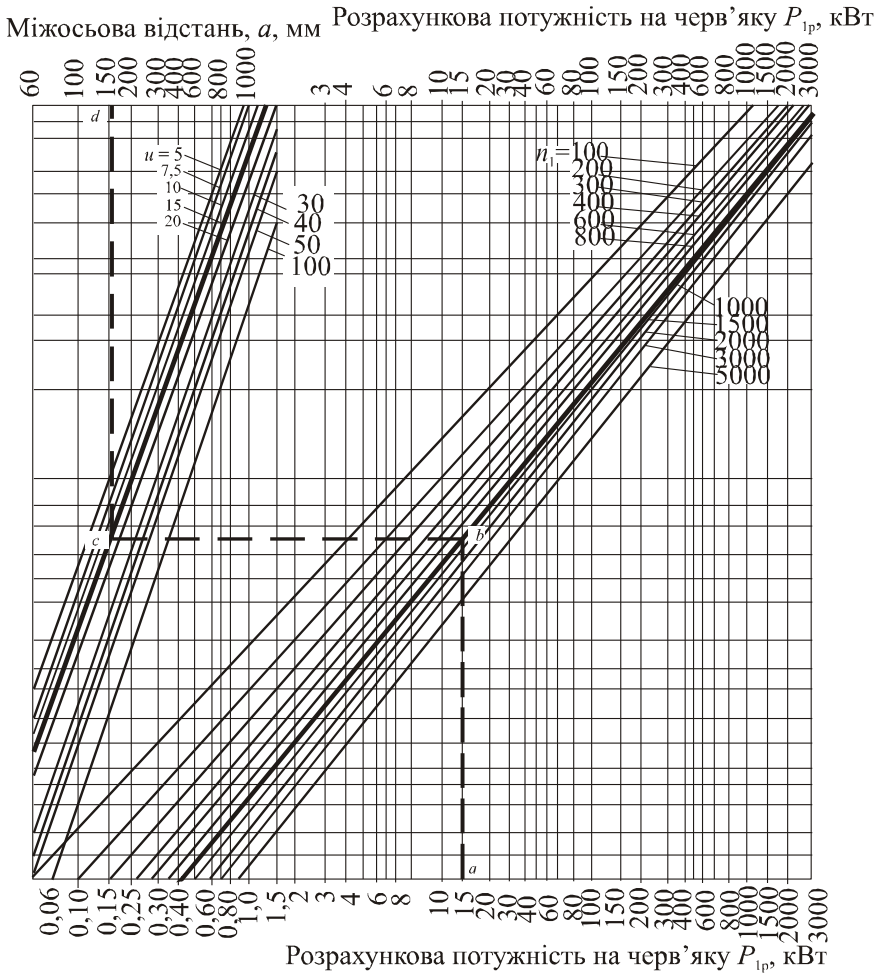


Рис. 24.4

15 кВт проводимо вертикальну лінію до перетину з похилою прямою частоти обертання $n_1 = 1000 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Отримано точку перетину b . Через точку b слід провести горизонтальну лінію до похилої прямої передаточного числа $u = 20$. Отримано точку перетину c . Через точку c проводимо вертикальну лінію до перетину верхньою горизонтальною

лінією номограми. На перетині отримано точку d , що відповідає міжосьовій відстані $a = 165$ мм. Отримане значення міжосьової відстані узгоджуємо зі стандартом, за яким необхідно прийняти $a = 180$ мм.

Розміри черв'яка та черв'ячного колеса розраховують за такими формулами: для колеса: ділильний діаметр $d_2 = d_{a2} - 2h_{a2}$, мінімальний радіальний зазор $c = 0,1h$, діаметр западин $d_{f2} = d_{a2} - 2(h + c)$;

для черв'яка:

ділильний діаметр (в середньому перерізі) $d_1 = 2a - d_2$, висота головок витків $h_{a1} = h - h_{a2}$, висота ніжок витків $h_{f1} = h_{a2} + c$, діаметр вершин $d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}$, діаметр впадин $d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}$, радіус вершин витків черв'яка в осьовій площині $R_{a1} = a - 0,5d_{a1}$, радіус впадин витків черв'яка в осьовій площині $R_{f1} = 0,5d_{a1} + c$, кут охоплення черв'яком

черв'ячного колеса $2\nu = (z' + 0,5) \frac{360}{z_2} = (z' + 0,5) \frac{2\pi}{z_2}$, довжина

нарізної частини черв'яка $l_1 = d_2 \sin \nu$.

Розрахунок зубців на згин і контактну міцність глобоїдних черв'ячних передач не має істотного значення, оскільки в зачепленні одночасно перебувають 4-8 зубців і зусилля, яке діє на один зубець, незначне.

Задачі

24.1. Розрахувати циліндричну черв'ячну передачу редуктора приводу повороту колін автодрабини за такими даними: потужність на валу черв'яка $P_1 = 3,8$ кВт, частота обертання веденого валу $n_2 = 45 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$, передаточне число $u = 24$. Передача нереверсивна, режим навантаження – СН (середній нормальний), можливі короткочасні перевантаження до 200% від номінального, строк служби передачі – 8000 год.

Розв'язок

1. Розрахунок параметрів навантаження черв'ячної передачі. При орієнтовному значенні коефіцієнта корисної дії $\eta = 0,80$ потужність на веденому валі передачі

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 3,8 \cdot 0,80 = 3,04 \text{ кВт}.$$

Кутова швидкість веденого вала

$$\omega_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30} = \frac{3,14 \cdot 45}{30} = 4,71 \text{ с}^{-1}.$$

Кутова швидкість ведучого вала

$$\omega_1 = \omega_1 \cdot u = 4,71 \cdot 24 = 113 \text{ с}^{-1}.$$

Обертові моменти на ведучому та веденому валах передачі

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{3,8 \cdot 10^3}{113} = 33,6 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{3,04 \cdot 10^3}{4,71} = 645,4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Під час короткочасного перевантаження до 200% максимальний обертовий момент на веденому валі

$$T_{2\max} = 2 \cdot T_2 = 2 \cdot 645,4 = 1290,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Орієнтовна швидкість ковзання в зачепленні

$$v_s = \frac{4\omega_1}{10^3} \sqrt[3]{T_2} = \frac{4 \cdot 113}{10^3} \sqrt[3]{645,4} = 3,91 \text{ м/с}.$$

За строк служби передачі сумарне число циклів навантаження зубців колеса

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \omega_2 \cdot h / \pi = 1800 \cdot 4,71 \cdot 8000 / 3,14 = 21,6 \cdot 10^6.$$

Для середнього нормального (СН) режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0,04$ ([3], табл. 4.1) еквівалентне число циклів навантаження зубців

$$N_{FE2} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,04 \cdot 21,6 \cdot 10^6 = 0,864 \cdot 10^6.$$

2. Матеріали для виготовлення черв'яка та черв'ячного колеса.

Для виготовлення черв'яка беремо леговану сталь 40Х, термообробка – гартування з відпусканням, твердість $H_1 = 45 \dots 55 \text{ HRC}$, робочі поверхні витків – шліфовані.

Для вінця черв'ячного колеса зі швидкістю ковзання $v_s = 3,91 \text{ м/с}$ можна брати безолов'янисту бронзу БрА10Ж4Н4 (див. табл. 24.1), відливання відцентрове, з такими характеристиками: границя міцності $\sigma_{\text{мц}} = 700 \text{ МПа}$, границя текучості $\sigma_T = 460 \text{ МПа}$.

3. Допустимі напруження для розрахунків черв'ячної передачі.

Допустимі контактні напруження

Якщо вінець черв'ячного колеса виготовляти з безолов'янистої бронзи, то згідно з табл. 24.1 допустиме контактне напруження

$$[\sigma]_H = 300 - 25\nu_s = 300 - 25 \cdot 3,91 = 202 \text{ МПа.}$$

За табл. 24.1 допустиме граничне контактне напруження

$$[\sigma]_{H \max} = 2\sigma_T = 2 \cdot 460 = 920 \text{ МПа.}$$

Допустимі напруження згину

Для бази випробувань 10^6 та нереверсивного навантаження допустиме напруження згину

$$[\sigma]_F = (0,08\sigma_{\text{мі}} + 0,25\sigma_T) \cdot K_{FL} = (0,08 \cdot 700 + 0,25 \cdot 460) \cdot 1,016 = 174$$

$$\text{де } K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{FE}}} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{0,864 \cdot 10^6}} = 1,016.$$

4. Проектний розрахунок черв'ячної передачі.

У проектному розрахунку передачі визначаємо мінімальну міжосьову відстань.

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$ при сталевому черв'яку та бронзовому вінці колеса. Кількість витків черв'яка приймаємо $z_1 = 2$. Тоді кількість зубців черв'ячного колеса $z_2 = z_1 \cdot u = 2 \cdot 24 = 48$. Коефіцієнт діаметра черв'яка $q = 10$ вибираємо за табл. 24.2. Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця черв'ячного колеса, визначаємо за формулою

$$K_\beta = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 (1 - x) = 1 + \left(\frac{48}{86}\right)^3 (1 - 0,5) = 1,087,$$

де $\theta = 86$ (табл. 24.5) - коефіцієнт деформації черв'яка при коефіцієнті діаметра $q = 10$ та $z_1 = 2$; $x = 0,5$ - коефіцієнт, що враховує вплив режиму роботи передачі на припрацювання зубців, для режиму роботи СН.

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{W \min} = K_a \left(\frac{z_2}{q} + 1\right) \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_\beta \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = 310 \left(\frac{48}{10} + 1\right) \sqrt[3]{\frac{645,4 \cdot 1,087 \cdot 10^2}{(48 \cdot 202)^2}} = 1$$

Модуль черв'ячної передачі

$$m' = \frac{2 \cdot a_{w \min}}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 163,09}{48 + 10} = 5,62 \text{ мм}.$$

За стандартом вибираємо модуль $m = 6$ мм, якому відповідає $q = 10$ (див. табл. 24.2).

5. Попередні значення деяких параметрів передачі.

Ділильні діаметри черв'яка та черв'ячного колеса

$$d_1 = m \cdot q = 6 \cdot 10 = 60 \text{ мм};$$

$$d_2 = m \cdot z_2 = 6 \cdot 48 = 288 \text{ мм}.$$

Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{a1} = d_1 + 2m = 60 + 2 \cdot 6 = 72 \text{ мм};$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m = 288 + 2 \cdot 6 = 300 \text{ мм}.$$

Міжосьова відстань передачі

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5(60 + 288) = 174 \text{ мм}.$$

Ширина вінця черв'ячного колеса

$$b_2 \leq 0,75 \cdot d_{a1} = 0,75 \cdot 72 = 54 \text{ мм},$$

вибираємо $b_2 = 54$ мм.

Ділильний кут підйому лінії витка черв'яка

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{10} = 0,2; \quad \gamma = 11,3099^\circ.$$

Швидкість ковзання в зачепленні

$$v_s = \frac{0,5 \cdot \omega_1 \cdot d_1}{\cos \gamma} = \frac{0,5 \cdot 113 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{\cos 11,3099^\circ} = 3,46 \text{ м/с}.$$

Уточнене значення допустимого контактного напруження

$$[\sigma]_H = 300 - 25v_s = 300 - 25 \cdot 3,46 = 213,5 \text{ МПа}.$$

За рекомендаціями табл. 24.6 ступінь точності передачі - 8.

Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma} = \frac{48}{\cos^3 11,3099^\circ} = 50,91.$$

Колова сила, що діє на зубці колеса,

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 645,4}{288 \cdot 10^{-3}} = 4482 \text{ Н.}$$

6. Розрахунок черв'ячного колеса на контактну витривалість.

Для розрахунку попередньо визначаємо коефіцієнти:

$Z_M = 210 \text{ МПа}^{1/2}$ - коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів черв'яка та вінця черв'ячного колеса; $Z_H = 1,8$ - коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків і зубців; $Z_\varepsilon = 0,75$ - коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній в зачепленні; $K_\beta = 1,087$ - визначено в п. 4; $K_v = 1,4$ - коефіцієнт динамічного навантаження (табл. 24.6).

Розрахункове контактне навантаження

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_H \sqrt{\frac{F_{t2} \cdot K_\beta \cdot K_v}{b_2 \cdot d_2}} = 210 \cdot 0,75 \cdot 1,8 \sqrt{\frac{4482 \cdot 1,087 \cdot 1,4}{54 \cdot 288}} = 187,75 \text{ МПа}$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки виконується умова міцності

$$\sigma_H = 187,75 \text{ МПа} < [\sigma]_H = 202 \text{ МПа}.$$

7. Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність при дії максимального навантаження

$$\sigma_{H \max} = \sigma_H \sqrt{\frac{T_{2 \max}}{T_2}} = 187,75 \sqrt{\frac{1290,8}{645,4}} = 265,5 \text{ МПа}.$$

Контактна міцність зубців також забезпечується, оскільки

$$\sigma_{H \max} = 265,5 \text{ МПа} < [\sigma]_{H \max} = 920 \text{ МПа}.$$

8. Розрахунок зубців черв'ячного колеса на витривалість при згині.

Розрахункові коефіцієнти: $Y_F = 1,45$ - коефіцієнт форми зубців (табл. 24.7); $Y_\varepsilon = 0,75$ - коефіцієнт перекриття зубців; $Y_\beta = 0,95$ - коефіцієнт нахилу зубців; $K_\beta = 1,087$ - коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця колеса; $K_v = 1,4$ - коефіцієнт динамічного навантаження.

Розрахункове напруження згину

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_{t2} \cdot K_\beta \cdot K_v}{m \cdot b_2} = 1,45 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \frac{4482 \cdot 1,087 \cdot 1,4}{6 \cdot 54} = 21,75 \text{ МПа}$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, оскільки

$$\sigma_F = 21,75 \text{ МПа} < [\sigma]_F = 171 \text{ МПа} .$$

9. Перевірка міцності зубців при згині максимальним навантаженням

$$\sigma_{F \max} = \sigma_F \frac{T_{2 \max}}{T_{2F}} = 21,75 \frac{1290,8}{645,4} = 43,5 \text{ МПа} .$$

Міцність забезпечується, оскільки

$$\sigma_{F \max} = 43,5 \text{ МПа} < [\sigma]_{F \max} = 368 \text{ МПа} .$$

10. Розрахунок параметрів черв'ячної передачі.

Розміри елементів витків черв'яка та зубців колеса:

висота головки витка черв'яка та зубця колеса

$$h_a = m = 6 \text{ мм} ,$$

висота ніжки витка черв'яка та зубця колеса

$$h_f = 1,2m = 1,2 \cdot 6 = 7,2 \text{ мм} ,$$

висота витка черв'яка та зубця колеса

$$h = 2,2m = 2,2 \cdot 6 = 13,2 \text{ мм} ,$$

розрахункова товщина витка

$$s = 0,5 \cdot \pi \cdot m = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 6 = 9,42 \text{ мм} .$$

Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса:

ділительні діаметри

$$d_1 = 60 \text{ мм} , d_2 = 280 \text{ мм} ;$$

діаметри вершин

$$d_{a1} = 72 \text{ мм} , d_{a2} = 300 \text{ мм} ;$$

діаметр впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4m = 60 - 2,4 \cdot 6 = 45,6 \text{ мм} ;$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4m = 288 - 2,4 \cdot 6 = 273,6 \text{ мм} ;$$

довжина нарізваної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11 + 0,06z_1)m = (11 + 0,06 \cdot 2) \cdot 6 = 66,72 \text{ мм} ,$$

вибираємо $b_1 = 70 \text{ мм} ;$

ширина вінця черв'ячного колеса (визначена вище) $b_2 = 54$ мм ;

міжосьова відстань передачі
 $a_w = 0,5m(q + z_2) = 0,5 \cdot 6(10 + 48) = 174$ мм .

11. Сили в зачепленні черв'ячної передачі.

Колова сила на колесі дорівнює осьовій силі на черв'яку

$$F_{t2} = F_{a1} = 4482 \text{ Н} .$$

Радіальна сила на колесі дорівнює радіальній силі на черв'яку

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 4482 \operatorname{tg} 20^\circ = 1631 \text{ Н} .$$

Осьова сила на колесі дорівнює колівій силі на черв'яку

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 4482 \operatorname{tg} 11,3099^\circ = 896 \text{ Н} .$$

12. К.к.д. черв'ячної передачі

$$\eta = (0,95 \dots 0,96) \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = (0,95 \dots 0,96) \frac{\operatorname{tg} 11,3099^\circ}{\operatorname{tg}(11,3099^\circ + 1,317^\circ)} = 0,848$$

Зведений кут тертя вибрано з табл. 24.8. Отримане значення к.к.д. близьке до вибраного попередньо значення.

13. Перевірка черв'яка на жорсткість.

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{896^2 + 1631^2} = 1861 \text{ Н} .$$

Осьовий момент інерції перерізу черв'яка

$$I_o = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 45,6^4}{64} = 212241 \text{ мм}^4 .$$

Відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8d_2 = 0,8 \cdot 288 = 230 \text{ мм} .$$

Розрахункова стріла прогину черв'яка

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_o} = \frac{1861 \cdot 230^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 212241} = 0,01058 \text{ мм} .$$

Допустима стріла прогину

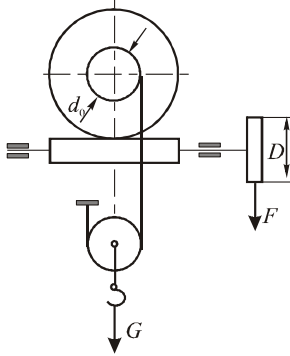
$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 6 = 0,06 \text{ мм} .$$

Жорсткість черв'яка достатня, оскільки

$$y = 0,01058 \text{ мм} < [y] = 0,06 \text{ мм} .$$

24.2. Виконати проєктний розрахунок черв'ячної передачі з архімедовим черв'яком одноступеневого редуктора за такими даними: потужність на валу черв'яка $P_1 = 4$ кВт при кутовій швидкості $\omega_1 = 110 \text{ с}^{-1}$, передаточне число $u = 36$.

24.3. Розрахувати самогальмівну циліндричну черв'ячну передачу ручної лебідки (рис. 24.5) за такими даними: вага вантажу $G = 20$ кН,



тягове зусилля $F = 200$ Н, діаметр тягового колеса $D = 400$ мм, діаметр зірочки $d_0 = 130$ мм. Матеріал черв'ячного колеса – чавун СЧ 21-40. Робота короткочасна. Строк служби передачі 25000 год.

Примітка. Для самогальмівних передач, щоб вантаж, піднятий лебідкою самочинно не опускався, к.к.д. завжди менший від 50%.

Рис. 24.5

24.4. Розрахувати самогальмівну черв'ячну передачу приводу ручної лебідки (рис. 24.6). Вантажопідіймальність лебідки $G = 30$ кН, діаметр барабана лебідки $D = 300$ мм, довжина рукоятки $l = 400$ мм. Вантаж піднімають два робітники, кожен з яких може прикласти до рукоятки лебідки силу $F = 140 \dots 200$ Н.

24.5. Розрахувати черв'ячну передачу одноступінчастого редуктора з нижнім розміщенням черв'яка. Обертний момент на валі черв'ячного колеса $T_2 = 750$ Нм при кутовій швидкості $\omega_2 = 5 \text{ с}^{-1}$.

Передаточне число передачі $u = 21$. Передача реверсивна, навантаження близьке до постійного. Ресурс редуктора $L_h = 15 \cdot 10^3$ год.

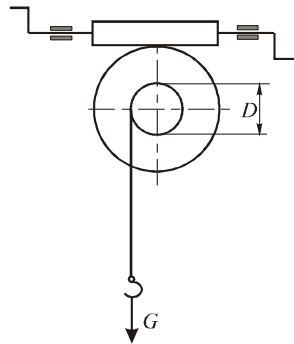


Рис. 24.6

24.6. Визначити сили в зачепленні черв'ячної передачі та перевірити черв'як на жорсткість за такими даними: обертовий момент на черв'яку $T_1 = 125$ Нм, модуль $m = 8$ мм, коефіцієнт діаметра черв'яка $q = 10$, передаточне число $u = 25$, к.к.д. передачі $0,85$, кількість заходів черв'яка $z_1 = 2$.

Відповідь: $F_{t2} = 13,28$ кН, $F_r = 4,83$ кН, $F_{a2} = 2,66$ кН, $y = 0,0267$ мм $< [y] = 0,08$ мм.

24.7. Обчислити геометричні параметри, к.к.д. та сили, що діють в зачепленні черв'ячної передачі, якщо обертовий момент на черв'яку $T_1 = 120$ Нм, коефіцієнт діаметра черв'яка $q = 12,5$, дільний діаметр черв'яка $d_1 = 100$ мм, передаточне число $u = 12$, кількість заходів черв'яка $z_1 = 4$.

24.8. Розрахувати глобоїдну черв'ячну передачу редуктора приводу повороту колін пожежної автодрабини за такими даними: передаточне число $u = 25$, потужність, що передається черв'яком, $P_1 = 10$ кВт, кутова швидкість черв'яка $\omega_1 = 125$ с⁻¹, навантаження постійне, робота неперервна, з ударами.

Розв'язок

Вибираємо матеріали: для черв'яка - сталь 40Х покращана до HRC 30...35, для вінця колеса – бронза АЖ9 – 4Л, для колісного центра – чавун СЧ12 – 28.

Для подальшого розрахунку приймаємо:

$K_M = 0,8$ - коефіцієнт матеріалу зубців колеса; $K_T = 1,0$ - коефіцієнт точності виготовлення і складання; $K_p = 0,75$ - коефіцієнт режиму роботи передачі.

Визначаємо розрахункову потужність на черв'яку

$$P_{1p} = P_1 \cdot K_M \cdot K_T \cdot K_p = 10 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 0,75 = 6 \text{ кВт}.$$

За номограмою (рис. 24.5) визначаємо міжосьову відстань a передачі. При $P_{1p} = 6$ кВт, $n_1 = \frac{30\omega_1}{\pi} = \frac{30 \cdot 125}{3,14} = 1194$ об/хв приймаємо $a = 130$ мм. За стандартом (табл. 24.9) $a = 125$ мм,

передаточне число $u = 25$, діаметр вершин зубців колеса $d_{a2} = 215$ мм, ширина ободу колеса $b = 28$ мм.

За даними табл. 24.9 вибираємо параметри передачі. При передаточному числі $u = 25$ і міжосьовій відстані $a = 125$ мм кількість заходів черв'яка $z_1 = 2$, кількість зубців колеса $z_2 = 50$, кількість зубців колеса охоплених черв'яком, $z' = 5$, робоча висота зубця колеса $h = 5,5$ мм, висота головки зубця колеса $h_{a2} = 2,5$ мм.

За формулами визначаємо:

ділильний діаметр колеса $d_2 = d_{a2} - 2h_{a2} = 215 - 2 \cdot 2,5 = 210$ мм;

мінімальний радіальний зазор $c = 0,1h = 0,1 \cdot 5,5 = 0,55$ мм;

діаметр впадин колеса
 $d_{f2} = d_{a2} - 2(h + c) = 215 - 2 \cdot (5,5 + 0,55) = 202,9$ мм.

Геометричні параметри черв'яка:

ділильний діаметр (в середньому перерізі)
 $d_1 = 2a - d_2 = 2 \cdot 125 - 210 = 40$ мм;

висота головок витків $h_{a1} = h - h_{a2} = 5,5 - 2,5 = 3$ мм;

висота ніжок витків $h_{f1} = h_{a2} + c = 2,5 + 0,55 = 3,05$ мм;

діаметр вершин $d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = 40 + 2 \cdot 3 = 46$ мм;

діаметр впадин $d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = 40 - 2 \cdot 3,05 = 33,9$ мм;

радіус вершин витків черв'яка в осьовій площині
 $R_{a1} = a - 0,5d_{a1} = 125 - 0,5 \cdot 46 = 102$ мм;

радіус впадин витків черв'яка в осьовій площині
 $R_{f1} = 0,5d_{a1} + c = 0,5 \cdot 215 + 0,55 = 108,05$ мм;

кут охоплення черв'яка черв'ячного колеса

$$2\nu = (z' + 0,5) \frac{360}{z_2} = (5 + 0,5) \frac{360}{50} = 39,6^\circ;$$

довжина нарізаної частини черв'яка
 $l_1 = d_2 \sin \nu = 210 \sin 39,6^\circ = 134$ мм.

$$\text{Модуль } m = \frac{d_2}{z_2} = \frac{210}{50} = 4,2 \text{ мм.}$$

24.9. Визначити ділильні діаметри черв'яка та черв'ячного колеса глобоїдної черв'ячної передачі. Потужність на валі черв'яка $P_1 = 7$ кВт, кутова швидкість черв'яка $\omega_1 = 105 \text{ с}^{-1}$, передаточне число $u = 20$, навантаження постійне, робота редуктора безперервна, цілодобова, спокійна. Матеріал вінця черв'ячного колеса – бронза АЖ9-4Л.

Відповідь: $d_1 = 42$ мм, $d_2 = 208$ мм.

24.10. Розрахувати глобоїдну черв'ячну передачу редуктора загального призначення з передаточним числом $u = 40$. Потужність, що передається черв'яком, $P_1 = 20$ кВт, кутова швидкість черв'яка $\omega_1 = 157 \text{ с}^{-1}$. Навантаження постійне, робота редуктора безперервна цілодобова спокійна.

24.11. Визначити геометричні параметри глобоїдної черв'ячної передачі вантажопідіймальної лебідки за такими даними: міжосьова відстань $a = 280$ мм, передаточне число $u = 10$.

24.12. Обчислити модуль глобоїдної черв'ячної передачі, міжосьова відстань якої $a = 250$ мм, передаточне число $u = 28$.

Відповідь: $m = 7,5$ мм.

Тема 25. Ланцюгові передачі. Теоретична довідка

Ланцюговою називають передачу, що здійснюється зачепленням за допомогою гнучкого безконечного ланцюга та зірочок (рис. 25.1).

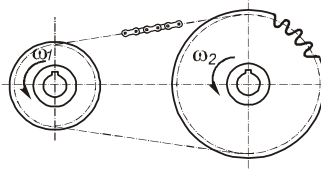


Рис. 25.1

У машинобудуванні знаходять застосування такі групи ланцюгів: вантажні (підіймально-транспортні механізми, $v \leq 0,25 \dots 0,5$ м/с); тягові (транспортери, $v \leq 2 \dots 4$ м/с); приводні (для передавання обертowego руху зі сталим передаточним числом).

Приводні ланцюги поділяють на: *роликові*, *втулкові* та *зубчасті*. *Роликові* ланцюги є одно- та багаторядні. Складаються з внутрішніх і зовнішніх пластин, осі ланцюга запресовані в отвори зовнішніх пластин з розклепаними кінцями, та ролика, що вільно обертається на втулці. *Втулкові* ланцюги – відрізняються від роликових відсутністю роликів. *Зубчасті* ланцюги – застосовують при значних швидкостях ($v \leq 25 \dots 35$ м/с), вони працюють плавно і з меншим шумом, менше витягуються, однак важкі й дорогі. Ланцюг складається з набору зубчастих пластин, видовженої, внутрішньої та з'єднувальної призм, шайби та шплінта. Щоб уникнути бічного сповзання ланцюга з зірочок передбачені напрямні пластини (бічні чи внутрішні). Матеріали виготовлення ланцюгів: вуглецеві (сталь 10, 15, 40, 45, 50) та леговані (сталь 15X, 15XA, 12XНЗА, 20X, 40X, 40XН) сталі з подальшою термообробкою.

Характеристиками ланцюга є *крок* t - відстань між осями сусідніх валиків (призм) (для приводних ланцюгів $t = 8 \dots 140$ мм) та *руйнівне навантаження* Q .

Усі параметри ланцюгів вибирають за таблицями стандартів (табл. 25.1, 25.2). Конструктивні розміри й форма зірочок залежать від параметрів вибраного ланцюга і передаточного числа, що лімітує кількість зубців меншої зірочки (табл. 25.3).

Таблиця 25.1

Параметри приводних роликів ланцюгів

Позначення ланцюга	Крок ланцюга t , мм	Руйнівне навантаження Q , кН, не менше	Площа поверхні шарніра однорядного ланцюга A_{on} , мм ²	Маса 1м ланцюга q , кг/м
ПР-8-460	8,0	4,6	-	0,20
ПР-9,525-910	9,525	9,1	-	0,45
ПР-12,7-900-1	12,70	9,0	-	0,30
ПР-12,7-900-2	12,70	9,0	-	0,35
ПР-12,7-1820-1	12,70	18,2	-	0,65
ПР-12,7-1820-2	12,70	18,2	50	0,75
2 ПР-12,7--3180	12,70	31,8	-	1,40
ПР-15,875-2270-1	15,875	22,7	-	0,80
ПР-15,875-2270-2	15,875	22,7	71	1,00
2ПР-15,875-4540	15,875	45,4	-	1,90
ПР-19,05-3180	19,05	31,8	106	1,90
2 ПР-19,05-7200	19,05	72,0	-	3,50
ПР-25,4-5670	25,4	56,7	180	2,60
2ПР-25,4-11340	25,4	113,4	-	5,00
ПР-31,75-8850	31,75	88,5	262	3,80
2 ПР-31,75-17700	31,75	177,0	-	7,30
ПР-38,1-12700	38,1	127,0	395	5,50
2 ПР-38,1-25400	38,1	254,0	-	11,00
ПР-44,45-17240	44,45	172,4	-	7,50

Таблиця 25.2

Параметри деяких приводних зубчастих ланцюгів

Крок ланцюга t , мм	Ширина ланцюга B , мм	Питоме руйнівне навантаження на 1мм ширини Q/B , кН/мм	Маса 1 м ланцюга на 1 см ширини q , кг/(м·см)
12,7	22,6-52,5 (через 6 мм)	10	0,58
15,875	30-70 (через 8 мм)	12,7	0,72
19,02	45-93 (через 12 мм)	15	0,86
25,4	57-105 (через 12 мм)	20	1,14

Таблиця 25.3

Рекомендована кількість зубців меншої зірочки z_1

Тип ланцюга	z_1 при передаточному числі						
	1...2	2...3	3...4	4...5	5...6	6	z_{\min}
Втулковий і роликівий	31...27	27...25	25...23	23...21	21...17	17...15	13(9)
Зубчастий	35...32	32...30	30...27	27...23	23...19	19...17	17(13)

Дільний діаметр зірочки – діаметр кола, на якому розміщуються осі валиків ланцюга,

$$d = \frac{t}{\sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)},$$

де t - крок ланцюга і зірочок; z - кількість зубців зірочки.

Діаметр вершин зубців зірочок d_a

для втулкових і роликівих ланцюгів

$$d_a = t \cdot \left[\operatorname{ctg}\left(\frac{180^\circ}{z}\right) + 0,58 \dots 0,5 \right];$$

для зубчастих ланцюгів

$$d_a = t \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{180^\circ}{z} \right).$$

Передаточне число

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Передаточне число ланцюгової передачі не можна виражати через відношення ділительних діаметрів зірочок

Добір ланцюгів і їх перевірний розрахунок

Вихідні дані: потужність P , кутова швидкість ω , передаточне число u , міжосьова відстань a (може не задаватися), режим роботи і змащування.

1. За заданим чи підрахованим передаточним числом u для ланцюга вибраного типу за табл. 25.2 вибирають кількість зубців z_1 меншої зірочки (бажано непарні чи прості числа, щоб забезпечити рівномірність зношування, оскільки число ланок ланцюга парне).

2. За значеннями z_1 та u визначають кількість зубців більшої зірочки z_2 . Для роликкових і втулкових ланцюгів $z_2 \leq z_{2\max} = 120$; для зубчастих $z_2 \leq z_{2\max} = 140$.

3. Орієнтовно визначають крок ланцюга

$$t \approx 6 \sqrt[3]{\frac{K \cdot P_1}{z_1 \cdot n_1 \cdot [p] \cdot i}},$$

де P_1 - потужність ведучої зірочки, Вт; n_1 - частота обертання ведучої зірочки, $\frac{\text{об}}{\text{хв}}$; $[p]$ - допустимий тиск, Па (табл. 25.4); i - кількість рідів втулкового чи роликкового ланцюга; K - коефіцієнт навантаження

$$K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot K_5.$$

Значення K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 при $\gamma \leq 60^\circ$ вибирають за табл. 25.5, при $\gamma > 60^\circ$ отримане значення K збільшують на 20...25% (γ - кут нахилу лінії центрів зірочок передачі до горизонтальної площини).

Визначене значення t узгоджують з таблицями стандарту. Округлення бажано виконувати у бік зменшення. При великих

швидкостях приймають ланцюги з малим кроком. Якщо передається велика потужність, то приймають роликіві багаторядні або широкі зубчасті ланцюги з малим кроком.

Таблиця 25.4

Значення допустимого тиску для роликівих ланцюгів

Частота обертання n_1 , об/хв	[p], МПа при $z_1 = 15 \dots 30$ і t , мм			
	12,7 15,875	19,05 25,40	31,75 38,10	44,45 50,80
50	34,3	34,3	34,3	34,3
200	30,9	29,4	28,1	25,7
400	28,1	25,7	23,7	20,6
600	25,7	22,9	20,6	17,2
800	23,7	20,6	18,1	14,7
1000	22,0	18,6	16,3	-
1200	20,6	17,2	14,7	-
1600	18,1	14,7	-	-
2000	16,3	-	-	-
2400	14,7	-	-	-
2800	13,4	-	-	-

4. Визначають колову (лінійну) швидкість ланцюга (м/с)

$$v = \frac{t \cdot z \cdot n}{60}.$$

Допустима швидкість для роликівих і втулкових ланцюгів $v \leq 15$ м/с.

5. Міжосьова відстань

$$\text{оптимальна} \quad a = (30 \dots 50)t;$$

$$\text{максимальна} \quad a_{\text{max}} = 80t.$$

6. Довжина ланцюга

$$L = W \cdot t,$$

де W - кількість ланок ланцюга

$$W = \frac{2a}{t} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 \cdot \frac{t}{a}.$$

Таблиця 25.5

Значення коефіцієнтів K_1, K_2, K_3, K_4, K_5

Динамічний коефіцієнт K_1	$K_1 = 1$ - при спокійному навантаженні, $K_1 = 1,2 \dots 1,5$ - при поштовхах
Коефіцієнт змащування K_2	$K_2 = 0,5$ - при неперервному змащуванні $K_2 = 1,0$ - при краплинному змащуванні $K_2 = 1,5$ - при періодичному змащуванні
Коефіцієнт тривалості роботи K_3	$K_3 = 1$ - при однозмінній роботі $K_3 = 1,25$ - при двозмінній роботі $K_3 = 1,45$ - при тризмінній роботі
Коефіцієнт довжини ланцюга K_4	$K_4 = 1$ при $a = (30 \dots 50)t$ $K_4 = 0,8$ при $a = (60 \dots 80)t$
Коефіцієнт способу регулювання натягу ланцюга K_5	$K_5 = 1$ - при регулюванні відтискними опорами $K_5 = 1,1$ - при регулюванні натискними роликками або відтискними зірочками $K_5 = 1,25$ - для нерегульованої передачі

Приймають парне число ланок (щоб не застосовувати перехідної ланки з вигнутими пластинами).

Уточнена міжосьова відстань

$$a = \frac{t}{4} \left[W - 0,5(z_1 + z_2) + \sqrt{[W - 0,5(z_1 + z_2)]^2 - 8(z_2 - z_1)^2 / (2 \cdot \pi)^2} \right]$$

7. Сили, що виникають у вітках ланцюга,

ведуча

$$Q_1 = F_t + F_v + F_f ;$$

ведена

$$Q_2 = F_v + F_f ,$$

де F_t - колова сила, $F_t = \frac{P}{v} = \frac{2T}{d}$; F_v - відцентрова сила, $F_v = q \cdot v^2$; F_f - сила від прогину веденої вітки ланцюга, $F_f = k_f \cdot q \cdot g \cdot a$; q - погонна маса ланцюга, $\frac{\text{кг}}{\text{м}}$ (див. табл. 25.1), $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; k_f - коефіцієнт кута нахилу лінії центрів зірочок до горизонтальної площини; при куті нахилу $\gamma = 0^\circ$ $k_f = 6$; при $\gamma = 20 \dots 50^\circ$ $k_f = 4 \dots 2$; при $\gamma = 50 \dots 70^\circ$ $k_f = 2 \dots 1,5$; при $\gamma = 90^\circ$ (вертикальне розташування) $k_f = 1$.

8. Ділильні діаметри зірочок

$$d = \frac{t}{\sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)};$$

діаметри вершин зубців:

для втулкових і роликкових ланцюгів

$$d_a = t \cdot \left[\text{ctg}\left(\frac{180^\circ}{z}\right) + 0,58 \dots 0,5 \right];$$

для зубчастих ланцюгів

$$d_a = t \cdot \text{ctg}\left(\frac{180^\circ}{z}\right).$$

Діаметри впадин та інші конструктивні розміри зірочок приймають за відповідними рекомендаціями з довідників.

9. Сила, що діє на вал,

$$F \approx 1,15 F_t.$$

Приймають, що сила F направлена по лінії центрів передачі.

10. Вибраний ланцюг перевіряють за середнім тиском p в шарнірах, що забезпечує його зносостійкість,

$$p = \frac{K \cdot F_t}{A_{\text{он}}} \leq [p],$$

де $A_{\text{он}}$ - площа проекції опорної поверхні шарніра втулкових і роликів ланцюгів (див. табл. 25.1) або $A_{\text{он}} \approx (0,25 \dots 0,30)t^2 \cdot i$.

У відповідальних випадках виконують перевірку вибраного ланцюга на міцність за коефіцієнтом запасу

$$n_3 = \frac{Q}{K_1 \cdot F_t + F_v + F_f} \geq [n_3],$$

де Q - руйнівне навантаження, залежить від кроку ланцюга (див. табл.25.1, 25.2); $[n_3]$ - допустимий коефіцієнт запасу міцності; $[n_3] = 20 \dots 50$ для зубчастих ланцюгів при $t = 12,7 \dots 31,75$ мм і $n_1 \leq 2800 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$; $[n_3] = 7 \dots 18$ для втулкових і роликів ланцюгів при $t = 12,7 \dots 50,8$ мм і $n_1 \leq 2000 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$.

Особливості вибору зубчастих ланцюгів

Для зубчастих ланцюгів при одному кроці ланцюга існують п'ять або шість стандартних ширин B (див. табл. 25.2). Крок зубчастого ланцюга вибирають за табл. 25.6 залежно від максимально допустимої кутової швидкості $\omega_{1\text{max}}$ ведучої зірочки.

Таблиця 25.6

Найбільші допустимі кутові швидкості ведучих зірочок

Ланцюг	Крок t , мм							
	12,7	15,875	19,05	25,4	31,75	38,1	44,45	50,8
Втулковий, роликівий	130	104	94	73	52	42	31	26
Зубчастий	345	278	230	173	142	-	-	-

Ширину ланцюга обчислюють за формулою

$$B = \frac{25 \cdot K_e \cdot P_1}{10^8 \cdot K_v \cdot t \cdot \sqrt[3]{v^2}},$$

де $K_e = K_1$ - коефіцієнт експлуатації зубчастих ланцюгів, який дорівнює динамічному коефіцієнту, K_v - коефіцієнт, який залежить від швидкості ланцюга та визначається за формулою

$$K_v = 1 - 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot v^2.$$

Розрахункове значення ширини B узгоджують зі стандартним (див. табл. 25.2).

Задачі

25.1. Розрахувати ланцюгову передачу з роликівим ланцюгом за такими даними: потужність на ведучому валу передачі $P_1 = 10$ кВт, передаточне число $u = 5,2$, навантаження спокійне, змащування краплинне, робота двозмінна, регулювання натягу ланцюга відтискними опорами, частота обертання ведучого валу $n_1 = 900 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$. Кут нахилу лінії центрів зірочок до горизонтальної площини $\gamma = 0^\circ$.

Розв'язок

За табл. 25.3 приймаємо $z_1 = 17$ при $u = 5,2$. За табл. 25.4 визначаємо допустимий тиск в шарнірах: при $n_1 = 900 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$ $[p] = 19,6$ МПа.

Коефіцієнт навантаження

$$K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot K_5 = 1 \cdot 1,25 \cdot 1 \cdot 1 = 1,25,$$

де $K_1 = 1$ - при спокійному навантаженні (табл. 25.5), $K_2 = 1$ - при краплинному змащуванні, $K_3 = 1,25$ - при двозмінній роботі, $K_4 = 1$ при $a = (30 \dots 50)t$, $K_5 = 1$ - при регулюванні натягу ланцюга відтискними опорами.

Орієнтовний крок ланцюга

$$t \approx 6 \sqrt[3]{\frac{K \cdot P_1}{z_1 \cdot n_1 \cdot [p] \cdot i}} = 6 \sqrt[3]{\frac{1,25 \cdot 10 \cdot 10^3}{17 \cdot 900 \cdot 19,6 \cdot 10^6 \cdot 1}} = 0,0208 \text{ м} = 20,8 \text{ мм}$$

За табл. 25.1 приймаємо однорядний роликівий ланцюг, для якого $t = 25,4$ мм.

Кількість зубців веденої зірочки

$$z_2 = u \cdot z_1 = 5,2 \cdot 17 = 88,4.$$

Приймаємо $z_2 = 88$.

Колова (лінійна) швидкість ланцюга

$$v = \frac{t \cdot z \cdot n_1}{60} = \frac{25,4 \cdot 10^{-3} \cdot 17 \cdot 900}{60} = 6,477 \text{ м/с}.$$

Призначаємо міжосьову відстань передачі, орієнтуючись на рекомендовану,

$$a = (30 \dots 50)t = (30 \dots 50) \cdot 25,4 = 762 \dots 1270 \text{ мм};$$

приймаємо $a = 800 \text{ мм}$

Кількість ланок ланцюга

$$W = \frac{2a}{t} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right) \frac{t}{a} = \frac{2 \cdot 800}{25,4} + \frac{17 + 88}{2} + \left(\frac{88 - 17}{2 \cdot 3,14} \right) \frac{25,4}{800} = 119,5$$

Приймаємо $W = 120$.

Довжина ланцюга

$$L = W \cdot t = 120 \cdot 25,4 = 3048 \text{ мм} = 3,038 \text{ м}.$$

Уточнена міжосьова відстань

$$a = \frac{t}{4} \left[W - 0,5(z_1 + z_2) + \sqrt{[W - 0,5(z_1 + z_2)]^2 - 8(z_2 - z_1)^2 / (2 \cdot \pi)^2} \right] =$$

$$= \frac{25,4}{4} \left[120 - 0,5(17 + 88) + \sqrt{[120 - 0,5(17 + 88)]^2 - 8(88 - 17)^2 / (2 \cdot 3,14)^2} \right] =$$

Сили, що виникають у вітках ланцюга,

ведуча $Q_1 = F_t + F_v + F_f = 1544 + 109 + 123 = 1776 \text{ Н};$

ведена $Q_2 = F_v + F_f = 109 + 123 = 232 \text{ Н},$

де колова сила $F_t = \frac{P}{v} = \frac{10 \cdot 10^3}{6,477} = 1544 \text{ Н};$ відцентрова сила

$$F_v = q \cdot v^2 = 2,6 \cdot 6,477^2 = 109 \text{ Н}, \quad q = 2,6 \text{ кг/м} - \text{погонна маса}$$

ланцюга, (див. табл. 25.1); сила від прогину веденої вітки ланцюга

$$F_f = k_f \cdot q \cdot g \cdot a = 6 \cdot 2,6 \cdot 9,81 \cdot 0,806 = 123 \text{ Н}; \quad \text{де}$$

$$g = 9,81 \text{ м/с}^2; \quad k_f = 6 \text{ при куті нахилу } \gamma = 0^\circ.$$

Ділильні діаметри зірочок

$$d_1 = \frac{t}{\sin\left(\frac{180^\circ}{z_1}\right)} = \frac{25,4}{\sin\left(\frac{180^\circ}{17}\right)} = 138,23 \text{ мм} ;$$

$$d_2 = \frac{t}{\sin\left(\frac{180^\circ}{z_2}\right)} = \frac{25,4}{\sin\left(\frac{180^\circ}{88}\right)} = 711,64 \text{ мм} .$$

Сила, що діє на вал,

$$F \approx 1,15 F_t = 1,15 \cdot 1544 = 1775 \text{ Н} .$$

Вибраний ланцюг перевіряєм за середнім тиском p у шарнірах

$$p = \frac{K \cdot F_t}{A_{\text{оп}}} = \frac{1,25 \cdot 1544}{180} = 10,7 \text{ МПа} < [p] = 19,6 \text{ МПа} ,$$

де площа проекції опорної поверхні шарніра $A_{\text{оп}} = 180 \text{ мм}^2$ (див. табл. 25.1).

25.2. Визначити крок ланцюга та ділильні діаметри зірочок ланцюгової передачі за такими даними: коефіцієнт навантаження $K = 2,1$, потужність на валу ведучої зірочки $P_1 = 12 \text{ кВт}$, передаточне число $u = 2,5$, кількість зубців і частота обертання ведучої зірочки $z_1 = 25$, $n_1 = 980 \text{ об/хв}$, допустимий тиск у шарнірах $[p] = 19 \text{ МПа}$, ланцюг дворядний.

Відповідь: $t = 19,05 \text{ мм}$, $d_1 = 152 \text{ мм}$, $d_2 = 382,2 \text{ мм}$.

25.3. Розрахувати ланцюгову передачу від електродвигуна до редуктора приводу стрічкового транспортера за такими даними: потужність на ведучому валі $P_1 = 7,5 \text{ кВт}$ при його частоті обертання $n_1 = 970 \text{ об/хв}$, передаточне число $u = 2,2$, коефіцієнт навантаження $K = 2,25$. Кут нахилу лінії центрів зірочок до горизонтальної площини $\gamma = 60^\circ$.

25.4. Виконати проектний розрахунок ланцюгової передачі з роликівим ланцюгом за такими даними: потужність на ведучому валі передачі $P_1 = 16$ кВт, передаточне число $u = 4$, частота обертання ведучого вала $n_1 = 780 \text{ об/хв}$. Передача горизонтальна, навантаження з помірними поштовхами, змащування періодичне, робота тризмінна, натяг ланцюга регулюється відтискними роликами.

25.5. Перевірити ланцюгову передачу на зносостійкість за допустимим тиском в шарнірах за такими даними: тип ланцюга ПР19,05-3180, передача горизонтальна, змащування краплинне, навантаження спокійне, робота безперервна, регулювання натягу ланцюга здійснюється переміщенням вала однієї з зірочок. Допустимий тиск у шарнірі $[p] = 22$ МПа. Потужність на ведучій зірочці $P_1 = 7$ кВт, кількість зубців цієї зірочки $z_1 = 25$, частота обертання $n_1 = 760 \text{ об/хв}$.

Відповідь: $p = 15,86$ МПа $< [p] = 22$ МПа.

25.6. Визначити колову силу передачі з роликівим ланцюгом типу ПР25,4-5670, яка передає потужність $P_1 = 11$ кВт при спокійному навантаженні, кількість зубців меншої зірочки $z_1 = 19$, частота обертання ведучого вала $n_1 = 975 \text{ об/хв}$.

Відповідь: $F_t = 1403$ Н.

25.7. Розрахувати допустиму потужність, яку можна передати роликівими ланцюгами ПР25,4-5670 і 2ПР25,4-11340 при $z_1 = 23$ і коефіцієнті навантаження

$K = 1,8$, якщо частота обертання ведучого вала $n_1 = 1180 \text{ об/хв}$ для однорядного ланцюга і $n_1 = 600 \text{ об/хв}$ - для дворядного ланцюга.

Відповідь: $[P] = 22,95$ кВт - для однорядного ланцюга і $[P] = 17,13$ кВт - для дворядного.

25.8. Яку допустиму потужність можна передати роликівим ланцюгом ПР31,75-8850 при $z_1 = 17$ і $K = 2,25$, якщо $n_1 = 1200 \frac{\text{об}}{\text{хв}}$.

Відповідь: $[P] = 18,48 \text{ кВт}$.

25.9. Роликівий ланцюг з кроком $t = 12,7$ мм з'єднає зірочки з кількістю зубців $z_1 = 13$ і $z_2 = 56$. Орієнтовне значення міжосьової відстані $a = 380$ мм. Розрахувати кількість ланок ланцюга й уточнити міжосьову відстань.

Відповідь: $W = 96$, $a = 380,59$ мм.

25.10. Перевірити стійкість шарнірів ланцюга проти спрацювання при таких даних: потужність на ведучій зірочці $P_1 = 4,7$ кВт, кутова швидкість $\omega_1 = 24,8 \text{ с}^{-1}$, кількість зубців ведучої зірочки $z_1 = 21$, передаточне число $u = 5$. Коефіцієнт навантаження $K = 1,88$, крок ланцюга $t = 25,4$ мм. Допустимий тиск у шарнірах $[p] = 27,3$ МПа.

Відповідь: $p = 23,2 \text{ МПа} < [p] = 27,3 \text{ МПа}$, стійкість шарнірів ланцюга проти спрацювання забезпечується.

25.11. Вибрати приводний зубчастий ланцюг для передачі приводу верстата. Потужність на ведучій зірочці $P_1 = 6$ кВт при кутовій швидкості $\omega_1 = 300 \text{ с}^{-1}$, кількість зубців ведучої зірочки $z_1 = 23$, передаточне число $u = 3$. Навантаження спокійне.

Розв'язок

Число зубців веденої зірочки

$$z_2 = u \cdot z_1 = 3 \cdot 23 = 69 < z_{2\text{max}} = 140.$$

За табл. 25.6 при $\omega_1 = 300 \text{ с}^{-1}$ приймаємо крок ланцюга $t = 12,7$ мм.

Швидкість ланцюга

$$v = \frac{t \cdot z_1 \cdot \omega_1}{2\pi} = \frac{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 23 \cdot 300}{2 \cdot 3,14} = 13,95 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

За умовами роботи динамічний коефіцієнт $K_1 = K_e = 1$ (див. табл. 25.5). Значення коефіцієнта

$$K_v = 1 - 1,1 \cdot 10^{-3} v^2 = 1 - 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 13,95^2 = 0,786.$$

Ширина ланцюга

$$B = \frac{25 \cdot K_e \cdot P_1}{10^8 \cdot K_v \cdot t \cdot \sqrt[3]{v^2}} = \frac{25 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 10^3}{10^8 \cdot 0,786 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{13,95^2}} = 25,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 25,9 \text{ мм}.$$

За табл. 25.2 приймаємо $B = 28,6 \text{ мм}$.

25.12. Визначити допустиму колову силу для зубчастого ланцюга, якщо його крок $t = 19,05 \text{ мм}$, ширина ланцюга $B = 69 \text{ мм}$, кількість зубців ведучої зірочки $z_1 = 25$, частота обертання $n_1 = 1000 \text{ об/хв}$, динамічний коефіцієнт $K_1 = 1$.

Відповідь: $[F_t] = 2541 \text{ Н}$.

25.13. Горизонтальна ланцюгова передача має такі параметри: ланцюг зубчастий з кроком $t = 25,4 \text{ мм}$, ширина ланцюга $B = 105 \text{ мм}$. Кількість зубців зірочок $z_1 = 31$, $z_2 = 71$. Міжосьова відстань передачі $a = 1400 \text{ мм}$. Частота обертання ведучого вала $n_1 = 120 \text{ об/хв}$. Потужність на ведучій зірочці $P_1 = 9,7 \text{ кВт}$. Маса погонного метра ланцюга $q = 12 \text{ кг/м}$. Визначити зусилля у вітках ланцюга.

Відповідь: $Q_1 = 7197 \text{ Н}$, $Q_2 = 1018 \text{ Н}$.

25.14. Вибрати приводний зубчастий ланцюг для ланцюгової передачі конвеєра. Потужність на ведучій зірочці $P_1 = 20 \text{ кВт}$, частота обертання ведучої зірочки $n_1 = 1600 \text{ об/хв}$, передаточне число $u = 3,75$, кількість зубців ведучої зірочки $z_1 = 25$. Навантаження спокійне.

Відповідь: $B = 57 \text{ мм}$.

Тема 26. Передача гвинт–гайка. Теоретична довідка

Передача гвинт–гайка або гвинтовий механізм призначається для перетворення обертового руху у поступальний. Ці передачі широко застосовуються в різних механізмах, а саме - в домкратах, гвинтових пресах, випробувальних машинах, вимірювальних приладах тощо. Ведучою ланкою, яка здійснює обертовий рух, може бути як гвинт, так і гайка. Робота передачі гвинт–гайка базується на теорії гвинтової пари.

За призначенням передачі гвинти поділяють на: *вантажні*, що забезпечують створення великих осьових сил, мають трапецеїдальну різьбу при знакозмінному навантаженні або упорну при великому односторонньому навантаженні; *ходові*, які застосовують для переміщень у механізмах подачі, мають переважно трапецеїдальну різьбу; *установочні*, які використовують для точних переміщень і регулювання.

Матеріали гвинта та гайки повинні утворювати антифрикційну пару. Гвинти виготовляють зі сталей Ст5, 45, 50, 40Х, 40ХН, гайки – з антифрикційних АЧВ-1, АЧС-3 або сірих чавунів СЧ 15, СЧ 20. Для швидкохідних передач гайки виготовляють з олов'яних бронз БрО10Ф1, БрОбЦ6С3 тощо.

Проектний розрахунок передачі гвинт–гайка

Проектний розрахунок передачі гвинт–гайка полягає у визначенні середнього діаметра різьби гвинта з умови обмеження тиску у контакті витків різьби передачі, яка має вигляд

$$p = \frac{F_a}{A} = \frac{F_a}{\pi d_2 H_1 z} \leq [p],$$

де p , $[p]$ – розрахункове та допустиме значення середнього тиску в різьбі, МПа; F_a – осьова сила, Н; d_2 – середній діаметр різьби, мм; H_1 – робоча висота профілю різьби, мм; z – кількість витків різьби у гайці висотою H , $z = H/P$ (P – крок різьби).

Звідси середній діаметр різьби

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \lambda_H \varepsilon_H [p]}},$$

де $\lambda_H = \frac{H_1}{P}$ – відношення робочої висоти профілю різьби H_1 до кроку різьби P (для трапецеїдальної та прямокутної різьби $\lambda_H = 0,5$; для упорної $\lambda_H = 0,75$; для різьб з трикутним профілем $\lambda_H = 0,541$); $\varepsilon_H = \frac{H}{d_2}$ –

відношення висоти гайки H до середнього діаметру різьби d_2 (для суцільних гайок $\varepsilon_H = 1,2...2,5$; для роз'ємних гайок $\varepsilon_H = 2,5...3,5$); допустиме значення середнього тиску в різьбі: для загартованої сталі по бронзі $[p] = 11...13$ МПа, для незагартованої сталі по бронзі $[p] = 8...10$ МПа; для незагартованої сталі по чавуну $[p] = 4...6$ МПа.

Розрахункове значення діаметра d_2 узгоджують зі стандартним (табл. 26.1).

Довжину гвинта вибирають конструктивно залежно від потрібного переміщення ℓ_0 . Для домкратів рекомендується

$$\ell_0 = (8...10)d.$$

Таблиця 26.1

Розміри трапецеїдальної та упорної різьби для деяких номінальних діаметрів

Номінальний діаметр d , мм	Крок різьби P , мм	Трапецеїдальна різьба		Упорна різьба	
		Внутрішній діаметр d_1 , мм	Середній діаметр d_2 , мм	Внутрішній діаметр d_1 , мм	Середній діаметр d_2 , мм
20	2	17,5	19	16,528	18,5
26	3	22,5	24,5	20,795	23,75
	5	20	23,5	17,322	22,25
	8	17	22	12,116	20,0
32	3	28,5	30,5	26,794	24,75
	6	25	29	21,586	27,5
	10	21	27	14,644	24,5
40	3	36,5	38,5	34,794	37,75
	7	32	36,5	27,855	34,75
	10	29	35	22,644	32,5
50	3	46,5	48,5	44,794	47,75
	8	41	46	36,116	44,0
	12	37	44	29,174	41,0
60	3	56,5	58,5	54,794	57,75
	9	50	55,5	44,385	52,25
	14	44	53	35,710	49,5
80	4	75,5	78	73,058	77,0
	10	69	75	62,644	72,5
	16	62	72	52,232	68,0

Перевірний розрахунок передачі

Цей розрахунок виконують щоб перевірити міцність витків різьби гайки за напруженнями зрізу та міцність гвинта за гіпотезою найбільших дотичних напружень при дії значних осьових навантажень.

Умова міцності витків різьби гайки на зріз має вигляд

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{A_{зр}} = \frac{F_a}{\pi \cdot d \cdot k \cdot H} \leq [\tau]_{зр},$$

де d – зовнішній діаметр різьби; k – коефіцієнт повноти різьби ($k = 0,87$ – для трикутної різьби; $k = 0,65$ – для трапецеїдальної; $k = 0,5$ – для прямокутної); H – висота гайки ($H = \varepsilon_H d_2$); допустимі напруження зрізу $[\tau]_{зр} = 25 \dots 30$ МПа – для гайки із бронзи та $[\tau]_{зр} = 45 \dots 50$ МПа – для гайки із чавуну.

Умова міцності гвинта

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\sigma_p^2 + 4\tau_k^2} \leq [\sigma],$$

де $\sigma_p = \frac{4N}{\pi \cdot d_1^2}$ – напруження розтягу (стиску), $\tau_k = \frac{16M_k}{\pi \cdot d_1^3}$ –

напруження кручення гвинта, d_1 – внутрішній діаметр різьби гвинта, $N = F_a$ – поздовжня сила і M_k – крутний момент у небезпечному перерізі гвинта. Для деяких випадків (наприклад, домкрат) крутний момент M_k у небезпечному перерізі дорівнюватиме моменту M_s для подолання сили тертя у різьбі (без врахування моменту сил тертя на опорній поверхні гайки), тобто $M_k = M_s$.

Вирази для визначення моменту M_s при підніманні вантажу мають вигляд:

для прямокутної різьби

$$M_s = 0,5d_2 F_a \operatorname{tg}(\gamma + \rho),$$

для трапецеїдальної та упорної різьби

$$M_s = 0,5d_2 F_a \operatorname{tg}(\gamma + \rho'),$$

де γ – кут підйому різьби, $\operatorname{tg}\gamma = \frac{zP}{\pi d_2}$, z – кількість заходів різьби, ρ –

кут тертя,

$\rho = \operatorname{arctg} f$, f – коефіцієнт тертя гвинтової пари, ρ' – зведений кут тертя,

$$\rho' = \frac{\rho}{\cos \alpha/2}, \quad \alpha - \text{кут профілю різьби.}$$

Допустиме напруження для сталевих гвинтів

$$[\sigma] = (0,2 \dots 0,3) \sigma_T.$$

Умова самогальмування:

для прямокутної різьби $\gamma < \rho$,

для трапецеїдальної та упорної різьби $\gamma < \rho'$.

Розрахунок гвинта на стійкість

Стиснуті та довгі гвинти великої гнучкості $\lambda \geq \lambda_{\text{гран}}$ перевіряють на стійкість за умовою

$$F_a \leq \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{k_{\text{ст}} \cdot (\mu \cdot l)^2},$$

де E - модуль пружності для матеріалу гинта,

$I = \frac{\pi \cdot d_1^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1} \right)$ - момент інерції перерізу гвинта; $k_{\text{ст}}$ -

коефіцієнт запасу стійкості; $k_{\text{ст}} = 2,5 \dots 4$ для вертикальних гвинтів;

$k_{\text{ст}} = 3,5 \dots 5$ для горизонтальних гвинтів; l - вільна довжина гвинта; μ

- коефіцієнт зведення довжини, який залежить від способу закріплення гвинта в опорах; $\mu = 2$ - за наявності однієї жорстої опори (гвинти домкратів); $\mu = 1$ - коли опори вважають шарнірними (якщо відношення довжини опори до середнього діаметра різьби d_2 менше 1,5); $\mu = 0,7$ - одна опора жорстка, друга - шарнірна.

Для гвинтів зі сталі Ст5, 40, 45, 50 можна прийняти $\lambda_{\text{гран}} \approx 90$.

Для гвинтів з зазначених марок сталей у випадку середньої гнучкості $\lambda = 55 \dots 90$ перевірку стійкість перевіряють за залежністю

$$F_a \leq \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \frac{(5890 - 38,2 \cdot \lambda)}{k_{\text{ст}}}.$$

При $\lambda < 55$ перевірка гвинтів на стійкість не потрібна.

Задачі

26.1. Розрахувати гвинт домкрата, який має самогальмівну трапецеїдальну різьбу з кутом профілю $\alpha=30^\circ$. Коефіцієнт повноти різьби $k=0,65$. Вантажність $F_a = 60$ кН, гвинт зі сталі Ст5; гайка з чавуну АЧВ-1. Підп'ятник гайки кульковий.

Розв'язок

1. Встановлюємо допустиме значення середнього тиску в різьбі $[p]=6$ МПа, допустиме напруження на зріз витків гайки $[\tau]_{зр} = 50$ МПа та коефіцієнт тертя в парі гвинт-гайка $f=0,1$.

2. Приймаємо суцільну конструкцію гайки з $\lambda_H = 0,5$ – для трапецеїдальної різьби та $\varepsilon_H=2,5$. Коефіцієнт повноти різьби $k = 0,65$.

3. Визначаємо середній діаметр різьби

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \lambda_H \varepsilon_H [p]}} = \sqrt{\frac{60 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,5 \cdot 2,5 \cdot 6}} = 50,47 \text{ мм}.$$

та узгоджуємо зі стандартом (табл. 26.1): $d_2 = 53$ мм; $d = 60$ мм; $P = 14$ мм.

4. Для забезпечення самогальмування приймаємо однозахідну різьбу ($z = 1$ і $P_z = P$). Кут підйому різьби

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{P}{\pi d_2} = \frac{14}{3,14 \cdot 53} = 0,0841; \gamma = 4,8^\circ.$$

Зведений кут тертя

$$\rho' = \operatorname{arctg} f' = \operatorname{arctg} \left[\frac{f}{\cos(\alpha/2)} \right] = \operatorname{arctg} \left[\frac{0,1}{\cos(30^\circ/2)} \right] = 5,9^\circ.$$

Умова самогальмування $\gamma = 4,8^\circ < \rho' = 5,9^\circ$ виконується.

5. Визначаємо розміри гайки: висота гайки $H = \varepsilon_H d_2 = 2,5 \cdot 53 = 132,5$ мм (приймаємо $H=133$ мм); число витків у гайці $H/P=133/14=9,5$; зовнішній діаметр гайки $D \approx 1,5d=1,5 \cdot 60=90$ мм.

6. Розраховуємо міцність витків гайки на зріз

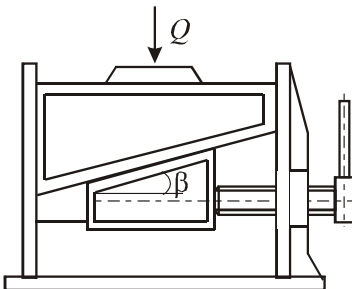


Рис. 26.1

$$\tau_{зр} = \frac{F_a}{\pi \cdot d \cdot k \cdot H} = \frac{60 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60 \cdot 0,65 \cdot 133} = 3,7 \text{ МПа} < [\tau]_{зр} = 50 \text{ МПа}.$$

Отже міцність витків гайки забезпечується.

26.2. Розрахувати гвинт і гайку гвинтового клинового домкрата (рис. 26.1) вантажністю $Q = 4$ кН, зусилля робітника $F = 250$ Н, кут нахилу клина $\beta = 7^\circ$. Різьба трапецеїдальна. Матеріал клинів, напрямних, гвинта і гайки – сталь 45 нормалізована, поверхні контакту змащені.

26.3. Розрахувати гвинт і гайку преса (рис. 26.2). Осьова сила $F_a = 32$ кН, різьба прямокутна. Матеріал гайки – чавун СЧ36, матеріал гвинта – сталь 45.

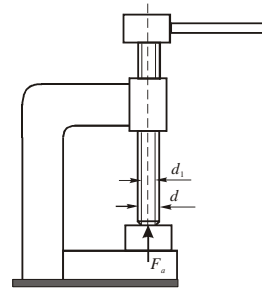


Рис. 26.2

26.4. Розрахувати гвинт і гайку гвинтового домкрата для піднімання вантажу $G = 35$ кН на висоту $H = 4$ м. Для гвинта виконати перевірку міцності та стійкості.

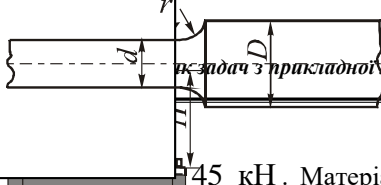
26.5. Визначити діаметр трапецеїдальної різьби для гвинта гвинтового преса. Осьова сила $F_a = 50$ кН, допустимий тиск для гвинтової пари $[p] = 10$ МПа, гайка суцільна, $\varepsilon_H = 1,5$.

Відповідь: $d = 50$ мм, $P = 8$ мм, $d_2 = 46$ мм, $d_1 = 41$ мм.

26.6. Для гвинтового підйомника перевірити зносостійкість передачі гвинт-гайка при допустимому тиску в гвинтовій парі $[p] = 5$ МПа. Вага вантажу $G = 7500$ Н, різьба гвинта упорна з діаметром $d = 26$ мм, $P = 5$ мм, висота гайки $H = 35$ мм.

Відповідь: $p = 4,09$ МПа $< [p] = 5$ МПа.

26.7. Перевірити умову самогальмування та міцність гвинта домкрата з зовнішнім діаметром упорної різьби $d = 40$ мм, кроком $P = 10$ мм та з кутом профілю $\alpha = 30^\circ$. Вантажність домкрата



45 кН. Матеріал гвинта – сталь 45 з допустимим напруженням

$[\sigma]_{\text{ст}} = 120$ МПа. Коефіцієнт тертя в гвинтовій парі $f = 0,15$.

Відповідь: $\gamma = 5,6^0 < \rho' = 8,83^0$, умова самогальмування виконується, $\sigma_{\text{екв}} = 199$ МПа $> [\sigma]_{\text{ст}} = 120$ МПа, умова міцності не виконується.

26.8. Визначити допустиму силу стискання сталевого гвинта домкрата з внутрішнім діаметром прямокутної різьби $d = 36$ мм, довжиною $l = 500$ мм. Коефіцієнт запасу стійкості $k_{\text{ст}} = 4$.

Відповідь: $[F]_a = 42,66$ кН.

26.9. Перевірити стійкість гвинта преса, один кінець якого защемлений в гайці, другий – шарнірно опирається на повзун. Внутрішній діаметр різьби гвинта $d_1 = 41$ мм, довжина $l = 200$ мм.

Відповідь: $\lambda = 13,66 < 55$. Розрахунок на стійкість не потрібний.