ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції курсантів та студентів

МАТЕМАТИКА, ЩО НАС ОТОЧУЄ: МИНУЛЕ, СУЧАСНЕ, МАЙБУТНЄ

Львів 2021

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

д.с-г.н., професор	**Андрій Кузик**
д.т.н., доцент	**Василь Попович**
к.ф.-м.н., доцент	**Ольга Меньшикова**
д. фіз.-мат. н., професор	**Роман Тацій**
д. т. н., доцент	**Олена Васильєва**
к. т. н., доцент	**Тарас Гембара**
д.т.н., доцент	**Лідія Дзюба**
к. фіз. -мат. наук, доцент	**Оксана Карабин**
к. пед. наук, доцент	**Мирослава Кусій**
к. т. н	**Олег Пазен**
к. фіз. -мат. наук, доцент	**Марта Стасюк**
к. фіз. -мат. наук, доцент	**Оксана Трусевич**
к. фіз. -мат. наук, доцент	**Оксана Чмир**

ОРГАНІЗАТОР ТА ВИДАВЕЦЬ	Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:	ЛДУ БЖД, вул. Клепарівська, 35 м. Львів, 79007
контактні телефони:	(032)233-24-79 тел/факс 2330088

Математика, що нас оточує: минуле, сучасне, майбутнє:
Зб. наук.праць VIII Всеукраїнської конф. курсантів та студентів. – Львів: ЛДУ БЖД, 2021 -143с

Збірник сформовано за матеріалами VIII Всеукраїнської конференці курсантів та студентів **«Математика, що нас оточує: минуле, сучасне, майбутнє».**

Збірник містить матеріали таких тематичних секцій:

- Прикладні задачі в математиці
- Математичні відкриття, що змінили світ
- Історія математики
- Математика і сучасність

© ЛДУ БЖД 2021

I
Здано в набір 12.04.2021. Підписано до друку .14.04.2021. Формат 60x841/3. Папір офсетний. Ум. друк. арк. 7. Гарнітура Times New Roman. Друк на різографі. Наклад: 100 прим. Друк: ЛДУ БЖД вул. Клепарівська, 35, м. Львів, 79007.
ldubzh.lviv@mns.gov.ua

За точність наведених фактів, економікостатистичних та інших даних, а також за використання відомостей, що не рекомендовані до відкритої публікації, відповідальність несуть автори опублікованих матеріалів. При передруковуванні матеріалів посилання на збірник обов‘язкове.

СЕКЦІЯ 1. Прикладні задачі в математиці

Ванельчук Д.І., Фідря В.С.
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного
*Науковий керівник **Б.І. Сокіл**, д.т.н., проф., завідувач кафедри ІМ (ОТІВ)*

ВПЛИВ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМИ ПІДВІСКИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ НА ДЕЯКІ ЕКСПЛУАТАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Військова колісна автомобільна техніка під час виконання бойових завдань часто експлуатується у складних умовах руху пересіченою місцевістю. Тому вона повинна характеризуватись низкою підвищених особливостей, які не властиві для подібного класу колісних транспортних засобів (КТЗ) загального призначення. До них треба віднести маневреність, прохідність, плавність ходу, стійкість руху. Вказані експлуатаційні характеристики визначаються значною мірою системою підвіски – амортизаторами та демпферними пристроями.

Традиційно характеристики підвіски КТЗ загального призначення вибираються із умов руху автомобільними дорогами І та ІІ категорій, тобто вздовж шляху із щільно розміщеним гравійним, асфальтним чи бетонним покриттями. Повноприводна військова колісна автомобільна техніка багатоцільового призначення, яка становить основу автомобільного парку ЗС України, базується на агрегатній комплектації базових моделей ГАЗ-66, ЗІЛ-130, КрАЗ, КаМАЗ із частковою модернізацією систем, які впливають в основному на прохідність, тобто опорно-зчіпні характеристики. Під час руху бездоріжжям, за максимально можливих швидкостей пересування, крім опорно-зчіпних характеристик важливу роль відіграє комфортабельність перевезення військовослужбовців та окремого виду вантажів. Адже відомо, що надмірні динамічні навантаження зумовлені нерівностями пересіченої місцевості з одного боку значно впливають на працездатність екіпажу, а з іншого боку – спонукають водія до зниження швидкості руху, а відтак, до несвоєчасності виконання поставленого бойового завдання.

Що стосується систем підвіски, яка використовується у теперішніх видах колісної автомобільної техніки, то функціональна залежність пружної сили амортизаторів від деформації є лінійною або нелінійною. Більшою мірою у складних умовах експлуатації безпечну швидкість руху та інші експлуатаційні характеристики має система підвіски із нелінійним законом зміни відновлювальної сили. Існує багато важливих задач із вибору її таким чином, щоб максимально забезпечити ефективне використання військової колісної автомобільної техніки за складних умов їх експлуатації.

Метою роботи є отримання розрахункових залежностей зміни основних параметрів динаміки підресореної частини від характеристики сили пружних амортизаторів. У роботі показано, до для підвісок КТЗ із нелінійною характеристикою пружних амортизаторів: амплітуда поздовжньо - кутових коливань для прогресивної характеристики системи підресорювання є меншою ніж для лінійної; під час руху КТЗ шляхом із нерівностями у випадку більшої віддалі між нерівностями і більших швидкостей руху амплітуда поздовжньо – кутових коливань виходу є меншою.

Д.В. Трач
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного
Науковий керівник ***М.І. Войтович****, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки (ОТІВ)*

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ І ОЦІНКИ МІЦНОСТІ РАМНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВІЙСЬКОВИХ МОСТІВ НА ЖОРСТКИХ ОПОРАХ

Математизація (впровадження математичних методів і досягнень математики в інші науки,області знань і сфери людської діяльності) давно проникла практично у всі види діяльності людини. Вона давно присутня і у військовій сфері. Більше того,завдання,які виникали у цій сфері в багатьох випадках стимулювали розвиток власне самої математичної науки. В процесі виконання завдань інженерного забезпечення в зоні ООС на сході України виникає необхідність відновлення зруйнованих мостів, а також їх дублювання. У зв’язку з цим вимоги щодо підготовки особового складу інженерних підрозділів підвищуються, що в свою чергу вимагає виконання завдань з будівництва військових мостів з врахуванням сучасних практичних вимог. Для таких конструкцій надзвичайно важливими є розрахунки на міцність і жорсткість, а . також і на стійкість, тому що їх руйнування пов’язане із втратою міцності,жорсткості або стійкості окремих їх елементів. Це вимагає більш відповідального проведення розрахунків стрижневих елементів інженерних споруд, зокрема військових мостів на міцність.

У даній роботі розроблена методика дослідження напруженого стану і оцінки міцності рамних елементів військових мостів різних поперечних перерізів у випадку різних способів їх закріплення; в основу якої покладений метод сил розрахунку статично невизначуваних стрижневих систем, для обчислення коефіцієнтів і вільних членів системи канонічних рівнянь методу використано інтеграл Мора, проведено на цій основі розрахунок рамних елементів дерев’яних мостів під дією силового і ударного навантажень.

На основі запропонованої методики розрахунку статично невизначуваних стрижневих систем проведено дослідження напруженого стану плоского двічі статично невизначуваного рамного елемента під дією статичного силового навантаження, оцінено його міцність. Рекомендовано розташовувати горизонтальний елемент прямокутного перерізу так, щоб довша сторона прямокутника була вертикальною. Це приведе до зменшення максимальних нормальних напружень в брусі, а значить і до підвищення його міцності.

Запропонована методика застосована також до розрахунку рамних елементів в умовах дії динамічних навантажень; проведений розрахунок рами під дією ударного навантаження; проаналізована ситуація, коли міцність рами не буде забезпечена; вироблені пропозиції щодо підвищення міцності рамних елементів мостів.

В.В. Гай, Н.А. Якимчук
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного
Науковий керівник ***Н.М. Гузик****, кандидат фізико математичних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки (ОТІВ)*

ЗАСТОСУВАННЯ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВІЙСЬКОВО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Застосування диференціальних рівнянь – один з найбільш ефективних та найпоширеніших засобів розв'язання прикладних задач науки і техніки. Безліч реальних процесів за допомогою диференціальних рівнянь описуються просто та повно. Перевагою опису явища за допомогою математичної моделі, котра містить диференціальне рівняння є те, що, як правило, не потрібно інформації про все явище в цілому, досить знати лише його стан у початковий момент. Одним з найпростіших типів звичайних диференціальних рівнянь першого порядку є лінійні рівняння. До розв'язування цих рівнянь застосовують метод варіації довільних сталих (метод Лагранжа), що полягає в тому, що частковий розв'язок лінійного неоднорідного рівняння шукають у такому ж вигляді, як і розв'язок відповідного однорідного рівняння, де стала інтегрування замінена на невідому функцію від незалежної змінної. Щоб її відшукати, достатньо підставити проект часткового розв'язку в задане лінійне неоднорідне рівняння.

Покажемо застосування лінійних рівнянь на задачах про визначення траєкторії чи законів руху військових об'єктів.

Задача 1. Відомо, що у довільний момент часу швидкість руху військового об'єкта перевищує його середню швидкість за час t від початку руху на величину t^2. Знайти закон руху цього об'єкта, якщо в початковий момент часу він пройшов віддаль s_0 *м*, а його початкова швидкість – v_0 *м/с*.

Якщо позначити $s(t)$ – шлях, пройдений військовим об'єктом за час t від початку руху, то середня швидкість буде рівна $v_{сер} = \dfrac{s - s(0)}{t}$. Тоді рівняння руху має вигляд $\dfrac{ds}{dt} - \dfrac{s - s(0)}{t} = t^2$, тобто є лінійним рівнянням першого порядку.

Задача 2. Танк Т-80 з газотурбінним двигуном починає розгін зі стану спокою. Знайти закон зміни швидкості руху від часу, якщо величина сили опору пропорційна швидкості руху з коефіцієнтом пропорційності k, а величина рушійної сили пропорційна кубу часу, що відраховується від початку розгону з коефіцієнтом μ.

Застосовуючи другий закон Ньютона $ma = F$, закон зміни швидкості визначимо з рівняння лінійного диференціального рівняння $m\dfrac{dv}{dt} = -kv + \mu t^3$.

Розв’язання цих та подібних задач може служити базою для прийняття ефективних управлінських рішень, збереження числа особового складу тощо.

О. Возняк
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Лідія Дзюба,*** *доктор технічних наук, доцент*

ВИКОРИСТАННЯ КАТАСТРОФИ ЗБІРКИ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ФОТОХІМІЧНОГО СМОГУ

Частину біосфери, докорінно перетворену людиною у технічні та технологічні об'єкти з використанням технічних засобів, називають техносферою. Екологічне середовище і техносфера є динамічною системою, схильною до змін. Динамічною системою вважають будь-який об'єкт чи процес, для якого однозначно визначено поняття стану як сукупності певних величин у даний момент часу та заданий закон, який описує змінювання початкового стану з плином часу. Зміни початкового стану можуть відбуватися плавно або стрибкоподібно. Стрибкоподібні зміни, що виникають як раптовий відгук системи на плавне змінювання зовнішніх умов називають катастрофами [1]. Вивчає такі стрибкоподібні зміни систем математична наука – теорія катастроф.

У роботі [2] розглянуто зв'язок математичної теорії катастроф із промисловою екологією за наявності фотохімічних реакцій над мегаполісом для моделювання проблемних екологічних процесів. Теорія катастроф дає змогу дослідити певні процеси в навколишньому середовищі, що залежать від великої кількості факторів й розвиваються шляхом стрибкоподібних змін. Основними критеріями обрано приземні прозорість повітря та концентрацію характерних для смогу домішок повітря – фотооксидантів. Чим більша прозорість повітря, тим екологічний стан є кращим, однак чим більша концентрація фотооксидантів, тим екологічний стан стає гіршим. Для дослідження закономірності поведінки системи навколишнє середовище – техносфера в [2] використано катастрофу збірки, потенціальна функція якої має вигляд

$$\Pi(x,a,b) = x^4 + ax^2 + bx\,, \qquad (1)$$

де x - змінна стану системи, a, b - керуючі параметри.

У дослідженнях утворення смогу за змінну x стану системи доцільно вибрати загальний рівень повітряних забруднень, керуючими параметрами можуть бути: температура та вологість повітряних шарів, швидкість вітру, наявність температурної інверсії, рівень сонячного випромінювання.

Фотохімічний смог – наявність в атмосфері високої концентрації оксидів азоту, вуглеводнів і інших забруднювачів у приземному шарі при потужній і протягом не менше доби підвищеній інверсії, утворюється час від часу, але не є постійним явищем. Це означає, що, з одного боку, відновлювальних природних властивостей атмосфери поки вистачає для «вирівнювання» екологічної ситуації, при цьому і соціум «намагається» знизити загальний рівень атмосферних забруднень і не «посилювати» екологічну ситуацію, в тому числі і розвиток фотохімічного смогу. І цей «стабільний» стан досягається при деякому середньому обсязі забруднень x і певних значеннях керуючих параметрів.

У [2] проведено моделювання еволюції атмосфери за допомогою математичної теорії катастроф щодо розвитку фотохімічного смогу від техногенного навантаження. Встановлено локальні мінімуми, за якими можна судити про наближення критичних точок. Наведено результати моделювання еволюції атмосфери мегаполіса у двох ситуаціях: докритичній та закритичній. Маючи таку досить просту модель еволюції атмосфери щодо розвитку фотохімічного смогу, можна якісно оцінити можливості переходу, пов'язані зі збільшенням з певних причин загального забруднення повітря, причому можна варіювати рівень факторів, пов'язаних зі природою атмосфери, що склалася в мегаполісі, наприклад, температурною інверсією повітряних шарів, вологістю, швидкістю вітру тощо. Подана в [2] якісна модель дає змогу точніше поставити завдання управління загальним рівнем забруднень, аби не допустити катастрофічного розвитку подій і визначити основні функціональні зв'язки системи управління і моніторингу.

У промисловій екології теорію катастроф можна використовувати для моделювання критичних точок для розуміння і передбачення катастрофічного розвитку подій, раптових стрибкоподібних змін, пов'язаних із фотохімічним смогом та іншими фізико-хімічними процесами в атмосфері над технополісом та їх впливом на довкілля. Отже, перехід повільного збільшення забруднення атмосфери мегаполісу може раптово привести до розвитку фотохімічного смогу, що цілком вкладається в «катастрофічний» розвиток подій, який описує теорією катастроф.

Література

1. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Москва : Мир, 1984. Т. 2. 285 с.

2. Хлєстова О. А. Використання математичної теорії катастроф у промисловій екології / Хлєстова О. А., Єлістратова Н. Ю., Кальянов А. В., Волков Д. В. // DOI https://doi.org/10.32846/2306-9716/2020.eco.3-30.2 . Екологічні науки № 3(30), 2020. – С. 15-19.

І.А. Александров
Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного
Науковий керівник ***О.В. Терещук,*** *к.ф.-м.н., доцент кафедри інженерної механіки (ОТІВ)*

МЕТОД МАСШТАБУВАНННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ З ГЕОМЕТРІЇ

Мета роботи – впровадження нового методу розв'язування різних задач з геометрії.

Задачі, які виконуються у ході дослідження:

- дослідити існуючі методи розв'язування геометричних задач;
- розглянути метод розв'язування геометричних задач, який дозволяє використовувати при розв'язанні «алгебраїчні методи»;
- використати отримані формули для доведення відомих теорем.

Предметом дослідження є методи розв'язання геометричних задач.

Об'єктом дослідження є геометричні задачі підвищеної складності.

Останнім часом все більшої популярності серед ерудованої молоді набувають математичні змагання різних рівнів. Проте навіть якщо учень добре засвоїв основні теоретичні відомості з геометрії, іноді буває не досить зрозуміло які саме теореми потрібно використовувати під час розв'язування задач. Основні проблеми сучасного стану геометрії в шкільній програмі з математики:

1. Переважання інтересу до розв'язування задач з алгебри серед учнів загальноосвітніх закладів;

2. Відсутність «універсальних» алгоритмів розв'язування і не системність більшості задач з геометрії.

Дослідження присвячене пошуку більш «універсального» методу розв'язування геометричних задач. Як варіант, пропонується використовувати метод масштабування при розв'язуванні геометричних задач. Цей метод ґрунтується на еквівалентному перетворенні існуючої конструкції до масштабу, при якому радіус описаного кола дорівнює ½. Особливість цього методу, що при еквівалентному перетворенні до необхідного масштабу сторони трикутника дорівнюють синусам протилежних кутів. Такий перехід дозволяє застосовувати до розв'язання задач, які в авторському розв'язанні використовують різні існуючі геометричні методи, розв'язувати «чисто алгебраїчними методами», а також може застосовуватися до задач, які розв'язуються іншими методами, такими як векторний та інші. Таким чином, використання методу масштабування дозволяє вирішити одразу дві проблеми сучасного стану геометрії.

Почнемо з того факту, що при зміні розмірів об'єкту (зі збереженням пропорцій) всі геометричні властивості об'єкту не змінюються. Таке перетворення в геометрії називають подібністю. Тому метод масштабування – це еквівалентна заміна геометричної конструкції на подібну їй, яка має певну необхідну чисельну характеристику. Існують різночисельні характеристики, які можуть мати перетворені конструкції. Як варіант, можна використовувати метод масштабування,після якого один з відрізків конструкції має довжину 1. Таке перетворення зручно робити, якщо далі треба буде досить багато раз застосовувати теорему косинусів, теорему Піфагора та інші теореми такого типу. Можливі інші типи методу масштабування. В нашій роботі досліджуватиметься метод масштабування, при якому R=1/2, де R – радус описаного кола. Надалі такий метод масштабування позначатимемо метод масштабування (R=1/2). Геометричну конструкцію, отриману внаслідок методу масштабування називатимемо результатом масштабування. Метод масштабування (R=1/2) спирається на одну надзвичайно важливу властивість:

Теорема 1.1. У трикутника, який є результатом масштабування (R=1/2), сторони дорівнюють синусам протилежних кутів.

Наведена вище теорема значно спрощує доведення планіметричних і стереометричних задач тригонометричними методами. Також, особливістю цього метода є можливість виразити певні геометричні структури «мовою тригонометрії». Наприклад, висота трикутника проведена з вершини B дорівнює $\sin\alpha \cdot \sin\gamma$. Аналогічним чином можна визначити інші вершини трикутників. Також, метод масштабування можна використовувати і при вписаних багатокутниках, кількість вершин яких більша за 3.

Для спрощення розв'язання задач було виведено ряд формул.

Отримані формули було застосовано до розв'язку задач з геометрії, а також за допомогою цих теорем було доведено ряд відомих геометричних теорем.

Висновки

У ході дослідження було розглянуто різні методи розв'язання геометричних задач (векторний, метод площ та інші). Було розглянуто існуючі тригонометричні рівності та існуючі основні геометричні формули та теореми.

В роботі пропонується використовувати при розв'язанні геометричних задач новий метод – метод масштабування. Суть методу лежить у геометричних еквівалентних перетвореннях фігур. Було виокремлено метод масштабування, при якому радіус описаного кола дорівнює 1/2. Було розглянуто шляхи застосування отриманого методу.

Для деяких задач застосування методу масштабування є досить громіздким і тому вносить в розв'язок певні труднощі. Саме заради позбавлення таких труднощів була спроба вивести ряд корисних тригонометричних формул, які допоможуть при розв'язуванні геометричних задач з методом масштабування (R=1/2). Було отримано 7 формул. Три з них можна застосувати для вписаного трикутника.

Література

1. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – М., 2006. – 640 с.
2. Моденов П.С. Сборник задач по специальному курсу елементарной математики. – М., 1960.
3. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. з поглибленим вивченням математики / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – 415 с.

І. Я. Біганський, В.Р. Павлик
ЛНУ ім. Івана Франка, факультет прикладної математики та інформатики.
Науковий керівник: доцент ***В.М. Фірман****, кандидат технічних наук*

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ В ПРИЙНЯТТІ РІШЕНЬ ЩОДО ЕКОЛОГІЧНОЇ БЕЗПЕКИ

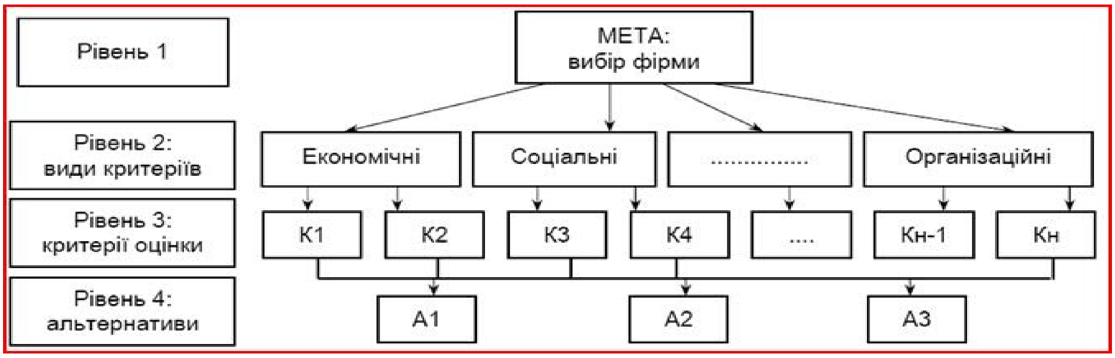
Екологічна криза в 21ст. набула всеосяжного характеру. Усі природні екосистеми(атмосфера, гідросфера, літосфера і біосфера) зазнають потужного антропогенного тиску. Суспільству загрожує отруйне повітря та забруднене водне середовище, ерозія, загибель лісів, кислотні дощі, озонова діра, техногенні аварії. Хімічне, радіоактивне та інші забруднення довкілля викликають різноманітні суспільні проблеми. Лише в результаті спалювання паливних ресурсів, щорічно в атмосферу планети потрапляє понад 22 млрд. тон двоокису вуглецю, світова промисловість скидає понад 160 км3 шкідливих стоків в річки. За останні 45 років використання мінеральних добрив зросло в 43 рази, а отрутохімікатів - у десять разів. Згідно Конституції України, кожен має право на безпечне для життя і здоров'я довкілля [1].

Існують проблеми пов'язані з екологією та захистом навколишнього середовища, які потребують нагального вирішення. Дані рішення складно приймати та узгоджувати. Для усунення даної проблеми застосовується МАІ(метод аналізу ієрархій), який використовують для знаходження найоптимальнішого рішення.

Задачі прийняття рішень можна застосовувати при прогнозуванні заходів щодо екологічної безпеки. При прийнятті рішень, необхідно розглядати енну кількість альтернатив, це призводить до ускладнень. Серед таких ускладнень є необхідність здійснювати вибір найкращого варіанту в умовах невизначеності. Прийнятті рішення повинні бути найоптимальнішими, однак розглянути всі аспекти і деталі, які впливають на вибір в ухваленні рішень, неможливо без сторонньої допомоги.

Візьмемо для прикладу ситуацію пов'язану з забрудненням повітря. Дуже важко визначити у який саме спосіб вирішити дану проблему. Проте якщо застосувати МАІ, то взявши до уваги усі критерії такі як: об'єкт який забруднює повітря(завод, автомобілі - обладнання яких застаріле і т.д.), к-сть викидів шкідливих газів, державні кошти необхідні для вирішення цієї проблеми та інші критерії. Опісля застосувавши даний алгоритм ми зможемо отримати найефективніший варіант для зниження забрудненості повітря в певних регіонах. Тим самим методом можна скористатися і при вирішенні проблем з таненням льодовиків, руйнуванням озонового шару, забруднення довколишнього середовища, зменшення к-сті питної води і т.д.

Алгоритм МАІ: Перший крок МАІ - побудова ієрархічної структури.



Ієрархія МАІ будується з вершини - мета з точки зору управління. На рівні, підпорядкованому вершині, розташовуються критерії, від яких залежать подальші рівні. На найнижчому рівні знаходиться перелік альтернатив або варіантів рішення. Після цього, учасники аналізують ієрархію через ряд попарних порівнянь, які виводять числові шкали вимірювання для вузлів. Критерії порівнюються по поєднанню з метою важливості. Альтернативи порівнюються попарно з кожним критерієм для переваги. Зіставлення обробляються математично, і для кожного вузла визначаються пріоритети. Під час порівняння будь-яких двох елементів з множини ставлять запитання: якою мірою (у скільки разів) один елемент переважає інший? Для полегшення роботи користуються шкалою парних порівнянь Т.Сааті [2].

Закон ієрархічної безперервності вимагає, щоб елементи верхнього рівня ієрархії були порівнянні попарно по відношенню до елементів наступного рівня і т.д., аж до вершини ієрархії. За результатами попарних порівнянь елементів будують матрицю попарних порівнянь. Довільний елемент якої є оцінкою (рангом шкали парних порівнянь Сааті) відносної переваги елемента. Отримуємо нормалізовану матрицю N, яка утворюється з матриці A за допомогою ділення кожного елемента $a_{i,j}$ на суму елементів j-го стовпця. Скориставшись методом середнього геометричного, наближено обчислюємо вектор відносних цінностей $(w_1, \ldots, w_m)^T$ [3].

Обчислення показників відносної цінності об’єктів проводиться за допомогою середнього геометричного елементів кожного з рядків матриці A. Оцінимо значення власного числа, якому відповідає обчислений вектор відносних цінностей. Для цього знайдемо добуток: Aw. Щоб оцінити значення λ_{max}, поділимо покомпонентно складові добутку Aw на складові вектору відносних цінностей w. Одержимо вектор, далі за наближене значення λ_{max} виберемо середнє арифметичне компонента цього вектора. Далі визначають узгодженість, тобто "несуперечливість" суджень. Величина відношення узгодженості не повинна бути більша за 10% [4].

Для одержання відношення узгодженості застосовується такий алгоритм:

1.Знаходимо суму кожного стовпчика матриці. 2.Суму першого стовпчика множимо на величину першої компоненти вектора пріоритетів, суму другого - на величину другої компоненти тощо. Одержані таким чином числа сумуються - це найбільше значення тверджень (Qmax). 3.Знаходимо індекс узгодженості і порівнюємо його з середнім відношенням узгодженості для випадкових матриць.

На основі багатокритеріальної оцінки корисності кожної з альтернатив вибираємо найкращу. Це здійснюємо множенням вектора відносних цінностей критеріїв на матрицю утворену векторами відносних цінностей альтернатив за кожним з критеріїв. З отриманого вектору бачимо відношення цінностей всіх альтернатив між собою. Очевидно, що елемент з найбільшим значенням відповідає найкращій альтернативі.

Отже підсумовуючи вище наведене можна зробити висновок, що застосування МАІ дозволить оцінювати відносні пріоритети прийняття рішення у відповідності до встановлених критеріїв. Таким чином можна швидко і ефективно вирішувати проблеми найоптимальнішими рішеннями, в даному випадку екологічні проблеми.

Література

1. Конституція України від 28 червня 1996 р. //Відомості Верховної Ради України.-1996.
2. Принятие решений Метод анализа иерархий / Т. СААТИ - Москва 1993 р.
3. Илларионов М. Г. Применение метода анализа иерархий в принятии управленческих решений / М. Г. Илларионов // Актуальные проблемы экономики и права. – 2009. – № 1. – С. 37-42.
4. Застосування методу аналізу ієрархій до задачі прийняття рішення про оптимальний вибір країни стажування Шумська Н.В., Науменко Н.Ю.

О. Д. Вол, І. В. Павлик
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***В. М. Фірман****, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри безпеки життєдіяльності Львівського національного університету імені Івана Франка.*

АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ПРИЧИН ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНИХ ПРИГОД МЕТОДАМИ СИСТЕМНОЇ ДИНАМІКИ

В умовах постійного зростання інтенсивності життєдіяльності людини посилюється важливість безпеки дорожнього руху. За показниками аварійності та кількості жертв дорожньо-транспортних пригод (ДТП) Україна є одним із лідерів серед європейських країн [1]. Так, в середньому у країнах-членах ЄС на 100 тисяч жителів припадає 5 відсотків загиблих у ДТП, тоді як в Україні такий показник становить (за даними 2019 року міністерства інфраструктури) відповідно 8,22 відсотка осіб. На сьогодні в Україні рівень смертності та травматизму внаслідок ДТП є дуже високим, а рівень організації безпеки дорожнього руху залишається низьким. Тому питання підвищення безпеки дорожнього руху залишається актуальним та потребує подальшого дослідження. Зокрема, аналіз та моделювання рівня смертності і травматизму внаслідок ДТП дає можливість краще зрозуміти фактори, що підвищують смертність на дорогах, та протестувати гіпотези про інструменти, що допомагають її знизити.

Системна динаміка є новітнім інструментом моделювання, що показує, як причинно-наслідкові зв’язки між змінними можуть бути представлені мовою моделей [2]. Системна динаміка дозволяє формалізувати лінійні та нелінійні зв’язки, часові лаги в складних комплексних системах, а також забезпечує фундамент для побудови комп’ютерних моделей з метою аналізу структури, взаємозв’язків та типів поведінки складних систем в різних умовах. Модель системної динаміки дозволяє врахувати взаємозв’язки між досліджуваними змінними та правдоподібно відтворити реальні залежності.

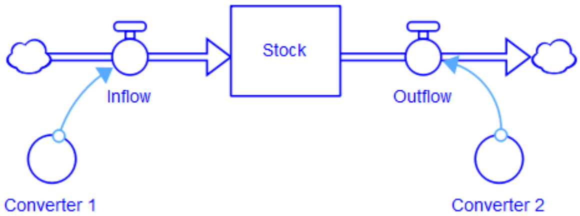


Рис. 1. Зображення найпростішого процесу зміни стока методом системної динаміки

Основою моделі системної динаміки є система диференційних або інтегральних рівнянь. Модель базується на так званих «петлях» зворотного зв'язку, які утворюються основними елементами моделі – стоками, потоками та константами. Проста структура процесу зміни стока наведена на рис.1, де Stock – це сток, Inflow та Outflow – вхідний і вихідний потоки відповідно, Converter 1, Converter 2 – конвертери, тобто константи, які визначають зміну потоків, що математично може бути представлено таким чином:

$$\begin{cases} Stock_t = \int_{t_0}^{t} (Inflow_s - Outflow_s)ds + Stock_{t_0} \\ Inflow_s = Converter1 \\ Outflow_s = Converter2 \end{cases}$$

У моделі рівня смертності у ДТП (рис. 2) потоками є народжуваність та смертність за певний проміжок часу, а також змінна «кілометри в дорозі», тобто загальна кількість кілометрів, яку долають усі транспортні засоби за певний час (1 рік); стоками – кількість населення та загальний кілометраж, які обчислюються з потоків; усі інші змінні є конвертерами. Значення екзогенних змінних беруться зі статистичних даних, ендогенних – обчислюються зі значень екзогенних. У цій моделі кількість жертв ДТП пояснюється водінням у стані оп'яніння, порушенням швидкості, відволіканням водіїв, т.з. «агресивним водінням» та іншими факторами; на зменшення кількості жертв ДТП впливає використання паска безпеки та подушки безпеки [3].

Рис. 2. Модель системної динаміки, що описує кількість потерпілих у ДТП

Змінюючи екзогенні змінні моделі, можна аналізувати різні сценарії динаміки (приросту чи зменшення) смертності та травматизму в ДТП. Отже, модель дає інший погляд на моделювання кількості жертв ДТП у залежності від зміни різних чинників і дає можливість прогнозувати, як зміниться смертність у ДТП при зміні факторів, що на неї впливають. Тому наведена модель може застосовуватися органами, що відповідають за безпеку дорожнього руху [4], для аналізу поточної ситуації на дорогах України та розроблення стратегій щодо підвищення рівня безпеки усіх членів дорожнього руху.

Оскільки попередити виникнення ДТП повністю неможливо, ми хочемо запропонувати декілька рішень, які допоможуть зменшити кількість жертв дорожньо-транспортних пригод, а саме: контроль швидкості; встановлення жорсткішого покарання за керування в нетверезому стані; автоматичні фотофіксації порушень правил дорожнього руху; встановлення пристроїв, які контролюють, скільки часу водій безперервно перебуває за кермом; покращення технічного стану доріг; своєчасна та якісна перевірка автомобілів на наявність технічних несправностей.

Література

1. Статистика ДТП в Україні. Офіційний сайт Патрульної поліції України. URL: http://patrol.police.gov.ua/statystyka/
2. Richardson, G. P., Pugh, A. L. (1989). Introduction to System Dynamics Modeling. Waltham, MA: Pegasus Communications.
3. Omer Tatari, Mohamed Abdel-Aty, Nuri Onat, Mehdi Alirezaei (2015). Dynamic Simulation Models for Road Safety and Its Sustainability Implications. URL: http://safersim.nads-sc.uiowa.edu/final_reports/UCF-2-Y1_FinalReport.pdf
4. Закон України «Про дорожній рух».

Д. Загребельна
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Лідія Дзюба,*** *доктор технічних наук, доцент*

ПОЖЕЖНІ РИЗИКИ В УКРАЇНІ ЗА 2020 РІК

Вважаючи небезпеку явищем будь-якого походження – фізичного, хімічного, природного, біологічного, техногенного, соціального чи економічного, яке здатне нанести шкоду людині чи довкіллю, виникає потреба оцінки такого явища. Будь-яка небезпека має потенційний характер та не завжди реалізовується. Мірою можливої реалізації конкретної небезпеки є ризик. Ризик – це ймовірність заподіяння шкоди з урахуванням її важкості. Отже, ризик є мірою небезпеки та її наслідків.

Науку, яка є теоретичним та методологічним підґрунтям дослідження ризику, називають теорією ризику. В сьогоденні цю науку розвивають у декількох напрямках. Один з напрямків – теоретичний, який є спеціальною частиною прикладної математики. Цей напрямок поєднання елементів теорії ймовірності та математичної статистики називають стохастикою. Інший напрямок – економічний, який вивчає зміст матеріальних втрат та збитків, що виникають з певною ймовірністю, та пропонує методи їх усунення. Ще один напрямок теорії ризику, пов'язаний з розвитком та небезпеками техносфери, вивчає техногенний ризик.

До небезпек природного або техногенного походження належать пожежі. Пожежею називають неконтрольоване горіння поза спеціальним вогнищем, що розповсюджується в просторі та часі [1]. Пожежа знищує матеріальні цінності, створює загрозу для життя людей та тварин, негативно впливає на довкілля. Пожежною небезпекою є небезпека виникнення та розвитку некерованого процесу горіння (пожежі), що завдає шкоди суспільству, довкіллю та об’єкту захисту. Отже, пожежний ризик – це кількісна характеристика можливості реалізації пожежної небезпеки та її наслідків, яку вимірюють, як правило, у відповідних одиницях.

Відповідно до статистичних даних, наведених в [2] за 2020 рік, обчислено пожежні ризики в Україні. Враховуючи, що населення в Україні за оцінкою на 1 грудня 2020 року становило 41 млн. 588,4 тис. осіб, то ризик R_1 для людини зіткнутися з пожежею та її небезпечними чинниками впродовж року дорівнює

$$R_1 = \frac{101279}{41588400} = 0,00244\left[\frac{\text{пожеж}}{\text{осіб} \cdot \text{рік}}\right] = 2,42 \cdot 10^{-3}\left[\frac{\text{пожеж}}{\text{осіб} \cdot \text{рік}}\right] = 2,44\left[\frac{\text{пожеж}}{10^3 \text{осіб} \cdot \text{рік}}\right],$$

де враховано, що впродовж 2020 року в Україні зафіксовано 101 279 пожеж [2].

Ризик R_2 для людини загинути від пожежі, якщо впродовж року загинуло 1728 [2] осіб, дорівнює:

$$R_2 = \frac{1728}{101279} = 0,017\left[\frac{\text{жертв}}{\text{пожеж}}\right] = 1,7 \cdot 10^{-2}\left[\frac{\text{жертв}}{\text{пожеж}}\right].$$

Ризик R_3 для людини загинути від пожежі впродовж року:

$$R_3 = \frac{1728}{41588400} = 0,00004155\left[\frac{\text{жертв}}{\text{осіб}\cdot\text{рік}}\right] = 4,155\cdot10^{-5}\left[\frac{\text{жертв}}{\text{осіб}\cdot\text{рік}}\right].$$

Вказані ризики пов'язані співвідношенням

$$R_3 = R_1 \cdot R_2 .$$

Ризик R_1 характеризує можливість реалізації пожежної небезпеки, а ризики R_2 та R_3 певні наслідки цієї реалізації.

Величини обчислених індивідуальних ризиків вказують на те, що на сьогодні з кожних 1000 мешканців України впродовж року в середньому 1 особа опиниться в умовах пожежі, на кожні 100 пожеж в середньому є 2 загиблі людини, а на кожні 100 000 осіб від пожежі впродовж року гине 4 особи.

Матеріальну шкоду від реалізації пожежної небезпеки характеризують іншими ризиками. Ризик R_4 знищення будівель внаслідок пожежі вимірюють в одиницях $\left[\frac{\text{знищена будівля}}{\text{пожежа}}\right]$; ризик R_5 прямих матеріальних збитків від пожежі вимірюють в одиницях $\left[\frac{\text{грошова одиниця}}{\text{пожежа}}\right]$.

Окрім перерахованих пожежних ризиків також можна розглядати ризики: травмування на пожежах як цивільних осіб, так і рятувальників, з урахуванням деталізації ризиків за видами травм; ризики виникнення пожеж з різних причин (блискавка, підпал, коротке замикання в електромережі, необережне поводження з вогнем тощо); ризики виникнення пожеж у будівлях різного призначення; ризики не спрацювання пожежної сигналізації та автоматики; ризики відсутності води для пожежогасіння [3].

Отже, для визначення пожежних ризиків потрібно знати статистичні дані про виникнення пожеж та розміри соціальних, економічних й екологічних наслідків. Пожежні ризики характеризують можливість реалізації пожежної небезпеки та містять оцінювання як можливих наслідків, так і обставин, що сприяють розвитку пожежі. Обчислення таких ризиків має значення для страхових компаній, для фірм з виготовлення протипожежного обладнання, для проектувальників будівель та споруд.

Література

1. https://uk.wikipedia.org/wiki.

2. Звіт про основні результати діяльності Державної служби України з надзвичайних ситуацій у 2020 році: https://www.dsns.gov.ua/files/2021/1/26.

3. Дзюба, Л. Ф. Надійність технічних систем і техногенний ризик [Текст] : Навч. посібник для ВНЗ / Л. Ф. Дзюба, М. І. Кусій, О. В. Меньшикова. – Львів: Вид-цтво ЛДУ БЖД, 2018. – 144 с.

К.Р. Клакович, А.І. Плекан
Львівський національний університет імені Івана Франка
*Науковий керівник **В. М. Фірман**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри безпеки життєдіяльності Львівського національного університету імені Івана Франка*

ЗАСТОСУВАННЯ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ВІДБОРУ ПЕРСОНАЛУ ЗВАЖАЮЧИ НА КОМПЕТЕНТНІСТЬ КАНДИДАТІВ

З появою електроніки розпочались перші спроби апаратного відтворення процесу мислення людини шляхом створення нейронних мереж, які здатні встановлювати зв’язки між елементами і приймати складні рішення. Зокрема, можливість навчання — одна з головних переваг нейронних мереж над традиційними алгоритмами програмування. Використання нейронних мереж дає змогу автоматизувати такі складні процеси, як, наприклад, підбір команди. Процес аналізу характеристик потенційних працівників є досить складним, адже потрібно врахувати багато чинників, таких як: відповідність фаху, досвід роботи кандидата, темперамент, скрупульозність, розуміння предметної області, тощо. Зважаючи на перелічені чинники, постає необхідність на відбір кращих з кандидатів. Цей процес відбору можна комп’ютеризувати [1].

Класифікація та прийняття рішень за допомогою нейронних мереж використовується в різних галузях господарства, а їх базовими складовими є набутий досвід та знання, які організовані в бази даних та бази знань. Задачі аналізу даних стають дедалі актуальнішими, особливо в сучасних умовах, коли накопичено значні обсяги інформації практично з усіх напрямів життєдіяльності. Інтенсивний розвиток сучасного суспільства потребує швидкого інтегрування. Зокрема комп’ютеризація та інформаційні технології надають змогу швидко обробляти інформацію. Так, за даними досліджень науковців із Сорбонського університету, до 2030 року понад 80% усіх процесів, пов’язаних із працевлаштуванням, будуть повністю комп’ютеризованими із використанням нейронних мереж [3].

NLP є сферою, що швидко розвивається, її програми представляють значну частину досягнень штучного інтелекту. Технологія NLP широко використовується провідними світовими технологічними компаніями, такими як Google Assistant від Google, Siri від Apple та іншими [2]. Зокрема Siri – додаток, що спілкується природною мовою, може розпізнавати вимову користувачів та відповідати на їхні питання, генеруючи відповідний текст. Такі технології значно спрощують спілкування та роботу, а ми зустрічаємось з ними щодня: під час пошуку інформації чи відвідування вебсайтів, до яких приєднані чат-боти. За допомогою обробки природної мови здійснюється фільтрування спамових повідомлень на електронній пошті, передбачається введений користувачем текст, аналізуються дані, здійснюється переклад слів.

Маємо задачу, де потрібно підібрати склад ефективної фахової команди проекту, з використанням методу штучного інтелекту - опорних векторів [1]. Метою досліджень є підтвердження гіпотези про те, що можна класифікувати працівників при прийнятті на роботу використовуючи для цього обробку природної мови, а саме метод опорних векторів. Досягнення мети досліджень передбачає розв'язання таких завдань: теоретичний аналіз даних наукової літератури щодо алгоритмів класифікації даних із використанням обробки природної мови, реалізація програми одним із цих методів, порівняння результатів із розв'язанням цієї задачі іншими алгоритмами.

Принцип розв'язання завдань з наймання працівників на роботу полягає саме в оцінці ймовірності події, що деякий кандидат стане учасником команди. Маючи велику кількість даних про працівників, а саме: досвід роботи, кількість виконаних проектів конкретного типу, знання певних технологій, можна максимально уточнити оцінку вибору учасника команди.

Весь процес виконання програми описується наступними кроками:

1. Збір даних та формування навчальної вибірки

На цьому етапі потрібно сформувати початковий набір даних, на основі яких відбуватиметься тренування створеної моделі. У цьому випадку навчальна вибірка складатиметься з різних комбінацій характеристик кандидата на посаду, таких як досвід роботи, освіта, вік, комунікабельність, тощо, та висновку щодо прийняття на роботу - так або ні. Для методу опорних векторів, який використовується при реалізації програми, важливо мати великий набір вхідних даних, адже це впливає на якість отриманого результату, тобто підвищує точність.

2. Обробка та аналіз даних для прийняття рішення з бази знань

Далі відбувається аналіз вхідних даних. На цьому етапі програма обробляє навчальну вибірку і намагається знайти зв'язки між характеристиками кандидатів і рішенням про прийняття на роботу. Програма співставляє характеристики працівників з результатом про те, чи обрані вони на посаду. Аналізується те, яким саме працівникам частіше відмовляли і чому. В результаті аналізу програма визначає певну ймовірність прийняття на роботу працівника з такими чи іншими характеристиками та вміннями.

3. Тестування програми

Після того, як програма проаналізувала вхідні дані з готовими відповідями, потрібно перевірити на нових даних, як точно можна отримати рішення. Для тестування програми використовуються дані нової вибірки, які містять характеристики кандидатів, які влаштовуються на роботу. Завданням програми, що використовує метод опорних векторів, є отримати рішення про прийняття людини на ту чи іншу посаду. На цьому етапі використовуються дані, отримані внаслідок аналізу тренувальної вибірки, та її результати. Внаслідок цього отримуємо ймовірність, з якою людина, маючи ці характеристики, буде взята на роботу.

Під час комп'ютерної реалізації задачі класифікації з'ясовано, що точність - найважливіший показник оцінки якості здатності класифікатора обробляти фактичний потік отриманих текстів; у всіх випадках при тренуванні моделі лежить в межах від 87 до 97% і корелюється в залежності від об'єму бази знань [2]. Проте це не означає, що більша кількість таких даних спричинить більшу точність обчислень. У деяких випадках це навпаки може викликати перенавчання. Це означає, що класифікатор добре працює на навчальному наборі даних, але не може узагальнити достатньо, щоб він міг передбачити правильний результат для небачених раніше даних.

Під час подальших досліджень планується вдосконалення програм, а саме досягнення більшої ефективності розрахунків, які можна досягти кількома способами. Одним з методів є покращення набору вхідних даних. В майбутньому робота програми буде розширена таким чином, щоб класифікувати працівників з більшою кількістю характеристик.

Наступним способом збільшення ефективності розрахунків, який планується бути застосованим у майбутньому, є покращення самого методу опорних векторів, експериментування із зміною параметрів обчислень, дослідження інших алгоритмів.

Отже, підсумовуючи все вищенаведене, для підбору висококваліфікованого персоналу можемо запропонувати роботодавцям розробляти заходи, в які включати застосування нейронних мереж. Тоді, зважаючи на важливі чинники, які свідчать про компетентність кандидатів, можна буде здійснювати ефективніший відбір персоналу.

Література

1. Jalaj Thanaki. Python Natural Language Processing: Advanced machine learning and deep learning techniques for natural language processing. - Mumbai, 2017. - 456 c.

2. Taweh Beysolow II. Applied Natural Language Processing with Python: Implementing Machine Learning and Deep Learning Algorithms for Natural Language Processing. - San Francisco, California, USA, 2018. - 150 c.

3. Rhea Moutafis. Is AI coming for your job? [Електронний ресурс]. - Режим доступу: URL: https://builtin.com/artificial-intelligence/ai-workers-jobs

Р.С. Лизун
Національний університет «Львівська політехніка»
Науковий керівник: ***Бродяк О.Я.,*** *кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики*

ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛА В АРХІТЕКТУРІ

Визначений інтеграл має широке застосування не лише в математиці, а й у фізиці, економіці тощо. Завдяки тому, що інтеграл часто ототожнюють з площею криволінійної трапеції, він застосовується також і в архітектурі. Розробляючи проекти різноманітних споруд, архітектори використовують криволінійні фігури для того, щоб прикрасити і надати їм індивідуальний вигляд. Тому часто стикаються з такими поняттями як площа криволінійної трапеції, довжина дуги неперервної кривої тощо.

У нашому повсякденні ми дуже часто зустрічаємося з таким архітектурним елементом як арка. Під цим поняттям розуміється криволінійне перекриття прорізу в стіні або простору між двома опорами. Арки можуть використовуватися як конструктивний архітектурний елемент, наприклад, над двірним проходом чи брамою, або як чисто декоративний елемент.

Міцність арки залежить від її форми. Найпростіші акри мають форму напівкола, однак найміцнішими є арки з формою параболи або ланцюгової лінії. Параболічні арки передають весь розпір на основу й не потребують додаткових елементів. Такі арки запровадив в архітектуру іспанський архітектор Антоніо Гауді. Саме їх вперше використав архітектор при проектуванні Палацу Ґуель (міський будинок, замовлений промисловцем) в Барселоні. Через незвичні арки параболічної форми гості могли вільно проїжджати в просторий вестибюль будинку прямо в екіпажах, а в самому вестибюлі передбачений спіральний спуск в підвал, де знаходяться стайні. Кульмінацією творчості Антоніо Гауді є Храм Святого Сімейства. Цю величну Церкву почали будувати у 1882 році, хоча Гауді був залучений до проекту лише у 1884 р. Трагічна загибель архітектора у 1926 р. не зупинила будівництво, воно продовжується й дотепер. Грандіозність задуму можна оцінити лише з того, що його завершення планується лише на 2026 рік. За допомогою визначеного інтеграла обчислювались площі частин вітражів Храму, різноманітних частин його фасаду, таких як пілястри, колони, а також нефів.

Однак ідеальна форма для арок є перевернута ланцюгова лінія. Однорідна арка у формі перевернутої ланцюгової лінії відчуває тільки деформації стиску, але не зламу. На арці Саарінена в Сент-Луїсі написана формула її ланцюгової лінії:

$$y = -44{,}44\,\mathrm{ch}\left(\frac{x}{44{,}44}\right) + 263.$$

Ця арка була спроектована одним з найвідоміших архітекторів США Еро Сааріненом у співпраці з математиком і інженером Ганнскарлом Бандель. За підказкою Бандель, він вибрав для своєї арки форму ланцюгової лінії, висота якої дорівнювала ширині біля основи. Довжина цієї лінії обчислюється також за допомогою визначеного інтеграла.

Д. О. Маник
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного
*Науковий керівник **Л.Д.Величко**, к.ф-м.н., доц., проф. кафедри ІМ (ОТІВ)*

ПОКРАЩЕННЯ ПАСИВНОГО ПРОТИ МІННОГО ЗАХИСТУ БРОНЬОВАНИХ МАШИН

Сучасна воєнно-політична ситуація на східних кордонах України, окупація Криму російськими військами, існуючі та «заморожені» воєнні конфлікти на територіях бувшого СРСР, вплив деяких політиків в Україні, орієнтованих на Росію, на внутрішню політику України, вказують на необхідність зміцнення обороноздатності України. Аналіз військових збройних конфліктів вказали на суттєвий вплив високоточної зброї на їх перебіг. Одночасно зросла кількість випадків уражень від мін та саморобних вибухових пристроїв бойових броньованих машин. Все це вказує на необхідність модернізації існуючої військової техніки в Україні та розробки новітнього озброєння.

Аналіз бойових дій в світі вказує на їх зростаючу швидкоплинність та, переважно, локальний характер. Вони характеризуються великою оперативною мобільністю, застосуванням засобів повітряної розвідки та нападу (безпілотників), використанням високо точної зброї, та іншого новітнього озброєння. Локальний характер бойових дій, відсутність чіткого розмежування між лінією фронту та тилу, вимагають від тактичних підрозділів великої автономності, здатності самостійно вести бойові зіткнення. Отже, досягнення високої мобільності підрозділів можливе при використанні в бойових діях БКМ (бойові колісні машини).

Локальний характер ведення бойових дій сприяє різкому зростанню використання мін та СВП (саморобних вибухових пристроїв). Тому виникає необхідність в збільшенні проти мінного захисту БКМ. Це можливе шляхом модернізації існуючого протимінного захисту ББМ (бойових броньованих машин) або розробки новітніх конструкцій для досягнення більшого рівня захисту.

Традиційний метод підвищення проти міного захисту базується на збільшенні товщини днища ББМ. Однак, це спричиняє значне зростання її маси та суттєво зменшує її мобільність, що збільшує ймовірність його ураження з високо точної зброї. Сьогодні ведуться роботи по удосконаленню або розробці нових систем пасивного протимінного захисту:

- збільшення дорожнього просвіту між днищем і дорогою, при забезпеченні мінімальної висоти центру мас ББМ над дорожнім полотном;
- розробка конструкції днища, яке внаслідок вибуху міни зменшує деформацію елементів БКМ;
- використання модульного захисту;
- виготовлення днища БКМ суцільним, тобто мінімізація кількості зварних швів;
- відсутність конструктивних особливостей днища, які можуть концентрувати потужність вибуху.

Перспективним напрямком захисту бойових броньованих машин та екіпажу від мін та саморобних вибухових пристроїв є використання подвійного днища в ББМ.

Ю.О. Мичка
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***В.М.Фірман*** *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри безпеки життєдіяльності*

АЛГОРИТМ ШИФРУВАННЯ RSA

Питання безпеки передачі даних з давніх давен стояло перед суспільством. Злам, перехоплення та зміна даних наносять значну шкоду для інформаційної безпеки та людської життєдіяльності. Дані загрози можуть стосуватись як окремо людини, так і суспільства в цілому і призводити до високих економічних втрат та матеріальних збитків.

Для перешкоджанню виникнення таких загроз застосовують алгоритми шифрування даних. Одним із таких алгоритмів є алгоритм шифрування RSA. Це криптографічний алгоритм з відкритим ключем, який базується на складності задачі розкладу на прості множники великих цілих чисел. Даний алгоритм був опублікований у 1977 році Рональдом Райвестом, Аді Шаміром і Леонардом Адлеманом із Массачусетського технологічного інституту (MIT). Алгоритм RSA складається з кількох етапів: процес генерації та розповсюдження ключів, процес шифрування та процес розшифрування повідомлення.

Підготовка ключів. Для реалізації даного алгоритму необхідно згенерувати публічний та приватний ключі. Для них вибираються два великі прості числа p і q розміром близько 512 біт. Опісля, обчислюється так званий модуль n, який дорівнює добутку чисел p і q. Далі обчислюється значення функції Ейлера $\varphi(n) = (p-1)(q-1)$. Наступним кроком є вибір такого цілого числа e, яке б задовольняло умову $1 < e < \varphi(n)$, при чому, що e є взаємно простим із значенням функції Ейлера $\varphi(n)$. Це число називається відкритою експонентою. В результаті наведених вище обчислень ми отримуємо пару чисел $\{e, n\}$, яка є відкритим або ж публічним ключем, який може передаватись від одного абонента іншому. Тепер потрібно за допомогою розширеного алгоритму Евкліда обчислити таке число d, яке є обернене числу e за модулем $\varphi(n)$, або іншими словами остача від ділення за модулем $\varphi(n)$ добутку $d\times e$ повинна дорівнювати 1. Математично це може бути записано так: $(d\times e) \bmod \varphi(n) = 1$. Отримана пара чисел $\{d, n\}$ є закритим або приватним ключем, який зберігається абонентом, що передає повідомлення.

Шифрування. Першим кроком, який потрібно зробити для шифрування повідомлення є перетворення текстового повідомлення M за допомогою схеми доповнення в його числове представлення m таке, що $0 < m < n$. Далі отримується шифротекст $c = m^e \bmod n$, який передається іншому абонентові.

Розшифрування. Щоб розшифрувати шифротекст c абоненту потрібно обчислити $m^* = c^d \bmod n$. Отримане число m^* і буде зашифроване повідомлення.

Приклад. Нехай повідомленнями обмінюються два абоненти A і B. Абонент A отримуватиме повідомлення від абонента B. Абонент A вибирає числа $p = 3$ і $q = 7$. Модуль $n = p\times q = 3\times 7 = 21$. Для даних чисел він обчислює значення функції Ейлера $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1) = 2\times 6 = 12$. Потім він вибирає таке число e, яке задовольнятиме наступні критерії: воно повинне бути просте; воно повинне бути менше $\varphi(n)$ – отримує варіанти 3, 5, 7, 11; воно повинне бути взаємно просте з $\varphi(n)$ – залишається числа 5, 7, 11. Нехай він вибирає число 5. Пара чисел {5, 21} є відкритим ключем, яке передається абоненту B. Далі абонент A генерує число d таке, що $(d\times e) \bmod \varphi(n) = 1$ або в нашому випадку $(d\times 5) \bmod 12= 1$. Таким числом може бути число 5, однак для зручності візьмемо число 17. Можемо переконатись що $17\times 5 \bmod 12 = 85 \bmod 12 = 1$. Отже $d = 17$ і пара {17, 21} є секретним ключем.

Тепер настала черга абоненту B зашифрувати своє повідомлення. Нехай повідомленням буде число $m = 19$. Крім того абонент B уже має відкритий ключ {5, 21}. Шифроване повідомлення c буде рівне $c = m^e \bmod n = 19^5 \bmod 21 = 2\,476\,099 \bmod 21 = 10$. Це і буде нашими закодованими даними, які абонент B надсилає абоненту A.

Після отримання абонентом A зашифрованого повідомлення від абонента B, абонент A бере дані з секретного ключа і обчислює значення $m^* = c^d \bmod n = 10^{17} \bmod 21 = 100\,000\,000\,000\,000\,000 \bmod 21 = 19 = m$. Отже отримане значення і є повідомлення абонента B.

Отже, алгоритм шифрування RSA є одним з найпоширеніших алгоритмів шифрування та дешифрування інформації. Даний алгоритм забезпечує надійний захист для усіх повідомлень і є застосовним у багатьох комерційних продуктах та платформах.

Література

1. Вербіцький О.В. Вступ до криптології / О.В.Вербіцький. – Львів.: ВНТЛ, 1998. – 246с.
2. Ященко В. В. Введение в криптографию. — М. : МЦНМО, 2012. — 348 с.

В.М. Петровський
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного
*Науковий керівник **М.І. Сорокатий**, кандидат фізико математичних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки (ОТІВ)*

ВПЛИВ ДЕМПФЕРА НА ЧАСТОТУ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ІНЖЕНЕРНОЇ МАШИНИ НА КОЛІСНІЙ БАЗІ

Одним з пріоритетів на етапі реформування і розвитку Збройних Сил України є вдосконалення військової техніки, за рахунок нових розробок і технологій. А саме, розробка і виробництво нових зразків бойових машин і обладнання дозволяє поліпшити умови праці і підвищує продуктивність його використання. Аналізуючи застосування інженерноїої техніки на колісній базі в антитерористичних операціях, операції об'єднаних сил і миротворчих операціях, можна зробити висновок, що вдосконалення системи підресорювання колісної техніки, підвищення стійкості її руху і зниження впливу вібрацій на підвіску машини, яка, в основному, експлуатуються на високих швидкостях і в складних умовах – при русі по пересіченій місцевості, бездоріжжю та інше, залишається важливим завданням як для вчених, так і для конструкторів. Конструкція інженерної машини на колісній базі містить багато елементів, що викликають коливання та значні динамічні напруження, що з ним пов'язані. Зокрема підвіска повинна забезпечувати належну плавність руху і захищати екіпаж, вантаж і обладнання від перевантажень і надмірних вібрацій. Для транспортних засобів підвіска з лінійним або аналогічним близьким до нього законом зміни відновної сили не забезпечує адекватного захисту від значних перевантажень екіпажу, але і призводить до значної втоми при тривалому перевезенні в умовах пересіченої місцевості. Як показали експериментальні та окремі теоретичні дослідження характеристик підпружиненої системи, пружна сила, що діє на підпружинену масу, повинна бути малою при незначних деформаціях амортизаторів і швидко зростати при значних. Такий підхід, на наш погляд, є найбільш обґрунтованим, оскільки вибір характеристик підвіски на основі аналізу навіть досконалих експериментальних досліджень з подальшою їх математичною обробкою не призводить до бажаного результату. Це пов'язано з тим, що:

- реакція нелінійної системи на той чи інший вид збурення залежить від набагато більш широкого спектру факторів, ніж лінійні, і їх занадто складно врахувати за допомогою експериментів;
- знаючи реакцію нелінійної системи на певні типи збурень, неможливо судити про їх одночасну дію;
- сам процес проведення та обробки експериментальних досліджень є тривалим і потребує значних матеріальних ресурсів.

У роботі спочатку досліджено вільні коливання. При вільних коливаннях теоретично амплітуда залишається незмінною з часом. А на практиці вона з часом зменшується і коливання повільно затухають. Для вимушених коливань картина інша. Теоретично при настанні резонансу амплітуда зростає до нескінченності. Але із практики відомо, що внаслідок демпфування (або тертя в системі) амплітуда завжди має скінчену величину навіть при резонансі. Для того, щоб провести дослідження для випадку більш наближеного до практики слід врахувати дію демпфуючих сил. Для зменшення динамічних навантажень використовують демпфери. Демпфуючі сили мають різну природу. Наприклад: тертя між змащеними поверхнями, тертя між сухими поверхнями ковзання, опір рідини або повітря, внутрішнє тертя зумовлене недосконалою пружністю матеріалу і т.п. Найпростішим із перерахованих випадків в точки зору математичного дослідження є випадок коли демпфуюча сила пропорційна до швидкості. Такий випадок називається в'язким демпфуванням. У більш складних випадках, коли сили опору мають складнішу природу, їх змінюють на еквівалентне в'язке демпфування. Вважається, що в'язка рідина, яка знаходиться в демпфері здійснює опір рухові пропорційний до швидкості.

У роботі розглядаються випадок в'язкого демпфування, тобто такого при якому, сила опору пропорційна до швидкості . Розглядаються найпростіші моделі елементів інженерних машин на колісній основі, які описуються звичайними диференціальними рівняннями.

Рух колеса бойової колісної машини відбувається по дорозі з нерівностями. Нерівності моделюються хвилястою поверхнею, що описується синусоїдою. Отримано формулу для визначення амплітуди коливань. Досліджено амплітуду коливань елемента інженерної машини за конкретних значень параметра жорсткості пружини, та швидкості руху. Для уникнення явища резонансу при заданій швидкості рекомендовано вибирати жорсткість із певного діапазону наприклад: кϵ [0,5;1] або кϵ [2,5;4,5](10^6 Н/м). Якщо ж жорсткість пружини вибрана, то уникнути резонансу можна за рахунок зміни швидкості руху, а саме резонансну ділянку слід проходити різко збільшивши швидкість.

В. Максимів, Н. Самардак
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Л.Ю.Фірман****, старший викладач кафедри ЛНУ ім. І.Франка.*

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ВСТАНОВЛЕННЯ СТУПЕНЯ УЗГОДЖЕНОСТІ ДУМОК ЕКСПЕРТІВ

У галузі забезпечення безпеки життєдіяльності важливими є проблемні задачі експертної оцінки об'єктів, процесів, та іншого, які будуються на індивідуальних неоднозначних суб'єктивних оцінках**.** Методи експертних оцінок є частиною великої області теорії прийняття рішень. Експертні оцінки у теперішній час є найбільш розповсюдженим способом отримання і аналізу якісної інформації.

Розглянемо рішення задачі встановлення ступеня узгодженості думок експертів шляхом обробки індивідуальних експертних оцінок об'єктів. У разі участі в опитуванні декількох експертів розбіжності в їхніх оцінках неминучі. Групова оцінка вважається надійною за умови хорошої узгодженості відповідей фахівців. Для аналізу розсіювання і узгодженості оцінок застосовуються статистичні характеристики — міри розсіювання або статистична варіація. У випадку, коли необхідно визначити узгодженість у ранжируваннях групи, де більше двох експертів, тоді можна обчислювати коефіцієнт конкордації Кендала — загальний коефіцієнт рангової кореляції для групи, що складається з m експертів. Коефіцієнт конкордації часто використовується в експертному оцінюванні.

Коефіцієнт конкордації W дозволяє оцінити, наскільки узгодженими між собою є ранжирування n об'єктів, побудовані групою m експертів $\|r_{ij}\|$ (j=1,…,m; i=1,…,n), де r_{ij} — ранг, що надається j-м експертом i-му об'єкту. Він визначається як відношення D, що описує розкид між ранжируваннями до величини D_{max}, що є максимально можливим розкидом й обчислюється за формулою:

$$W = \frac{D}{D_{max}} = \frac{12\cdot S}{m^2(n^3-n)}, \qquad (1)$$

де m — кількість експертів, n — кількість слухачів.

Для обчислення суми квадратів відхилень рангів від середнього значення S, яка входить до співвідношення (1):

$$S = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} r_{ij} - r\right)^2 \qquad (2)$$

Коефіцієнт W вимірюється в діапазоні від 0 до 1. Групова оцінка є достатньо надійною, коли W=0,7. Якщо коефіцієнт конкордації рівний нулю, то між думками експертів є абсолютна розбіжність. Якщо коефіцієнт конкордації рівний одиниці, тоді існує повна узгодженість думок експертів.

За наявності неузгодженості думок експертів слід продовжити аналіз для виявлення причин їх неоднорідності, для чого проводиться перевірка на несуперечність думок, у ході якої виявляються експерти, думки яких істотно відрізняються від загальної думки групи, так звані дисиденти.

Встановлено, що аналіз узгодженості думок експертів за допомогою обчислення коефіцієнта конкордації є неповним, оскільки цей коефіцієнт орієнтований на перевірку одностайності суджень. Якщо судження експертів концентруються навколо кількох точок, то коефіцієнт конкордації не дозволяє це виявити. Точнішу перевірку узгодженості за трьома методами експертного оцінювання проводять, використовуючи метод рангової кореляції Спірмена. Він дозволяє зробити групування думок експертів і ґрунтується на перевірці статистичних гіпотез стосовно коефіцієнтів рангової кореляції.

На першому етапі потрібно знайти вибіркові коефіцієнти рангової кореляції Спірмена для кожної пари експертів. Для цього використовуємо формулу:

$$\boldsymbol{\rho}_{ij} = 1 - \frac{6\sum_{k=1}^{m} D_{ij}^{k^2}}{m^3 - m}, \tag{3}$$

де ρ_{ij} — коефіцієнт рангової кореляції між i - им j - им експертом, D_{ij}^{k} — різниці між рангами, наданими k-ому об’єкту i-им та j-им експертом.

На другому етапі з таблиці розподілу Стьюдента знаходимо критичні точки двосторонньої критичної області $t_{кр}(\alpha, k)$, де α - рівень значущості, k = m - 2 - число ступенів вільності.

Третій етап полягає в обчисленні спостережуваного значення критерію для кожного з коефіцієнтів Спірмена за формулою:

$$T_{кр} = t_{кр}(\alpha, k)\sqrt{\frac{1-\rho^2}{m-2}}. \tag{4}$$

На завершальному етапі перевіряємо, чи попадають коефіцієнти Спірмена у критичну область, і робимо висновок про значущість існуючого кореляційного зв’язку. Кореляційний зв’язок є значимим, якщо $|\boldsymbol{\rho}_{ij}| > T_{кр}$.

Серед переваг рангового коефіцієнта кореляції Спірмена слід назвати те, що з його допомогою можна вивчати і вимірювати зв’язок не тільки між кількісними, але і між якісними (описовими) ознаками, які проранжовано певним способом.

Отже, підсумовуючи вище наведене, слідує, що встановлюючи ступені узгодженості думок експертів можна обирати оптимальні варіанти експертних оцінок, які є необхідними і тими, що використовуються у галузі безпеки життєдіяльності.

Література

1. Бешелев С. Д., Гурвич Ф. Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. — М.: Статистика, 1980. — 263 с.
2. Павлов А. Н., Соколов Б. В. Методы обработки экспертной информации: учебно-метод. пособие / А. Н. Павлов, Б. В. Соколов. — ГУАП. СПб., 2005. — 42 с.

3. Чегодаев А. И. Математические методы анализа экспертных оценок / А. И. Чегодаев // Вестник Самарского государственного экономического университета. — 2010. — №2. — С. 130–135.
4. Новосад В. П., Селіверстов Р. Г. Методологія експертного оцінювання: Конспект лекцій для використання в навчальному процесі в системі підвищення кваліфікації кадрів / Уклад. В. П. Новосад, Р. Г. Селіверстов. — К.: Вид-во НАДУ, 2007. — 56 с.

А.С. Сомик
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного
*Науковий керівник **Х.І. Ліщинська**, кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної механіки (ОТІВ)*

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ У РОЗРАХУНКАХ КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА ПРИ ПЕРЕСЛІДУВАННІ ЦІЛІ МЕТОДОМ ПРОПОРЦІЙНОГО ЗБЛИЖЕННЯ

Багато задач у різних галузях науки і техніки зводиться до розв'язування диференціальних рівнянь. Застосування диференціальних рівнянь у військовій справі легко продемонструвати у задачах досягнення цілі літальними апаратами (ЛА). Відомі стратегії досягання цілі (переслідування) здебільшого розроблені для військового призначення (в рамках досліджень щодо наведення ракет на рухому ціль), проте вони використовуються і в цивільній авіації.

Метод наведення – умова або закон зближення літального апарата (ЛА) з ціллю, який в залежності від її координат і параметрів руху визначає необхідний рух ЛА, що забезпечує проходження кінематичної траєкторії через точку зустрічі з ціллю. Завдання методу наведення зводиться до визначення положення лінії «літальний апарат – ціль», тобто лінії візування, щодо вектора швидкості чи поздовжньої осі ЛА. Кут між вектором швидкості ЛА і лінією візування прийнято називати кутом випередження, а між поздовжньою віссю ЛА і напрямком на ціль – кутом пеленга. Кут випередження може бути заданий постійним чи таким, що змінюється в часі за цілком визначеним законом. Зміна кута випередження в часі може залежати від кінематичних параметрів руху.

Метод наведення визначає вимоги до маневреності ЛА, а при заданій маневреності – діапазон висот і параметрів руху цілі, при яких можлива зустріч ЛА з нею. У залежності від способу реалізації методи наведення можна розділити на дві основні групи: триточкові і двоточкові. Найбільш відомими методами першої групи є: метод трьох точок і методи випередження (спрямлення траєкторії). До другої групи належать: методи погоні і прямого наведення (та їх похідні з постійним або змінним кутом випередження), також методи паралельного та пропорційного зближення. Розглянемо деякі з них.

Метод погоні (чистого переслідування) – метод, при якому в процесі польоту ЛА в кожен момент часу вектор швидкості спрямований на ціль. За такого методу кінематична траєкторія буде криволінійною за винятком двох окремих випадків (якщо ЛА рухається точно навздогін цілі або точно їй назустріч).

Метод паралельного зближення – метод, при якому впродовж усього часу польоту ЛА до зустрічі з ціллю лінія візування переміщається поступально і паралельно початковому положенню, тобто залишається паралельною заданому напрямку. Тобто метод вимагає такого руху ЛА, при якому кутова швидкість обертання лінії візування повинна дорівнювати нулю. Відповідно до даного методу ЛА направляється не на ціль, а на точку зустрічі ЛА з ціллю. Якщо ціль буде рухатися прямолінійно рівномірно, то ЛА рухатиметься найефективнішою траєкторією, тобто по прямій, і час польоту до цілі буде мінімальним. Таким чином, метод паралельного зближення є достатньо ефективним.

Методом пропорційного зближення – метод, при якому впродовж усього часу польоту ЛА до цілі кутова швидкість обертання вектора швидкості ЛА залишається пропорційною кутовій швидкості обертання лінії візування:

$$\frac{d\psi}{dt} = \beta \frac{d\eta}{dt},$$

де ψ – кут між швидкістю ЛА (рис., т. B) і деяким незмінним напрямком (напрямком швидкості цілі, якщо вона рухається прямолінійно); η – кут повороту лінії візування, який відраховується від того ж незмінного напрямку, що і кут ψ; β – навігаційна стала. Траєкторія польоту ЛА у методі пропорційного зближення займає проміжне місце між траєкторією за методом погоні (коефіцієнт пропорційності 1) та траєкторією за методом паралельного зближення (коефіцієнт пропорційності ∞).

Позначимо: b – відстань між т. B і ціллю A; γ – кут випередження між швидкістю т. B і лінією візування.

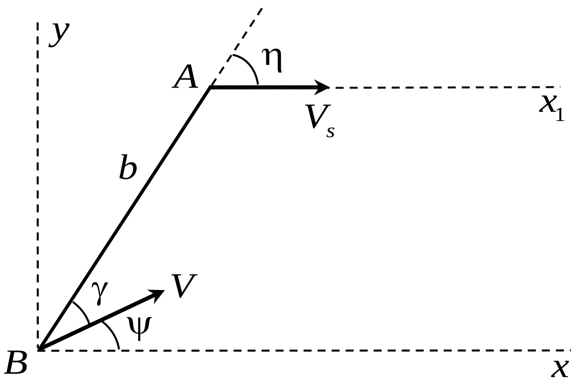


Рис. Сутність методу пропорційного зближення

Диференціальні рівняння, що описують кінематичні параметри руху при переслідуванні за методу пропорційного зближення мають вигляд:

$$\frac{db}{dt} = V_s \cos(\gamma + \psi) - V \cos\gamma,$$

$$b\frac{d\eta}{dt} = -V_s \sin(\gamma + \psi) + V \sin\gamma,$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \beta \frac{d\eta}{dt} = -\beta \frac{d\gamma}{dt}.$$

За умови, що ціль A рухається прямолінійно і рівномірно зі швидкістю V_s і що швидкість V ЛА (т. B) стала за модулем за значення навігаційної сталої $\beta = 2$, для ЛА (т. В) визначено рівняння відносної траєкторії

$$b = b_0 \left[\frac{p \sin\gamma + \sin(\gamma - c)}{p \sin\gamma_0 + \sin(\gamma_0 - c)} \right]^{\frac{p^2-1}{p^2+2p\cos c+1}} e^{\frac{2p(\gamma_0-\gamma)\sin c}{p^2+2p\cos c+1}}, \text{ де } p = \frac{V}{V_s},\ c = \gamma_0 + \eta_0,$$

а також нормальне прискорення

$$a_n = \left| V\frac{d\psi}{dt} \right| = \left| 2V\frac{d\gamma}{dt} \right|, \text{ де } \frac{d\eta}{dt} = -\frac{d\gamma}{dt} = \frac{V_s}{b_0}(p\sin\gamma_0 - \sin\eta_0)\left[\frac{b}{b_0}\right]^{\frac{2(1+p\cos c)}{p^2-1}} e^{\frac{2p(\gamma-\gamma_0)\sin c}{p^2-1}}.$$

Отже, у роботі розглянуто прикладну задачу, в якій використано один з методів наведення, тобто закон зближення літального апарата з ціллю. Використано диференціальні рівняння для отримання кінематичні параметрів руху літального апарата для досягнення цілі у методі пропорційного зближення.

О.Д. Сташевський
Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного
*Науковий керівник **Т.Я. Глова**, к.ф.-м.н.*

ВОГНЕСТІЙКІСТЬ ТАРИ ПРИ ЗБЕРІГАННІ БОЄПРИПАСІВ

Виникнення пожеж на складах для зберігання боєприпасів та вибухових речовин є досить актуальною проблемою у теперішній час. На складах боєприпасів ЗСУ на даний час склалася ситуація, яку можна визначити як критичну і найнебезпечнішу про що вказують події, які виникали неодноразово за короткий проміжок часу. Прикладами таких масштабних катастроф є бази під Цвітохою, Лозовою, Новобогданівкою та Балаклією. Основним чинником виникнення та швидкого поширення таких пожеж на складах для зберігання боєприпасів є неправильне їх зберігання та неякісна вогнестійка обробка спеціалізованої тари. Так, як ліквідація пожежі на складах для зберігання тари з боєприпасами без масштабних наслідків можлива лише у перші хвилини, тому для запобігання подібних наслідків виникає необхідність провести дослідження впливу вогнестійкої обробки на температурний розподіл по товщині стінки спеціалізованої тари, в якій зберігаються боєприпаси.

При дослідженні теплообміну випромінювання між факелом полум'я пожежі та стінкою тари потрібно визначити кількість енергії випромінювання факела, яка поглинається стінками тари. Для цього використаємо закон Стефана-Больцмана

$$q_c = 5{,}67 \cdot \left[\left(\frac{T_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right] \cdot \varepsilon_{1-2} \cdot \psi_{1-2}, \qquad (1)$$

де $\varepsilon_{1-2} = \dfrac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}$ – зведений ступінь чорноти системи "полум'я-тара"; ε_1 – ступінь чорноти поверхні стінки тари; ε_2 – ступінь чорноти факела полум'я; ψ_{1-2} – кутовий коефіцієнт випромінювання; T_1 – температура поверхні тари, K; T_2 – температура факела, K.

Для дослідження інтенсивності теплового потоку (1), потрібно обчислити кутовий коефіцієнт випромінювання.

Якщо ширина факела дорівнює c, ширина дерев'яної тари b, а віддаль між ними h, то кутовий коефіцієнт випромінювання визначається наступним чином

$$\psi_{1-2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{c}{h}} \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{b+c}{h} \right)^2 + 4} - \sqrt{\left(\frac{b-c}{h} \right)^2 + 4} \right) \qquad (2)$$

Враховуючи (1)-(2), а також фізичні параметри тари і факела полум'я пожежі, проведені дослідження, які дають можливість визначити безпечну відстань від тари до полум'я пожежі в залежності від густини теплового потоку та чорноти поверхні стінок тари.

А. Назарійчук
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **Т.В. Гембара**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ РОЗПАДУ РАДІОАКТИВНИХ РЕЧОВИН У ЗАХИСНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянемо є невелику кількість радіоактивної речовини (урану), яка оточена товстим шаром захисного матеріалу (напр., свинцю), – ситуацію, яка є типовою при збереженні матеріалів, що розщеплюються, або при їх використанні в енергетиці (рис. 1).

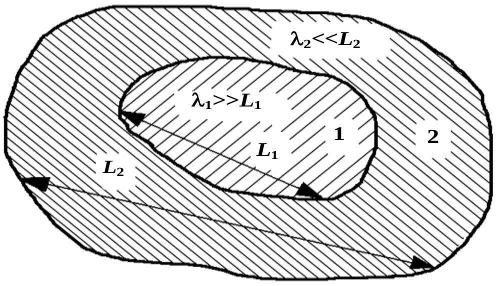


Рис. 1.

Припущення про невелику кількість радіоактивної речовини є спрощувальним, воно дозволяє стверджувати, що всі продукти розщеплення без перешкод залишають область 1 без зіткнень з атомами речовини цієї області. Іншими словами, довжина вільного пробігу продуктів розщеплення λ_1 у першій речовині значно більша за характерні розміри самого матеріалу L_1, тобто $\lambda_1 >> L_1$. Слова „товстий шар” означають, що згідно з метою зберігання продукти розщеплення повністю поглинаються в області 2. Це гарантується при виконанні протилежної умови: $\lambda_2 << L_2$, де λ_2 – довжина вільного пробігу продуктів розщеплення у другій речовині; L_2 – характерний розмір другої речовини.

Отже, усе, що вилітає з області 1, поглинається в області 2, і сумарна маса обох речовин з часом не змінюється. Це і є закон збереження матерії, застосований до даної ситуації. Якщо в початковий момент часу $t=0$ маси речовин були рівними $M_1(0)$ і $M_2(0)$, то в будь-який момент часу є справедливим баланс

$$M_1(0)+M_2(0)=M_1(t)+M_2(t). \qquad (1)$$

Одного рівняння (1), очевидно, недостатньо для знаходження поточних значень двох мас – $M_1(t)$ і $M_2(t)$. Для замикання математичного формулювання необхідно залучити додаткові дані про характер розщеплення. Ці дані формулюються таким твердженням: швидкість розщеплення (кількість атомів, які розпадаються в одиницю часу) є пропорційною загальній кількості атомів радіоактивної речовини.

За малий проміжок часу dt між моментами t і $t+dt$ усього розщепиться

$$N_1(t+dt)-N_1(t)=-\alpha N_1(t+\xi dt), \quad (\alpha>0,\ 0<\xi<1) \qquad (2)$$

атомів. Тут повторно використано закон збереження маси, але стосовно не всього процесу, а до відрізка часу dt. У цьому рівнянні, яке описує баланс атомів, у правій частині стоїть знак мінус (кількість речовини зменшується), а величина $N_1(t+\xi dt)$ відповідає деякому середньому значенню кількості атомів за час dt. Перепишемо рівність (2) у диференціальній формі:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\alpha N_1(t)\,.$$

Ураховуючи, що $M_1(t) = \mu_1 N_1(t)$, де μ_1 – атомна вага речовини 1, отримаємо

$$\frac{dM_1(t)}{dt} = -\alpha M_1(t)\,. \qquad (3)$$

При самочинному (спонтанному) поділі ядер будь-який атом має деяку, не залежну від стану оточуючої речовини, імовірність розщеплення. Тому чим більша (менша) кількість самої радіоактивної речовини, тим більше (менше) виділяється продуктів розщеплення в одиницю часу. Коефіцієнт пропорційності $\alpha > 0$ (стала розщеплення) визначається конкретною речовиною. Рівняння (1) і (3) разом з умовами $\lambda_1 >> L_1$ і $\lambda_2 << L_2$, а також величинами $\alpha,\ M_1(0)$ і $M_2(0)$ складають математичну модель об’єкта, який розглядається.

Інтегруючи (3), отримуємо, що маса матеріалу, який розщеплюється, зменшується за експоненціальним законом:

$$\frac{dM_1(t)}{M_1(t)} = -\alpha dt \;\Rightarrow\; \ln M_1(t) = -\alpha t + \ln C \;\Rightarrow\; M_1(t) = Ce^{-\alpha t}\,.$$

При $t = 0 \;\Rightarrow\; M_1(0) = C$, тому остаточно

$$M_1(t) = M_1(0)e^{-\alpha t}\,.$$

При $t \to \infty$ в області 1 речовина повністю зникає.

Оскільки сумарна маса згідно з (1) залишається сталою, то в області 2 кількість речовини зростає:

$$M_2(t) = M_2(0) + M_1(0) - M_1(0)e^{-\alpha t} =$$
$$= M_2(0) + M_1(0)(1 - e^{-\alpha t}),$$

і при $t \to \infty$ продукти розщеплення повністю переходять з області 1 в область 2.

Д. Горпинюк
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **Т.В. Гембара**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

В теорії подібності при моделюванні фізичних явищ масштаби подібності є масштабами моделі: M_l є лінійним масштабом; M_t – масштабом часу; M_v – швидкості; M_f –сил; M_u – масштабом температур тощо.

Для подібності фізичних явищ необхідно й достатньо:

1. Незмінність (інваріантність) системи визначальних рівнянь математичної моделі при подібних перетвореннях змінних (заміні всіх змінних пропорційними їм величинами), тобто сумісність рівнянь

$$\begin{cases} f(u_1, u_2, ..., u_n) = 0, \\ f(M_1 u_1, M_2 u_2, ..., M_n u_n) = 0, \end{cases}$$

де $u_1, u_2, ..., u_n$ – розмірні змінні; $M_1, M_2, ..., M_n$ – відповідні масштаби подібності.

2. Подібність усіх фізичних параметрів системи визначальних рівнянь математичної моделі.

3. Просторова (геометрична) подібність.

4. Стаціонарність фізичного явища (процесу) або подібність полів усіх змінних у початковий момент часу (тільки для нестаціонарних явищ).

5. Подібність межових умов, які входять до умов однозначності математичної моделі.

Розглянемо детальніше першу умову, подібне перетворення змінних рівняння теплопровідності. Нехай два процеси поширення тепла у твердих середовищах описуються диференціальними рівняннями

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right), \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} = a'^2 \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2}\right). \qquad (2)$$

У (1), (2) $u,\ u'$ – температура; $t,\ t'$ – час; x, y, z і x', y', z' – просторові координати точок середовищ; a, a' – коефіцієнти теплопровідності. Позначення без верхнього індексу належать до першого процесу (оригіналу), позначення з індексом ’ – до другого (моделі).

За припущенням процеси, що розглядаються, – подібні, тому між змінними, що характеризують процеси поширення тепла, і між фізичними параметрами a і a', що характеризують властивості середовища, у якому поширюється тепло, існує такий зв’язок:

$$\frac{u'}{u} = M_u, \frac{t'}{t} = M_t, \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = M_l, \frac{a'}{a} = M_a \text{ відповідно,}$$

$$u' = M_u u,\ t' = M_t t,\ x' = M_l x,\ y' = M_l y,\ z' = M_l z,\ a' = M_a a.$$

Підставимо в рівняння (2) одержані значення змінних другого явища (моделі), тобто виконаємо подібне перетворення змінних у диференціальному рівнянні (2):

$$\frac{M_u}{M_t}\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{{M_a}^2 M_u}{{M_l}^2}a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right). \qquad (3)$$

Ми очікуємо, що після виконаного подібного перетворення одержане рівняння (3) співпаде з рівнянням (1), яке описує процес (оригінал). Для цього необхідно, щоб коефіцієнти рівняння (3), які є степеневими комплексами масштабів перетворення, були рівними між собою, тобто

$$\frac{M_u}{M_t}=\frac{{M_a}^2 M_u}{{M_l}^2}.$$

Помножимо цю рівність на $\dfrac{1}{\dfrac{M_u}{M_t}}$, звідки матимемо $\dfrac{{M_a}^2 M_t}{{M_l}^2}=1$,

або, якщо позначити

$$M_{\left(\frac{a^2 t}{l^2}\right)}=\frac{{M_a}^2 M_t}{{M_l}^2},$$

то матимемо

$$M_{\left(\frac{a^2 t}{l^2}\right)}=1. \qquad (4)$$

Таким чином, для інваріантності рівняння теплопровідності (1) до подібних перетворень необхідно, щоб масштаб подібності для безрозмірного комплексу $a^2 t/l^2$ дорівнював одиниці. Це означає, що безрозмірний комплекс $a^2 t/l^2$ має залишатися незмінним для подібних процесів теплопровідності. Дійсно, підставляючи у (4) замість масштабів подібності їх значення, матимемо

$$\frac{\dfrac{a'^2}{a^2}\dfrac{t'}{t}}{\dfrac{l'^2}{l^2}}=1 \;\Rightarrow\; \frac{a'^2 t'}{l'^2}=\frac{a^2 t}{l^2}=inv.$$

Отримали незмінність (інваріантність inv), оскільки одержані комплекси змінних однакові тільки для відповідних точок системи (полів), а для нестаціонарних процесів – і для відповідних моментів часу.

СЕКЦІЯ 2. Математичні відкриття, що змінили світ

І.Р. Гелешко
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.О. Карабин**, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

ШИФРУВАЛЬНА МАШИНА «ЕНІГМА»

1917 року голландець Кох запатентував електричний роторний шифрувальнй пристрій для захисту комерційної інформації. 1918 року німець Шербіус купив цей патент, доопрацював його і побудував шифрувальну машину Еніґма, що в перекладі з грецької означає "загадка". Наприкінці 1920-х років німецька армія вперше придбала Еніґму і та відразу ж стала головною шифрувальною машиною німецької армії, перш за все на флоті і в авіації. Чому саме Еніґма? Ймовірно, тому, що в її основі замість лінгвістичних шифрів (популярних в роки Першої світової війни) лежав багатоалфавітний шифр підстановки.

Це свого роду **електрична друкарська машинка**, що складається з клавіатури на 26 літер латинського алфавіту, регістру на 26 лампочок з буквами, комутаційної панелі, батареї 4,5 вольта та роторів з шифрувальними дисками (3-4 робочих плюс 0-8 змінних).

Ротори - це диски з ебоніту або бакеліту з пружинними штирьовими контактами, розташованими по колу на одному боці ротора і відповідною кількістю плоских електричних контактів з іншого.

Штирьові і плоскі контакти відповідали літерам алфавіту (як правило, 26 літер від A до Z). Функція кожного ротора була проста - елементарний шифр заміни. Наприклад, контакт, відповідний букві O, міг бути з'єднаний з буквою Z на іншому боці ротора.

Однак більш вдосконалені версії Еніґми використовували 3-4 ротори одночасно, для кожного з яких існувало 26 можливих положень. Більш того, всі ротори були "крокуючі", це означає, що кожен з них змінював своє положення при кожному натисканні клавіші на клавіатурі. Таким чином, за допомогою роторів кожне таємне послання багаторазово змінювалося, перш ніж воно було готове до відправки.

Принцип роботи Еніґми.

Оператор працює так: натискає клавішу з черговою літерою повідомлення, що шифрується - на регістрі загоряється лампочка, яка відповідає (лише в даний момент!) цій літері - оператор, бачачи літеру на лампочці, вписує її до тексту шифровки. Йому не потрібно розуміти процес шифрування, він відбувається повністю автоматично. На виході - повна абракадабра, яка йде радіограмою адресату. Прочитати її може лише "свій", що має синхронно налаштовану Еніґму, тобто знає, які саме ротори і в якому порядку використовуються для шифрування; його машина дешифрує послання теж автоматично, в зворотньому порядку.

Еніґма працювала шляхом постійної зміни електричного кола за рахунок обертання внутрішніх роторів, через які йшов струм. При кожному натисканні букви на клавіатурі машина видавала букву шифру, а ротори ставали в нову позицію. Таким чином працював поліалфавітних шифр підстановки. Код для розшифровки інформації, засекреченої за допомогою Еніґми, змінювався щодня.

Оператор військової версії Еніґми для розшифровки повідомлень повинен був знати наступне:

- розташування роторів - вибір роторів (їх було п'ять типів) і порядок, в якому вони були встановлені;
- початкове положення роторів – його обирав оператор, воно відрізнялося для кожного повідомлення/дня/періоду. Перш ніж відправити зашифроване послання, оператор набирав повідомлення-ключ, що містить літери, видимі в вихідній позиції роторів;
- налаштування комутаційної панелі - з'єднання проводів в комутаційній панелі Steckerbrett.

Література

1. https://petrimazepa.com/istoriya_stvorennya_yak_zyavilas_shifruvalna_mashina_enigma
2. https://www.istpravda.com.ua/short/2019/07/16/155966/
3. https://24tv.ua/nimetska_enigma_legendarna_mashina_yaka_zminila_hid_drugoyi_svitovoyi_n1273305

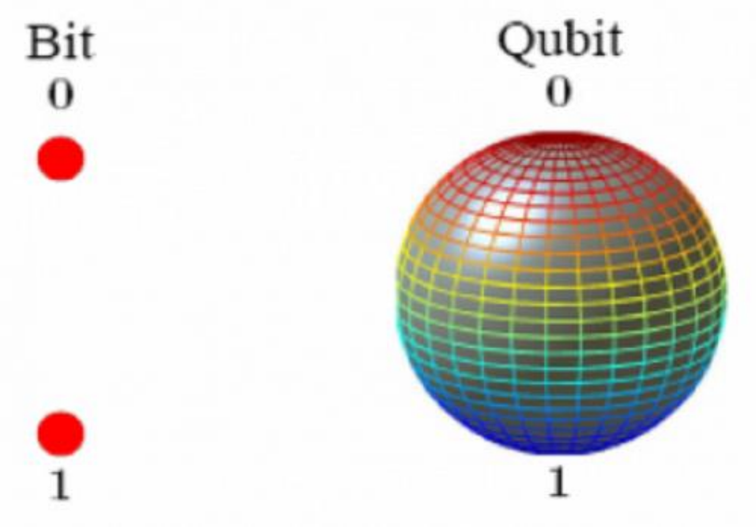
Р.М. Малькевич
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності.
*Науковий керівник **О.О. Карабин**, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

КВАНТОВІ КОМП'ЮТЕРИ: РОБОТА І ПЕРСПЕКТИВИ

Про квантові комп'ютери багато пишуть, сперечаються, роблять нові відкриття. Але кого не спитай, що це таке, то не отримуєш чіткої відповіді. Давайте розберемося з цією темою.

Відповідно до визначення з Вікіпедії, квантовий комп'ютер являє собою обчислювальний пристрій, що використовує явища квантової суперпозиції і квантової заплутаності для передачі й обробки даних. Звучить заплутано й незрозуміло? Це тільки на перший погляд, хоча складних і незрозумілих термінів, пов'язаних з цією технологією ще дуже багато.

Квантовий комп'ютер (КК) – це обчислювальний пристрій, який використовує явища квантової механіки для передачі й обробки даних. Ідея квантових обчислень була незалежно запропонована Юрієм Маніним і Річардом Фейнманом на початку 80-х років минулого століття. З тих пір була пророблена колосальна робота з їх створення. Однак повноцінний універсальний квантовий комп'ютер усе ще є гіпотетичним пристроєм, можливість розробки якого пов'язана з серйозним розвитком квантової теорії. До теперішнього моменту були створені поодинокі експериментальні системи з алгоритмом невеликої складності.



Основна відмінність квантового комп'ютера від класичного полягає в поданні інформації. У звичайних комп'ютерах, що працюють на основі транзисторів і кремнієвих чіпів, для обробки інформації використовується бінарний код.Біт, як відомо, має два базових станів – нуль та одиницю, і може перебувати тільки в одному з них. Що ж стосується квантового комп'ютера, то його робота ґрунтується на принципі суперпозиції, а замість бітів використовуються квантові біти, іменовані кубітами. У кубіта також є два основні стани: нуль та одиниця. Однак завдяки суперпозиції кубіт може приймати значення, отримані шляхом їх комбінування, і перебувати у всіх цих станах одночасно. У цьому полягає паралельність квантових обчислень, тобто відсутність необхідності перебирати всі можливі варіанти станів системи.

Результат роботи квантового комп’ютера буде носити імовірнісний характер. Однак, збільшуючи кількість унітарних операцій, ймовірність отримання правильного результату можна наблизити до одиниці.Але, незалежно від реалізованого алгоритму, використання технологій квантових обчислень дозволяє ефективно вирішувати завдання, що вимагають серйозної обчислювальної потужності.Наприклад, квантовому комп’ютеру може виявитися під силу розшифрувати повідомлення, які захищені асиметричним криптографічним алгоритмом. Іншим можливим застосуванням КК можуть стати задачі моделювання фізичних процесів або обробка дуже великих обсягів даних.

Втім, у квантових комп’ютерів є й системні недоліки, навіть якщо не брати до уваги складність фізичної реалізації. По-перше, як уже згадувалося, результат квантових обчислень носить імовірнісний характер. По-друге, зовнішні впливи, наприклад, магнітні поля, можуть зруйнувати квантову систему або внести в неї спотворення. Не варто забувати й про складнощі зчитування стану квантових регістрів.

Основне застосування квантових обчислень – це штучний інтелект. ШІ заснований на принципах навчання в процесі вилучення досвіду, стає все точніше в міру роботи зворотного зв’язку, поки, нарешті, не обзаводиться «інтелектом», нехай і комп’ютерним. Тобто самостійно навчається вирішенню завдань певного типу.

Інший приклад – це точне моделювання молекулярних взаємодій, пошук оптимальних конфігурацій для хімічних реакцій. Така «квантова хімія» настільки складна, що за допомогою сучасних цифрових комп’ютерів можна проаналізувати лише найпростіші молекули.

Як висновок , квантовий комп’ютер - це лише велика та складна машина , яка зробить наше майбутнє кращим. Чим швидше ми викопаємо цю конструкцію, тим швидше людство перейде на новий рівень розвитку цивілізації.

А. М. Брик, В. О. Гищин
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Саницька А. О.*** *старший викладач кафедри*

ЛЮДИНА, ЯКА ПІЗНАЛА НЕСКІНЧЕНІСТЬ – СРІНІВАСА АЙЄНҐАР РАМАНУДЖАН

Срініваса Айєнґар Рамануджан (22 грудня 1887 — 26 квітня 1920) — індійський математик, відомий своїм самородним талантом, що дозволив йому зробити значний внесок у математику (математичний аналіз, теорію чисел, теорію числових рядів та теорію неперервних дробів), здобувши свої знання в основному завдяки самоосвіті.

Рамануджан народився і виріс у місті Ероде, що у штаті Таміл-Наду, в Індії. З математикою уперше познайомився у десятирічному віці. З огляду на природну здібність учителі дали йому книгу з вищої тригонометрії, яку юнак опанував до 13-ти років і навіть відкрив свої власні теореми.

До 17 років Рамануджан уже провів дослідження чисел Бернуллі та сталої Ейлера-Маскероні. Завдяки успіхам у математиці отримав стипендію для навчання в урядовому коледжі в Кумбаконані, але не зумів туди вступити, бо провалив екзамени з інших дисциплін. Срініваса вступив до іншого коледжу, працюючи клерком в офісі головного бухгалтера Мадраського портового тресту.

В 1912–1913 роках Рамануджан надіслав приклади доведених теорем трьом науковцям із Кембриджу. Серед них тільки Ґодфрі Гарольд Гарді зрозумів геніальність його робіт і запросив Рамануджана до Кембриджу для співпраці. Рамануджан швидко став членом Лондонського королівського товариства. Помер незабаром після повернення в Індію, у віці всього 32 років.

За своє коротке життя Рамануджан самостійно отримав 3900 математичних результатів, здебільшого тотожностей та рівнянь. Невелика кількість цих результатів виявилася помилковою, деякі були вже відомі, але правильність більшості з них була підтверджена. Результати математика були оригінальними і дуже незвичними, відкрили простір для подальших досліджень [1].

Число Рамануджана-Гарді(1729) - найменше число, яке можна вивести як суму двох кубів двома способами.

Колись математик Ґодфрі Гарольд Гарді навідував Рамануджана у лікарні. Він почав розмову тим, що «пожалівся» на те, що приїхав на таксі із нецікавим, непримітним номером «1729». Рамануджан розхвилювався й вигукнув: «Гарді, ну як же так, Гарді, це число — найменше натуральне число, яке можна зобразити у вигляді суми кубів двома різними способами!».

І дійсно, $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$. Меншого числа, що має такі властивості, не існує.

Масахіко Фуджівара показав, що 1729 є одним з чотирьох натуральних чисел (разом із 81 і 1458, та тривіальним випадком 1) які, коли їхні цифри додати, а потім отриману суму помножити на її дзеркальне відображення, дають те саме число:

1+7+2+9=19

19*91=1729; [2]

Індієць Срініваса Рамануджан, не маючи спеціального математичної освіти, близько ста років тому був близький до доказу оригінальними методами Великої теореми Ферма (для випадку n = 3). До такого висновку прийшли вчені, які вивчили передсмертні роботи Рамануджана. Свої результати автори опублікували в журналі Research in Number Theory, а коротко з ними можна ознайомитися в прес-релізі Університету Еморі в США.

Для обґрунтування теореми в 1919 році Рамануджан використовував методи, які в сучасній науці складають основний зміст теорії еліптичних кривих і K3 поверхонь, які знаходять застосування в криптографії та теорії струн. Так, теорія K3 поверхонь отримала розвиток тільки через 30 років в роботах французько-американського математика Андре Вейля.

Велика теорема П'єра Ферма (сформульована в 1637 році) стверджує, що для будь-якого натурального числа n> 2 рівняння $a^n + b^n = c^n$ не має розв'язків в цілих ненульових числах a, b і c. Для випадку n = 3 це твердження довів російсько-німецький математик Леонард Ейлер. Слідом за ним цю теорему для різних n доводили різні математики, а повністю твердження було обгрунтовано в 1994 році Ендрю Уайлсом з Прінстонського університету.

У своїх записках Рамануджан розглядає число 1729, яке представляє в вигляді суми кубів двома способами: $1729 = 1^3 + 12^3$ і $1729 = 9^3 + 10^3$. З точки зору математики це означає, що він вивчає діофантове рівняння виду $x^3 + y^3 = z^3 + w^3$, спеціальною параметризацією якого (в сучасній інтерпретації - за допомогою використання еліптичних кривих) знаходить його розв'язок [3].

«Втрачений блокнот» американські математики знайшли в 2013 році в архіві Кембриджського університету, де переглядали записки Рамануджана. «З-під нижньої частини однієї з коробок в архіві я витягнув одну з передсмертних записок Рамануджана», - згадує про це Кен Воно, один з авторів статті в Research in Number Theory. «Це був перший натяк на те, що Рамануджан виявив щось велике», - додав він [4].

У 1913 професор Кембриджа Харді отримав дивного листа. Відправник повідомляв, що не закінчував університету, а займається математикою самостійно. До листа було докладено формули, автор просив їх опублікувати, якщо вони цікаві, оскільки бідний і не має коштів для публікації. Між англійським професором і індійським клерком Рамануджаном зав'язалося листування, в результаті якого Харді отримав близько 120 невідомих науці формул. У віці 27 років за наполяганням Харді Рамануджан переїжджає в Кембридж, там стає професором університету, і членом Лондонського королівського товариства.

У шостому класі Рамануджан дістав єдину книгу з вищої математики, що була в Кумбаконаме - «Збірник елементарних результатів чистої і прикладної математики» Карра. У ній - 6165 теорем і формул, більшість без виведення, ідея доказів - тільки у найважливіших теорем.

Майбутній математик говорив, що формули йому вказує уві сні богиня Намаккаль. Встаючи вранці з ліжка, він перевіряв їх (строгі докази вдавалися рідко), і заносив в знамениті записники. За словами Харді, «кожне натуральне число було особистим другом Рамануджана». Він вважається найбільшим знавцем ланцюгових дробів і нескінченних рядів в світі, його витончені формули використовували для обчислення (1989) мільярда знаків після коми числа π [1].

В підсумку можна сказати, що роботи Рамануджана значно випередили свій час, оскільки їх ще й досі застосовують для вирішення сучасних математичних проблем.

Література

1. Срініваса Рамануджан, біографічні відомості. Р. Канігель, Людина, що пізнала нескінченість, життя генія Рамануджана, Washington Square Press, Вашингтон 1992;

2. Число Рамануджана-Гарді(1729), короткі відомості. Ґ. Г. Гарді та Е. М. Райт, Вступ до теорії чисел, Oxford Clarendon Press, Оксфорд, 1960;

3. Срініваса Рамануджан та Велика теорема Ферма. Постніков М. М. Теорема Ферма. - М.: Наука, 1978;

4. Блокнот Срініваси Рамануżан, С. Рамануджан, Збірник праць Срініваси Рамануджана, (ред. Г. Х. Харді, П. В. С. Айяр та Б. М. Вільсон). Амер. Математика Соц., Провіденс, Род-Айленд, 2000.

В.М. Віблий
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Чмир О.Ю.,*** *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ТЕОРІЯ ІГОР У СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ

Системний аналіз – науковий метод пізнання, що являє собою послідовність дій з установлення структурних зв'язків між змінними або елементами досліджуваної системи. Спирається на комплекс загальнонаукових, експериментальних, природничих, статистичних, математичних методів.

Теорія ігор – теорія математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту. Оскільки сторони, що беруть участь в більшості конфліктів, зацікавлені в тому, щоб приховати від супротивника власні наміри, прийняття рішень в умовах конфлікту, зазвичай, відбувається в умовах невизначеності. Навпаки, фактор невизначеності можна інтерпретувати як противника суб'єкта, який приймає рішення (тим самим прийняття рішень в умовах невизначеності можна розуміти як прийняття рішень в умовах конфлікту). Зокрема, багато тверджень математичної статистики природним чином формулюються як теоретико - ігрові.

Теорія ігор – розділ прикладної математики, точніше – дослідження операцій, який використовується в соціальних науках (найбільше в економіці), біології, політичних науках, комп'ютерних науках (головним чином для штучного інтелекту) і філософії. Теорія ігор намагається математично зафіксувати поведінку в стратегічних ситуаціях, в яких успіх су'єкта, що робить вибір, залежить від вибору інших учасників. Якщо спочатку розвивався аналіз ігор, в яких один із супротивників виграє за рахунок інших (ігри з нульовою сумою), то згодом почали розглядати широкий клас взаємодій, які були класифіковані за певними критеріями. Сьогодні "теорія ігор щось на кшталт парасольки чи універсальної теорії для раціональної сторони соціальних наук, де соціальні можемо розуміти широко, включаючи як людських, так нелюдських гравців (комп'ютери, тварини, рослини)" (Роберт Ауманн, 1987).

Як математична дисципліна, теорія ігор зародилась одночасно з теорією ймовірностей в 17 столітті, але протягом майже 300 років практично не розвивалась. Першою істотною роботою з теорії ігор слід вважати статтю Дж. Фон Неймана «До теорії стратегічних ігор» (1928), а з виходом в світ монографії американських математиків Дж. Фон Неймана та О. Моргенштерна «Теорія ігор і економічна поведінка» (1944), теорія ігор сформувалась як самостійна математична дисципліна. На відміну від інших галузей математики, які мають переважно фізичне, або фізико-технологічне походження, теорія ігор із самого початку свого розвитку була направлена на розв'язання задач, які виникають в економіці (а саме в конкурентній економіці).

В подальшому, ідеї, методи і результати теорії ігор почали застосовувати в інших галузях знань, які мають справу з конфліктами: в військовій справі, в питаннях моралі, при вивченні масової поведінки індивідів, які мають різні інтереси (наприклад, в питаннях міграції населення, або при розгляді біологічної боротьби за існування). Теоретико-ігрові методи прийняття оптимальних рішень в умовах невизначеності можуть мати широке застосування в медицині, в економічному і соціальному плануванні і прогнозуванні, в ряді питань науки та техніки. Іноді теорію ігор відносять до математичного апарату кібернетики, або теорії дослідження операцій.

Класифікація теорії ігор є наступною:

- кооперативна або некооперативна;
- симетрична та антисиметрична гра;
- з нульовою і ненульовою сумою;
- паралельна та послідовна;
- з повною або неповною інформацією;
- ігри з нескінченним числом ходів;
- дискретні і неперервні ігри.

Більшість ігор – дискретні: в них скінчена кількість гравців, ходів, подій, результатів і т. д. Проте ці компоненти можуть бути розширеними на множину дійсних чисел. Такі ігри часто називаються диференціальними. Вони пов’язані з прямою дійсних чисел, хоча події, що відбуваються, можуть бути дискретними по своїй природі.

Джон Форбс Неш молодший (англ. *John Forbes Nash*) – американський математик, що зробив значний внесок у розвиток теорії ігор та диференціальної геометрії. Лауреат Нобелівської премії з економіки 1994 року, Абелівської премії 2015 року. Поза професійними колами відомий тим, що захворів на шизофренію, від якої по тривалім часі спонтанно одужав і повернувся до нормального життя. Доля Джона Неша-молодшого описана в біографічному романі Сильвії Назар «Блискучий розум», за яким знято фільм «Ігри розуму».

Отримавши 1949 року ступінь доктора філософії, Джон Неш прийняв пропозицію від корпорації РЕНД щодо математичних досліджень для потреб армії. Періодична співпраця з РЕНДом тривала до 1954 року. Однак робота у засекреченій структурі не захистила його від страху бути призваним до армії через початок Корейської війни. Щоб запобігти призову, він 1950 року звернувся до колишніх колег з Принстону з проханням взяти його викладачем. Однак через складний характер його кандидатура в альма-матер не набрала необхідного кворуму.

Першим суспільно значимим внеском Джона Неша була настільна логічна гра гекс. Він вигадав її 1949 року під час навчання в аспірантурі Принстонського університету. Хоча гру з аналогічними правилами у 1942 році запропонував данець Піт Гейн, однак Неш не знав про його винахід і свою ідею подав цілком незалежно. Нешів товариш Девід Ґейл придумав оформлення і зайнявся комерційним просуванням гри у винагороду за відсоток від продажів.

Література

1. Кулян В. Р., Юнькова Е. А., Жильцов А. Б. Математичне програмування з елементами інформаційних технологій. – К:МАУП, 2000. – 124 с.

Г.Є. Максимук
Херсонський національний технічний університет
Науковий керівник ***Г.Я. Тулученко****, доктор технічних наук, професор, професор кафедри вищої математики і математичного моделювання*

ВИКОРИСТАННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ПАКЕТУ INTEGRATIONTOOLS СКМ MAPLE: НЕСТАНДАРТНІ ЗАМІНИ ЗМІННИХ

Постановка проблеми. Розповсюдженим методом обчислення інтегралів є метод заміни змінних. Випадки застосування стандартних замін з успіхом розпізнаються ядром математичного процесора Maple, проте цікавими є задачі, які для свого розв'язання потребують застосування нестандартних підстановок або застосування стандартних підстановок у непритаманних їм випадках використання.

Окремий інтерес представляє порівняння можливостей СКМ Maple та Mathematica – двох визнаних світових лідерів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для проведення тестування можливостей пакету IntegrationTools СКМ Maple використаємо задачу обчислення визначеного інтеграла, яка входила до складу завдань математичного змагання імені Уільяма Лоуелла Патнема у 2005 році [1].

Для вказаної задачі відомі шість різних способів її розв'язання, які запропоновані учасниками змагання. Також відзначається [1], що СКМ Mathematica успішно справляється з обраним для тестування прикладом.

Формулювання цілей публікації. Дослідити ефективність використання пакету IntegrationTools СКМ Maple при обчисленні інтегралів підвищеної складності.

Основний матеріал. У результаті обчислення інтеграла [1]:

$$\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x^2+1}dx, \tag{1}$$

за допомогою команди **int** відповідь отримуємо у вигляді, що застосовує спеціальну функцію **dilog** та спеціальну константу **Catalan**, а також містить комплексні значення (рис. 1).

Найбільш очевидною для розв'язання інтеграла (1) є заміна [1] $x = \mathrm{tg}t$, яка приводить до виразу:

$$\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x^2+1}dx = \frac{\pi}{8}\ln 2 + \int_0^{\pi/4} \ln\left(\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\right)dt - \int_0^{\pi/4} \ln(\cos t)\,dt.$$

Очевидно, що графіки функцій $\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$ та $\cos t$ симетричні відносно прямої $t=\frac{\pi}{8}$, тому

$$\int_0^{\pi/4} \ln\left(\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\right)dt = \int_0^{\pi/4} \ln(\cos t)\,dt .$$

Отже, інтеграл (1) остаточно дорівнює

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x^2+1}dx = \frac{\pi}{8}\ln 2 .$$

Особливістю наведеного розв’язання є те, що здійсненна заміна дозволяє розкласти підінтегральну функцію на суму трьох функцій, дві з яких є симетричними відносно прямої, яка є серединним перпендикуляром проміжку інтегрування. Не здійснюючи саме інтегрування цих двох функцій, вдається показати, що інтеграли від них мають рівні значення.

Інтеграл (1) був також обчислений за допомогою on line сервісу СКМ Maxima [2]. У цьому випадку значення інтеграла також отримується з включенням спеціальних функцій від комплексних аргументів. Виконати спрощення за допомогою функцій **simp** та **radcan** не вдається.

Менш очевидною, але ефективною, для інтеграла (1) є заміна

$$x = \frac{1-u}{1+u} .$$

Застосування цієї заміни в пакеті IntegrationTools приводить до рівняння відносно шуканого інтеграла, для розв’язання якого потрібно виконати додаткове програмування.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Показано, що пакет IntegrationTools СКМ Maple орієнтований на стандартне застосування методів інтегрування, зокрема, методу заміни змінної. Задачі олімпіадного рівня здебільшого потребують інтерактивного розв’язання і додаткового програмування.

Література

1. The Putnam Archive. URL: https://kskedlaya.org/putnam-archive/
2. Сайт СКМ Maxima. URL: http://maxima.cesga.es/index.php?c=n30inhj2rhbblhbskvo2v&n=22

Д. Я. Доскач, Я. І. Паславська
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Фірман Л.Ю.,*** *старший викладач*

АНАЛІЗ ПЕРЕВАГ ПЕРЕНЕСЕННЯ СИСТЕМ ЗБЕРІГАННЯ ТА КЕРУВАННЯ ДАНИМИ НА СУЧАСНІ ХМАРНІ ПЛАТФОРМИ У КОНТЕКСТІ БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ

Не можливо уявити 21 століття, вік інформаційних технологій без такого поняття, як дані. Великі об'єми інформації стали невід'ємною частиною нашого життя і потреба в них стрімко зростає. Так загальний об'єм даних у 2010 році оцінювався в 2 Зетабайти, а у 2020 досяг 60 Зетабайт[1]. Разом з тим розвиваються і технології передачі та аналізу цих даних, але гостро стоїть питання їх зберігання. Великі корпорації, такі як Google та Amazon створюють для цього величезні комплекси, які називаються датацентрами, адже для них дані є основним джерелом прибутку[2][3]. Проте зрозуміло, що питання зберігання інформації постає не лише перед великими корпораціями, а і практично перед кожною державною та приватною установою, і очевидно, що це питання не лише доходу, а і безпеки життєдіяльності усіх, хто напряму чи опосередковано пов'язані з цими даними. Наша робота розглядає сучасні способи безпечного зберігання інформації, а також аналізує їх переваги у порівнянні із застарілими способами. Актуальність такого дослідження не викликає сумнівів.

За мету було поставлено визначити можливі ризики для безпеки життєдіяльності людей, що виникають при класичному способі зберіганні даних, а також проаналізувати як ці проблеми можуть бути розв'язаними при застосуванні сучасних хмарних технологій. Тут і надалі під класичним способом зберігання даних мається на увазі використання локальних, або орендованих серверів баз даних.

В процесі дослідження було виділено наступні ризики, серед яких:

- Наявність фізичного доступу до серверів, що допускає можливість диверсії, знищення та/або викрадення даних зі сторони працівників компанії чи недобросовісного орендодавця;
- Залежність такого показника, як доступність даних від великої кількості зовнішніх чинників, які складно передбачити, наприклад проблеми з електропостачанням, перебої в роботі мережі та інші;
- Складність та висока вартість створення дублюючого сховища, що може призвести до часткової, або повної втрати даних;
- Необхідність вручну налаштовувати протоколи мережевої безпеки, фаєрволи та інші засоби, що призводить до наявності людського фактору у такій надважливій системі;

- Залежність швидкості доступу до даних від географічного розташування користувача.

Очевидно, що усі ці фактори становлять пряму загрозу життєдіяльності структурних одиниць, включаючи, але не обмежуючись компаніями, відділами компаній, окремими працівниками, клієнтами та ін.

Підхід, який ми пропонуємо у своїй роботі, а саме застосування хмарних сервісів таких компаній, як Amazon, Google та Microsoft дозволяє повністю виключити, або значно зменшити усі вищезгадані ризики. Хмара – це модель забезпечення повсюдного та зручного доступу на вимогу через мережу до спільного пулу обчислювальних ресурсів[4].

Далі наведемо короткий витяг аналізу стосовно того, яким чином вищезгадані проблеми можна вирішувати із застосуванням хмарних сервісів.

- Фізичний доступ до серверів повністю неможливий. Доступ до серверів мають лише працівники датацентрів, які надійно охороняються і, крім того, не можливо визначити на якому саме сервері знаходяться саме ваші дані;
- Одні і ті самі дані дублюються між декількома датацентрами, що виключає як ризики пов’язані із доступністю даних, так і ризики пов’язані з втратою даних. Крім того, усі перелічені провайдери хмарних сервісів мають послуги створення дублюючої бази даних, що виключає можливість втрати даних наприклад через випадкове видалення;
- Усі протоколи мережевої безпеки налаштовуються на рівні датацентру, та проходять аудит в обов’язковому порядку, що практично повністю виключає людський фактор;
- Усі перелічені провайдери хмарних сервісів дають можливість створення CDN-серверів у необхідних географічних зонах, що мінімізує залежність швидкості доступу до даних від геолокації.

Підсумовуючи вищенаведене можна сказати, що перенесення сховищ даних на хмарні платформи дозволяє вирішувати більшість проблем, притаманних класичним способам збереження даних і тому значно зменшує ризики втручання у гарантування безпеки життєдіяльності об’єктів, процесів та ін.

Література

1. Volume of data/information created, captured, copied and consumed worldwide from 2010 to 2024. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://www.statista.com/statistics/871513/worldwide-data-created/
2. Google’s 6 Most Profitable Lines of Business. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://www.investopedia.com/articles/markets/030416/googles-6-most-profitable-lines-business-googl.asp
3. Revenue of Google from 1st quarter 2008 to 4th quarter 2020. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://www.investopedia.com/articles/markets/030416/googles-6-most-profitable-lines-business-googl.asp
4. Хмарні обчислення. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%BC%D0%B0%D1%80%D0%BD%D1%96_%D

0%BE%D0%B1%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8F
5. Закон України «Про захист інформації в інформаційно-телекомунікаційних системах» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/80/94-%D0%B2%D1%80#Text
6. Закон України «Про інформацію». [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2657-12#Text
7. Загальні положення щодо захосту інформації в комп'ютерних системах від несанкціонованого доступу НД ТЗІ 1.1-002-99
8. 6 major Pros and Cons of cloud computing you should know. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://techgenyz.medium.com/6-major-pros-and-cons-of-cloud-computing-you-should-know-b5ad092adf78
9. The Pros and Cons of Cloud Servers. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://medium.com/20ms/the-pros-and-cons-of-cloud-servers-2c8b4e2a9fb6

Т.П. Петрученко
Національний університет "Львівська політехніка"
*Науковий керівник **Білаш О.В. ,** к.е.н., доц., доц. кафедри ІМ(ОТІВ)*

ЦІЛІ, ЗАВДАННЯ, ТИПИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАДАЧ

Ми живемо в епоху ресурсів. Час - гроші

Кожна людина щодня, не завжди усвідомлюючи це, вирішує задачу: як отримати найбільший ефект, володіючи обмеженими засобами. Наші засоби і ресурси завжди обмежені.

Не важко виграти бій, маючи армію в 10 разів більшу, ніж у супротивника. Щоб досягти найбільшого ефекту, маючи обмежені кошти, треба скласти план, або програму дій. Раніше план у таких випадках складався "на око". Для теорії оптимізації через математичні методи обчислення операцій у середині XX століття було створено спеціальний математичний апарат. Відповідний розділ в математиці є математичне програмування куди входить лінійне програмування. Однією з задач лінійного програмування є транспортна задача-це оптимальний план перевезень вантажу чи пасажирів, який дозволяє мінімізувати загальний кілометраж. Така задача вперше поставлена у 1930 році.

Транспортну задачу поділяють на два види: за критерієм вартості - організація перевезень, де вартість вантажу була б мінімальна; за критерієм часу - план вважається оптимальний якщо на реалізацію витрачається мінімум часу.

Вирішення такої задачі дозволяє розробити найбільш раціональні шляхи і засоби транспортування товарів, усунути надмірно далекі, зустрічні, повторні перевезення. Все це скорочує час доставки товару, зменшує витрати підприємств і фірм, пов'язані із здійсненням процесів постачання сировиною, матеріалами, паливом, обладнанням і т.д.

Якщо в транспортній задачі загальна кількість продукції постачальників дорівнює загальному попиту всіх споживачів, тобто $\sum_{i=1}^{m}\alpha_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$, то це збалансована, або закрита задача, якщо умова не виконується-задача незбалансована, або відкрита.

План транспортної задачі це будь-який невід'ємний розв'язок системи обмежень транспортної задачі, який позначають матрицею (оптимальним планом) $x = (x_{ij}) \quad (i = \overline{1...m};\ j = \overline{1...n})$.

Вартість перевезення одиниці продукції для фіктивного постачальника A_{m+1}, або фіктивного споживача B_{n+1} вважається такою, що дорівнює нулю.

Для побудови початкового опорного плану транспортної задачі існує кілька методів: північно-західного кута; мінімальної вартості; подвійної переваги; апроксимації Фогеля. Побудову опорного плану зручно подавати у вигляді таблиці, в якій постачальники продукції є рядками, а споживачі — стовпчиками.

В. Сировий
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.О. Карабин**, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

ПАРАДОКС МОНТІ ГОЛЛА

«Математика – найбільш прекрасне і всемогутнє творіння людського духу. Вона – стара, як сама людина»
(С. Банах)

Парадокс Монті Голла – відома задача теорії ймовірностей. Безліч людей вважають, що її розв'язок суперечить здоровому глузду. Вперше ця задача була опублікована в одному американському журналі. Вона звучить так: « Уявіть себе на телегрі, де вам потрібно обрати одну із трьох запропонованих дверей. За одною із них знаходиться автомобіль, за двома іншими – самокат. Після того як ви обрали одні двері, наприклад перші, ведучий відкриває одні з двох інших, наприклад треті, за ними знаходиться самокат. Тоді він вам каже: « Бажаєте змінити вибір на інші двері?» Чи отримаєте ви перевагу, якщо зміните свій вибір?

При розв'язанні цієї задачі люди зазвичай міркують наступним чином: після того, як ведучий відчинив двері, за якими знаходиться самокат, автомобіль може бути за одними з дверей що залишилися. Оскільки гравець не орудує іншими фактами, то приходить до висновку, що ймовірність знаходження автомобіля за кожними з дверей однакова, а ведучий просто хоче обвести його в оману. Але такий хід думок не правильний. Ведучий завжди відчиняє ті двері, за якими знаходиться самокат, і завжди пропонує гравцю змінити вибір, тому що знає, за якими дверима що знаходиться. Він знає, де знаходиться приз, і тому не відчиняє двері з автомобілем. Ймовірність була б 1/2 тільки тоді, коли б ведучий не знав розташування призів, і тоді відкриття дверей нічого б не змінювало. Отже ймовірність того, що головний приз знаходиться за дверима, які гравець обрав на початку дорівнює 1/3, і відповідно, ймовірність того, що автомобіль знаходиться за дверима що залишилися дорівнює 2/3. Вище сказане говорить, що зміна початкового вибору збільшує шанси гравця вдвічі. Цей висновок суперечить інтуїтивному сприйняттю більшості людей, тому ця задача й називається парадоксом Монті Холла(на честь ведучого передачі «Let's Make a Deal» Монті Голла).

Математичний підхід. Задачу можна розв'язати використавши теорему Баєса(описує ймовірність події, спираючись на обставини, що могли би бути пов'язані з цією подією):
$C \in \{1,2,3\}$: двері, за якими схована машина;
$S \in \{1,2,3\}$: номер дверей, обраних гравцем;
$H \in \{1,2,3\}$: номер дверей, обраних ведучим;
Так як розташування машини довільне, то всі значення C однаково ймовірні. Тоді початкова(безумовна) ймовірність C:
$P(C) = \frac{1}{3}$, для будь якого C.

Через те, що вибір гравця не залежить від розташування машини, змінні C і S незалежні. Це означає, що умовна ймовірність C при даному S становить:

P(C|S) = P(C), для кожного C та S.

Поведінка ведучого визначається значенням умовної ймовірності H при даних C і S:

$P(H|C,S)$ =0, якщо H=S (ведучий не може відкрити двері, обрані гравцем)

$P(H|C,S)$=0, якщо H=C (ведучий не може обрати двері з авто позаду)

$P(H|C,S)$=0,5, якщо S=C (обидвоє дверей без авто можуть бути відкриті з однаковою ймовірністю)

$P(H|C,S)$=1, якщо H$\neq$ C і S $\neq$ C, (тільки одні двері можуть бути відкриті)

Гравець може використати правило Баєса, щоб підрахувати ймовірність знаходження машини за будь-якими дверима, після його початкового вибору і відкриття дверей ведучим. Це є умовна ймовірність C при даних H і S:

$$P(C|H,S) = \frac{P(H|C,S)\cdot P(C|S)}{P(H|S)}$$

Знаменник обчислюється як ймовірність:

$$P(H|S) = \sum_{C=1}^{3} P(H,C|S) = \sum_{C=1}^{3} P(H|C,S)P(C|S)$$

Отже, якщо гравець спочатку обирає двері №1, і ведучий відкриває двері №3, то ймовірність, що автомобіль за дверима 2, при зміні вибору становить:

$$P(C=2|S=1,H=3) = \frac{1\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$$

Р.І. Сташків
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П.Сагайдачного
Науковий керівник ***Петрученко О.С.,*** *к.т.н., доц., доц. кафедри ІМ(ОТІВ)*

МОЖЛИВОСТІ МАТЕМАТИКИ

Важливим із потужних інструментів пізнання та використання законів війни в теорії та практиці військової справи є математика, механіка та математичне моделювання. Володіння математичними методами і знання механічних процесів може забезпечити подальший глибокий розвиток військової справи і будучи об'єктивним інструментом аналізу дати можливість зрозуміти сутність процесів збройного протистояння, виявити його кількісні закономірності. А від так, відповідно, знайти оптимальне тактичне рішення та варіанти бойових дій і збереження життя та здоров'я особового складу, що є пріоритетним завданням держави.

В сучасних умовах розвитку професіональної компетентності у підготовці висококваліфікованих спеціалістів в епоху бурхливого розвитку науки і техніки перед випускниками-офіцерами часто постає питання майстерного управління військовими діями. Володіння математичними методами та механічними процесами дає можливість забезпечити глибокий розвиток військової справи і тим самим трактувати сутність процесу збройного протистояння, виявити його кількісні закономірності і відповідно, знайти оптимальне тактичне рішення та стратегію бойових дій.

Історичний досвід показує, що розвиток способів і форм збройного протистояння та його ведення протікає не хаотично, а закономірно, в певному порядку. В залежності від матеріальних та соціально-політичних обставин. Це є базою для побудови математичних моделей, які часто описуються диференціальними рівняннями. На основі моделі Ланчестера можна визначати необхідну кількість особового складу для досягнення поставленої бойової мети, знаючи чисельність та бойову ефективність противника.

Ефективне використання математики у військовій сфері стало можливим завдяки застосуванню електронних обчислювальних машин, здатних за короткий час вирішувати складні і трудомісткі задачі, пов'язані з прийняттям оптимальних рішень. Сенс застосування математичних методів в процесах управління бойовими діями військ полягає в тому, щоб, використовуючи знання законів, закономірностей і принципів збройної боротьби, скоротити терміни підготовки прийняття рішень і підвищити їх якість, домогтися наявними силами і засобами найкращих результатів у бойових діях. В цьому якраз і криються можливості математики, так як аналіз і врахування конкретних кількісних змін можуть призвести до якісних змін, що являє собою мистецтвом. За допомогою різних математичних моделей можна моделювати бойові дії, тобто розкривати і встановлювати закономірності ведення військового протистояння. Моделювання високошвидкісної ударної взаємодії уражаючого елемента з перешкодою – це інструмент для прогнозування можливих результатів та розроблення рекомендацій по їх конструюванню.

М.З. Урсул, Н.М. Падалка
Львівський Національний Університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Яремко З. М.*** *доктор хімічних наук, професор*

ЗАБЕЗПЕЧННЯ ОХОРОНИ ПРАЦІ В ПЕРЕВЕЗЕННЯХ ТА ТРАНСПОРТНІЙ ГАЛУЗІ

У сучасних реаліях транспортна галузь є однією із найважливіших секторів української економіки. Сучасне виробництво неможливе без транспортних перевезень. 6-7% ВВП України припадає на транспортний сектор щороку[1]. Згідно з розпорядженням Кабінету Міністрів України від 30 травня 2018р. №430, рівень безпеки, показники якості та ефективності перевезень пасажирів і вантажів ще не відповідають сучасним вимогам. Рівень сервісного обслуговування залишається низьким, недостатньо використовується наявний транзитний потенціал і вигідне географічне положення країни[2].

Зараз спостерігається перехід на цифрові технології у всіх напрямах у новітніх логістичних системах. Упровадження інформаційних технологій та їх інтеграція на основі телематики реалізуються в діяльності транспортних перевезень за декількома основним напрямами. Насамперед - це активне впровадження та використання автоматизованих систем для керування транспортним підприємством. Управління будь-якими видами діяльності вимагає високого рівня інформативності та аналізу отриманої інформації для формування управлінського рішення і для цього в логістику підприємства впроваджуються автоматизовані системи керування (АСК).

АСК грунтується на комплексному використанні технічних, математичних, інформаційних та організаційних засобів. Найбільшим за обсягами використання інформаційних технологій в транспортній галузі є моніторинг руху(?) транспортних засобів. Цей моніторинг дозволяє контролювати місцезнаходження і стан транспортних засобів, вантажів або водіїв на базі GPS-технологій. Згідно Закону України про охорону праці роботодавців зобов`язано забезпечувати безпечні умови праці. Тому застосування даного напрямку інформаційних технологій на транспорті дозволить значно підвищити рівень безпеки. Сучасні транспортні засоби все більше насичуються електронними підсистемами для покращення умов роботи та безпеки водія. Електронні технології збільшують чи покращують умови працівників транспортної галузі. Результати досліджень в транспортній галузі показують, що впровадження таких інформаційних технологій дозволить підприємствам збільшити їхню економічну користність.

Messenger - багатоплатформовий месенджер, що дозволяє обмінюватися повідомленнями і медіафайлами різних форматів. Для зручності користувачів програмне забезпечення створено у вигляді чат-бота, до якого можна звертатись за допомогою заздалегідь створених і описаних команд. Програма з'ясовує потреби користувачів за заданими ним командами. Чат-бот допомагає у пошуку транспорту та може забезпечити користувача потрібною для нього інформацією. Спілкування з користувачем ведеться за допомогою тексту або надсиланням координат свого місцезнаходження. Розроблене програмне забезпечення дозволяє відслідковувати точного місце перебування транспортних засобів та забезпечення належним чином комунікацією працівників транспортної сфери.

Програма вирішує ряд основних задач постачальників та споживачів. Серед них:

Пошук необхідних транспортного засобу відповідно до місця розташування найближчої зупинки; Регулювання у сфері дорожнього руху та його безпеки згідно закону України “Про дорожній рух”; Надання інформації про дотримання умов безпеки траспортних перевезень. інформування, щодо розкладу руху транспортних засобів; Вибір місця відпочинку для водіїв транспортних засобів; Надсилання повідомлення про час прибуття та відбуття транспорту та вантажу; Пошук найближчої зупинки транспортного засобу відповідно до місцезнаходження користувачів

З огляду на вищенаведене, впровадження сучасних інформаційних технологій та розробка на їх основі програмного забезпечення в мережі Messenger покращить безпеку транспортних перевезень та умов праці водіїв.

Отже, оскільки транспортна галузь є однією з важливих секторів економіки, яка забезпечує життєдіяльність держави, їй потрібне чітке логістичне управління. Для цього роботодавці повинні розробляти програми які дозволять покращити умови їхньої діяльності та підвищити рівень безпеки транспортних перевезень.

Література

1. Закон України Про дорожній рух
2. Закон України Про охорону праці
3. З сайту міністерства інфраструктури України - https://mtu.gov.ua/files/Ukraine_Transport_Sector_UA_brochure.pdf
4. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 30 травня 2018р. №430 “Про схвалення Національної транспортної стратегії України на період до 2030 року”
5. Курсова робота
6. Конституція України

СЕКЦІЯ 3. Історія математики

М. Гончаренко
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***О.М. Трусевич****, кандидат фізико математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ЕВКЛІД

Проживавший у Давній Греції математик Евклід був одним з найвидатніших умів свого часу. Незважаючи на зародковий стан багатьох наук в той час, цей чоловік зумів по-новому поглянути на поняття простору і багато в чому заклав основи сучасної математики.

Евклід — старогрецький математик і визнаний основоположник математики, якого прийнято називати «батьком геометрії».

Евклід народився близько 365 р. до н.е., імовірно, в м. Александрія. Деякі арабські автори вважають, що він походив з багатої сім'ї з Нократа. Згідно з деякими документами, Евклід навчався в древньої школі Платона в Афінах, що було під силу тільки заможним людям. Вже після цього він переїде в м. Александрія в Єгипті, де і покладе початок вивченню розділу математики, нині відомому як «геометрія».

Як розповідає Папа Александрійський (друга половина II ст. н. е.), Евклід заснував в Александрії свою школу, щоб мати можливість навчати математики таких же ентузіастів, як він сам. Також існує думка, що в пізній період свого життя він продовжував допомагати своїм учням в розробці власних теорій і написанні праць.

Евклід є автором найдавніших трактатів з математики, що збереглись до сьогодення. В них підсумовано досягнення давньогрецької математики. Наукова діяльність Евкліда проходила в Александрійській бібліотеці — суспільній інституції, що являла собою бібліотечний, науковий, навчальний, інформаційно-аналітичний і культурологічний комплекс.

Основна праця Евкліда «Начала» складається із серії книжок, у яких міститься систематизований виклад геометрії, а також деяких питань теорії чисел. «Начала» відіграли винятково важливу роль у подальшому розвитку математичної науки. Історичне значення цієї праці полягає в тому, що в ній уперше здійснено спробу логічної побудови геометрії на основі аксіоматики. Зміст «Начал» свідчить про велику повагу їх автора до традиції, так як він зберіг в них деякі поняття, які в його час не вживались. Він вивчав також роботи з астрономії, оптики, теорії музики.

На жаль, про його життя мало що відомо, але деякі відомості з глибини століть до нас все-таки дійшли:

1. Найбільш древній з усіх присвячених математики трактатів написаний саме ним.
2. Достеменно невідомо, де народився Евкліда, але встановлено, що великий учений займався своєю діяльністю близько 2300 років тому в місті Александрія. Зараз Александрія є другим за величиною містом Єгипту.
3. Він присвятив цілих чотири книги конічних перерізів, багато в чому посприявши розвитку геометрії.
4. Його наукова праця під назвою «Начала» настільки важливий для математики в цілому, що він і донині не втратив актуальності. До речі, історія знає й інші наукові праці з тією ж назвою, але найвідомішим є саме книга Евкліда.
5. Навчанням Евкліда в молодості займався знаменитий давньогрецький філософ Платон, який навчав Аристотеля та мав великий вплив на молодого вченого.
6. Традиційна геометрія, що вивчається в школах та університетах, носить назву евклідової.
7. Евкліду регулярно приписуються багато стародавніх праць, чиє авторство досі не доведено. Причому праці з самих різних областей, включаючи музику і медицину.
8. Всього в світі існують три геометрії — Рімана, Лобачевского і Евкліда. Остання є найбільш традиційною.
9. Достовірно доведено авторство великого математика в деяких працях з оптики й астрономії.
10. Вперше на українську мову праці Евкліда були переведені в 18-му столітті. При цьому вищезгадані «Начала» ще в 11-му столітті були переведені на вірменську.

Спадщина Евкліда пережила вченого на цілих 200 століть, і служила джерелом натхнення для таких особистостей, як, наприклад, Авраам Лінкольн. З чуток, Лінкольн завжди забобонно носив при собі «Начала», і в усіх своїх промовах цитував роботи Евкліда.

Навіть після смерті вченого, математики різних країн продовжували доводити теореми і видавати праці під його ім'ям. У загальному і цілому, в ті часи, коли знання були закриті для широкого загалу, Евклід логічним і науковим шляхом створив формат математики давнини, який в наші дні відомий світові під назвою «евклідової геометрії».

Література

1. Соломатин В.А. История науки. Уч. пос. – М.: ПЕРСЭ, 2002 – 352 с.

Т.І. Струсь
Національна академія сухопутних військ імені гетьмана П.Сагайдачного
Науковий керівник ***Пелех М.П.,*** *к.т.н., доц., доцент кафедри ІМ(ОТІВ)*

ЦІКАВІ ФАКТИ

Місце для цікавих речей є завжди, навіть в серйозних науках, потрібне бажання їх відшукати. Деякі цікаві факти з такої точної науки, як математика.

Існує думка, що Альфред Нобель не включив математику в список дисциплін своєї премії через те, що його дружина зрадила його з математиком. Насправді Нобель ніколи не був одружений. Справжня причина ігнорування математики Нобелем невідома, але є кілька припущень. Наприклад, на той момент вже існувала премія з математики від шведського короля. Інше — математики не роблять важливих винаходів для людства, оскільки ця наука має чисто теоретичний характер.

Сумою всіх чисел від 1 до 100 буде 5050.

Факт — занадто дорога помилка ділення на нуль. У 1997 році на одному з військових судів ВМФ США стався збій програми «Smart Ship» в результаті ділення на нуль (точніше, некоректного вводу даних), що вивело з ладу всі прилади на борту військового корабля США — Йорктаун. Цей випадок на той час затьмарив всі цікаві факти з історії математики.

Сума всіх чисел, які є на звичайній рулетці в казино (від нуля до 36) є число — 666, так зване «число звіра». Страх перед числом 666 має назву гексакосіойгексеконтагексафобія. Також, якщо записати це число римськими цифрами то воно буде мати вигляд DCLXVI, тобто в ньому містяться всі римські цифри (крім M — тисяча) в порядку спадання.

Ще зі школи нас навчили, що на нуль ділити не можна, але мало хто знає чому. Розгляньмо на прикладі числа 7. Запис $7 : 0$ можна вважати скороченням від $0 \cdot x = 7$. Тобто нашим завданням є віднайти число яке після множення на 0 дає 7. При множенні, будь якого числа, на 0 ми завжди отримуємо 0. Строго кажучи, не має числа, яке після множення на 0 дасть щось інше крім нуля. Виходить наше завдання не має взагалі жодного рішення та навіть сам запис не містить ніякого сенсу, звідси й фраза «на нуль ділити не можна».

Якщо ви маєте піцу (італійською мовою pizza) з радіусом «Z» і товщиною «A», то її об'єм = $Pi \cdot Z \cdot Z \cdot A$. Цікаво також те, що піцу можна поділити на вісім рівних частин всього трьома розрізами, причому є два способи.

Серед фігур, які мають рівний периметр, коло має найбільшу площу. Серед фігур, які мають рівну площу, воно матиме найменший периметр.

Мить – це цілком реальна тимчасова одиниця, що триває близько 1/100 секунди.

– У чому полягає різниця між математиком і фізиком?

– Математик вважає, що достатньо двох точок, щоб провести через них пряму. Фізик обов'язково вимагатиме додаткових даних.

Н.В.Прийма
Херсонський аграрно-економічний університет
Науковий керівник ***Т.П. Білоусова****, старший викладач кафедри менеджменту та інформаційних технологій*

ІСААК НЬЮТОН: ШЛЯХ ВИЗНАННЯ

«Для нас наукове обличчя Ньютона спокусливо чарівне, тому що неухильність руху його розуму завжди буде для наступного дослідника тим, чим є компас для мандрівника, який вирушив у море», – писав М.М. Лузін.

Серед великих вчених XVII століття Ньютон займає одне з почесних місць на вершині науки. Закони руху та всесвітнього тяжіння дали основу для прогнозування ситуацій у широкому діапазоні видів діяльності, як у науці, так і в техніці, особливо при прогнозуванні руху небесних тіл. Внесок Ісаака Ньютона у математичний аналіз став основою для розвитку наукових теорій. Нарешті, він об’єднав багато окремих фактів фізики, які були відкриті раніше, в один загальний набір законів. Його праці заклали основи фізики, зокрема класичної механіки, теорії, яка прийнята і сьогодні. З цих причин він вважається одним з найбільших вчених і одним з найвпливовіших людей в історії науки.

Ньютон народився в маєтку Вулсторп поблизу села Колстерворт, що в Лінкольнширі, через три місяці після смерті свого батька, також Ісаака. Через два роки його мати Ханна вийшла заміж повторно і залишила сина на виховання у бабусі. До 11 років хлопець здобував освіту в сільській школі, а коли Ньютону виповнилося 12 років, його відправили вчитися в Королівську школу в Гренхем. Там він незабаром став найкращим студентом. У жовтні 1658 р. мати забрала Ісаака зі школи, плануючи зробити його фермером, але тодішній керівник школи переконав її дати хлопчикові закінчити школу і отримати атестат. Ньютон повернувся до школи і закінчив її з відмінними оцінками.

5 червня 1661 р. 18-річний Ньютон прибув до Кембриджа, склав іспит з латинської мови, після чого йому повідомили, що його прийняли до Триніті-коледжу Кембриджського університету. З цим навчальним закладом пов’язано понад 30 років життя Ньютона. У ті часи навчальні програми в коледжі базувались на працях Арістотеля, але Ньютон вважав за краще вивчати праці сучасних вчених, таких як Декарт, Галілей, Коперник і Кеплер. Свої знання з математики, фізики і астрономії Ньютон здобув у роки навчання в університеті самоосвітою. Йому недостатньо було лекцій з математики і оптики відомого математика, професора лукасівської кафедри *І. Барроу* (1630-1677), тому він почав вивчати «Начала» Евкліда, книжки з алгебри, «Геометрію» Декарта й інші твори визначних математиків. У 1665 р. Ісаак відкрив біноміальну теорему і розпочав роботу над математичною теорією, відомою тепер як диференціальне та інтегральне числення. У1665 р. Ньютон здобув диплом, а Університет був закритий через велику чуму. Ньютон повернувся до Вулсторпа в серпні 1665 р. і провів там півтора року. В паперах вченого знайшли запис: «У тому самому році я почав думати про тяжіння, яке досягає орбіти Місяця. Усе це відбувалося в два чумні роки – 1665 і 1666, оскільки я в цей час був у розквіті своїх винахідницьких

сил і думав про математику і про філософію більше, ніж будьколи потім». За ці роки Ньютон створив та реалізував свої головні ідеї безсмертних відкриттів з математики, механіки, оптики. Він представив закон всесвітнього тяжіння та закони руху, що лежать в основі класичної механіки. Незалежно від Готфріда Лейбніца він сприяв розвитку диференціального та інтегрального числення. Завершив пошук і вдосконалив методи розв'язування задач обчислення площ і об'ємів криволінійних фігур та проведення дотичних до кривих ліній в заданій точці. Опис фізичних явищ за допомогою диференціальних рівнянь досі є особливістю фізики.

У Кембриджі Барроу, побачивши, як зростають слава та успіх його учня, в 1669 році передав Ньютону свою знамениту лукасівську кафедру. У 1670–1672 Ньютон читав лекції з оптики. У цей час він вивчав заломлення світла, показуючи, що призма може розділити біле світло на кольоровий спектр, а потім лінза і друга призма повертають біле світло назад із кольорового спектру. З цього він дійшов висновку, що будь-який рефрактор (лінзовий телескоп) матиме недолік світлової рефракції (хроматична аберація), і, щоб уникнути цієї проблеми, він сконструював власний тип телескопа, використовуючи дзеркало замість лінзи, пізніше відомий як телескоп Ньютона (дзеркальний телескоп). 11 січня 1672 р. Ньютона обирають членом Лондонського королівського товариства (Національної академії наук). З 1680 р. Ньютон працював над найвизначнішим своїм твором «Математичними началами натуральної філософії», які стали епохою в історії науки. Твір справді належить до унікальних книг, подарованих людству. На рукопис «Начал» чекала доля бути похованим у сейфі, але товариш творця астроном *Едмонд Галлей* (1656–1742) узяв на себе всі грошові витрати. Тільки завдяки його послідовній підтримці в 1687 році книжка вийшла в світ. В Англії вона перевидавалася ще в 1723 і 1725 роках.

Сам учений був скромний в оцінці зробленого. Він писав про свої наукові досягнення: «Не знаю, чим я можу здаватися світу, але сам собі я здаюся хлопчиком, який грається на морському березі і бавиться тим, що час відчасу він знаходить блискучіший камінець або красивішу черепашку, ніж звичайні, між тим, як увесь великий океан істини лежить переді мною нерозкритий». Океан таємниць завжди залишатиметься невичерпним, але й те, що дістав з нього вулсторпськнй трудівник і подвижник науки, завжди викликатиме подив і вдячність нащадків.

Література

1. Белл Э. Т. Творцы математики. Предшественники современной математики. М.: Просвещение, 1979. 256 с.
2. Edward Dolnick. Wielki zegar Wszechświata. Wiek geniuszy i narodziny nowoczesnej nauki. Warszawa: Prószyński i S-ka, 2012.

Кобзарёв И. Ю. Ньютон и его время. М.: Знание, 1978. 63 с.

Сало А. М.
Львівський національний університет імені Івана Франка
*Науковий керівник **Фірман Л. Ю.** старший викладач*

АЛАН ТЮРІНГ - БАТЬКО СУЧАСНОГО КОМП'ЮТЕРА

Кожен, хто вміє користуватися комп'ютером, знає, що для виконання будь-якої операції необхідно відкрити відповідну програму, яка зберігається в пам'яті пристрою. Проте життя не завжди було таким простим, як зараз.

Перші великі електронні цифрові комп'ютери не моли зберігати програми в пам'яті. Щоб налаштувати ці комп'ютери на виконання нових завдання, необхідно було вручну пере підключати кабелі й перевстановлювати перемикачі.

Основні принципи роботи сучасного комп'ютера, що має на увазі управління машинами за допомогою програми, яка зберігається в пам'яті і являє собою закодовані інструкції, був сформульований Аланом Тюрінгом.

Тюрінг описав свої абстрактні обчислювальні машини у власій першій великій публікації On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungs -problem (1936 рік) [1]. В роботі On Computable Numbers вперше була висунута важлива для сучасного комп'ютера ідея, а саме концепція управління обчислювальною машиною за допомогою програми, що зберігається в пам'яті та представляє закодовані інструкції. Ця робота вплинула на розвиток електронного цифрового комп'ютера і зберігалася в пам’яті в 1940 роках, що часто ігнорували або заперечували фахівці з історії комп'ютерів [1].

Сама обчислювальна машина була абстрактною концептуальною моделлю. До складу якої входив сканер і нескінченна стрічка пам'яті. Стрічка мала бути розділена на клітини, кожна з яких могла бути порожньою або містити один символ. Сканер переміщався уздовж стрічки, скануючи по одній клітці за раз. Пристрій зчитував символи зі стрічки та записував на ній нові символи. Стрічка одночасно слугувала як пам'яттю, так і механізмом введення-виведення, на ній може бути записана складна за інструкціями програма. Сама стрічка при цьому нескінченна — адже метою Тюрінга було показати, що існують такі завдання, які обчислювальні машини не можуть виконувати навіть за необмежений час при необмеженій робочій пам'яті [2].

Обчислювальні машини Тюрінга здатні здійснювати невеликий набір базових операцій: переміщення на одну клітку вліво / вправо, друк і зміна стану. Сканер завжди переміщається на одну клітку за раз і може надрукувати символ у проскановaній клітинці. Змінюючи свій стан, машина може, як висловився Тюрінг, «згадати деякі символи, які пристрій "бачив раніше".

Робота обчислювальної машини регулюється (як називає це розробик) таблицею інструкцій. Вчений навів такий простий приклад: нехай машина, назвемо - M, забезпечена нескінченно порожньою стрічкою, а сканер встановлений в будь-який клітці стрічки. M має чотири стани, позначені як a, b, c, d, де спочатку знаходиться в стані a [3].

STATE	SCANNED SQUARE	OPERATIONS	NEXT STATE
a	blank	P[0], R	**b**
b	blank	R	**c**
c	blank	P[1], R	**d**
d	blank	R	**a**

У наведеній таблиці R - позначення команди move right one square, а P / P [3] - позначення команд print 0/1 on the scanned square відповідно. Згідно з верхнім рядком таблиці, якщо перебуває в стані a і сканована клітинка порожня, то виведеться 0 в цій клітинці, і переміститися на одну клітку вправо так перейти в стан b. Відповідно до цієї таблиці інструкцій машина M друкує на стрічці поступово змінюючи виконавчі цифри 0 1 0 1 0 1 0 1 .., розділяючи їх порожніми клітинками до нескінченності переміщаючись вправо щодо своєї початкової позиції [3].

У 1936 році обчислювальна машина Тюрінга існувала тільки як ідея. Але Тюрінг з самого початку цікавився можливістю побудувати дану машину насправді [3].

У воєнний час вивчення електроніки, для вченого стало великим стимулом для ранньої теоретичної роботи та проєктом електронного цифрового комп'ютера, розробленого у 1945 році.

Тому Алана Тюрінга ще називають батьком сучасного комп’ютера.

Література

1. A.M.Turing’’On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem’’, 1936р. ‚poceedings of the London Mathematical Society;
2. Обчислюваність функцій на Машині Т’юрінга. https://studopedia.org/14-65584.html;
3. Теза Т’юрінга. https://studopedia.org/14-65584.html.

Р. М. Залуцький
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Фірман Л. Ю.*** *старший викладач*

ФОРМУЛА СМЕРТІ АБРАХАМА ДЕ МУАВРА

Абрахам де Муавр, англійський математик, в літньому віці виявив дивовижну властивість свого сну. Як виявилося, з кожним разом тривалість сну збільшувалася рівно на 15 хвилин. Вчений навіть вирахував день, коли його сон повинен тривати 24 години. Йдеться про 27 листопада далекого 1754. Того дня Абрахам де Муавр помер [1].

Вчений як відомий математик у всьому світі Абрахам де Муавр - надзвичайно талановитий вчений-математик французького походження, що жив у 18 столітті. Де Муавр здобував освіту у Франції, проте змушений був назавжди покинути батьківщину через утиски протестантів, після цього Абрахам влаштувався в Лондоні, де і залишився до кінця своїх днів. Будучи іноземцем, спочатку де Муавр практично не мав можливості займатися наукою в Англії, і заробляв собі на життя уроками математики, хоча і був особисто знайомий з відомим Ньютоном [2].

Ньютон надзвичайно високо цінував Муавра. Якщо вірити пліткам тієї пори, Ньютон випроваджував відвідувачів, які турбували його дрібними справами математичного характеру, за допомогою наступної фрази: «Ідіть до де Муавра, Абрахам розбирається в цьому краще за мене». Муавр також постійно допомагав Ньютону у виданні і редагуванні праць (особливо «Оптики») [3].

Де Муавр перший став використовувати зведення в ступінь нескінченних рядів. Муавр також встановив зв'язок між рекурентними послідовностями і від’ємними рівняннями. Вніс внесок в теорію вирішення однорідних лінійних від’ємних рівнянь з постійними коефіцієнтами. В 1733 році Муавр опублікував роботу, в якій довів, що для великого числа n випробувань функція нормального розподілу ймовірності є наближенням біномного закону (розподіл Бернуллі). До числа основних правил теорії ймовірностей зараховується теорема Муавра-Лапласа. Муавр взагалі вніс великий вклад в теорію ймовірностей. Вчений провів розподіл усіх досліджень азартних ігор і ряду статистичних даних з народонаселення. Крім нормального, Абрахам використовував рівномірний розподіл. Але більшість результатів де Муавра були незабаром перекриті і узагальнені працями Лапласа. Слід зазначити, що ступінь впливу Абрахама де Муавра на Лапласа невідома [4].

Варто відзначити також і той факт, що приставку де до свого прізвища Абрахам підставив за власною ініціативою, без причини. Народившись в недворянській сім'ї, математик мріяв належати до більш вищого соціального статусу [5].

Ім’я Муавра пов’язано з тригонометричної формулою (cos nx + i sin nx) = (cos x + i sin x) n, де n – будь-яке раціональне число і; вперше вона була приведена Муавром в його праці Різні аналітичні роботи (Miscellanea Analytica de Scriebus et Quadraturés 1730), присвяченому дослідженню нескінченних рядів і комплексних чисел. У 18 ст. Муавра вважали одним із стовпів теорії ймовірностей. Більшість результатів, отриманих ним у цій галузі, опубліковані в різних виданнях Теорії випадковостей (The Doctrine of Chances, 1718, 1738 і +1756). Муавр першим вивів функцію нормального розподілу як апроксимацію біноміального закону (звану нині формулою Стірлінга) [6].

За іронією долі, найзнаменитішим Муавр став після смерті, яку дивним чином передбачив, використовуючи методи розв'язування математичних задач настільки улюбленої їм статистики. Дивовижний факт про життя і смерть де Муавра досі дозволяє любителям містифікацій пов'язувати математичну науку з пророкуванням майбутнього. У наші дні багато вчених з властивим їм скепсисом ставляться до цієї історії, називаючи її всього лише вигадкою, яка не має нічого спільного з правдою. Однак, фактів, що спростовують цю легенду також до сих пір не знайдено, і Абрахам де Муавр так і залишається математиком, який прославився завдяки формулі смерті [7].

Отож, "Великий" математик де Муавр став всесвітньо відомим після так званої Формули смерті. Однак вчений вніс неймовірно великий вклад у математиці ,при житті домігся великих висот й був досить популярним у 18 столітті, що вказує на його геніальність.

Література

1. Pulya.NET - Молодежный Интернет-журнал № 1// факты об де Муавре// первый абзац;

2. Источник: «Культ Разума»// статья// второй абзац;

3. https://www.peoples.ru//статьи//биография де Муавра;

4. По материалам сайтов shkolazhizni.ru, factroom.ru и Википедии, книги «Шеренга великих математиков» (Варшава, «Наша Ксенгарня», 1970);

5. Pulya.NET - Молодежный Интернет-журнал № 1// факты об де Муавре//второй абзац;

6. Универсальная научно-популярная энциклопедия Кругосвет. — США, 1997-2020;

7. Боголюбов А. Н. Математики. Механіки. Біографічний довідник. — Київ: Наукова думка, 1983.

Х. М. Скалівська
Львівський національний університет імені Івана Франка
*Науковий керівник **Петрук Т. М.** к.е.н.*

РОЗВИТОК МАТЕМАТИКИ В ДАВНІЙ ГРЕЦІЇ

Математика, як наука народилася в Греції. У країнах-сучасниках Еллади математика використовувалася або для звичайних потреб (підрахунки, вимірювання), або навпаки, для магічних ритуалів, що мали на меті з'ясувати волю богів (астрологія, нумерологія тощо). Греки підійшли до справи з іншого боку: вони висунули тезу «Числа правлять світом».

Першим ученим Античної Греції був Фалес Мілетський (638/637 – 548/547 рр. до н. е.) [1]. Можливо, саме завдяки йому почалося перетворення єгипетської і вавилонської емпіричної математики в дедуктивну науку.

Фалес справедливо заслужив славу родоначальника математики як теоретичної галузі знань з характерним для неї логічним доведенням тверджень – теорем. Від нього починається формування таких основоположних математичних понять, як доведення і теорема.

Фалес займався вивченням фігури, яка утвориться, якщо в прямокутнику, вписаному в коло, провести діагоналі. При цьому він переконався, що кут, вписаний у півколо, завжди прямий. Це дало можливість вписувати в коло прямокутні трикутники і доводити теореми про суму внутрішніх кутів трикутника, а також про те, що кути можна додавати так само, як відстані.

Славу засновника давньогрецької математики поділяє з Фалесом легендарний Піфагор Самоський (571/570–497/496 рр. до н. е.) [1], який перетворив геометрію із зібрання рецептів розв’язування різних задач в абстрактну науку, що розглядала вже не площі полів, місткість зерносховищ, дамб, штабелів цегли тощо, а геометричні фігури – абстракції, ідеалізації певних властивостей реальних об’єктів.

Термін "математика" почали використовувати послідовники легендарного Піфагора – так звані "піфагорійці". Походить воно від слова "матема", що означає "вчення" або "знання". Давні греки визнавали тільки 4 матема: вчення про числа (арифметику), вчення про фігури (геометрію), вчення про пропорції в природі та мистецтві (гармонію) та вчення про форми світу (астрономію). Неодмінною умовою належності певного знання до математики було виведення його шляхом логічного міркування, тобто за допомогою мислення. Піфагорійці розвинули і обґрунтували планіметрію прямолінійних фігур: вчення про паралельні лінії, трикутники, чотирикутники. Отримала розвиток елементарна теорія кола і круга.

Наявність у піфагорійців вчення про паралельні лінії говорить про те, що вони володіли методом доказу від протилежного і вперше довели теорему про суму кутів трикутника. Вершиною досягнень піфагорійців в планіметрії є доказ теореми Піфагора[1].

Піфагорійці знали також дробові числа і в зв'язку з цим розробили теорію арифметичної і геометричної пропорцій. Вони володіли поняттями середнього арифметичного, середнього геометричного і середнього гармонійного.

Величезна заслуга піфагорійців у тому, що вони виявили фундаментальне значення кількісних характеристик явищ навколишньої дійсності: кожну просторову форму або явище характеризує цілком визначена числова модель – число. Проте піфагорійці перебільшили його роль. Вони оголосили числа не тільки всесильними правителями, законодавцями світу, а й першоосновою речей і явищ навколишньої дійсності. Відкриття відрізків, відношення яких не можна виразити числом (вірніше – ніяким додатним раціональним числом, бо тільки такі числа і знали на той час), стало справжньою катастрофою піфагорійської філософії і зумовило створення так званої геометричної алгебри.

Період самостійної діяльності греків в області математики починається з діяльності Платона і заснованої ним у 389 р. Філософської школи, відомої під ім'ям Академії [2]. З цього часу подальший розвиток геометрії зосереджується виключно в руках однієї грецької нації. Головним результатом математичної діяльності Платона було створення філософії математики і зокрема методології.

Філософ Платон багато вніс у проблему розв'язування задач на побудову за допомогою тільки циркуля і лінійки, коли правильність побудови логічно доводиться посиланням на аксіоми й теореми геометрії. Це мало величезне значення у розвитку геометрії як дедуктивної науки. Платон ввів у математику терміни «аналіз» і «синтез» [2]. Він вимагав строгого, чіткого формулювання означень геометричних понять, правил дій над числами тощо.

Як відомо, його власні роботи дуже мало стосувалися збільшення математичних знань у кількісному відношенні і були спрямовані на встановлення суворих і точних визначень основних понять геометрії, на приведення придбаних раніше математичних знань у строгий логічний зв'язок між собою.

Видатним математиком Давньої Греції був також Евклід. Він є автором "Начал", по яких учились математики всього світу. Ця надзвичайна книга пережила більше двох тисячоліть, але й до цього часу не втратила свого значення не тільки в історії науки, але й у самій математиці. Зміст "Начал" далеко не вичерпується елементарною геометрією – це основи всієї античної математики. Тут підводиться підсумок більш ніж 300-річному її розвитку і разом з тим створюється база для її подальшого розвитку. На геометрії Евкліда базується класична механіка, її апофеозом булла поява в 1687 р. «Математичних начал натуральної філософії» Ньютона, де закони земної і небесної механіки і фізики встановлюються в абсолютному евклідовому просторі [2].

Значний вклад в розвиток математики Давньої Греції вніс Архімед. Він запропонував наближений метод обчислення квадратних коренів, сформулював основні положення гідростатики, створив низку машин і споруд, винайшов загальні методи обчислення площі криволінійних плоских фігур і об'ємів тіл, обмежених кривими поверхнями і застосував ці методи до багатьох частинних випадків: до кола, сфери, довільного сегменту параболи, до сегментів сфер, сегментів фігур, утворених обертанням прямокутників (циліндри), трикутників (конуси), парабол (параболоїди), гіпербол (гіперболоїди) і еліпсів (еліпсоїди) відносно їх головних осей.

Основні роботи Архімеда стосувалися різних практичних додатків математики (геометрії), фізики, гідростатики і механіки. У своїй роботі “Параболи квадратури” Архімед обґрунтував метод розрахунку площі параболічного сегмента, причому зробив це за дві тисячі років до відкриття інтегрального числення. У праці “Про вимір кола” Архімед вперше обчислив число “пі” – відношення довжини кола до діаметра – і довів, що воно однакове для будь-якого кола і знаходиться між 3 1/7 і 3 10/71.

Творчість Архімеда становить цілу епоху в розвитку математики взагалі. Архімед, створивши метод вичерпування, вніс величезний вклад у ту галузь математики, що зараз займається аналізом нескінченно малих величин. Він створив першооснову для успішного розвитку нової математики в блискучих працях Ньютона, Лейбніца та інших математиків XVII ст. у галузі інтегрального та диференціального числень.

Таким чином, за більш ніж півтора тисячний період часу математична наука в Греції мала значні досягнення. Це стосується головним чином елементарної геометрії, яка в працях Фалеса, Піфагора, Платона і, особливо, Евдокса, Евкліда і Архімеда отримала той зміст, який зберігається і в даний час [2]. У цій області грецькі математики зуміли побудувати цілком наукову основу і дали строгий виклад теорії. Від греків ми отримали і основи всієї геометричної термінології.

Що ж до інших розділів математики (арифметики, алгебри і тригонометрії), то в них були закладені деякі основи науки, але повного розвитку ці розділи у греків не отримали.

Греки у своїх арифметичних дослідженнях відривалися від практичного рахунку, суворо відокремлюючи арифметику від логіки, і це значною мірою гальмувало розвиток арифметики, так як ніяка наука не може розвиватися у відриві від практики. Розвитку алгебри заважало те, що ще недостатньо увійшли до вжитку символічні записи, натяк на які вперше зустрічається в працях Діофанта, який користувався лише окремими символами і скороченнями запису [2]. По відношенню до тригонометрії можна сказати, що в Греції тригонометрія була лише допоміжним обчислювальним апаратом для астрономічних спостережень.

Література

1. Вигодський М.Я. Арифметика і алгебра в стародавньому світі. − М.: Просвещение, 1967 р. http://books.e-heritage.ru/book/10077392;

2. Історія математики. Т. 1: З найдавніших часів до початку Нового часу / Під редакцією А.П. Юшкевича (у трьох томах). − М.: Наука, 1970р. https://may.alleng.org/d/math/math166.htm.

Я.В. Біленко
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.О.Карабин**, кандидат фізико математичних наук,доцент, доцент кафедри прикладної математики*

МИХАЙЛО ОСТРОГРАДСЬКИЙ ЯК ВИДАТНИЙ МАТЕМАТИК

Талантами багата Україна.
Хай навіть – відбиваючись від орд.
Долаючи неволю та руїни .
Геніїв народжує народ.

Михайло Остроградський народився в с. Пашенівка (нині в Козельщинському районі Полтавської області, Україна, тоді Полтавська губернія, Російська імперія) у дворянській родині. Дитинство проходило у рідному селі Пашенівці. Уже в ранньому віці у нього проявилося значне зацікавлення до математичних обчислень і він вимірював різні предмети: вози, дерева, глибину ярів та криниць. 1809 року його відвезли до Полтави в гімназію, де він навчався до 1816 року, коли надумав стати військовим. Однак, їдучи до Петербурга, де Михайло мав вступити до гвардії, вони з батьком заїхали до дядька, і той намовив Остроградського вступати до Харківського університету. У 1817 став студентом фізико-математичного факультету. Інтерес до математичних наук сформувався під впливом викладача університету Івана Павлоцького. Навчався на «відмінно» і як найкращому випускникові 1820 року йому присвоїли ступінь кандидата наук. Однак реакційна частина харківської професури, користуючись казуїстикою, домоглася позбавлення юнака атестата кандидата наук. Домагаючись справедливості юнак складає необхідні іспити втретє і 30 квітня 1821року Рада присуджує йому вчений ступінь кандидата наук.

У 1822–1828 рр. вдосконалював свої студії у Колеж де Франс у Парижі, де слухав лекції Ампера, Коші, Лапласа, Пуассона, Фур'є та ін. Працював переважно у Франції та Росії. З 1828 р. професор вищих шкіл у Петербурзі. Учень Лапласа, Ампера. Викладач Колегії Анрі IV (Париж), професор Петербурзького університету та Морського кадетського корпусу, Інституту корпусу інженерів шляхів сполучення (з 1830 р.), Головного педагогічного інституту (з 1832 р.), Головного інженерного училища (з 1840 р.), Головного артилерійського училища (з 1841 р.), член Петербурзької Академії наук (з 1830, у віці 29 років), Паризької (з 1856 р.), Римської й Туринської Академій наук).

Автор 40 праць із математичного аналізу (нескінченно-малих, інтегрування раціональних функцій), математичної фізики (диференціальні рівняння поширення тепла у рідких твердих тілах), теоретичної механіки (принцип можливих переміщень, варіаційні принципи механіки, теорія удару, теорія пружності, поширення хвиль на поверхні рідини тощо), написаних переважно французькою мовою, друкованих у «Мемуарах» і «Бюлетенях» Петербурзької Академії Наук. Остроградський відкрив метод інтегрування раціональних функцій (метод Остроградського) встановив формулу перетворення інтеграла по об'єму в інтеграл по поверхні, названу його ім'ям (формула Остроградського (1828 рік), опублікована 1831 року). Один із засновників петербурзької математичної школи. Його учні — математики І. О. Вишеградський, М. П. Петров, Д. І. Журавський, І. П. Колонг. Світ знає його дослідження з теорії чисел, алгебри, теорії імовірностей та варіаційного числення. Відомий популяризатор наукових знань. Власним коштом видав твори Л. Ейлера, К. Гаусса та ін. Автор низки науково-популярних статей, підручників та навчально-методичних видань.

Особливо цінними виявилися його мемуари (1854 р.), що містять повну теорію ударів. У 1848 р. запропонував оригінальний висновок канонічних рівнянь, досліджував інтеграли загальних рівнянь динаміки, а також вирішив ізопериметричну задачу.

Починаючи з 1830-х років займався зовнішньою балістикою. Вивів рівняння руху снаряда, вивчав опір повітря, дію пострілу на лафет гармати. В теорії потенціалу розв'язав деякі задачі, що стосуються притягання сфери та сфероїда. Досліджував поширення тепла у твердих тілах, одержав рівняння поширення тепла в рідинах.

У галузі математичної фізики він здійснив узагальнення методу, що застосовується при інтегруванні рівнянь з частковими диференціалами. Представляє також інтерес його рішення про пошир,ення тепла у призмі.

Остроградський – видатний математик ,що здійснив вагомий вклад у розвиток математики та інших сфер наукової діяльності. Його пам’ять вшановують у багатьох країнах світу , а його наукові роботи випередили свій час.

А.Гриньова
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник: **М.І. Кусій,** кандидат педагогічних наук,доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

РОЗМІЩЕННЯ, РОЗМІЩЕННЯ, РОЗМІЩЕННЯ

Якщо дивитися на пам’ятник Езри Корнелла, здається просто людина, вдягнена по-вуличному, гарний чоловік, який обеззброює своєю щирістю. Але, чому так ріже око те, що роки життя Езри вигравіювані на п’єдесталі помпезними римськими цифрами: ЕЗРА КОРНЕЛЛ MDCCCVII-MDCCCLXXIV. Чому просто не написати 1807-1874? Римські цифри мають гарніший вигляд, але їх складно читати й проблемно ними користуватися. Езрі це не сподобалось б.

Знайти хороший спосіб зображати на письмі числа завжди було складно. Люди від самого світанку цивілізації пробували різні системи запису чисел та лічби - для торгівлі, вимірювання землі або щоб рахувати худобу. Майже в усіх цих систем є одне спільне - це біологія, яка глибоко прихована в них. Еволюція змінила багато чого, але, на щастя, у нас і сьогодні по п’ять пальців на кожній із двох рук. Цей особливий анатомічний факт відобразився на примітивних системах рахування. Числа записувалися за допомогою паличок. Римські цифри тільки трошки складніше за палички. Відгомін паличок знаходимо в тому, як римляни записували числа 2 і 3-відповідно II і III.

Вавилоняни до своїх пальців так прив’язані не були. Їхня система числення була основана на числі 60. Шістдесят – це найменше число, яке можна поділити націло на 1,2,3,4,5 і 6. І це тільки початок (є також 10,12,15,20 і 30). Через свою перебірливу подільність число 60 куди краще пасує для обчислення або вимірювання всього, для чого потрібно щось ділити на рівні частини.

Візьмемо нашу індоарабську систему числення. Ця система замість числа 60 базується на десяти символах: 1,2,3,4,5,6,7,8,9, і найгеніальніше - 0. Вони називаються цифрами. Десятка утворюється завдяки розміщенню двох символів, а не позначаються одним спеціальним знаком. Те саме стосується 100,1000 чи будь-якого іншого степеня числа 10. Їхній окремий статус позначає не певний символ, а поєднання цифр, позиція, тобто розряд. Порівняйте всю елегантність позиційної системи числення зі значно менш продуманим підходом у римських цифрах. Потрібно 10? У нас є 10. Це символ X. Є також 100 (C) і 1000 (M), є навіть спеціальні символи чисел із п’ятіркою: V, L, і D для відповідно 5, 50 і 500. Римляни придумали позначення для кількох улюблених чисел, дали їм власні символи, і всі інші числа (числа другого класу) позначали через комбінацію перших.

В індоарабській системі записати число дуже просто, хоч би яким воно не було. Усі числа можна виразити через десять символів, якщо розставити їх на відповідні місця. Кожне число, яке менше мільйона, можна виразити в шести символах або менше. Що найкраще, із позиційною системою числення звичайні люди могли навчитися рахувати. Потрібно було лише вивчити таблицю множення та її відповідник для додавання. Якщо це все звучить якось механічно, то в цьому і суть. Із позиційними системами числення можна було навчити виконувати обчислення машину. Від найперших механічних калькуляторів до сучасних суперкомп'ютерів, автоматизація арифметики стала можливою завдяки прекрасній ідеї позиція чисел (розрядів). Усі позиційні системи числення засновані на якомусь числі, яке цілком справедливо називається основою. Основа нашої системи - 10, тож це десяткова система. Після того як розставляються одиниці, розміщені на певних позиціях, наступні символи позначають відповідно десятки, сотні, тисячі і так далі, і в кожному закладено 10.

Також відома двійкова система, з основою-2. Нею користуються в комп'ютерах і всьому електронному: від мобільних телефонів до камер. Їй потрібно найменше символів серед усіх основ-тільки два: 0 і 1. До двійкової системи треба дещо звикнути. Вона використовує силу числа 2, а не числа 10. Одиниці в ній усе одно розставляються, як у десятковій системі, але всі місця після одиниці тепер відведені під двійки, четвірки та вісімки. У двійковій системі 2 записується як 10, що означає одну двійку й нуль одиниць. Так само 4 буде записане як 100 (одна четвірка, нуль двійок, нуль одиниць), а 8 –як 1000.
Застосовувати це можна не тільки в математиці. Наш світ змінився завдяки числу 2. За останні кілька десятиліть ми зрозуміли, що всю інформацію - не тільки числа, а й мови, картинки, звук - можна записати як послідовність одиниць і нулів.

Це повертає нас до Езри Корнелла. Як столяр, що став підприємцем, Корнелл працював із Семюелем Морзе, чиє ім'я живе в коді з крапок і рисок, завдяки яким англійську мову перетворили на клацання клавіш телеграфу. Ці два маленькі символи були технологічними передвісниками сьогоднішніх нулів і одиниць двійкової системи.

Література

1. Стівен Штрогац. Екскурсія математикою. 2019.
2. Іен Стюарт. Неймовірні числа професора Стюарта. 2019 -384с.

Б. О. Ільків
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.О.Карабин**, кандидат фізико математичних наук,доцент, доцент кафедри прикладної математики*

ТЕОРЕМА БАЄСА

Томас Баєс — англійський математик і пресвітеріанський священик. Математичні інтереси Баєса відносяться до теорії ймовірностей. Він сформулював і вирішив одну з основних задач цього розділу математики (теорема Баєса). Робота, присвячена цій меті, була опублікована в 1763 році після його смерті. Формула Баєса, що дає можливість оцінити ймовірність подій емпіричними шляхом, відіграє важливу роль у сучасній математичній статистиці та теорії ймовірностей.

У теорії ймовірностей та статистиці Теорема Баєса описує ймовірність події, спираючись на обставини, що могли би бути пов'язані з цією подією. Наприклад, припустімо, що хтось цікавиться, чи має рак певна особа, і знає вік цієї особи. Якщо рак пов'язаний з віком, то, застосовуючи теорему Баєса, інформацію про вік осіб можливо використати для точнішої оцінки ймовірності того, що вони мають рак.

Твердження теореми

Теорема Баєса задається математично таким рівнянням:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

де *A* та *B* є подіями.

- P(A) та P(B) є ймовірностями *A* та *B* безвідносно одна до одної.
- P(A | B), умовна ймовірність, є ймовірністю *A* за умови істинності *B*.
- P(A | B) є ймовірністю спостереження події *B* за умови істинності *A*.

Приклад

Припустимо, вас перевіряють на наявність раку, який з'являється у 1% людей вашого віку. Якщо тест на 100% надійний, то вам не потрібна теорема Баєса, щоб зрозуміти, що означає позитивний результат - але давайте просто подивимося на таку ситуацію для прикладу.

Щоб підрахувати значення P (*B* | E), потрібно розмістити дані в правій частині рівняння. P (B), ймовірність того, що у вас рак до тестування, дорівнює 1%, або 0,01. Така ж і P (E), ймовірність того, що результат тесту буде позитивним. Так як вони стоять в чисельнику і знаменнику, вони скорочуються, і залишається

P (B | E) = P (E | B) = 1. Якщо результат аналізів буде позитивний, у вас рак, і навпаки.

У реальному світі надійність аналізів рідко досягає 100%. Припустимо, ваш тест надійний на 99%. Тобто, 99 з 100 чоловік, хворих на рак, отримають позитивний результат, і 99 здорових людей з 100 отримають негативний результат. І це все одно буде дивно надійний тест. Питання: якщо ваш тест позитивний, наскільки ймовірним є те, що у вас рак?

Ось тепер теорема Баєса показує всю міць. Більшість людей вважатимуть, що відповідь - 99%, або десь так. Адже тест настільки надійний, вірно? Але правильна відповідь буде - всього лише 50%.

Щоб дізнатися, чому, вставте дані в праву частину рівняння. P (B) все ще дорівнює 0,01. P (E | B), ймовірність отримати позитивний тест в разі раку, дорівнює 0,99. P (B) * P (E | B) = 0,01 * 0,99 = 0,0099. Така ймовірність того, що ви отримаєте позитивний тест, який показує, що ви хворі.

Що щодо знаменника, P (E)? Тут є невелика хитрість. P (E) - ймовірність отримати позитивний тест незалежно від того, чи хворі ви. Інакше кажучи, в неї входять помилкові позитивні спрацьовування і справжні позитивні спрацьовування.

Щоб підрахувати ймовірність помилкового позитивного спрацьовування, потрібно помножити кількість помилкових спрацьовувань, 1% або 0,01, на відсоток людей, які не хворих на рак - 0,99. Виходить 0,0099. Так, ваш відмінний тест з 99% -й точністю видає стільки ж помилкових спрацьовувань, скільки і справжніх.

Закінчимо підрахунки. Щоб отримати P(E), складемо істинні і хибні спрацьовування, отримаємо 0,0198, поділимо на це 0,0099, і отримаємо 0,5. Отже, P(B | E), ймовірність того, що у вас є рак в разі позитивного тесту, дорівнює 50%.

Але якщо надійність тесту 90%, що зовсім непогано, шанси на наявність у вас раку навіть в разі двічі отриманих позитивних результатів все ще менше 50%.

Література

- Laplace, P (1774/1986), "Memoir on the Probability of the Causes of Events", *Statistical Science* 1(3):364–378.
- Lee, PM (2012), "Bayesian Statistics: An Introduction", Wiley.
- Rosenthal, JS (2005), "Struck by Lightning: the Curious World of Probabilities". Harper Collings.
- Gelman, Andrew; Carlin, John B.; Stern, Hal S.; Dunson, David B.; Vehtari, Aki; Rubin, Donald B. (2013). *Bayesian Data Analysis* (вид. III). CRC Press. ISBN 978-1439840955.

- Grinstead, CM and Snell, JL (1997), "Introduction to Probability (2nd edition)", American Mathematical Society.
- Hazewinkel, Michiel, ред. (2001). Bayes formula. *Encyclopedia of Mathematics* Springer. ISBN 978-1-55608-010-4.

Т.В. Король
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності Науковий керівник ***О.О. Карабин****, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

РЯД ТЕЙЛОРА

Брук Тейлор народився 1 серпня 1685 року в селі Едмонтон, у восьми милях від Лондона. У 1701 році, коли Тейлору виповнилося 15 років, він вступив до Кембриджського університету, в коледж Сент-Джон. До 1712 року в його активі значились вже два мемуари: «Про центр коливань» та «Про підйоми води між двома площинами». Статті Тейлора були визнані настільки важливими, що в тому ж році його обрали членом Королівського товариства.

У 1714 році Тейлор представив Товариству рукопис своєї книги «Прямі і зворотні методи збільшень, вона додала нову галузь вищої математики, яка має назву «Обчислення скінченних різниць». У цій праці Тейлор виводить формулу і розглядає ряд, який досі носить його ім'я.

У математиці Ряд Тейлора — представлення функції у вигляді нескінченної суми доданків, які обчислюються зі значень функцій похідних в одній точці.

Концепція ряду Тейлора була сформульована шотландським математиком Джеймсом Грегорі і офіційно представлена англійським математиком Бруком Тейлором в 1715 році. Якщо ряд Тейлора з центром в нулі, то цей ряд називається рядом Маклорена, який названий на честь шотландського математика Маклорена, який широко використав цей особливий випадок ряду Тейлора в 18-му столітті.

Функція може бути апроксимована за допомогою скінченного числа членів ряду Тейлора. Теорема Тейлора дає кількісні оцінки похибок, які вносяться за допомогою використання такого наближення. Поліном, утворений з деяких початкових членів ряду Тейлора, називається многочленом Тейлора. Ряд Тейлора функції є границею поліномів Тейлора цієї функції у міру збільшення міри, за умови, що існує границя. Функція може не дорівнювати її ряду Тейлора, навіть якщо ряд збігається в кожній точці. Функція, яка дорівнює її ряду Тейлора у відкритому інтервалі (чи в колі в комплексній площині), називається аналітичною в цьому інтервалі.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots, \qquad -\infty < x < \infty$$

У 17-му столітті, Джеймс Грегорі також працював в цій області і опублікував декілька рядів Маклорена. Цього не було до 1715 року, проте, загальний метод побудови цих рядів для усіх функцій, для яких вони існують, нарешті, був наданий Бруком Тейлором, після якого тепер так і називаються ряди.

Використання ряду Тейлора для аналітичних функцій включає в себе:

1. Часткові суми (поліноми Тейлора) рядів можуть бути використані як наближення всієї функції. Ці наближення є більш точними, якщо включено досить багато членів.
2. Диференціювання та інтегрування степенних рядів можна виконати почленно і, отже, досить легко.
3. Алгебраїчні операції легко проводити над функціями, які представлені у вигляді степенних рядів; наприклад, формула Ейлера випливає з розкладу ряду Тейлора для тригонометричних і показникових функцій. Цей результат має фундаментальне значення в таких областях, як гармонічний аналіз.
4. Апроксимація з використанням декількох перших членів ряду Тейлора в іншому випадку може зробити нерозв'язні проблеми розв'язними для обмеженої області; цей підхід часто використовується у фізиці.

Формула Тейлора використовується в доведенні великої кількості теорем в диференціальному численні. Ряди Тейлора застосовуються при апроксимації функції многочленами. Зокрема, лінеаризація рівнянь відбувається шляхом розкладання в ряд Тейлора і відсікання всіх членів вище першого порядку. Говорячи простіше, формула Тейлора показує поведінку функції в околиці деякої точки.

Умови для застосування ряду Маклорена:
1) Для того, щоб функція f (x) могла бути розкладена в ряд Маклорена на інтервалі $(-R;\ R)$ необхідно, щоб залишковий член у формулі Маклорена для даної функції, наближався до нуля при $k \to \infty$ на зазначеному інтервалі $(-R;\ R)$.
2) Необхідно щоб існували похідні для даної функції в точці $a = 0$, в околі якої ми збираємося будувати ряд Маклорена.

Приклади деяких функцій, розкладених в ряд Маклорена:

$$\mathrm{Ln}(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + \cdots, \forall x \in (-1;1]$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots +, \forall x \in (-\infty;+\infty)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \cdots, \forall x \in (-\infty;+\infty)$$

А. Кудрик
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.О. Карабин**, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

ГОТФРІД ВІЛЬГЕЛЬМ ЛЕЙБНІЦ

Філософ і математик відомий низкою важливих внесків у математику та філософію, таких як сучасна двійкова система, широко використовувана система числення та ідея, що все існує не просто так. Народився 1 липня 1646 р. у Лейпцигу, Німеччина. У віці 12 років Лейбніц уже був знавцем латині; у віці 13 років він за один ранок склав триста гекзаметрів латинського вірша для спеціального заходу в школі. У віці 14 років, Лейбніц вступив до Лейпцизького університету, через 2 роки отримав ступінь бакалавра, з дисертацією «De Principio Individui», з якої бере початок його пізніша теорія монад. Лейбніц навчався у Єнському університеті, де на нього вчинив великий вплив філософ і математик Ерхард Вайгель.

Лейбніц був трохи скупий. Коли яка-небудь молода фрейліна Ганноверського двору виходила заміж, він зазвичай підносив їй те, що називав «весільним подарунком», яке складалося з корисних правил, закінчувалися радою не відмовлятися від умовно тепер, коли вона дістала чоловіка. З 1667 до 1676 р. перебував на службі Майнського курфюрста, барона Йоганна Крістіана фон Бойнебурґа.

Загальновідома філософія Лейбніца викладена в «Монадологія» і в «Началах природи і благодаті»; одну з названих робіт (невідомо яку) він написав для принца Євгенія Савойського, товариша по службі герцога Мальборо. Основа його теологічного оптимізму викладається в «теодицеї», яку він написав для королеви Шарлотти Прусської.

Лейбніц надавав надзвичайну увагу питанням зручної наукової нотації, і в рукописі від 21 листопада 1675 р. він уперше використав нині загальновизнаний запис $\int f(x)dx$ для інтегралу функції.

Великий французький філософ-енциклопедист Дідро писав у своїй знаменитій "Енциклопедії", що для Німеччини Лейбніц став тим, чим для Стародавньої Греції були Платон, Арістотель і Архімед, разом узяті.

Внески до математики

Сучасна двійкова система

Лейбніц винайшов сучасну двійкову систему, яка використовує символи 0 і 1 для представлення чисел і логічних тверджень. Сучасна двійкова система є невід'ємною частиною функціонування та роботи комп'ютерів, хоча Лейбніц відкрив цю систему за кілька століть до винаходу першого сучасного комп'ютера.

Слід зазначити, однак, що Лейбніц сам не виявляв двійкові числа. Двійкові числа вже використовувались, наприклад, стародавніми китайцями, використання двійкових чисел яких було визнано в роботі Лейбніца, яка представила його двійкову систему («Пояснення двійкової арифметики», що була опублікована в 1703 р.).

Числення

Лейбніц розробив повну теорію інтегрального та диференціального числення незалежно від Ньютона і був першим, хто опублікував цю тему (1684, на відміну від Ньютона 1693), хоча обидва мислителі, схоже, розвивали свої ідеї одночасно. Коли Лондонське королівське товариство, президентом якого на той час був Ньютон, вирішило, хто першим розробив числення, вони дали кредит відкриття числення Ньютону, тоді як заслуга за публікацію про числення надійшла Лейбніцу. Лейбніца також звинуватили в плагіаті числення Ньютона, що залишило постійний негативний слід у його кар'єрі.

Числення Лейбніца відрізнялося від числення Ньютона в основному позначеннями. Цікаво, що сьогодні багато учнів з числення вважають за краще позначення Лейбніца. Наприклад, сьогодні багато студентів використовують $\frac{dy}{dx}$ для позначення похідної від y відносно x, а $\int$ - символ для позначення інтеграла. З іншого боку, Ньютон поставив крапку над змінною, як y, щоб вказати похідну від y відносно x, і не мав послідовних позначень для інтегрування.

Матриці

Лейбніц також заново відкрив метод впорядкування лінійних рівнянь у масиви або матриці, що значно полегшує маніпулювання цими рівняннями. Подібний метод був вперше відкритий китайськими математиками роками раніше, але він занепав.

Література

1. Гарбер, Даніель. "Лейбніц, Готфрід Вільгельм (1646–1716)". *Рутледж-енциклопедія філософії*, Routledge, www.rep.routledge.com/articles/biographic/leibniz-gottfried-wilhelm-1646-1716/v-1.
2. Джолі, Ніколас, редактор. *Кембриджський компаньйон до Лейбніца*. Кембриджський університетський прес, 1995.
3. Мастін, Лука. "Математика 17 століття - Лейбніц". *Історія математики*, Storyofmathematics.com, 2010, www.storyofmathematics.com/17th_leibniz.html.
4. Тіц, Сара. "Лейбніц, Готфрід Вільгельм". *ELS*, Жовтень 2013 р.

Р.Р.Мельник
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***М.І.Кусій****, кандидат педагогічних наук, доцент,*
доцент кафедри прикладної математики і механіки

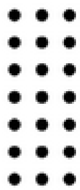
ВЗАЄМОЗАМІННІСТЬ

Приблизно кожні десять років з'являється новий підхід до математики, який приводить до того, що ми почуваємося «невдахами».

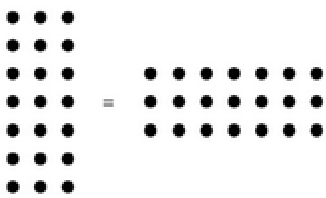
Якщо взяти термінологію «7×3» — це «сім додати саме до себе три рази»? Чи «три додати саме до себе сім разів»?

Можливо, всі ці розмови про семантику здаються не важливими, тому що порядок, у якому стоять множники, усе одно неважливий: $7 \times 3 = 3 \times 7$. Справедливо, але тут виникає питання: цей комутативний, тобто переставний закон множення ($a\times b = b\times a$) — він справді настільки очевидний?

Щоб знову відчути всю магію множення, припустимо, що ви не знаєте, якому числу дорівнює 7×3. Тож спробуємо порахувати сімками: 7, 14, 21. Тепер повернемося в інший бік й почнемо рахувати трійками: 3, 6, 9... Відчуваємо, як зростає напруга? Поки що жодне число не збігається з числами зі списку сімок, але йдемо далі... 12, 15, 18 і нарешті ось воно — 21! Ми хочемо сказати, що коли вважаємо множення дією, яка полягає в тому, щоб багато разів порахувати одне й те саме число (інакше кажучи, кілька разів додати його), то комутативний закон здається не таким уже й прозорим. Але він стає більш інтуїтивним, якщо уявити множення візуально. Зобразимо 7×3 крапками, розташованими як прямокутник, у сім рядів і три стовпці.



Якщо зображення перевернути, рядів стане три, а стовпців — сім. Оскільки перевертання картинки не змінило кількість крапок, то те, що $7 \times 3 = 3 \times 7$, — правильно.



$7\times3 \quad = \quad 3\times7$

Однак дивно те, що в багатьох ситуаціях у реальному світі, особливо коли це стосується грошей, люди ніби забувають про комутативний закон або не розуміють, що він тут спрацьовує. Наведемо два приклади.

Припустимо, ми хочемо купити гарні джинси. Вони продаються зі знижкою 20% відсотків від ціни 1500 гривень, і купити їх нібито вигідно, тільки не треба забувати, що ми маємо заплатити ще 8 % податку. Продавчиня почне реєструвати покупку, але перед тим зупиниться і прошепоче змовницьки: «Хочете, я вам зекономлю трошки? Я спочатку проведу податок, а потім зніму 20 % від усієї суми, і ви зекономите більше. Гаразд?». Але чомусь для нас це звучить сумнівно. «Ні, дякую, — говоримо ми. — Будь ласка, спочатку проведіть знижку 20 відсотків, а потім — податок до ціни за знижкою. Так я заплачу менше». Який зі способів для нас кращий? (Припустимо, що обидва законні).

Більшість людей, коли стикається з таким питанням, підходить до нього з погляду додавання. Вони рахують податок і знижку в обох сценаріях і роблять усе необхідне додавання й віднімання, щоб обчислити остаточну ціну. Якщо зробити, як говорить продавчиня, це буде коштувати нам 120 гривень податку (8 відсотків від ціни в 1500 гривень). Отже, разом ми заплатимо 1620 грн. Потім із двадцятивідсоткової знижки нам повернуться 324 грн., тож ми зрештою заплатимо 1620 − 324 = 1296 грн. Але за нашим сценарієм, якщо спочатку провести знижку, ми зекономимо 300 грн. від початкової ціни. Потім 8% податку від зниженої ціни в 1200 грн., дорівнюватиме 96 грн., і зрештою ми все одно заплатимо 1200+96=1296 грн. Неймовірно! Але це просто комутативний закон у дії. Щоб розібратися чому, думати потрібно з погляду множення, а не додавання. Якщо додати податок у 8 %, а потім відняти від цієї суми 20% знижки, то ви множите початкову ціну на 1,08, а потім ще раз на 0,8. Якщо змінити порядок проведення податку й знижки, порядок множників зміниться, але оскільки $1{,}08 \times 0{,}8 = 0{,}8 \times 1{,}08$, остаточна ціна лишиться такою самою.

Схожі питання виникають і за більших фінансових витрат. Коли у вас є купа грошей, які можна інвестувати, і на якомусь етапі доведеться сплачувати податки, то це краще зробити на початку інвестиційного періоду чи наприкінці? Знову таки, комутативний закон спрацьовує за умови, що всі інші деталі угоди рівні (а вони, на жаль, часто не тотожні). Якщо в обох сценаріях сума грошей однаково помножиться і з неї вирахують однакову кількість податків, не має значення, сплатите ви їх наперед чи в кінці. Взагалі можна знайти багато суперечок на цю тему. Навіть після того, як було вказано на доцільність комутативного закону, деякі люди його не приймають. Це нелогічно.

Можливо, ми не можемо відкинути сумніви щодо дії комутативного закону, бо в реальному житті важливо, що ти зробиш спершу. Не можна і мати торт, і з’їсти його.

Якщо говорити конкретніше, то на початку розвитку квантової механіки Вернер Гейзенберг і Поль Дірак з’ясували, що в природі діє своєрідна логіка, за якою $p \times q \neq q \times p$, де p і q позначають відповідно імпульс і положення квантової частинки. Без цього порушення комутативного правила не було б принципу невизначеності Гейзенберга, атоми колапсували б і нічого би не існувало.

Ось чому краще не забувати про свої q і p. І сказати своїм дітям робити те саме.

Література

1. Стівен Строґац. «Екскурсія математикою. Як через готелі, риб, камінці і пасажирів зрозуміти цю науку».2019.

П. Сахан
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.О. Карабин**, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

ЗАКОН ВЕЛИКИХ ЧИСЕЛ

Закон великих чисел в теорії імовірностей стверджує, що емпіричне середнє (арифметичне середнє) скінченної вибірки із фіксованого розподілу близьке до теоретичного середнього (математичного сподівання) цього розподілу. В залежності від виду збіжності розрізняють слабкий закон великих чисел, коли має місце збіжність за ймовірністю, і посилений закон великих чисел, коли має місце збіжність майже скрізь.

Завжди знайдеться така кількість випробувань, при якій з будь-якою заданою наперед імовірністю частота появи деякої події буде як завгодно мало відрізнятися від її імовірності.

Закон великих чисел Бореля, на честь Еміля Бореля, стверджує, що якщо повторювати експеримент багато раз за тих самих умов і незалежно від інших спроб, то частота певної події наближено дорівнює ймовірності випадання цієї події в кожному окремому експерименті; чим більша кількість повторень тим краще наближення.

Ця теорема строго формалізує інтуїтивне поняття ймовірності як граничної частоти випадання події в експерименті. Теорема є частковим випадком інших загальніших законів великих чисел в теорії ймовірності.

Приклад

Одне підкидання шестигранної гральної кістки може випасти одним із номерів 1, 2, 3, 4, 5, або 6. Кожна з цих подій має однакову імовірність. Таким чином, математичне сподівання для одного підкидання, буде наступним

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3,5$$

Відповідно до закону великих чисел, якщо підкинути гральну кістку велику кількість разів, середнє значення отриманих значень (що називають вибірковим середнім) скоріше за все буде мати значення близьке до числа 3,5, так що точність цього наближення буде збільшуватися із тим чим більше буде виконано кидків.

Історія

Італійський математик Джироламо Кардано (1501–1576) стверджував без доказів про те, що точність емпіричної статистики поліпшується із збільшенням кількості випробувань. Згодом цей факт формалізували як закон великих чисел. Окрему форму закону великих чисел для бінарної випадкової величини вперше довів Якоб Бернуллі. Йому знадобилося більше 20 років, аби випрацювати достатньо точне математичне доведення, яке він опублікував у своїй праці Ars

Conjectandi (Мистецтво вгадування) в 1713. Він назвав її "Золотою Теоремою", але згодом вона стала загальновідомою як "Теорема Бернулі". Не слід плутати її із Законом Бернуллі, що названий на честь племінника Якоба Бернулі Данієля Бернуллі. В 1837, С.Д. Пуассон згодом описав її під назвою "la loi des grands nombres" ("Закон великих чисел"). Після чого вона залишилася відома під обома назвами, але назва "Закон великих чисел" вживається частіше.

Після того, як Бернуллі і Пуассон опублікували свої досягнення, над поліпшенням закону працювали і інші математики, до яких належать Чебишов, Марков, Борель, Кантеллі, Колмогоров, Хінчин. Марков показав, що при певних слабших припущеннях цей закон можна застосувати до випадкової величини, що не має скінченної дисперсії, а Хінчин в 1929 показав, що якщо вибірка складається із незалежних однаково розподілених випадкових величин, для виконання слабкого закону великих чисел достатньо того, що існує математичне сподівання.Ці подальші дослідження призвели до появи двох відомих форм закону великих чисел. Перший називається "слабким" законом, а інший "посиленим" законом, що відповідає двом різним формам наближення кумулятивного вибіркового середнього до математичного сподівання; зокрема, виконання посиленого закону передбачає і виконання слабкого.

Ю. Мороз
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник: ***М.І. Кусій,*** *кандидат педагогічних наук,доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

АЛАН ТЮРІНГ - ЖИТТЯ І ВИНАХОДИ

Алан Матісон Тюрінг — англійський математик, логік і криптограф. Тюрінга часто вважають батьком сучасної інформатики. До другої світової війни навчався в британському Королівському коледжі Кембриджу та в Прінстонському університеті. Під час другої світової війни Тюрінг працював у Блечлі-Парку — британському криптографічному центрі, де очолював одну з п'яти груп, Hut 8, що займалися в рамках проекту «Ультра» розшифровкою закодованих німецькою шифрувальною машиною «Енігма» повідомлень крігсмарине і люфтваффе. Внесок Тюрінга в роботи з криптографічного аналізу алгоритму, реалізованого в «Енігма», ґрунтувався на більш ранньому криптоаналізі попередніх версіях шифрувальної машини, виконаних у 1938 році польським криптоаналітиком Маріаном Реєвським. Згідно з історичною літературою, що лише зараз виходить після багаторічного засекречення подробиць, ця робота, хоча й була не завжди успішна, допомогла союзникам виграти деякі військові кампанії та зберегти тисячі людських життів.

На початку 1940 року він розробив дешифрувальну машину «Бомба», яка дозволяла читати повідомлення люфтваффе. Принцип роботи «Бомби» полягав у переборі можливих варіантів ключа шифру і спроб розшифровки тексту, якщо була відома частина відкритого тексту або структура розшифровуваного повідомлення. Перебір ключів виконувався за рахунок обертання механічних барабанів, що супроводжувався звуком, схожим на цокання годинника, через що «Бомба» і отримала свою назву. Для кожного можливого значення ключа, заданого положеннями роторів (кількість ключів дорівнювало приблизно 10^{19} для сухопутної «Енігми» і 10^{22} для шифрувальних машин, що використовуються в підводних човнах), «Бомба» виконувала звірку з відомим відкритим текстом. Перша в Блетчлі «Бомба» Тюрінга була запущена 18 березня 1940 року. Дизайн «Бомб» Тюрінга так само був заснований на дизайні однойменної машини Реєвського.

Машина Тюрінга - математичне поняття, введене для формального уточнення інтуїтивного поняття алгоритму. Названа на честь Алана Тюрінга, який запропонував це поняття у 1936. Аналогічну конструкцію машини згодом і незалежно від Тюрінга ввів американський математик Еміль Пост.

Основна ідея, що лежить в основі машини Тюрінга, дуже проста. Машина Тюрінга — це абстрактна машина (автомат), що працює зі стрічкою, що складається із окремих комірок, в яких записано символи. Машина також має голівку для запису та читання символів із комірок і яка може рухатись вздовж стрічки. На кожному кроці машина зчитує символ із комірки, на яку вказує голівка та, на основі зчитаного символу та внутрішнього стану, робиться наступний крок. При цьому, машина може змінити свій стан, записати інший символ у комірку або пересунути голівку на одну комірку ліворуч або праворуч. Будь-яка інтуїтивно обчислювана функція є частково рекурсивною, або, еквівалентно, може бути обчислена за допомогою деякої машини Тюрінга.

Алан Тюрінг висловив припущення (відоме як теза Черча — Тюрінга), що будь-який алгоритм в інтуїтивному розумінні цього слова може бути представлений еквівалентною машиною Тюрінга. Уточнення уявлення про обчислюваність на основі поняття машини Тюрінга (і інших аналогічних йому понять) відкрило можливості для строгого доведення алгоритмічної нерозв'язності різних масових проблем (тобто проблем про знаходження єдиного методу розв'язку деякого класу задач, умови яких можуть змінюватись у відомих межах). Найпростішим прикладом алгоритмічно нерозв'язної масової проблеми є так звана проблема застосовності алгоритму (називається також проблемою зупинки). Вона полягає в наступному: потрібно знайти загальний метод, який дозволяв би для довільної машини Тюрінга (заданої за допомогою своєї програми) і довільного початкового стану стрічки цієї машини визначити, чи завершиться робота машини за скінченне число кроків, чи буде тривати необмежено довго.

У кожної машини Тюрінга є стрічка, потенційно нескінченна в обидві сторони. Є скінченна множина символів стрічки S_0, …, S_n, що називається *алфавітом машини*. У кожен момент часу кожна комірка може бути зайнята не більш ніж одним символом. Машина має деяку скінченну множину *внутрішніх станів* q_0, q_1, …, q_n. У кожен даний момент часу машина знаходиться лише в одному із цих станів.

Алан Матісон Тюрінг зробив вагомий внесок у дослідження штучного інтелекту, запропонував експеримент, який став відомим як тест Тюрінга.

Література

1. Айзексон Волтер. Інноватори: Як група хакерів, геніїв та гіків здійснила цифрову революцію. Київ: Наш формат. – 2017. С.488.
2. Тюрінг, Алан Матісон. Філософський енциклопедичний словник/В.І. Шинкарук. Київ.- 2002.- С. 652-742.

СЕКЦІЯ 4. Математика і сучасність

В.С. Яковчук
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Чмир О.Ю.,*** *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

Теорія алгоритмів – це наука, що вивчає загальні властивості та закономірності алгоритмів, різноманітні формальні моделі їх подання. На основі формалізації поняття алгоритму можливе порівняння алгоритмів за їх ефективністю, перевірка їх еквівалентності, визначення областей застосовності.

В даний час теорія алгоритмів утворює теоретичний фундамент обчислювальних наук. Застосування теорії алгоритмів здійснюється як у використанні самих результатів (особливо це стосується використання розроблених алгоритмів), так і у виявленні нових понять і уточненні старих. З її допомогою пояснюються такі поняття як доведеність, ефективність, можливість розв’язання тощо.

Обчислювальні процеси алгоритмічного характеру (арифметичні дії над цілими числами, знаходження найбільшого спільного дільника двох чисел тощо) відомі людству з глибокої давнини, проте в явному вигляді поняття алгоритму сформувалося лише на початку 20 ст.

У техніку термін «алгоритм» прийшов разом з кібернетикою. Поняття алгоритму допомогло, наприклад, точно визначити, що означає ефективно задати послідовність керуючих сигналів. Застосування ПК послужило стимулом розвитку теорії алгоритмів і вивченню алгоритмічних моделей, до самостійного вивчення алгоритмів з метою їх порівняння за робочими характеристиками (числу дій, витраті пам'яті), а також їх оптимізації.

Виник важливий напрямок в теорії алгоритмів – складність алгоритмів і обчислень. Почала складатися так звана метрична теорія алгоритмів, основним змістом якої є класифікація задач за класами складності. Самі алгоритми стали об'єктом точного дослідження як і ті об'єкти, для роботи з якими вони призначені

Для доведення не існування алгоритму потрібно мати його точне математичне визначення, тому після сформування поняття алгоритму як нової та окремої сутності першочерговим стало завдання створення адекватних формальних моделей алгоритму та дослідження їхніх властивостей. Це привело до виникнення теорії алгоритмів як окремого розділу математики.

Теорію алгоритмів поділяють на дескриптивну (якісну) і метричну (кількісну). Дескриптивна теорія алгоритмів досліджує алгоритми з погляду встановлюваної ними відповідності між вхідними і вихідними даними. Метрична теорія алгоритмів досліджує алгоритми з погляду складності як самих алгоритмів, так і заданих ними обчислень. Для дослідження складності обчислень найчастіше використовують багато стрічкові машини Тюрінґа. Значна увага приділяється вивченню методів отримання асимптотичних оцінок обсягу пам’яті чи часу виконання алгоритмів та розробці критеріїв порівняльної оцінки їхньої якості. Властивості оцінок складності, які не залежать від конкретних алгоритмічних моделей, досліджує інваріантна (машинно-незалежна) теорія складності обчислень (М. Блюм та ін.).

Розвиток інформаційних технологій і програмування веде до розширення сфери застосування теорії алгоритмів. Методи й поняття теорії алгоритмів успішно використовують у всіх галузях науки, де трапляються алгоритмічні проблеми (основи математики, теорія інформації, теорія керування, обчислювальна математика, конструктивний аналіз, ймовірностей теорія, економіка, лінгвістика тощо). Стосовно практичних аспектів теорії алгоритмів важливою є тріада: розробник алгоритму, його виконавець та користувач. Вона є теоретичним підґрунтям для програмної інженерії, основним досягненням якої має бути максимальна автоматизація всіх процесів життєвого циклу програмного забезпечення.

Алгоритм складається з окремих елементарних кроків, причому множина різних кроків, з яких складений алгоритм, кінцеві. Типовий приклад множини елементарних кроків – система команд процесора.

Алгоритм передбачає наявність механізму реалізації, який за описом алгоритму породжує процес обчислення на основі вхідних даних. Передбачається, що опис алгоритму та механізм його реалізації кінцеві. Можна помітити аналогію з обчислювальними машинами. Вимога 1 відповідає цифровій природі ПК, вимога 2 – пам'ять ПК, вимога 3 – програмі машини, вимога 4 – її логічній природі, вимоги 5, 6 – обчислювальному пристрою і його можливостям.

Розвиток інформаційних технологій і програмування веде до розширення сфери застосування теорії алгоритмів. Методи й поняття теорії алгоритмів успішно використовують у всіх галузях науки, де трапляються алгоритмічні проблеми (основи математики, теорія інформації, теорія керування, обчислювальна математика, конструктивний аналіз, ймовірностей теорія, економіка, лінгвістика тощо). Стосовно практичних аспектів теорії алгоритмів важливою є тріада: розробник алгоритму, його виконавець та користувач. Вона є теоретичним підґрунтям для програмної інженерії, основним досягненням якої має бути максимальна автоматизація всіх процесів життєвого циклу програмного забезпечення.

Х.В. Мечус
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Чмир О.Ю.,*** *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ПРОБЛЕМА ЧОТИРЬОХ ФАРБ

Серед великих математичних гіпотез не доведених і не спростованих донині - є знаменита топологічна проблема чотирьох фарб. Виникла вона при створені географічних карт. У 1852 році Френсіс Гетри, складаючи карту графств Англії, звернув увагу, що для того, щоб розфарбувати карту так, щоб два графства, що мають загальну частину межі (не лише загальну точку), були забарвлені по-різному цілком вистачає чотирьох фарб. Його брат, Фредерік, повідомив про це спостереження відомого математика Августуа де Моргана, а той - математичній громадськості. Широку популярність проблема чотирьох фарб набула після того, як в 1878 році видатний математик Артур Келі повідомив, що він розмірковував над цією задачею, але так і не зумів її вирішити. В математиці теорема про чотири кольори говорить, що будь-яку розташовану на сфері карту можна розмалювати чотирма кольорами так, щоб дві любі області, які мають спільні зони границі, були розмальовані в різні кольори. Ця теорема була сформульована Ф. Гутрі в 1652 р. але довести її не могли довгий час.

Задача розфарбовування карти на площині еквівалентна аналогічній задачі на сфері. Для простих карт як правило, достатньо і трьох кольорів, четвертий колір потрібен, наприклад, тоді, коли є одна область, оточена непарним числом інших, які дотикаються одна одної, утворюючи цикл. Теорема про п'ять фарб, що стверджує, що для правильного розфарбування плоскої карти досить п'яти кольорів, мала коротке і нескладне доведення і була доведена наприкінці XIX століття. Проте обґрунтування аналогічного результату у випадку чотирьох кольорів наштовхнулося на значні труднощі. Теорема про чотири фарби була доведена в 1976 році Кеннетом Аппелем і Вольфгангом Хакеном з університету Ілінойса. Це була перша велика математична теорема, доведена за допомогою комп'ютера. Першим кроком у доведенні було обґрунтування факту, що існує певний набір з 1936 карт, жодна з яких не може містити карту меншого розміру, яка спростовувала б теорему. К.Аппель і В. Хакен використали спеціальну комп'ютерну програму, щоб довести цю властивість для кожної з 1936 карт. Доведення цього факту зайняло сотні сторінок. Після цього К.Аппель і В.Хакен дійшли висновку, що не існує контрприкладу до теореми, тому що інакше він мав би містити якусь із цих 1936 карт. Це протиріччя говорить те, що взагалі не існує прикладу до відповідної теореми. Спочатку доказ не був прийнятий усіма математиками, оскільки його неможливо було перевірити вручну. Надалі воно отримало ширше визнання, хоча у деяких довгий час залишалися сумніви. Щоб розвіяти сумніви, що залишилися, в 1997 році Робертсон, Сандерс, Сеймур і Томас опублікували простіший доказ, що використовує аналогічні ідеї, але як і раніше виконане за допомогою комп'ютера. Крім того, в 2005 році доказ був виконаний Джорджсом Гонтиром з використанням спеціалізованого програмного забезпечення, проте комп'ютерна частина все ще залишається швидше предметом віри. Адже навіть перевірка роздруків усіх програм і усіх вхідних даних не може гарантувати від випадкових збоїв або навіть від прихованих вад електроніки.

Проблема чотирьох фарб здається на перший погляд ізольованим завданням, мало пов'язаним з іншими розділами математики і практичними завданнями. Насправді це не так. Відомо більше 20 її різновидів, які зв'язують цю проблему із завданнями алгебри, статистичної механіки і завданнями планування. І це теж характерно для математики: рішення задачі, що вивчається з чистої цікавості, виявляється корисним в описі реальних і абсолютно різних за своєю природою об'єктів і процесів.

Література

1. https://helpiks.org/1-22637.html
2. https://repository.sspu.sumy.ua/bitstream/123456789/410/4/Rozfarbuvania_graphiv.pdf
3. https://studfile.net/preview/9759628/page:8/

А. Гриньова
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник: **М.І. Кусій,** кандидат педагогічних наук,доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ЛЮБИТЬ, НЕ ЛЮБИТЬ

«Навесні, - писав Тенісон, - думки молодих легко спрямовуються до кохання». На жаль, у потенційного партнера можуть бути власні погляди на це почуття, і тоді стосунки будуть сповненні бурхливих злетів і падінь, із якими юнацька любов стає такою прекрасною і такою болісною. Багато безнадійно закоханих, щоб пережити це почуття, шукали забуття в алкоголі; інші зверталися до поезії. Ми ж спитаємо поради в числення.

Серце може обманювати, проте закони математичного світу вже добре вивчені. Вони мають вигляд диференціальних рівнянь, що описують, як пов'язані між собою змінні змінюються із часом, залежно від їхніх поточних значень. А ось як ці рівняння стосуються романтики? Як мінімум, вони можуть пролити трохи світла на те, чому, за словами одного поета, «не читав - в історії чи в казці - щоб рівний шлях був щирого кохання».

Припустимо, що Ромео любить Джульєтту, але в нашій версії Джульєтта – дівчина непостійна. Що з ними станеться? Які будуть злети і падіння їхнього кохання? Ось тут і підключається числення. Якщо написати рівняння, що зобразять, як Ромео і Джульєтта реагують одне на одного, а потім розв'язати їх за допомогою числення, ми зможемо передбачити, як будуть розвиватися стосунки закоханих.

Прогноз для цієї пари, на жаль,- нескінченний цикл любові й ненависті. Але принаймні чверть часу вони будуть любити одне одного.

Щоб дійти цього висновку, ми припустили, що поведінку Ромео можна змоделювати за допомогою диференціального рівняння:

Розв'яжемо це рівняння:

$$\frac{dR}{dt} = aJ$$

$$dR = aJdt$$

$$\int dR = \int aJdt$$

$$R = aJt + C$$

Рівняння описує те, як його любов (R) змінюється у певний момент часу (dt) . Згідно з цим рівнянням, величина зміни (dR) - прямопропорційна (з коеф. a) любові Джульєтти. Любов Ромео росте прямопропорційно до того, як його кохає Джульєтта. Це припущення про лінійну залежність для реальних емоцій абсолютно неможливе, але так значно легше розв'язати рівняння.

Водночас поведінку Джульєтти можна змоделювати рівнянням:

$$\frac{dJ}{dt} = -bR$$

$$dJ = -bRdt$$

$$\int dJ = -\int bRdt$$

$$J = -bRt + C$$

Мінус попереду константи b позначає схильність дівчини прохолодніше ставитись до Ромео.
Єдине, що нам ще потрібно знати, - це як ці двоє почувалися до зустрічі одне з одним, від самого початку (D і J у момент часу t=0). І тоді все в їхніх стосунках буде визначено наперед.

Написані вище формули: Ромео і Джульєтта поводяться так, як прості гармонічні осцилятори. Тож модель передбачає, що R(t) і J(t)- функції, які описують зміну їхніх стосунків із плином часу - виявляється синусоїдами, і обидві будуть то підніматися, то опускатися, але матимуть піки в різний час.
Приклади досить дивакуваті, але рівняння, які виникають у них, - дуже серйозні. Вони – найпотужніший із інструментів, що людство придумало, щоб зрозуміти матеріальний світ.

Література

1. Стівен Штрогац. Екскурсія математикою. 2019.
2. Б.А. Кордемський.   Незвичайне – у звичайному. 2009 - 48с.

М. Бабій, А. Демченко
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Л. Ю. Фірман****, старший викладач кафедри Львівського національного університету імені Івана Франка, кандидат технічних наук*

ТЕОРІЯ ІГОР У РАЗІ БАНКРУТСТВА

Якість безпеки життя людини в сучасному світі тісно корелює з матеріальним забезпеченням. Тому, фінансові труднощі, як-от втрата роботи, непередбачувані витрати чи неплатоспроможність, є одними із найпоширеніших стресорів, які можуть сприяти виникненню різних захворювань [4]. Для прикладу, результати дослідження показали, що труднощі з поверненням боргу більш, ніж у двічі збільшують ймовірність виникнення різних психічних розладів, серед них депресія та тривога [2] (з посиланням на [3]). Оскільки поки що не завжди можливо уникнути банкрутства, то задача раціонального розподілу капіталу між позивачами є важливою.

З [1] відомо, що задачею банкрутства називається триплет $(N, E; d)$, де $N = \{1, \ldots, n\}$ – множина позивачів (кредиторів), $E \in \mathbb{R}_+$ – ліквідаційна вартість фірми, яка стала банкрутом і $d \in \mathbb{R}_+^n$- вектор вимог (d_i – вимога кредитора i до фірми), який задовольняє умову $D = \sum_{i \in N} d_i \geq E$.

Тут розглядаються лише правила, в яких ім’я агента не відіграє жодної ролі. Отже, припустимо, що $0 \leq d_1 \leq \cdots \leq d_n$.

BR^N- множина задач банкрутства з множиною позивачів $N = \{1, \ldots, n\}$.

Функція $f: BR^N \to \mathbb{R}_+^N$, яка кожній задачі банкрутства $(N, E, d) \in BR^N$ ставить у відповідність вектор $x = f(N, E; d) = (f_1(N, E; d), \ldots, f_n(N, E; d))$, який задовольняє умови:

1) (індивідуальна раціональність) $0 \leq f_i(N, E; d) \leq d_i$ для кожного $i \in N$;
2) (ефективність) $\sum_{i \in N} f_i(N, E; d) = E$

називається правилом поділу.

Вектор $f(N, E; d)$ - це вектор виплат для задачі $(N, E; d)$. Різниця $d_i - f_i(N, E; d)$ називається збитком агента i.

Розглянемо деякі правила розподілу майна.

1. **Пропорційне правило, PR:**
   $$f_i^{PR}(N, E; d) = PR_i(N, E; d) = \frac{d_i}{D} E \qquad \forall\, i \in N.$$
2. **Правило обмежених рівних виплат, CEA:**
   $f_i^{CEA}(N, E; d) = CEA_i(N, E; d) = \min\{d_i, \lambda^*\}$, $i \in N$, де λ^* – розв’язок рівняння $\sum_{i \in N} min\{d_i, \lambda\} = E$.

3. **Правило обмежених рівних збитків, CEL:** $f_i^{CEL}(N,E;d) = CEL_i(N,E;d) = max\{0, d_i - \lambda^*\}$, $i \in N$, *де* λ^*– розв'язок рівняння $\sum_{i\in N} max\{0, d_i - \lambda\} = E$.
4. **Правило Аумана-Машлера, AM:** $\forall\, i \in N$,

$$f_i^{AM}(N,E;d) = AM_i(N,E;d) = \begin{cases} CEA_i\left(N,E;\frac{1}{2}d\right), & E \le \frac{1}{2}D \\ d_i - CEA_i\left(N,D-E;\frac{1}{2}d\right), & E \ge \frac{1}{2}D \end{cases}$$

5. **Зворотне правило Аумана-Машлера, RAM**: $\forall\, i \in N$,

$$f_i^{RAM}(N,E;d) = RAM_i(N,E;d) = \begin{cases} CEL_i\left(N,E;\frac{1}{2}d\right), & E \le \frac{1}{2}D \\ d_i - CEL_i\left(N,D-E;\frac{1}{2}d\right), & E \ge \frac{1}{2}D \end{cases}$$

Приклад. Нехай капітал $E = 700$ потрібно розподілити між позивачами $\{1,2,3,4\}$ з вимогами $d_1 = 120,\ d_2 = 180,\ d_3 = 200,\ d_4 = 400$ [1, с.321].

1. $f^{PR} = 700 \cdot \left(\frac{120}{900}, \frac{180}{900}, \frac{200}{9000}, \frac{400}{900}\right) = (93.33, 140, 155, 311.11)$;
2. Розв'яжемо рівняння $\sum_{i=1}^{4} \min\{d_i, \lambda\} = 700$, $\lambda^* = 200$ і
$$CEA_i(E,d) = \min\{d_i, 200\}, \quad \forall i \in N;$$
$$f^{CEA} = (120, 180, 200, 200);$$
3. Розв'яжемо рівняння $\sum_{i=1}^{4} \max\{0, d_i - \lambda\} = 700$, $\lambda^* = 50$ і
$$CEL_i(E,d) = \max(0, d_i - 50), \quad \forall i \in N;$$
$$f^{CEL} = (70, 130, 150, 350);$$
4. Капітал більший половини суми вимог, тому $AM_i(E,d) = d_i - CEA_i(D - E, \frac{1}{2}d)$. Розв'яжемо рівняння $\sum_{i=1}^{4} \min\left\{\frac{1}{2}d_i, \lambda\right\} = 200$, $\lambda^* = 50$. Тоді $AM_i(E,d) = d_i - \min\{\frac{1}{2}d_i, \lambda^*\}$ і
$$f^{AM} = (70, 130, 150, 350);$$
5. Капітал більший половини суми вимог, тому $RAM_i(E,d) = d_i - CEL_i(D - E, \frac{1}{2}d)$. Розв'яжемо рівняння $\sum_{i=1}^{4} \max\left\{0, \frac{1}{2}d_i - \lambda\right\} = 200$, $\lambda^* = \frac{190}{3}$. Тоді $AM_i(E,d) = d_i - \max\{0, \frac{1}{2}d_i - \lambda^*\}$ і
$$f^{RAM} = (120, 153.33, 163.33, 263.33).$$

Отже, наведені п'ять правил можуть допомогти раціонально розподілити капітал між позивачами у випадку банкрутства. Існують також методи уникнення неплатоспроможності, серед них: залучення фінансового консультанта, знаходження інших шляхів надходження коштів (продаж майна, додаткова робота), проведення реструкрутизації боргу, уникнення будь-яких додаткових боргів [5]. Використання запропонованих методів може допомогти зменшити рівень стресу людини у разі виникнення описаних фінансових труднощів, що збереже високий рівень працездатності.

Література

1. Козицький В.А. Математична теорія кооперативних ігор. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2016. – 416с.

2. Kucher, K. (2019, October 28). *The Emotional Effects of Debt*. The Simple Dollar. https://www.thesimpledollar.com/credit/manage-debt/the-emotional-effects-of-debt/

3. Gathergood, J. (2012). Debt and Depression: Causal Links and Social Norm Effects. *The Economic Journal, 122*(563), 1094-1114. https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2012.02519.x

4. Robinson, L, Smith, M. (2020, September). *Coping with Financial Stress.* HelpGuide. https://www.helpguide.org/articles/stress/coping-with-financial-stress.htm

5. New Zealand Insolvency and Trustee Service. (2020, August 28). *Ways to avoid insolvency.* https://www.insolvency.govt.nz/personal-debt/ways-to-avoid-insolvency/

Я. Берко, А. Цемко
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***Л. Ю. Фірман****, старший викладач кафедри Львівського національного університету імені Івана Франка, кандидат технічних наук*

НЕЙРОМЕРЕЖІ – НОВИЙ ЗАСІБ КОНТРОЛЮ БЕЗПЕКИ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ

Суспільство завжди прагнуло автоматизувати складні та критичні для безпеки процеси. До найпростіших систем безпеки можна віднести звичайну канарку, яку довгі роки використовували як надійний і точний метод визначення рівня шкідливих газів у шахті. Проте, значний суспільно-економічний розвиток у XX столітті збільшив потреби людства, що призвело до всеохоплюючого використання автоматизованих систем, які справлялися з завданнями швидше і дешевше. За даними Оксфордського університету це призвело до 10 кратного зростання економіки в багатьох країнах світу[1]. Проте, зростання складності систем та потреб користувачів спровокувало значне підвищення кількості та нелінійності даних необхідних для аналізу. У цих умовах класичні, в загально розумінні, алгоритми почали просідати в ефективності обробки інформації.
Довгий час, однією з найскладніших задач було прогнозування погодних умов. Використовуючи застарілі методи визначення прогнозу погодних умов, точність значення максимальної та мінімальної температури на перший день прогнозу складали 80%, а для інших погодних параметрів, як швидкість і напрямок вітру, часто не досягали і 50%. На сьомий день прогнозу точність визначення температури вже складає до 20% [2]. Така низька точність прогнозування пов’язана з тим, що людина неспроможна врахувати таку велику кількість чинників і сформувати для цієї задачі певну формулу або алгоритм. Саме у таких випадках, науковці звертаються до використання нейронних мереж.
Нейронна мережа – це комп’ютерна програма, яка на відміну від використання написаної людиною формули або алгоритму, сама намагається підібрати формулу і її параметри для вирішення конкретної задачі. Процес визначення формули і її параметрів називається – *навчанням нейронної мережі*. Для того, щоб навчити нейронну мережу виконувати певну задачу, її потрібно надати набір прикладів. У випадку з задачею прогнозування погодних умов, достатньо надати їй дані з минулих років. Так, нейронна мережа аналізує всі можливі значення погодних умов з минулого, і формує свою власну формулу для прогнозу.
Для систем прогнозування погодних умов розроблених на основі нейронних мереж (НМ) точність прогнозу в перший день по всім погодним параметрам перевищує 95% [3]. А точність прогнозу температури на два тижні перевищує 90% [4]. Наведений приклад яскраво демонструє переваги та сфери застосування нейромереж, проте помилково вважати, що нейронні мережі можуть вирішити будь-яку проблему. Адже це лише математична модель, яка побудована за принципом нервових клітин живого організму.

Визначення погодних умов та інші подібні складні задачі розпочали бурхливий розвиток нейронних мереж. Науковці почали досліджувати інші можливі сфери застосування НМ, окрім, власне прогнозування. Однією з ключових сфер застосування стало розпізнавання людей та предметів на основі зображень, розпізнавання людської мови чи інших сигналів.
Розглянемо розпізнавання людини на основі фото та відео матеріалів. Надавши нейронній мережі велику кількість людських зображень, можна навчити її розпізнавати людей на фото, знаходити елементи одягу та екіпіровки на них і не тільки. На основі таких нейронних мереж можна будувати найрізноманітніші системи, серед них: контроль виконання правил безпеки ремонтними бригадами чи іншими співробітниками підприємства [6]; забезпечення контролю дотримання соціальної дистанції [6]; контроль техніки безпеки в спортзалах, басейнах і т.д. Для прикладу, на сьогодні, у країнах по всьому світу активно запроваджуються нейронні мережі, які дозволяють розпізнавати людей, які надягли маску та рукавичку у суспільних місцях [5].
Головною перевагою нейронних мереж є те, що вони працюють автоматично, без участі людини, не втомлюються і не допускають помилок під час контролю виконання правил безпеки людей. Такі «робітники» не допустять працівника на роботу, якщо той не виконує або нехтує правилами безпеки, і тим самим наражає себе і оточуючих небезпеці.
Отже, нейронні мережі це сучасний та ефективний засіб для контролю за виконанням правил безпеки. Без них усе навантаження по аналізу візуальних даних лягає на людей: диспетчерів, охоронців. А, як відомо, з часом, особливо при виконанні рутинної роботи, увага в людей розсіюється, внаслідок чого виникає безліч небезпечних ситуацій: від травм/збитків на виробництві до нещасних випадків у спортзалах чи басейнах. Звісно, нейронні мережі не допоможуть уникнути всіх інцидентів, так у них є свої вразливості, проте, наразі, не має кращих методів для аналізу подібних завдань. Тому, ми повинні підтримувати та використовувати подібні технології, щоб з часом вони ставали все точнішими, і тим самим зменшували можливі ризики життєдіяльності.

Література

1. Economic growth in the twentieth century/ Nicholas Crafts; London Schol of Economics.
2. The accuracy of weather forecasts for Melbourne, Australia / Harvey Stern; Bureau of Meteorology, Melbourne, Australia, 2008.
3. Air Temperature Forecasting Using Machine Learning Techniques: A Review / Jenny Cifuentes, Geovanny Marulanda, Antonio Bello, Javier Reneses; Santander Big Data Institute, Universidad Carlos III de Madrid, 2020.
4. Accuracy and quality of weather data [Електронний ресурс] — Режим доступу: https://openweathermap.org/accuracy-and-quality
5. Ukrainian startup creates a neural network that detects people wearing masks in a crowd [Електронний ресурс] — Режим доступу:

https://ain.ua/en/2020/04/16/fulcrum-creates-a-neural-network-that-detects-people-wearing-masks/

6. Безпека на залізниці: переваги нейронних мереж та нових цифрових технологій [Електронний ресурс] — Режим доступу: https://www.railway.supply/uk/bezpeka-na-zalizniczi-perevagi-nejronnih-merezh-ta-novih-czifrovih-tehnologij/

Ю. Мищак
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***О.О. Карабин****, кандидат фізико математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та механіки*

УНІВЕРСАЛЬНА МАШИНА ТЬЮРИНГА

Ми живемо в світі, яким керують комп'ютери. Безумовно, комп'ютери — це одне з найважливіших винаходів 20-го століття. Комп'ютери зобов'язані своїй появі теоретичній математиці.

Алан Тьюринг — видатний англійський математик, він зробив грандіозне відкриття, яке започаткувало комп'ютерну еру. У 1936 році він сконструював абстрактний механізм, тим самим сформував ***наукову основу алгоритму*** і передбачив архітектуру сучасних комп'ютерів. Більш того, сама ідея вирішення завдань шляхом конструювання абстрактних механізмів, що виконуються на електронних пристроях, стала найважливішою для зародження нової професійної сфери інтелектуальної діяльності —- програмування. Тьюринг показав, що не існує "чудової машини", здатної вирішувати всі математичні задачі. Але продемонструвавши обмеженість можливостей, він на папері побудував те, що дозволяє вирішувати дуже багато задач і що ми тепер називаємо словом "комп'ютер". Абстрактна обчислювальна машина Алана Тьюринга отримала назву «***машина Тьюринга***».

Машина Тьюринга — ***абстрактний універсальний виконавець***. Його абстрактність полягає в тому, що він є ***логічною обчислювальною конструкцією***, а не реальною обчислювальною машиною. Термін «універсальний виконавець» означає те, що даний виконавець може імітувати будь-якого іншого виконавця. Наприклад, універсальний виконавець може імітувати операції, які виконують реальні обчислювальні машини. Крім того, передбачається, що універсальний виконавець повинен вміти доводити існування або відсутність алгоритму для того чи іншого завдання.

Машина Тьюринга складається з нескінченної в обидві сторони стрічки, розділеної на осередки, і автомата (головки), який управляється програмою. Програми для машин Тьюринга записуються у вигляді таблиці, де перші стовпець і рядок містять букви зовнішнього алфавіту і можливі внутрішні стани автомата (внутрішній алфавіт). Вміст таблиці є командами для машини Тьюринга. Буква, яку зчитує голівка в осередку (над якою вона знаходиться в даний момент) і внутрішній стан головки визначають, яку команду потрібно виконати. Команда визначається перетином символів зовнішнього і внутрішнього алфавітів в таблиці.

Щоб задати конкретну машину Тьюринга, потрібно описати для неї такі складові:

- ***Зовнішній алфавіт***: кінцева множина (наприклад, А), елементи якої є буквами (символами). Одна з букв цього алфавіту (наприклад, а0) повинна бути порожнім символом.

- ***Внутрішній алфавіт***: Кінцева множина станів головки (автомата). Один із станів (наприклад, q1) має бути початковим (запускає програму). Ще один із станів (q0) має бути кінцевим (завершує програму) - стан зупинки.
- ***Таблиця переходів***: Опис поведінки автомата (головки) в залежності від стану і символу.

Автомат машини Тьюринга в процесі своєї роботи може виконувати наступні дії:

- Записувати символ зовнішнього алфавіту в осередок (в тому числі і порожній), замінюючи той, що знаходився в ній (в тому числі і порожній).
- Пересуватися на один осередок вліво або вправо.
- Змінювати свій внутрішній стан.

Одна команда для машини Тьюринга якраз і є конкретною комбінацію цих трьох складових: вказівок, який символ записати в осередок (над яким стоїть автомат), куди пересунутися і в який стан перейти. Хоча команда може містити і не всі складові (наприклад, не змінювати символ, не пересуватися або не змінювати внутрішній стан).

Пізніше Тьюринг описав ***Універсальну машину Тьюринга***, яка може імітувати роботу будь-якої іншої машини Тьюринга із заданими вхідними даними і програмою. По суті, це ***прототип сучасних комп'ютерних програм***. Використовуючи тільки математику і логіку, Тьюринг створив комп'ютерну науку за багато років до того, як технологія дозволила створити справжній комп'ютер.

М. Пенгрин, М. Щипель
Львівський національний університет імені Івана Франка
*Науковий керівник **Фірман Володимир Михайлович**, доцент кафедри безпеки життєдіяльності Львівського національного університету імені Івана Франка, кандидат технічних наук*

ЗАДАЧА СТРАХУВАННЯ АВТОМОБІЛІВ В ТЕОРІЇ ІГОР

З кожним роком в Україні зростає кількість зареєстрованих автомобілів. Так у грудні 2020 року українці придбали і зареєстрували рекордну кількість автомобілів за місяць 9801 шт.. В порівнянні з минулим роком маємо показник вищий на 7 відсотків [1]. Також кількість ДТП з кожним роком зростає, тому питання страхування автомобілів є все актуальнішим.

В даній роботі ми розглянемо задачу страхування автомобілів, доведемо математично, що найкращою ситуацією є чесна та відповідальна поведінка водіїв та страхових компаній. Актуальність роботи полягає в тому, що забезпечення акуратного керування та чесні виплати страховій компанії забезпечують безпеку життєдіяльності та справедливу оплату роботи працівників страхових компаній.

Розв’язанням таких задач займається теорія ігор. Це математична теорія прийняття рішень в умовах конфлікту, тобто в умовах, коли стикаються інтереси двох або більше сторін, які мають різні (інколи протилежні) цілі. Тобто, це процес дослідження оптимальної поведінки гравця в ситуаціях, де відбувається зіткнення інтересів, зацікавлень між учасниками гри. Теорія ігор визначає кількість учасників гри, досліджує і виробляє правила їх поведінки, визначає правила розподілу виграшу залежно від результату гри і поведінки гравців [4], [5].

Поведінка гравця – це реакція на певну конфліктну ситуацію. Поведінка називається оптимальною, якщо гравець при заданій затраті ресурсів одержує для себе максимально можливу вигоду, тобто виграш. Виграшем може бути моральне задоволення, матеріальна цінність, воєнний, політичний успіх, приз, тощо. [4], [5].

Страхування транспортних засобів є обов'язковим згідно чинного законодавства України. Багато автомобілістів хотіли б, по-перше, максимально знизити свої витрати на страхові внески, а, по-друге, при настанні страхових випадків отримати максимальну виплату. Страховики при цьому, навпаки, хотіли би отримувати максимальні премії і виплачувати мінімальні кошти при настанні страхових випадків. Інтереси транспортних компаній (або страхувальників) і страховиків антагоністичні, і відносини, в які вони вступають один з одним, можна розглядати в якості парної антагоністичної гри [5].

У розглянутій конфліктні ситуації присутні дві сторони: А – це транспортні компанії, їх персонал та власники транспортних засобів (страхувальників), метою яких є бажання зменшити витрати на страхування, а в разі дорожньо-транспортних пригод (ДТП) – отримання максимального фінансового покриття наслідків ДТП.

При укладанні договорів страхування страхують транспортний засіб на повну його вартість. Метою страхових компаній B (страховиків) є отримання максимального прибутку (тобто максимальних страхових внесків) і мінімальних виплат при настанні страхових випадків.

Опишемо стратегії гравців A: страхувальників транспортних засобів (замовників):

- A_1 –керувати автомобілем гранично акуратно і при укладенні договору вказувати фактичну вартість автомобіля (850 тис. грн.).
- A_2 –керувати транспортними засобами гранично акуратно і при укладанні договору вказувати занижену вартість автомобіля (страхову суму) (550 тис. грн.).
- A_3 –не дотримуватись ПДР і вказати завищену вартість автомобіля (900 тис. грн.).

Опишемо стратегії гравців B : страхових компаній або виконавця (страховиків):

- B_1 – не встановлювати фактичну вартість автомобілів при страхуванні, а також не проводити розслідування ДТП на предмет встановлення порушників з метою економії часу;
- B_2 – проводити експертизу в разі настання страхового випадку, але без оцінку вартості фактичної шкоди у разі ДТП;
- B_3 – встановлювати фактичну вартість автомобіля, але не проводити розслідування при ДТП;
- B_4 –проводити розслідування у випадках ДТП і перевіряти, чи відповідає зазначена вартість транспортних засобів фактично.

Нехай у разі виявлення невірно зазначеної вартості автомобіля страховики стягують штраф із страхувальників у розмірі 15% від реальної вартості об'єктів страхування. Якщо установлено, що ДТП настало з вини страхувальника, то страхова виплата не виплачується. Страховий внесок за страховий період складає 10% від зазначеної страхової суми. Припускаємо, що при настанні страхових випадків транспортні засоби руйнуються повністю. За розглянутий страховий період проводиться тільки один внесок, і страховий випадок може наступити не більше одного разу. Складемо платіжну матрицю гри і ціну гри.

Перед тим, як складати платіжну матрицю гри, вирахуємо виграш при кожній комбінації стратегій гравців:

- Спершу розглянемо випадок, коли гравець A приймає стратегію A_1, тобто управляє транспортним засобом з дотримання ПДР і вказує фактичну ціну автомобіля. Тоді, незалежно від стратегії гравця B, ДТП не відбувається і автомобіліст втрачає лиш страховий внесок: $F(A_1B_i) = -85$ тис. грн. $(i = \overline{1,4})$
- Страхувальники застосовують стратегію A_2. Оскільки водій управляє транспортним засобом з дотриманням ПДР, то ДТП не настає і він втрачає лише вартість страхового внеску при умові, що страхова компанія не

перевіряє вартості автомобілю (стратегія B_2 та B_1): : $F(A_2B_1) = F(A_2B_2) = -55$ тис. грн.

Якщо ж страхові компанії приймають стратегію B_3, то після перевірки вартості транспортних засобів компанії накладають на страхувальників штрафи, що є додатковими втратами для гравця А. : $F(A_2B_3) = F(A_2B_4) = -550 \cdot 0{,}1 - 850 \cdot 0{,}15 = -182{,}5$ тис. грн.

- Розглянемо випадок приймання страхувальниками стратегії A_3:

Якщо страхові компанії приймають стратегію B_1, то виграшем страхувальників є компенсація від компаній з урахуванням страхового внеску: $F(A_3B_1) = 900 - 900 \cdot 0{,}1 = 810$ тис. грн..

Якщо ж компанії обирають стратегію B_2, тоді страхувальники не отримають компенсації і втрачають тільки страховий внесок: : $F(A_3B_2) = -900 \cdot 0{,}1 = -90$ тис. грн..

У випадку прийняття компаніями стратегії B_3, страхувальники отримують компенсацію в розмірі реальної вартості транспортних засобів з урахуванням штрафів за нечесно зазначену ціну транспортних засобів та страхового внеску $F(A_3B_3) = 850 - 900 \cdot 0{,}1 - 850 \cdot 0{,}15 = 632{,}5$ тис. грн..

Якщо страхові компанії застосують стратегію B_4, тобто перевірять ДТП та вартість транспортних засобів, то страхувальники не отримують страхових компенсацій, а отримують штраф за завищену вартість транспортних засобів: $F(A_3B_4) = -900 \cdot 0{,}1 - 850 \cdot 0{,}15 = -217{,}5$ тис. грн..

Складемо платіжну матрицю цієї гри:

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	-85	-85	-85	-85
A_2	-55	-55	-182,5	-182,5
A_3	810	-90	632,5	-217,5

Розв’язавши задачу, ми отримаємо, що оптимальною стратегією гравців А є стратегія A_1, тобто чесно зазначити фактичну ціну транспортного засобу та управляти з дотриманням вимог ПДР. Для страхової компанії оптимальною є стратегія B_4, а саме проводити перевірки фактичної вартості транспортних засобів та винуватців ДТП.

Отже можемо зазначити, що ми математично довели, необхідність дотримання страхувальниками вимог ПДР.

Також виявили таке: нечесно зазначена фактична вартість транспортного засобу виключає існування рівноваги Неша. В такому випадку замовник (страхувальник) і виконавці (страховики) не зможуть заплатити, або заробити достойну плату за послуги чи працю. Якщо страхувальник відзначив фактичну вартість транспортного засобу, страхувальник розуміє той факт, що страхова компанія покриває реальний розхід на відновлення засобу, а тому власник транспортного засобу ніяким чином не зможе отримати більше. На нашу думку – це є додатковою мотивацією для акуратної поведінки за кермом.

Звертаючи увагу на ситуацію зі сторони страхової компанії, було виявлено, що найбільш вигідною стратегією є перевірка оцінки вартості транспортного засобу. Адже, витративши якусь суму на перевірку ціни та розслідування ДТП, компанія може надати собі гарантію чесних витрат і заробити більше в перспективі та в сукупності багатьох звернень людей до її послуг.

Слід наголосити на тому, що підтвердженням результатам розв’язку цієї задачі є чинне законодавство України. Зокрема можна виділити такі закони: ст. 9, 21, 25, 26, 37 Закону України про страхування [2] та ст. 33, 34, 37, 40 Закону України про обов’язкове страхування цивільно правової відповідальності власників наземних транспортних засобів [3].

Хочемо зазначити, що дана задача є прикладною в життєдіяльності за умови раціоналізму кожної зі сторін. Тобто мислення таким чином, як описує задача. В іншому випадку обидві сторони ризикують отримати збитки. Отже, в задачі виграші однієї сторони пов’язані зі стратегією іншої сторони, тому говорити про безпеку власних коштів однієї сторони без аналізу поведінки іншої неможливо.

Отже, підсумовуючи вище сказане, вважаємо такі рекомендації: страхувальникам необхідно чесно зазначати фактичну вартість транспортного засобу, управляти ним з дотриманням вимог ПДР заради власної безпеки життєдіяльності та оточуючих. Страховим компаніям необхідно під час укладення договорів страхування чітко керуватися нормативно-правовими актами, а при настанні ДТП проводити розслідування причин ДТП.

Література

[1]. Офіційний сайт Патрульної поліції України. URL: http://patrol.police.gov.ua/statystyka/

[2]. Закон України про страхування URL: https://ips.ligazakon.net/document/z960085?an=410527&ed=2020_09_17

[3]. Закону України про обов’язкове страхування цивільно правової відповідальності власників наземних транспортних засобів. URL: https://ips.ligazakon.net/document/t041961?an=649&ed=2020_07_03

[4]. Бартіш М.Я., Роман Л.Л. Теорія ігор. Навчальний посібник – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 120 с.

[5]. Козицький В.А. Математична теорія кооперативних ігор. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2016. – 419 с.

В. Барчишин
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.М. Трусевич**, кандидат фізико математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ МАТРИЦЬ ТА ВИЗНАЧНИКІВ

Матема́тика (грец. μάθημα — наука, знання, вивчення) — наука, яка первісно виникла як один з напрямків пошуку істини (у грецькій філософії) у сфері просторових відношень (землеміряння — геометрії) і обчислень (арифметики), для практичних потреб людини рахувати, обчислювати, вимірювати, досліджувати форми та рух фізичних тіл. Пізніше розвинулась у доволі складну і багатогранну науку про абстрактні кількісні та якісні співвідношення, форми і структури.

Матриці вже давно стали невід'ємною частиною вирішення безлічі математичних задач і питань. Вони являють собою прямокутну або квадратну таблицю чисел, в залежності від кількості рядків і стовпців в ній. Загальноприйняте позначення кількості рядків в матриці – латинська буква m, і кількість стовпців, в свою чергу, позначається n. Таким чином, якщо в матриці m = n, значить це квадратна матриця порядку n. З матрицями можна виконувати стандартні операції алгебри: додавання, віднімання, множення, ділення. Мається на увазі як додавання, множення, віднімання матриці з одним числом, відмінним від нуля і так же всі ці операції між двома матрицями. Однак їх можна пророблюти ні з будь-якими матрицями, а лише тими, що відповідні один одному. Всі ці відомості загальновідомі і широко застосовувані. Але існують також і інші операції, специфічні саме для матриць. Перш, ніж розповісти про них, звернемося до історії і дізнаємося деякі факти про виникнення матриць.

Вперше матриці з'явилися ще в давньому Китаї, називались тоді «магічними квадратами». Основним застосуванням матриць було розв'язування лінійних рівнянь. Також магічні квадрати були відомі трохи пізніше у арабських математиків, майже тоді з'явився принцип додавання матриць. Після розвитку теорії визначників в кінці 17-го століття, Габріель Крамер почав розробляти свою теорію в 18-му ст. й опублікував «правило Крамера» в 1751 році. Приблизно в цей же проміжок часу з'явився «метод Гаусса». Теорія матриць почала своє існування в середині XIX ст. в роботах Уільяма Гамільтона та Артура Келі. Фундаментальні результати в теорії матриць належать Карлу Вейєрштрасу, Фердинанду Георгу Фробеніусу та Марі Енмону Каміль Жордану. Сучасна назва "матриця" була введена Джеймсом Сильвестром в 1850 році. Матриці широко застосовуються в математиці та фізиці для компактного запису та розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь та систем диференціальних рівнянь. При цьому кількість рядків матриці відповідає кількості рівнянь системи, а кількість стовпців — кількості невідомих величин. Матричний апарат дозволяє суттєво спростити розв'язок СЛАР (системи лінійних алгебраїчних рівнянь), звівши її до операцій над матрицями. У XVII-XVIII ст. виникають і вдосконалюються методи розв'язування і дослідження систем лінійних рівнянь; зокрема створюється теорія детермінантів.

Термін детермінант походить від латинського слова determino, що означає визначати. Вживання цього терміну в алгебрі пояснюється тим, що детермінанти визначають розв'язки систем лінійних рівнянь. Замість терміну детермінант вживають також визначник. Г.В. Лейбніц (1646-1711) розробив засади теорії визначників, узагальнюючи метод розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Він запропонував спосіб позначення коефіцієнтів системи за допомогою індексів, вивів закон утворення з цих коефіцієнтів особливих виразів, які К. Гаусс (1777-1855) назвав детермінантами – визначниками. Крім того, Лейбніц винайшов загальне правило обчислення розв'язків лінійної системи за допомогою визначників і визначив способи дослідження розв'язків залежно від них. Згодом детермінанти досліджують ряд визначних математиків XVIII-XIX ст. – Безу, Вандермонд, Лаплас, Коші, Лобачевський, Якобі, Остроградський та ін. Зокрема, Е. Безу розробив основи теорії перестановок, з'ясував можливість розкладу детермінанта за елементами стовпця і цим поклав початок самостійної теорії детермінантів, відокремленої від розв'язування систем лінійних рівнянь.

П. Лаплас вже систематично вивчає властивості детермінантів; у виданій ним в 1772 р. праці знаходимо твердження про зміну знака детермінанта при транспозиції двох рядків, а також теорему про розклад детермінанта за мінорами, яку тепер називають теоремою Лапласа. Одночасно А. Вандермонд (1735-1796) уперше вивчив визначники як самостійні об'єкти незалежно від розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Й зокрема, вивів правило, подібне до правила Крамера, а також ввів визначник, відомий як визначник Вандермонда.

Найбільш повний і закінчений виклад теорії детермінантів дав у 1815 р. великий французький математик О. Коші (1789-1857). Саме він запровадив термін «детермінант» і скорочені позначення детермінантів, близькі до сучасних, дав виведення правила множення детермінантів. Важливо, що Коші рішуче відокремив теорію детермінантів від вчення про лінійні рівняння.

К. Вронський, справжнє ім'я Гоене, відомий польський математик і філософ. Ім'я Вронського збереглося в усіх курсах аналізу завдяки запровадженому ним уперше (1812) функціональному визначнику (вронскіану), який відіграє важливу роль у теорії лінійних диференціальних рівнянь. Л. Кронекер (1823-1891) знайшов вичерпне розв'язання задачі про дослідження систем рівнянь. Його результати вдосконалили, поглибили його учні – К. Гензель (1861-1941) і Капеллі (1855 - 1910).

Зараз матриці та визначники застосовують у всіх без винятку галузях математичного аналізу.

Література

1. Соломатин В.А. История науки. Уч. пос. – М.: ПЕРСЭ, 2002 – 352 с.

Р. Ящишин, Н. Bліхар
Львівський національний університет імені Івана Франка
Науковий керівник ***В. М. Фірман В****, доцент кафедри безпеки життєдіяльності Львівського національного університету імені Івана Франка, кандидат технічних наук*

ДВОЕТАПНА ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА

Процеси глобалізації у світі приводять до значного зростання обсягів перевезень, руху товару і, відповідно, вантажних потоків, як внутрішніх, так і міжнародних, у тому числі транзитних. В Україні існує багато проблем у сфері вантажних перевезень, а саме незадовільний стан логістики таких перевезень, тому питання підвищення безпеки логістики перевезень залишається актуальним та потребує вдосконалення. Варто зазначити, що вплив логістичних витрат на економіку країни в цілому та на обсяг торгівлі зокрема досить високий. У країнах ЄС у 2020 році логістичних витрат становили 10% ВВП, а в Україні логістичні витрати (за даними Державної служби статистик України) становлять майже 18% від ВВП [3]. За 2020 рік вантажообіг України становить 29 млн. т-км і прибуток становить 16 млн. доларів США [3], зарубіжні експерти вважають, що Україна має величезний логістичний потенціал, який оцінюють у 250 млн. доларів США. Загальний Індекс ефективності логістики (LPI) розроблений Світовим банком становить 2.83 бала і відповідно до цього Україна займає 89 місце [4]. Загальний бал нижче 3.0 свідчить про значну кількість проблем у логістичній системі країни, що призводить до неефективного функціонування економіки та стає загрозою для національної безпеки країни, додаткових непродуктивних витрат, які фактично гальмують ріст реального ВВП.

Однією з основних проблем логістики перевезень є недотримання нормативно-правових актів України про транспортування вантажів , які створюють загрозу безпеки життєдіяльності[1,2]. Найпоширенішою проблемою є відсутність ефективної системи контролю за вагою автотранспорту, що є основною причиною погіршення стану доріг, що у свою чергу збільшить ризик виникнення ДТП. Протягом 2020 року складено більше 13 тисяч актів порушень габаритно-вагових параметрів і нараховано майже 127 млн. грн плати за перевантаження [5].

У транспортних підприємствах, керівництво яких не надто замислюється про оптимізацію і безпеку процесів перевезень, якість послуг далеко не завжди відповідає стандартам. Для якісного використання транспортних засобів та перевезень вантажів від виробника до споживача, знаходження найкоротшого і водночас безпечного шляху розглянемо двоетапну транспортну задачу.

Формулювання задачі

Оптимізація плану і забезпечення безпеки перевезення вантажу за наявності проміжних пунктів між постачальниками та споживачами. Припускається, що перевезення вантажу від постачальників до споживачів будуть здійснюватися у два етапи. Спочатку вантажі від постачальників надходитиме на проміжні пункти, а вже з проміжних пунктів до споживачів. Пропускні спроможності кожного з маршрутів вважатимемо необмеженими [6,7].

Відомі величини (вихідні дані, не керовані параметри):

KP – кількість постачальників; z_i – запас наявного вантажу у i-го постачальника (i = 1, KP);

KS – кількість споживачів; p_j – попит j-го споживача (j = 1, KS). KB – кількість проміжних пунктів (баз); c_k – пропускна спроможність k-го проміжного пункту $k = (\overline{1, KB})$.

s_{ik} – транспортний тариф, тобто витрати на перевезення вантажу від i-го постачальника на k-й проміжний пункт $(i = \overline{1, KP}, k = \overline{1, KB})$; t_{kj} – транспортний тариф, тобто витрати на перевезення вантажу з k-го проміжного пункту до j-го споживача $(k = \overline{1, KB}, j = \overline{1, KS})$;

Невідомі величини (керовані змінні):

x_{ik} – обсяги перевезень вантажу від постачальників на проміжні пункти $(i = \overline{1, KP},\quad k = \overline{1, KB})$; y_{kj} – обсяги перевезень вантажу з проміжних пунктів до споживачів $(k = \overline{1, KB}, j = \overline{1, KS})$;

Функція, яку слід оптимізувати: z – загальні витрати на здійснення усіх перевезень. Тоді двоетапна транспортна задача матиме вигляд:

$$J(z) = \sum_{i=1}^{KP}\sum_{k=1}^{KB} s_{ik}x_{ik} + \sum_{k=1}^{KB}\sum_{j=1}^{KS} t_{kj}y_{kj} \to min,$$

$$\sum_{k=1}^{KB} x_{ik} \le z_i, i = \overline{1, KP},\ (1) \sum_{k=1}^{KB} y_{kj} = p_j, j = \overline{1, KS},\ (2)$$

$$\sum_{i=1}^{KP} x_{ik} = \sum_{j=1}^{KS} y_{kj} \le c_k, k = \overline{1, KB}, \qquad (3)$$

$$x_{ik} \ge 0, i = \overline{1, KP}, k = \overline{1, KB}, \qquad y_{kj} \ge 0, k = \overline{1, KB}, \qquad j = \overline{1, KS}, \qquad (4)$$

Умови задачі означають таке:

(1) – обсяг вантажу, що вивозитиметься від кожного постачальника, не повинен перевищувати наявного у нього запасу;
(2) – обсяг вантажу, що завозитиметься споживачу, рівний його попиту;
(3) – весь вантаж, що завозитиметься на кожний проміжний пункт від постачальників, має бути потім надісланою до споживачів, причому слід враховувати пропускні спроможності кожного проміжного пункту;
(4) – обсяги перевезень за кожним із маршрутів мають бути не від’ємними.

Умовами існування розв’язку задачі є такі:

1) загальний запас вантажу у всіх постачальників дозволяє задовольнити сукупний попит усіх споживачів: $\sum_{i=1}^{KP} z_i \geq \sum_{j=1}^{KS} p_j$;
2) пропускні спроможності усіх проміжних пунктів достатні для опрацювання сукупного потоку вантажу у транспортній мережі: $\sum_{j=1}^{KS} p_j \leq \sum_{k=1}^{KB} c_k$;

Задача

Постачальники задовольняють потреби споживачів, за допомогою двох проміжних перевалочних баз. Знайти оптимальний і безпечний обсяг перевезень z_1 тонн і z_2 тонн з заводу на бази та z_3 тонн і z_4 тонн з бази в магазин, якщо величини z_1, z_2, z_3, z_4 і транспортні витрати J грн описано співвідношеннями (задачу розв'язати симплекс-методом):

$$J(z) = 50z_1 + 51z_2 + 40z_3 + 35z_4 \to min \quad (z_1, z_2, z_3, z_4) \in \mathbb{R}_+^4,$$

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4, \quad z_3 + z_4 = 5, \quad z_1 + z_2 \leq 8.$$

Розв'язок

1) Переходимо до задачі з умовами-рівностями:

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4, \quad z_3 + z_4 = 5, \quad z_1 + z_2 + z_5 = 8.$$

2) Робимо z_1, z_4, z_5 базисними змінними, а решту – вільними:

$$z_1 = 5 - z_2, \qquad z_4 = 5 - z_3, \qquad z_5 = 3.$$

3) Знаходимо $J(z_2, z_3)$:

$$J(z_2, z_3) = 425 + z_2 + 5z_3.$$

4) Кутова точка $z^1 = (5,0,0,5)$. Складаємо таблицю.

	z_2	z_3	z^1
z_1	1	0	5
z_4	0	1	5
z_5	0	0	3
J	1	5	425

5) Підставляємо кутову точку z^1 в функцію J і отримаємо розв'язок $J_{min} = J(z^1) = 425$.

Ми оптимізували задану функцію J, знайшли оптимальний і безпечний обсяг перевезень z^1 і мінімальну кількість витрат $J_{min} = 425$ які потрібні на транспортування товару. Тому двоетапну транспортну задачу можна застосовувати організаціям, що відповідають за безпеку перевезень, для проектування і аналізу поточної ситуації на дорогах України та розроблення стратегій щодо підвищення рівня безпеки усіх членів дорожнього руху.

Отже, з вище наведеного ми можемо виділити основні пункти, які необхідно враховувати для покращення безпеки та підвищення ефективності перевезень. Серед них:

1.Особливості регіону (клімат, стан доріг).

2. Особливості законодавства країни. Усі перевезення мають бути узгоджені та сплановані на законодавчому рівні країни через які будуть проходити перевезення. Це допоможе покращити безпеку життєдіяльності працівників.

3.Умови праці персоналу транспортних підприємств. Дотримання умов безпеки перевезень вантажів, дозволить зменшити ймовірність виникнення аварійних ситуацій на автошлях та вбереже життя не лише водія, але й усіх учасників дорожньо-транспортного руху.

Література

[1]. Конституція України.
[2]. Закон України "Про дорожній рух".
[3]. Державна служби статистик України. URL: http://www.ukrstat.gov.ua/
[4]. Світовий банк. URL: https://www.worldbank.org/uk/country/ukraine
[5]. Державна служби з безпеки на транспорті. URL: https://www.dsbt.gov.ua/uk/
[6]. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979. – 432 с.
[7]. Лавренюк С.П. Варіаційне числення й оптимальне керування. – К., НМК ВО, 1992.

Т. Стець
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.М. Трусевич**, кандидат фізико математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ВІДОМІ УКРАЇНСЬКІ МАТЕМАТИКИ

Михайло Остроградському (1801-1861) належить одне з найпочесніших місць в історії світової математичної науки. Діапазон наукової творчості Остроградського надзвичайно широкий: диференціальне та інтегральне числення, алгебра, теорія чисел, диференціальна геометрія, теорія ймовірностей, математична фізика, варіаційне числення, аналітична механіка, теорія удару, балістика. З численних і різноманітних праць з різних галузей математичних наук, що зробили його ім'я відомим у багатьох країнах, слід особливо відзначити його мемуари у галузі чистої математики, в якому виводиться загальна формула варіації кратного інтеграла, а також мемуари про інтегрування раціональних функцій. Ім'я Остроградського носить розроблений ним засіб виділення раціональної частини невизначеного інтеграла, що дав змогу алгебраїчним шляхом подати його у вигляді суми двох доданків, причому один із них не містить раціональної частини. Формула Гріна – Остроградського виражає перетворення інтеграла, обчисленого за обсягом, обмеженим певною поверхнею, в інтеграл, обчислений по цій поверхні. Він вивів формулу перетворення подвійних інтегралів у потрійні та розробив спосіб заміни змінних у кратних інтегралах.

Михайло Кравчук (1892—1942). Однією з яскравих зірок України на терені математики є академік Михайло Кравчук, який народився в с. Човниці на Волині. 1910 р. він вступив на фізико-математичний факультет Київського університету св. Володимира, який закінчив через чотири роки з дипломом І ступеня. Потім — педагогічна діяльність, яка поєднується з науковими пошуками. 1924 р. він блискуче захистив докторську дисертацію "Про квадратичні форми та лінійні перетворення." Його працями цікавляться видатні вчені Франції, Італії, Німеччини. Михайлові Кравчуку пропонують продовжити наукову діяльність у США, але вірний син України залишається на рідній землі. У 1929 р. Михайла Кравчука обирають дійсним членом ВУАН. А потім він вісім років плідно працює над розв'язанням складних математичних проблем, одержуючи блискучі результати в галузі алгебри і теорії чисел, теорії аналітичних функцій, теорії ймовірностей, математичній статистиці. Зокрема, в теорії ймовірностей він увів многочлени біноміального розподілу відомі у світовій математиці як многочлени Кравчука. Не втратили й досі актуальності його дослідження з аналітичних функцій, теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, зокрема наближені методи їх розв'язування. Великий внесок ученого в розвиток української математичної термінології.

Степан Банах (1892-1945) За свідченням спеціалістів до видатних математиків XX ст., які працювали на українській землі, слід віднести Стефана (Степана Степановича) Банаха. Уродженець Рахова, він усе своє свідоме життя пов'язував зі Львовом. Тут С. Банах закінчив 1914 р. політехнічний інститут, тут захистив докторську дисертацію, став професором. Спочатку працював в "альма-матер", а згодом — у Львівському університеті. Світову славу Стефан Банах здобув як один із засновників сучасного функціонального аналізу, що є нині основою математики. Світове визнання — поряд з Празькою і Гетінгенською — одержала Львівська математична школа, заснована С. Банахом. Тут виховувалася ціла плеяда математиків, які після другої світової війни виїхали за кордон. А Степан Банах до кінця свого життя працював у Львові, очолюючи, як і до війни, фізико-математичний факультет університету. Одна з вулиць Львова носись його ім'я. Польське математичне товариство встановило премію імені С. Банаха.

Микола Чеботарьов (1894-1947) В Одесі розкрився талант ще одного нашого земляка, уродженця Кам'янця-Подільського Миколи Григоровича Чеботарьова. У сімнадцятирічному віці під впливом статті М. Лобачевського "О началах геометрии" майбутній математик написав свою першу працю "Формула геометрії Лобачевського". У 1916 р. закінчив навчання в Київському університеті. У 1921—1927 рр. працював в Одеському університеті. Його роботи присвячені сучасній алгебрі, удосконалив доведення теореми Кронекера_ - Вебера, розв'язав проблему Фробеніуса. Його праці стосуються теорії Галуа, діафантових наближень.

Володимир Левицький (1872-1956) - основоположник математичної культури нашого народу", - так сказав про Володимира Левицького академік Михайло Кравчук. Великою заслугою В. Левицького було те, що він зібрав і впорядкував матеріали з української математичної термінології, що була надрукована в 1903 р. Основною ділянкою наукової роботи професора В. Левицького була теорія аналітичних функцій. Він займався також геометрією, алгеброю, диференціальними рівняннями та історією математики. Багато уваги приділяв теоретичній фізиці та астрономії.

Мирон Зарицький (1889-1961): наукові інтереси М. О. Зарицького охоплюють, головним чином, теорію множин з алгеброю логіки та теорію функцій дійсної змінної. Він досліджує похідні множини методами алгебри логіки, виходячи тільки з кількох основних аксіом і не користуючись іншими геометричними міркуваннями. Крім того, М. О. Зарицький займався теорією вимірних перетворень множин, тобто таких гомеоморфних перетворень, які переводять довільну n - вимірну множину в іншу множину такого ж роду.

Література

1. Математика України [Електронний ресурс]. - Електронні дані. - Режим доступу: http://www.refine.org.ua/pageid-2962-2.html. - Загол. з титул. екрану. - Мова: українська.

С. Кучма
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.М. Трусевич**, кандидат фізико математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

Піфагор 570 р. до н.е. У сучасному світі Піфагор вважається великим математиком і космологом старовини. Античні автори нашої ери віддають Піфагору авторство відомої теореми: квадрат гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює сумі квадратів катетів. Сучасні історики передбачають, що Піфагор не доводив теорему, але міг передати грекам це знання, відоме у Вавілоні за 1000 років до Піфагора (згідно з вавілонськими глиняними табличками).

Архімед. Архімед був одержимий математикою. Він забував про їжу, абсолютно не піклувався про себе. Роботи Архімеда відносилися майже до всіх областей математики того часу: йому належать чудові дослідження з геометрії, арифметики, алгебри. Кращим своїм 287 - 212 до н.е. досягненням він вважав визначення поверхні і об'єму кулі — завдання, яке до нього ніхто вирішити не міг. Архімед просив вибити на своїй могилі кулю, вписану в циліндр

Герон Александрійський - давньогрецький учений, математик, фізик, механік, винахідник. Математичні роботи Герона є енциклопедією античної прикладної математики. У кращій з них "Метриці" дано правила і формули для точного і наближеного обчислення площ правильних многокутників, об'ємів зрізаного конуса і піраміди, приводиться формула Герона для визначення площі трикутника за трьома сторонами, даються правила близькочисельного вирішення квадратних рівнянь і наближеного добування квадратного і кубічного коренів.

Діофант III ст. н.е. Діофант - давньогрецький математик з Александрії. Про його життя немає майже жодних відомостей. Збереглася частина математичного трактату Діофанту "Арифметика" (6 кн. з 13) і уривки книги про багатокутні числа. У "Арифметиці", окрім викладу початків алгебри, приведено багато методів для розв'язування невизначених рівнянь різних степенів, обернених чисел. При множенні сум і різниць двох чисел застосовував правила знаків. Мав уявлення про від'ємні числа.

Рене Декарт Декарт далеко не відразу знайшов своє місце в житті. Дворянин за походженням, закінчивши коллеж в Ла-флеші, він з головою поринає в світське життя Парижу, потім кидає все ради занять наукою. Декарт відводив математиці особливе місце в своїй системі, він вважав її принципи встановлення істини1596-1650 зразком для інших наук. Головне досягнення Декарта - побудова аналітичної геометрії, в якій геометричні завдання перекладалися мовою алгебри за допомогою методу координат. Він сформулював основну теорему алгебри: «число коренів рівняння алгебри дорівнює його степеню», доведення якої було отримано лише в кінці XVIII ст.

П'єр Ферма. Французький математик, один з творців аналітичної геометрії і диференціального числення. Відкрив правило знаходження екстремуму за допомогою похідної. Автор багатьох теорем теорії чисел. Знаменита теорема Ферма з теорії чисел, яку Ферма 1601 – 1665 рр. сформулював без доведення, викликає інтерес до тепер. З робіт Ферма почалася нова математична наука – теорія чисел.

Ісаак Ньютон. Англійський фізик і математик створив сучасну механіку (закони Ньютона) і відкрив закон всесвітнього тяжіння. У його головному творінні «Математичні початки натуральної філософії» дано математичне виведення основних фактів руху небесних тіл. Один з творців диференціального і інтегрального 1643 - 1727 числення. «Коли величина є максимальною або мінімальною, у цей момент вона не тече ні вперед, ні назад…»

Готфрід Вільгельм Лейбніц. Німецький математик, фізик, філософ, творець Берлінської академії наук. Основоположник диференціального, інтегрального числення, ввів велику частину сучасної символіки математичного аналізу. У роботах Лейбніца вперше з'явилися ідеї теорії алгоритмів.

Леонард Ейлер. Російський, німецький і швейцарський математик, що вніс значний вклад до розвитку математики, механіки, фізики, астрономії і ряду прикладних наук. Ейлер залишив найважливіші праці в найрізноманітніших галузях математики, механіки, фізики, астрономії і в ряді прикладних наук. Саме він створив декілька нових математичних дисциплін — теорію чисел, варіаційне числення, теорію комплексних функцій, диференціальну геометрію поверхонь, спеціальні функції.

Еварист Галуа. За 20 років життя Галуа встиг зробити відкриття, що ставлять його на рівень найбільших математиків XIX століття. Вирішуючи завдання з теорії рівнянь алгебри, він заклав основи сучасної алгебри, вийшов на такі фундаментальні поняття, як 1811 - 1832 група і поле. Видатний французький математик, засновник сучасної алгебри. Він прожив двадцять років, всього п'ять років з них займався математикою. Математичні роботи, що обезсмертили його ім'я, займають ледве більше 60 сторінок.

Література

1. Соломатин В.А. История науки. Уч. пос. – М.: ПЕРСЭ, 2002 – 352 с.

А. А.Чорнобай
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***Чмир О.Ю.,*** *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

"НЕРОЗВ'ЯЗНА" ЗАДАЧА, ЩО СПАНТЕЛИЧИЛА УЧНІВ У КИТАЇ

Задача – проблемна ситуація з чітко визначеною ідеєю мети, яку необхідно досягти саме через параметризацію граничних умов, обставин; в більш вузькому сенсі задачею називають також цю саму параметризовану мету, що дана в рамках граничних умов проблемної ситуації, тобто те, що необхідно виконати.

Розв'язування завдань з логічним навантаженням створює чудові можливості для прояву ініціативи і самостійності учнів, розвитку їх творчого потенціалу. Виконання цікавих завдань дає і велике задоволення. Розвиток навичок розв'язування задач, безумовно, сприяє підвищенню рівня інтелекту, а під час дозвілля - це дуже корисне тренування. Головна цінність цих завдань полягає в тому, що дитина впевненіше підходить до розв'язування власних особистісних проблем, а не тільки цікавих головоломок.

Такі задачі розвивають в дитини такі якості, як раціональність та практична кмітливість, комбінаторне мислення, вміння відшукати оптимальний шлях, продумати виграшну стратегію. Використання таких завдань на уроках сприяє вихованню в учнів інтересу до вивчення математики, бажання пізнати нове, розширити кругозір. Разом з тим вони полегшують процес засвоєння навчального матеріалу, розвивають пізнавальну діяльність та творчу ініціативу .Ці завдання можна використовувати як і на уроках, так і в індивідуальній роботі з розвитку творчих здібностей учнів. Вони під силу не лише відмінникам з математики, а й прихильникам інших шкільних дисциплін. Логічні вправи не потребують великих затрат часу на обчислення, тому їх широко можна застосовувати в позакласній роботі.

У Китаї задача з математики, яку, ймовірно, неможливо розв'язати, завела у глухий кут як учнів, так і соцмережі.

Учні початкової школи у китайській провінції Шуньцин у екзаменаційному завданні побачили таке питання: **"Якщо на борту корабля було 26 овець та 10 кіз, то скільки років капітану корабля?"**

Задача з'явилася в екзаменаційних питаннях для п'ятого класу, який відвідують діти до 11 років.

Фотографії задачі разом з героїчними спробами учнів знайти відповідь з'явилися цього тижня в китайських соцмережах. Вони викликали суперечки і швидко стало вірусними.

Чиновники-освітяни пізніше заявили, що задача не була помилкою, а мала на меті висвітлити "критичне сприйняття".

"Капітану щонайменше 18 років, тому що він повинен бути дорослим, щоб керувати кораблем", - відповів один учень."Капітану 36, тому що 26+10=36, а капітан хотів, щоб сума тварин дорівнювала його віку", - здогадується ще один.

Ще один учень просто здався: "Вік капітана... Я не знаю, я не можу розв'язати цю задачу".

26 січня Департамент освіти провінції Шуньцин повідомив, що завдання мало на меті "перевірити... критичну свідомість та вміння думати самостійно".

"Деякі дослідження вказують на те, що учні початкової школи в нашій країні не мають критичного мислення у математиці", - йдеться в повідомленні.

Традиційний китайський метод освіти надає важливого значення конспектуванню та повторенню, відомих як зазубрювання. Критики кажуть, що це перешкоджає творчому мисленню. Департамент освіти заявляє, що задачі на зразок цієї про корабель змушують "виходити за межі та думати нестандартно".

Література

1. https://www.bbc.com/ukrainian/news-42870003
2. https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%B2%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F
3. https://naurok.com.ua/rozv-yazuvannya-logichnih-zadach-kritichne-mislennya-18192.html

І. Вакуліч
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***О.М. Трусевич****, кандидат фізико математичних наук, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ЕЙЛЕР ТА ПІФАГОР

Леонард Ейлер народився 15 квітня 1707 р. в м Базель, в Швейцарії. Незабаром після народження сина, родина переїжджає в містечко Рієн. Батько хлопчика був другом Йоганна Бернуллі – відомого європейського математика, що зробив великий вплив на Леонарда. У тринадцять років Ейлер - молодший вступає до Базельського університету, і в 1723 р отримує ступінь магістра філософії. Йоганн Бернуллі, що давав хлопчикові по суботах приватні уроки, швидко розпізнає видатні здібності хлопчика до математики і переконує його залишити ранню теологію і зосередитися на математиці. 17 травня 1727 р. Ейлер надходить на службу до медичного відділення Імператорської російської академії наук в Санкт – Петербурзі, але майже відразу ж переходить на математичний факультет та переводиться в Берлінську академію. Там учений прослужить близько 25 років, написавши за цей час понад 380 наукових статей. На початку 1760-х рр. Ейлеру надходить пропозиція навчати наукам принцесу Ангальт-Дессау, якій вчений напише більше 200 листів, які увійшли популярний збірник «Листи Ейлера на різні предмети натуральної філософії, адресовані німецькій принцесі». Книга не тільки наочно демонструє здатності вченого міркувати на всілякі теми в області математики і фізики, але також є виразом його особистих і релігійних поглядів. Цікаво те, що ця книга відома краще, ніж всі його математичні праці. Причиною такої популярності цих листів стала дивовижна здатність Ейлера в доступній формі доносити наукові відомості до простого обивателя. У 1766 р. Ейлер приймає пропозицію повернутися в Петербурзьку академію, і решту свого життя проведе в Росії.

Серед всіх різноманітних робіт Ейлера найпомітнішою є теорії функцій. Він першим ввів позначення f (x) – функції “f” по аргументу “x”. Ейлер також визначив математичні позначення для тригонометричних функцій в тому вигляді, в якому ми знаємо їх зараз , ввів літеру “e” для заснування натурального логарифма (відому як «число Ейлера»), грецьку букву “Σ” для підсумкової суми і букву “i” для визначення уявної одиниці. Ейлер затвердив застосування показникової функції і логарифмів в аналітичних доведеннях. Він відкрив спосіб розкладання різних логарифмічних функцій в степеневий ряд, а також успішно довів застосування логарифмів до комплексних числел. Таким чином, Ейлер значно розширив математичне застосування логарифмів. Він докладно пояснив теорію вищих трансцендентних функцій і представив новаторський підхід до вирішення квадратних рівнянь, відкривши техніку розрахунку інтегралів із застосуванням складних меж. Розробив він і формулу варіаційного обчислення, що отримала назву «рівняння Ейлера – Лагранжа». Ейлер довів малу теорему Ферма, тотожності Ньютона, теорему Ферма про суми двох квадратів, а також значно просунув доведення теореми Лагранжа про суму чотирьох квадратів. За свої досягнення в області астрономії Ейлер отримав численні нагороди Паризької академії. Грунтуючись на знанні істинної природи комет і розрахувавши паралакс Сонця, вчений чітко обчислив орбіти комет та інших небесних тіл. За допомогою цих розрахунків були складені точні таблиці небесних координат.

Піфагор народився близько 570 року до нашої ери в Сидоні Фінікійському в родині тіровского багатого купця. Завдяки фінансовому стану своїх батьків, юнак зустрічався з багатьма мудрецями тієї епохи і ввібрав в себе їх знання як губка. У віці 18 років Піфагор залишив рідне місто і поїхав до Єгипту. Там він пробув цілих 22 роки, осягаючи знання місцевих жерців. Коли перський цар завоював Єгипет, то вченого вивезли в Вавилон, де він прожив ще 12 років. У рідні краї він повернувся в 56-річному віці, і співвітчизники визнали його мудрецем. Піфагор осів у Південній Італії, колонії греків – Кротоні. Тут він знайшов багато послідовників і заснував свою школу. Його учні практично обожнювали свого засновника і вчителя. Але всевладдя піфагорійців призвело до того, що почалися заколоти і Піфагор переселився в іншу колонію греків – Метапонт.

Особливості філософського вчення Піфагора: філософське вчення Піфагора складається з двох частин – наукового підходу до пізнання світу і окультного способу життя, яке проповідува сам. Він розмірковував про звільнення душі шляхом фізичного і морального очищення таємним вченням. Філософ заснував містичне вчення про цикл кругообігу переселень душі. Піфагор сформулював ряд настанов своєї школи – про поведінку, круговорот людських життів, жертвопринесення, харчування і поховання. Піфагорійці висунули думку про кількісні закономірності в розвитку світу. А це, в свою чергу, сприяло розвитку фізичних, математичних, географічних і астрономічних знань. Піфагор вчив, що в основі світу і речей лежить число. Наукові досягнення Піфагора: найголовнішим досягненням в геометрії є закон Піфагора, який нині знає кожен школяр. У праці «Метафізика» він викладає думку про те, що планета кругла. Примітно, що трактатів вчений не писав.

Література

1. Соломатин В.А. История науки. Уч. пос. – М.: ПЕРСЭ, 2002 – 352 с.

М. Сорокін
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **Т.В. Гембара**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ РОБОТИ КАНАЛУ ЗВ’ЯЗКУ

У спеціальних структурах ДСНС по каналах зв’язку отримують сигнальні повідомлення (наприклад про виникнення надзвичайних ситуацій) і важливо мати оцінки як моментів надходження повідомлень, так і можливої завантаженості каналів. Для цього можна використати методи імітаційного моделювання, використавши одне з найдоступніших програмних середовищ в системі MS Exel.

Модель імітує роботу одноканальної системи обслуговування з явними втратами при умовах: вхідний потік викликів – найпростіший з параметром l; час обслуговування (дискретний) має експоненціальний розподіл з параметром *m*; система має два стаціонарних стани каналу вільний або зайнятий.Зміна стану відбувається при надходженні і завершенні обслуговування заявки (повідомлення). Тобто, система обслуговування відображає дискретно-подієвий принцип моделювання.

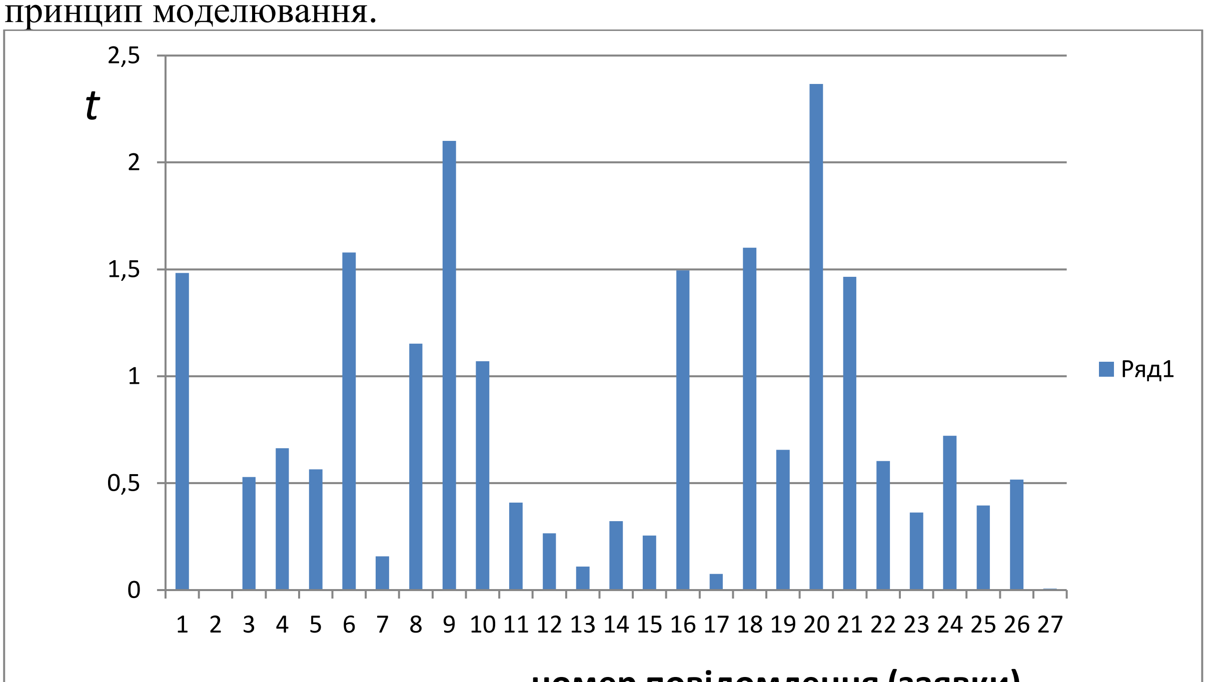


Рис.1. Гістограма розіграних значень інтервалу між сусідніми заявками. Оцінка частоти значень.

Метод розрахунку значень випадкових величин, підпорядкованих заданому розподілу на основі генерації рівномірно розподілених випадкових величин в інтервалі [0; 1], дозволяє задати потоки заявок у вигляді імітації дискретних моментів часу їх виникнення.

Масив випадкових чисел рівномірно розподілених на інтервалі [0 ; 1]		параметр потоку	Вхідний потік: 1		Стан каналу обслугову-вання	Вихідний потік: 1		заявки, що були обслуговані
для вхідного потоку	для часу обслуговування	№ заявки в потоці	t між сусідніми заявками у вхідному потоці	T - час надходження заявок на обслугову-вання	0 - вільний / 1 - зайнятий	Тривалість обслугову-вання заявки	T - час вивільнення каналу обслугову-вання	
0,449966563	0,034569003	1	0,798582004	0,798582004	1	3,364797875	4,16337988	1
0,399012501	0,486572825	2	0,918762533	1,717344537	0	0,720368697	4,16337988	0
0,425216868	0,790931955	3	0,855155963	2,5725005	0	0,234543338	4,16337988	0
0,203503703	0,176394894	4	1,59207108	4,16457158	1	1,735030083	5,899601663	1
0,361451752	0,56620045	5	1,017626713	5,182198292	0	0,568807111	5,899601663	0
0,26448398	0,915773275	6	1,329974596	6,512172889	1	0,087986462	6,60015935	1
0,069255409	0,415544812	7	2,669954026	9,182126915	1	0,878164819	10,06029173	1
0,05986412	0,579422826	8	2,815677956	11,99780487	1	0,545722798	12,54352767	1
0,434979545	0,591988453	9	0,832456273	12,83026114	1	0,52426815	13,35452929	1
0,281611343	0,204845967	10	1,267227376	14,09748852	1	1,585496963	15,68298548	1
0,707028348	0,945984825	11	0,346684517	14,44417304	0	0,055528751	15,68298548	0
0,8387859	0,976367112	12	0,17579979	14,61997283	0	0,023916624	15,68298548	0
0,006697944	0,489901858	13	5,005954716	19,62592754	1	0,713550197	20,33947774	1
0,186605128	0,363290035	14	1,678760511	21,30468805	1	1,012553768	22,31724182	1
0,167204858	0,864563165	15	1,788535526	23,09322358	1	0,145530911	23,23875449	1
0,69462348	0,694473672	16	0,364385335	23,45760891	1	0,364601027	23,82220994	1
0,219880072	0,019677654	17	1,514673009	24,97228192	1	3,928271593	28,90055352	1
0,944163746	0,86886128	18	0,057455668	25,02973759	0	0,140571799	28,90055352	0
0,575364934	0,345318873	19	0,552750771	25,58248836	0	1,063287018	28,90055352	0
0,44867489	0,152118963	20	0,801456729	26,38394509	0	1,883092414	28,90055352	0
0,612700639	0,463628852	21	0,489878817	26,87382391	0	0,768670934	28,90055352	0
0,033456162	0,18805175	22	3,397519281	30,27134319	1	1,671038086	31,94238128	1
0,888993474	0,776639421	23	0,117665384	30,38900857	0	0,252779102	31,94238128	0
0,605670245	0,029390709	24	0,501419591	30,89042816	0	3,52707666	31,94238128	0
0,568164148	0,318257637	25	0,565344909	31,45577307	0	1,144894046	31,94238128	0
0,981723057	0,548586101	26	0,01844603	31,4742191	0	0,600411036	31,94238128	0
0,027487627	0,917098114	27	3,594019313	35,06823842	1	0,086540818	35,15477923	1
		27			14			14
					52%			

Рис.2. Модель найпростішого потоку в системі MS Exel

Модель M/M/1 (з втратами) (λ =1, μ =1)

Даний приклад демонструє ручний режим прогону модельних експериментів імітаційної моделі процесів надходження та обслуговування заявок. При збільшенні числа експериментів точність оцінки втрат збільшується (наближається до теоретичних оцінок), тобто оцінюваний результат наближається до точного значення або збігається. Як можна побачити, зі збільшенням кількості експериментів зростає ступінь збіжності випадкової величини.

О. Полтавець
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **Т.В. Гембара**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

МАТЕМАТИЧНА ОЦІНКА МОМЕНТІВ НАДХОДЖЕННЯ СИГНАЛЬНИХ ПОВІДОМЛЕНЬ ЧАСУ ЗВІЛЬНЕННЯ КАНАЛІВ ЗВ'ЯЗКУ

У ДСНС в спеціальних структурах по каналах зв'язку отримують сигнальні повідомлення (наприклад про виникнення надзвичайних ситуацій). При тому потрібно було б мати певні розрахункові оцінки як моментів надходження повідомлень, так і можливої завантаженості каналів.

Нехай до оператора, час від часу надходять сигнальні повідомлення. При певних допущеннях час між появами двох повідомлень буде випадковою величиною з експоненціальним розподілом. Середній час $\frac{1}{\lambda}$ очікування нового повідомлення . Цей параметр тоді може бути інтерпретований як середнє число нових повідомлень за одиницю часу або інтенсивність потоку.

Для отримання значень випадкових величин, які характеризують модельований потік повідомлень використовується метод, заснований на наступній теоремі: якщо випадкова величина ρ має щільність розподілу f(ρ), то розподіл випадкової величини ε є рівномірним на інтервалі [0,1]

$$\varepsilon = \int_0^{\rho} f(x)d(x)$$

Визначення ε для функції експоненціального розподілу, визначеної на дискретному часі t_i:

$f(x)=p(t_i) = \lambda e^{-\lambda t}$ (1)

Вирішуючи дане рівняння відносно детермінованих величин $\{\rho\}$ можна отримати формулу для розрахунку значень випадково величини ρ_i:

$$\rho_i = -\frac{1}{\lambda}\ln \varepsilon_i \qquad (2)$$

де ε_i – випадкова величина, рівномірно розподілена на інтервалі [0; 1]. Користуючись цією формулою можна отримати безліч значень ρi, які будуть відповідати експоненціальній щільності розподілу.

На основі послідовності випадкових величин ρі можна отримати послідовність моментів надходження викликів в потоці:

$$t_1=\rho_1;$$
$$t_2=t_1+\rho_2=\rho_1+\rho_2;$$
$$t_3=t_2+\rho_3=\rho_1+\rho_2+\rho_3.$$

Загальний вираз для розрахунку моментів надходження заявок в потоці при експоненціальному розподілі інтервалу часу між сусідніми заявками має вигляд:

$$t_i = t_{i-1} + \rho_i = \sum_{j=1}^{i} \rho_j = \sum_{j=1}^{i} -\frac{1}{\lambda} \ln \varepsilon_j$$

Сукупність часу звільнення каналів може бути визначена наступним чином:

$t_{обсл} = t_i + \tau_i$ (3)

де τ_i – час обслуговування заявки (заняття каналу), що надійшла в момент часу t_i.

У припущенні, що час обслуговування розподілено по експоненціальному закону, щільність розподілу має такий вигляд:

$\varphi(t) = \mu e^{-\mu t}$ (4)

де μ – параметр потоку обслуговуваних викликів.

Параметр потоку обернено пропорційний середньому часу обслуговування:

(5)
$$\mu = \frac{1}{\bar{\tau}}$$

Аналогічно, тривалість обслуговування можна визначати у вигляді:

(6)
$$\tau_i = -\frac{1}{\mu} \ln \varepsilon_i$$

Для $i \geq 1$ тривалість обслуговування τ можна розрахувати за формулою:

$$\tau_i = \tau_{i-1} + \rho_i = \sum_{j=1}^{i} \rho_j = \sum_{j=1}^{i} -\frac{1}{\mu} \ln \varepsilon_j$$
(7)

де ε – розігране значення випадкової величини на інтервалі [0; 1] по рівномірному розподілу.

Метод розрахунку значень випадкових величин, підпорядкованих заданому розподілу на основі генерації рівномірно розподілених випадкових величин в інтервалі [0; 1], дозволяє задати потоки заявок у вигляді імітації дискретних моментів часу їх виникнення.

С. Багрій
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **Т.В. Гембара**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛАЗЕРНОГО СВЕРДЛІННЯ

Лазерне свердління стало широко використовуваним технологічним рішенням в багатьох галузях промисловості. Основна перевага лазерного свердління полягає в тому, що це безконтактний процес, а, отже, механічне зношування свердлильного обладнання не є проблемою. Інші переваги полягають в гнучкості свердління майже будь-якого матеріалу, здатності одночасно змінювати розмір отворів, форму і кут нахилу, низькій тепловіддачі в основний матеріал і точне повторення розмірів отворів. Крім того, лазер може просвердлювати отвори невеликих діаметрів, що неможливо при використанні звичайної технології свердління. Переваги лазерного свердління були визнані багато років тому і в аерокосмічній промисловості. Сьогодні волоконні лазери квазінеперервної дії швидко витісняють старі технології, що базуються на використанні класичних твердотільних лазерів в свердлінні великих отворів (0,2-1 мм). Такі отвори можна робити в численних аерокосмічних елементах, наприклад в сопловому напрямному апараті, лопатках, охолоджуючих кільцях і камерах згоряння. Також у мікроелектроніці застосовується лазерне свердління для багатьох цілей, наприклад для свердління алюмінієво-керамічних підстав. Для свердління отворів з малим діаметром (менше 10 мкм) потрібна висока швидкість - до кілька тисяч отворів в секунду.

Розробка математичної моделі такого процесу для оцінки часу t_k свердління шару металу товщиною L лазером з потужністю W, випромінювання якого є перпендикулярним до поверхні металу графічно представлена на рис. 1.

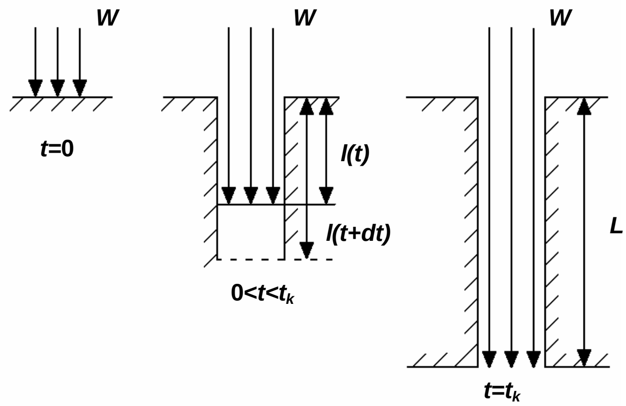


Рис. 1.

Якщо енергія лазера повністю йде на випаровування стовпчика металу масою $LS\rho$, де S – площа, яка опромінюється; LS – об’єм стовпчика; ρ – густина речовини, то закон збереження енергії виражається рівністю

$$E_0 = Wt_k = hLS\rho\,, \qquad (1)$$

де h – енергія, яка потрібна для випаровування одиниці маси. Величина h має складну структуру: $h = (T_{пл} - T)h_1 + h_2 + h_3$, оскільки матеріал необхідно послідовно нагріти до температури плавлення $T_{пл}$, а потім розплавити й перетворити на пару; тут T – початкова температура; h_1 – питома теплоємність; h_2 і h_3 – відповідно питома теплота плавлення й пароутворення.

Зміна глибини заглиблення $l(t)$ із часом визначається з балансу енергії на проміжку часу від t до $t+dt$. На випарувану за цей час масу

$$[l(t+dt) - l(t)]S\rho = dlS\rho$$

витрачається енергія $dlS\rho h$, яка дорівнює енергії Wdt, що надходить від лазера до речовини:

$$dlS\rho h = Wdt\,,$$

звідки отримується диференціальне рівняння

$$\frac{dl}{dt} = \frac{W}{S\rho h}\,. \qquad (2)$$

При інтегруванні цього рівняння слід використовувати умову, що початкова глибина заглиблення дорівнює нулю:

$$l\big|_{t=0} = 0\,. \qquad (3)$$

Інтегруючи (2) з урахуванням (3), матимемо

$$l(t) = \frac{W}{S\rho h}t = \frac{E(t)}{S\rho h}\,, \qquad (4)$$

де $E(t)$ – це вся енергія, яка була виділена лазером на момент часу t. Отже, глибина заглиблення є пропорційною затраченій енергії. При $t = t_k$, коли $l(t_k) = L$, обчислення часу t_k свердління шару металу товщиною L дає однакові результати і з формули (1), і з формули (4):

$$t_k = \frac{hLS\rho}{W}\,.$$

Насправді процес свердління є набагато складнішим за розглянуту схему: енергія витрачається й на нагрівання речовини, і на виділення пари із заглиблення, яке може мати неправильну форму і т. д. Тому впевненість у правильності запропонованого математичного описання супроводжує розуміння того що результати розрахунків будуть наближеними. Питання про відповідність об’єкта та його моделі – одне з центральних у математичному моделюванні, а в даному випадку якісна відповідність присутня.

Ю. Верхолюк
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник: ***М.І. Кусій,*** *кандидат педагогічних наук,доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки*

ЛЮБИТЬ, НЕ ЛЮБИТЬ

«Навесні, - писав Тенісон, - думки молодих легко спрямовуються до кохання». На жаль, у потенційного партнера можуть бути власні погляди на це почуття, і тоді стосунки будуть сповненні бурхливих злетів і падінь, із якими юнацька любов стає такою прекрасною і такою болісною. Багато безнадійно закоханих, щоб пережити це почуття, шукали забуття в алкоголі; інші зверталися до поезії. Ми ж спитаємо поради в числення.

Серце може обманювати, проте закони математичного світу вже добре вивчені. Вони мають вигляд диференціальних рівнянь, що описують, як пов’язані між собою змінні змінюються із часом, залежно від їхніх поточних значень. А ось як ці рівняння стосуються романтики? Як мінімум, вони можуть пролити трохи світла на те, чому, за словами одного поета, «не читав - в історії чи в казці - щоб рівний шлях був щирого кохання».

Припустимо, що Ромео любить Джульєтту, але в нашій версії Джульєтта – дівчина непостійна. Що з ними станеться? Які будуть злети і падіння їхнього кохання? Ось тут і підключається числення. Якщо написати рівняння, що зобразять, як Ромео і Джульєтта реагують одне на одного, а потім розв’язати їх за допомогою числення, ми зможемо передбачити, як будуть розвиватися стосунки закоханих.

Прогноз для цієї пари, на жаль,- нескінченний цикл любові й ненависті. Але принаймні чверть часу вони будуть любити одне одного.

Щоб дійти цього висновку, ми припустили, що поведінку Ромео можна змоделювати за допомогою диференціального рівняння:

Розв’яжемо це рівняння:

$$\frac{dR}{dt} = aJ$$

$$dR = aJdt$$

$$\int dR = \int aJdt$$

$$R = aJt + C$$

Рівняння описує те, як його любов (R) змінюється у певний момент часу (dt) . Згідно з цим рівнянням, величина зміни (dR) - прямопропорційна (з коеф. *a*) любові Джульєтти. Любов Ромео росте прямопропорційно до того, як його кохає Джульєтта. Це припущення про лінійну залежність для реальних емоцій абсолютно неможливе, але так значно легше розв’язати рівняння.

Водночас поведінку Джульєтти можна змоделювати рівнянням:

$$\frac{dJ}{dt} = -bR$$

$$dJ = -bRdt$$
$$\int dJ = -\int bRdt$$
$$J = -bRt + C$$

Мінус попереду константи b позначає схильність дівчини прохолодніше ставитись до Ромео.

Єдине, що нам ще потрібно знати, - це як ці двоє почувалися до зустрічі одне з одним, від самого початку (D і J у момент часу t=0). І тоді все в їхніх стосунках буде визначено наперед.

Написані вище формули: Ромео і Джульєтта поводяться так, як прості гармонічні осцилятори. Тож модель передбачає, що R(t) і J(t)- функції, які описують зміну їхніх стосунків із плином часу - виявляється синусоїдами, і обидві будуть то підніматися, то опускатися, але матимуть піки в різний час.

Приклади досить дивакуваті, але рівняння, які виникають у них, - дуже серйозні. Вони – найпотужніший із інструментів, що людство придумало, щоб зрозуміти матеріальний світ.

Література

1. Стівен Штрогац. Екскурсія математикою. 2019.
2. Б.А. Кордемський.   Незвичайне – у звичайному. 2009 - 48с.

С.А. Коренчук, Л.І. Біжик
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
*Науковий керівник **О.Е. Васильєва** професор кафедри прикладної математики і механіки*

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ - СКЛАДОВА МАТЕМАТИКИ І ЖИТТЯ

Людство завжди цікавило майбутнє і у всі часи воно шукало спосіб його передбачити, або спланувати, в різний час різними способами. В сучасному світі є теорія, яку наука визнає і використовує для планування і прогнозування майбутнього. Йдеться про теорію ймовірності.

У житті ми часто зустрічаємося з випадковими явищами. Чим обумовлена їх випадковість – нашим незнанням дійсних причин того, що відбувається або випадковість лежить в основі багатьох явищ? Спори на цю тему не зупиняються в самих різних галузях науки. Чи випадковим чином виникають мутації, наскільки залежить історичний розвиток від окремої особи, чи можна вважати Всесвіт випадковим відхиленням від законів збереження? Пуанкаре, закликаючи розмежувати випадковість, пов'язану з нестійкістю, від випадковості, пов'язаної з нашим незнанням, приводив наступне питання: «Чому люди знаходять абсолютно природним молитися про дощ, тоді як вони визнали б смішним просити в молитві про затемнення?».

В кожної «випадкової» події є чітка вірогідність його настання.У стабільній системі вірогідність настання подій зберігається з року в рік. Тобто, з точки зору людини з ним сталася випадкова подія, а з точки зору системи, вона була зумовленою. Розумна людина повинна прагнути мислити, виходячи із законів ймовірності. Але в житті про ймовірність мало хто думає, і рішення приймаються в основному емоційно.

Ймовірність події в житті не так вже часто визначається по формулах, швидше інтуїтивно. Але перевірити чи збігається «емпіричний аналіз» з математичним, інколи дуже корисно. Теорія ймовірності - це один з найцікавіших розділів вищої математики. Ця наука дозволяє не лише отримувати знання, які допомагають розуміти закономірності навколишнього світу, але і знаходить практичне використання в повсякденному житті. Ось наприклад, кожному з нас щодня доводиться приймати безліч рішень в умовах невизначеності. Проте цю невизначеність можна «перетворити» на деяку визначеність. І тоді це знання може надати істотну допомогу при ухваленні рішення. Тепер же давайте перейдемо до самої теорії і історії її виникнення. Головним поняттям теорії ймовірності є ймовірність. Слово «ймовірність» є синонімом слова «шанс», яке ми нерідко використовуємо в повсякденному житті. Кожному знайомі фрази: «Завтра, ймовірно, піде дощ», або «найімовірніше у вихідні я поїду до бабусі», або «це просто неймовірно», або «є шанс отримати залікову оцінку автоматом». Такого роду фрази на інтуїтивному рівні оцінюють ймовірність того, що станеться деяка випадкова подія. У свою чергу математична ймовірність дає деяку числову оцінки ймовірності того, що станеться деяка випадкова подія. Теорія ймовірності стала самостійною наукою відносно недавно, хоча історія теорії ймовірності бере свій початок ще в античності. Так, Лукрецій, Демокріт, Кар і ще деякі учені древньої Греції в своїх міркуваннях говорили про рівно ймовірні результати події, як можливість того, що вся матерія складається з молекул. Таким чином, поняття ймовірності використовувалося на інтуїтивному рівні.

Коли ми стикаємося з однаковими ситуаціями, які приводять до випадкових результатів, на сцені з'являється слово «ймовірність». Ймовірність - це число, а раз так, то воно відноситься до точних понять, і щоб не попасти в халепу, треба користуватися цим словом з тією визначеністю і недвозначністю, які прийняті в природознавстві.

Вивчаючи теорію ймовірності і математичну статистику бачимо, що дійсно теорія ймовірності в житті людини посідає значне місце. Ймовірність події в житті не так вже часто обраховується за формулами, швидше інтуїтивно. Але перевірити чи збігається «емпіричний аналіз» з математичним, інколи дуже корисно.

Чи можемо ми передбачити за допомогою цієї теорії, що станеться з нами через день, два, тисячу? Звичайно ні. Подій пов'язаних з нами в кожен момент часу дуже багато. Лише на одну типізацію цих подій не вистачить і життя. А вже їх поєднання - і зовсім згубна справа. За допомогою цієї теорії передбачати можна лише однотипні події.

Але слід пам'ятати, що в житті є ще такі поняття як успіх, везіння. Це те, що ми говоримо - пощастило, коли ,наприклад, яка-небудь людина не вчилася ніколи, нічого не прагнула досягти, лежала на дивані, грала в комп'ютер, а через 5 років ми бачимо, як у нього беруть інтерв'ю на MTV. У нього була вірогідність 0,001 стати музикантом, яка йому випала, тобто це везіння, отже він з’явився в потрібному місці і в потрібний час, коли спрацьовують ті самі 0,001.

Таким чином, працюємо над собою, приймаємо рішення, які можуть підвищити ймовірність виконання наших бажань і прагнень, кожен випадок може додати ті заповітні 0,00001, які зіграють вирішальну роль у нашому житті.

Література

1.D. Kahneman and A. Tversky, «On the Psychology of Prediction», Psychological Review 80 (2003): 237-251

2.D. Kahnenan and A. Tversky, «Subjective Probability: A Judgment of Representativeness», Cognitive Psychology. 3 (1972): 430-454.

3. W. Edwards, «Conservatism in Human Information Processing», in Fomal Representation of Human Judgment, ed. B. Kleinmuntz (New York: Wiley, 1998): 17-52.

4. D. Kahneman and A. Tversky, «Subjective Probability».

5. A. Tversky and D. Kahneman, «Belief in the Law of Small Numbers». Psychological Bulletin 76 2001): 105-128.

О.А. Кедись
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Науковий керівник ***О.Е. Васильєва*** *професор кафедри прикладної математики і механіки*

ПРАЙМІНГ ТА МАТЕМАТИКА

Праймінгом можна вважати настанову у вигляді будь-якої інформації (слова, відео, музики, аромату і т.д.), яка змушує людей змінювати свої думки, дії, вподобання і загалом світобачення. Як же цей ефект повязати з математикю? Дуже просто! Якщо у вигляді настанови або привязки ми застосуємо числа, то критичне мислення і математика стануть «сіамськими близнюками».

Теорія праймінгу стверджує, що медіа образи стимулюють пов'язані думки в свідомості членів аудиторії. Вона передбачає, що поняття, якимось чином взаємопов'язані, поєднуються у певні ментальні структури, так що у разі активування якогось одного поняття активуються і всі інші. Ефект праймінгу залежить від: оцінки ідивідиумом ситуації, що сприймається; виправданості, з його погляду, побаченого насильства; ступеня ототожнення себе з персонажем; реальності подій; пов'язаності з попереднім досвідом. Ефект розглядається як один із аспектів більших ментальних моделей, які становлять певний набір знань індивіда про світ, його спогадів, вражень, почуттів. Він не завжди усвідомлюється людиною. Існує кілька концепцій, які його пояснюють. Це моделі кошика (найактуальніше "зверху"), акумуляторної батареї (частотність активації) та синоптична модель (недавні враження мають сильніший і короткочасний вплив).

Ефект праймінга в **психології** називають ефектом передування або фіксуванням установки. Простіше кажучи, мозок схильний інтерпретувати подію або інформацію «Б» в контексті більш ранньої події або інформації «А».

Що таке праймінг і як він працює? Механізм праймінг-ефекту. Всі ми читали про самоналаштування: посміхнись, і настрій покращиться. Так ось, це і є праймінг. «посміхаюся - значить мені добре і весело» - думає мозок, який так не любить робити зайві «рухи». Приблизно так само працюють стереотипи (). Стереотипи заощаджують мозку сили на щось нове і складне. Якщо ви подумки два рази відповіли «так», читаючи текст , то мозок вважає інформацію вірною і в третій раз схильний відповісти ствердно. Вчені з'ясували, що в пам'яті грунтовніше «застряє» інформація, яка подається після або під час емоційно зарядженої «прайм» події, але не перед ним.

Види праймінгу:

1. Концептуальний праймінг (conceptual priming) використовує пов'язані один з одним слова: ноги-черевики, таблетка-хвороба, старий-лисина.
2. Семантичний праймінг (semantic priming) використовує близькі за значенням слова: капелюх-кепка, дама-жінка, старий-пенсіонер.
3. Неассоціатівний семантичний праймінг (non-associative semantic priming) використовує складні асоціації: меч-дротик (обидва зброя).

4. Перцептивний праймінг (perceptual priming) використовує уяву і впізнавання, коли за кількома ключовими штрихами ми розуміємо, що буде намальовано на картинці.
5. Асоціативний праймінг (associative priming) використовує близькі ідеї: бургер-котлета, любов-весілля.
6. Повторний праймінг (repetitive priming) працює за рахунок повторів, закріплюючи у читача чи глядача фіксацію на головну думку.
7. Маскувати праймінг (masked priming) демонструється швидко, щоб потрапити відразу в підсвідомість.
8. Зворотний праймінг (reverse priming) - коли людина виявляє праймінг (маніпуляцію) і робить навпаки.

***Праймінг керує вибором*.**Уявіть собі, що є два проекти, один з яких гарантує 80% вірогідність успіху, а в іншому присутній 20% ризику невдачі. В якій з цих проектів Ви віддасьте перевагу вкласти гроші або влаштуватися працювати? Якщо Ви не математик, то майже напевно Ви виберете перший варіант.Хоча насправді проекти рівнозначні - і в тому, і в іншому присутній 80% вірогідність успіху і 20% вірогідність неуспіху. Однак через те, що в першому випадку було використано слово «успіх», а в другому - слова «ризик» і «невдача», перший варіант асоціюється радше з чимось хорошим, а другий - з чимось поганим.

***Праймінг управляє інтелектом та математичним апаратом* .**В університеті виділили студентів, які вийшли з якоїсь проблемної групи. Афроамериканців , людей з судимостями, колишніх наркоманів . Одна група просто проходила письмові іспити, а студентів з другої групи перед іспитом викладач питав «Ти ж родом з Гарлема (сидів у в'язниці, брав колись наркотики), вірно?» - і тільки після цього видавав листки із завданням. Друга група набагато гірше справлялася із завданнями іспиту, причому абсолютно неважливо, з якого предмету був іспит. Нагадування про неблагополучному минулому миттєво переключало мозок студента на думки про свої проблеми.

Також за допомогою прив'язки ми можемо краще або гіше виконувати математичні операції .Свідома маніпуляція тісно пов'язана з математикою , тому що покликана змусити громадян зробити відповідний вибір чи сформувати відповідний вираз. Матиматичний праймінг ефект , який враховується вивченням математики ,має великий інтелектуальний зміт , а також практичне застосування ,навіть якщо вам не пороботі розв'язувати нерівності , задачі чи рівняння

Література

1. D. Kahneman and A. Tversky, «Subjective Probability».
2. A. Tversky and D. Kahneman, «Belief in the Law of Small Numbers». Psychological Bulletin 76 2001): 105-128.

ЗМІСТ